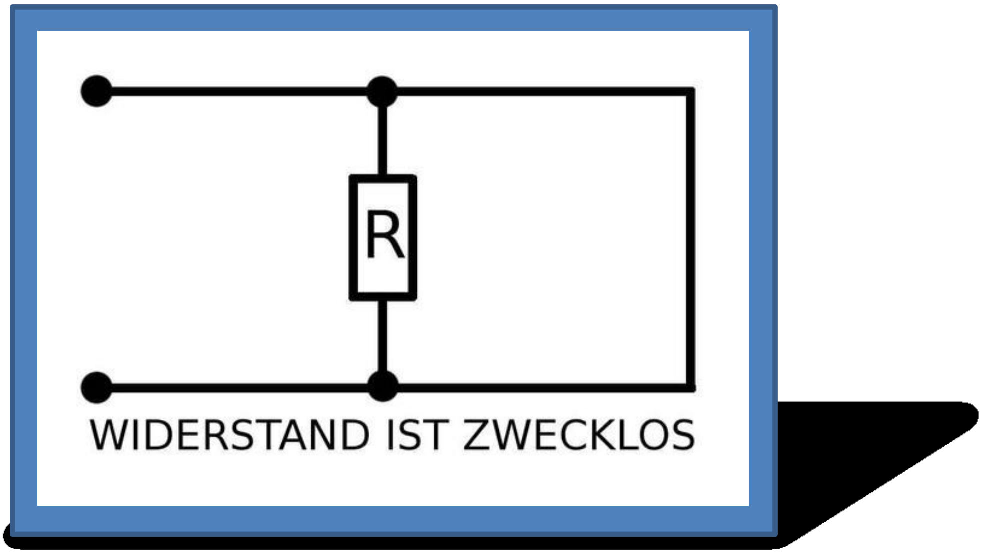
Physikalische Grundkenntnisse

Prüfungsrelevantes Ergänzungsmaterial
zu den Kursen „Medizinische Biophysik” und „Biophysik“

Zusammengestellt von Dr. Ferenc Tölgyesi, Universitätsdozent



Semmelweis Universität
Institut für Biophysik und Strahlenbiologie
2015

Vorwort

Das Ziel dieses Skripts ist es, für den Studenten bei dem Verstehen der Vorlesungen des Lehrfaches „Medizinische Biophysik” als auch bei der Prüfungsvorbereitung von Nutzen zu sein. Es soll aber bemerkt werden, dass die in diesem Skript zusammengefassten Kenntnisse auch in anderen Fächern, wie Chemie, Biochemie und Physiologie als bekannt vorausgesetzt werden.

Der Inhalt des Skripts gehört zum Biophysik-Prüfungsstoff, auch wenn in den Themenkatalogen des Faches „Medizinische Biophysik” viele Begriffe dieses Skripts nicht aufgelistet werden.

Das Skript fasst die zum Verstehen der Biophysik-Vorlesungen nötigen Kenntnisse von drei Gebieten der Physik zusammen: der Mechanik, der Wärme- und der Elektrizitätslehre. Die Begriffe sind in 12 Lektionen gegliedert und lexikonmäßig aufgeführt. Am Anfang der jeweiligen Lektion dient eine kleine Einführung der Klarstellung, wo in der Medizin oder in dem medizinischen Studium die Begriffe der Lektion relevant sind. Aufgaben mit ausführlichem Lösungsweg sollen am Ende der Lektionen zum Verständnis der aufgeführten Zusammenhänge beitragen. (Diese sind mit dem Symbol  gekennzeichnet.) Weitere Aufgaben mit kurz angegebenen Lösungen dienen zur selbstständigen Arbeit.

An dieser Stelle möchte ich meinem früheren Studenten Herrn Karim Kouz für die sprachliche Korrektur, für die Verbesserungsvorschläge und für die Ausarbeitung des Stichwortes RC-Kreis einen besonderen Dank sagen.

Budapest, 2015. 08. 03. Ferenc Tölgyesi

Inhaltsverzeichnis

1. Einige mathematische Hilfsmittel

Mathematische Grundkenntnisse sind in der Physik unerlässlich. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit werden hier die wichtigsten grundlegenden, zu dem Biophysik-Kurs notwendigen mathematischen Hilfsmittel rekapituliert.
In diesem Abschnitt geht es nur noch um Mathematik, weshalb man sich keine Sorgen machen muss, wenn die als Beispiel ab und zu auftauchenden physikalischen Größen, Maßeinheiten und Gesetze noch unbekannt sind. In den entsprechenden späteren Abschnitten werden sie erklärt.

Zehnerpotenzen: Ganzzahlige Potenzen mit der Basis (Grundzahl) 10 und einem beliebigen, ganzzahligen Exponenten (Hochzahl) n, also 10^n. Einige Zehnerpotenzen als Beispiel:

- $n = 0$: $10^0 = 1$
- n ist positiv: $10^1 = 10$ $10^2 = 100$ $10^3 = 1000$ $10^4 = 10000$ $10^5 = 100000, ...$
- n ist negativ: $10^{-1} = 0{,}1$ $10^{-2} = 0{,}01$ $10^{-3} = 0{,}001$ $10^{-4} = 0{,}0001$ $10^{-5} = 0{,}00001, ...$

Rechenregeln für Zehnerpotenzen:

- $10^n \cdot 10^m = 10^{n+m}$ z. B.: $10^8 \cdot 10^{-2} = 10^6$
- $\dfrac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$ z. B.: $\dfrac{10^5}{10^{-5}} = 10^{5-(-5)} = 10^{10}$
- $\left(10^n\right)^m = 10^{n \cdot m}$ z. B.: $\left(10^3\right)^3 = 10^9$

Wissenschaftliche Schreibweise einer Zahl: Die Zahl wird als Produkt aus der Mantisse (m) und einer Zehnerpotenz geschrieben:

$$m \cdot 10^n,$$

wobei der Exponent n so gewählt wird, dass die Mantisse m zwischen 1 und 10 ist. Zum Beispiel wird die Zahl 325 000 wissenschaftlich als $3{,}25 \cdot 10^5$ geschrieben. Weitere Beispiele:

- $5\,300\,000 = 5{,}3 \cdot 10^6$
- $105\,000\,000 = 1{,}05 \cdot 10^8$
- $0{,}000\,000\,5 = 5 \cdot 10^{-7}$
- $0{,}000\,000\,006\,6 = 6{,}6 \cdot 10^{-9}$

Wenn die Zahl größer als 1 ist, ist der Exponent in der wissenschaftlichen Schreibweise positiv; wenn die Zahl kleiner als 1 ist, ist der Exponent negativ. Mit Hilfe dieser Schreibweise kann man sehr große und sehr kleine Zahlen kompakt schreiben, die in der Physik oder der Biologie ziemlich häufig vorkommen, z. B.:

- Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: etwa 300 000 000 m/s = $3 \cdot 10^8$ m/s
- Elementarladung: 0,000 000 000 000 000 000 16 C = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C (Coulomb)
- Anzahl der Erythrozyten in einem Liter Blut: etwa 5 000 000 000 000 = $5 \cdot 10^{12}$
- Dicke einer Zellmembran: etwa 0,000 000 01 m = $1 \cdot 10^{-8}$ m

Rundung: Werte, die man durch Rechnung mit dem Taschenrechner erhält, sollen in der Regel gerundet werden. Zum Beispiel möchte man aus den gemessenen Werten, Körpermasse m = 72,5 kg und Körpervolumen V = 69,5 Liter = 0,0695 m^3, eines Patienten auf die durchschnittliche Körperdichte schließen. Wie bekannt, ergibt sich die Dichte als Quotient aus der Masse und dem Volumen. Tippt man also 72,5 geteilt durch 0,0695 in den Taschenrechner ein, erhält man 1043,165468 für die Dichte (in kg/m^3). Diese Genauigkeit ist aber in der Praxis überflüssig und sinnlos, wenn die Genauigkeit der gemessenen Massen- und Volumenwerte betrachtet wird. Es soll also gerundet werden - aber wie stark?
In dem Biophysik-Kurs wird die folgende Rundungsregel allgemein empfohlen: **Rundung auf drei signifikante Stellen**. Von links an betrachtet man die Stellen der zu rundenden Zahl. Die erste von null

verschiedene Stelle ist die erste signifikante Stelle. Ab dieser Stelle gezählt, wird auf die dritte Stelle gerundet, und zwar abhängig von der Ziffer an der vierten signifikanten Stelle. Wenn dort eine Ziffer von 0 bis 4 steht, wird sie abgerundet, im Falle einer Ziffer von 5 bis 9, wird aufgerundet. Nach dieser Regel wird der Dichtewert des obigen Beispiels auf 1043,165468 kg/m^3 ≈ 1040 kg/m^3 gerundet. Weitere Beispiele:

- 128 845 = 129 000
- 25,910 78 = 25,9
- 1,929 856 = 1,93
- 0,002 385 555 = 0,002 39
- 0,010 998 589 = 0,011

Zehnerlogarithmus oder **dekadischer Logarithmus**: Eine mathematische Operation mit der Grundzahl 10 und mit der Bezeichnung „lg”. „lg a” ist die Zahl x, mit der man 10 potenzieren muss, um a zu erhalten:

$$\lg a = x \quad \Leftrightarrow \quad 10^x = a\,.$$

Zum Beispiel:

$$\lg 1000 = 3 \quad \Leftrightarrow \quad 10^3 = 1000$$

$$\lg 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 10^0 = 1$$

$$\lg 0{,}01 = -2 \quad \Leftrightarrow \quad 10^{-2} = 0{,}01$$

Formal ist also der Logarithmus die Lösung der Gleichung $a = 10^x$. Potenzieren und Logarithmieren sind Umkehroperationen, da nach den obigen Ausdrücken gilt:

$$10^{\lg a} = a \quad \text{oder} \quad \lg\left(10^x\right) = x\,.$$

Natürlicher Logarithmus: Analog zum Zehnerlogarithmus, nur mit der Grundzahl e und mit der Bezeichnung „ln” (logarithmus naturalis). Die Grundzahl e ist die Eulersche Zahl: e = 2,718... „ln a” ist die Zahl x, mit der man e potenzieren muss, um a zu erhalten:

$$\ln a = x \quad \Leftrightarrow \quad e^x = a\,.$$

Für den natürlichen Logarithmus gilt auch:

$$e^{\ln a} = a \quad \text{oder} \quad \ln\left(e^x\right) = x\,.$$

Rechenregeln des Logarithmierens:

- $\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$ z. B.: $\lg 25 + \lg 4 = \lg(25 \cdot 4) = \lg 100 = 2$
- $\lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b$ z. B.: $\lg 20 - \lg 200 = \lg\left(\frac{20}{200}\right) = \lg 0{,}1 = -1$
- $\lg\left(a^n\right) = n \cdot \lg a$ z. B.: $2 \cdot \lg 5 + 2 \cdot \lg 2 = \lg\left(5^2\right) + \lg\left(2^2\right) = \lg 25 + \lg 4 = \lg 100 = 2$

Gleichungen: In der Physik schreibt man oft ein Gesetz, d. h. einen Zusammenhang zwischen Größen, auf, aus dem man eine Größe bestimmen möchte. Diesen Zusammenhang behandelt man als eine Gleichung, die man nach der zu bestimmenden Größe auflöst. Die zu bestimmende Größe wird im Weiteren Unbekannte genannt und mit x bezeichnet. In dem Biophysik-Kurs kommen verschiedene Gleichungstypen, wie z. B. lineare, quadratische, trigonometrische und exponentielle Gleichungen vor.

Lineare Gleichung mit einer Unbekannten: Die Gleichung enthält nur die erste Potenz von x. Zum Beispiel:

$$4x + 5 = 33\,.$$

Man kann die Gleichung folgenderweise nach x auflösen: Zuerst zieht man von beiden Seiten 5 ab:

$$4x = 28\,,$$

dann dividiert man beide Seiten durch 4:

$$x = \frac{28}{4} = 7\,.$$

Ein Beispiel aus der Physik: Ein Auto startet aus der Ruhe, beschleunigt gleichmäßig und legt eine Strecke s = 125 m in einer Zeitspanne t = 6 s zurück. Für solche Bewegungen gilt das sogenannte quadratische Weggesetz:

$$s = \frac{1}{2}at^2 ,$$

wobei a die Beschleunigung bezeichnet, die unbekannt ist. Die Gleichung löst man nach a auf, indem man die beiden Seiten zuerst mit 2 multipliziert und dann durch t^2 teilt:

$$2s = at^2$$

$$\frac{2s}{t^2} = a .$$

Setzt man die Werte ein, so erhält man 250/36 m/s^2 = 6,944444444 m/s^2. Auf drei signifikante Stellen gerundet, ergibt dies: 6,94 m/s^2.

Quadratische Gleichung mit einer Unbekannten: Die Gleichung enthält die zweite Potenz von x. Zum Beispiel:

$$5x^2 - 26x = 24 .$$

Man bringt die Gleichung in die allgemeine Form:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 .$$

Für quadratische Gleichungen gilt die Lösungsformel:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} ,$$

woraus man die zwei mathematisch möglichen Lösungen $x_{1,2}$, d. h. x_1 und x_2, erhalten kann. Lösen wir die obige quadratische Gleichung mit der Lösungsformel. Zuerst wird die Gleichung in die allgemeine Form gebracht:

$$5x^2 - 26x - 24 = 0 .$$

Das heißt: a = 5, b = –26 und c = –24. Diese Werte können in die Lösungsformel eingesetzt werden:

$$x_{1,2} = \frac{+26 \pm \sqrt{676 + 480}}{10} = \frac{26 \pm 34}{10} .$$

Die zwei Lösungen sind:

$$x_1 = \frac{26+34}{10} = 6$$

$$x_2 = \frac{26-34}{10} = -1{,}2 .$$

Ein Beispiel aus der Physik: Ein Auto startet aus der Ruhe, bewegt sich mit einer Beschleunigung a = 6 m/s^2 und legt eine Strecke s = 125 m zurück. Welche Zeitspanne t ist für diese Strecke nötig? Jetzt ist a unbekannt in dem schon früher zitierten Gesetz:

$$s = \frac{1}{2}at^2 .$$

Man kann die Gleichung nach dem Einsetzen der Werte auch mit der allgemeinen Lösungsformel lösen:

$$125 = \frac{1}{2}6t^2$$

$$3t^2 + 0t - 125 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{0 \pm \sqrt{0 + 1500}}{6} = \frac{\pm 38{,}7}{6} \approx \pm 6{,}45\,\mathrm{s} .$$

Aus den zwei mathematisch möglichen Lösungen ist +6,45 s sinnvoll, währenddessen –6,45 s physikalisch sinnlos ist. Es soll aber bemerkt werden, dass man bei solchen unvollständigen quadratischen Gleichungen (b war nämlich „0”) auf die Verwendung der allgemeinen Lösungsformel verzichten kann - es geht nämlich noch einfacher:

$$t = \pm\sqrt{\frac{2s}{a}} = \pm\sqrt{\frac{250}{6}} \approx \pm 6{,}45\,\mathrm{s} .$$

Gleichungssystem mit zwei Unbekannten: Zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten x und y. Zum Beispiel:

$$3x+2y=14$$

$$x+4y=8$$

Mit der einen Gleichung drückt man die eine Unbekannte aus, setzt sie in die andere Gleichung ein und erhält so eine einzige Gleichung mit einer einzigen Unbekannten. Die zweite Gleichung lösen wir im obigen Beispiel nach x auf und setzen sie in die erste Gleichung ein:

$$x=8-4y$$

$$3(8-4y)+2y=14$$

$$24-12y+2y=14$$

$$-10y=-10$$

$$y=1$$

Die Lösung für y setzen wir in den Ausdruck für x ein:

$$x=8-4y=8-4=4.$$

Ein Beispiel aus der Physik: Bei einer optischen Linse der Brennweite f = 30 cm liegt ein Gegenstand auf der einen Seite und sein durch die Linse abgebildetes Bild auf der anderen Seite der Linse 125 cm weit voneinander entfernt. Wo liegt die Linse im Vergleich zum Gegenstand und dem Bild, d. h., wie weit entfernt liegen Gegenstand und Bild von der Linse? Für diesen Fall gilt das Abbildungsgesetz:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b},$$

wobei g die Gegenstandsweite und b die Bildweite bezeichnen. Sie sind jetzt unbekannt. Das Abbildungsgesetz stellt eine Gleichung dar. Die zweite Gleichung wird aufgrund der weiteren Information in der Aufgabenstellung (Gegenstandsweite und Bildweite ergeben insgesamt 125 cm) erstellt:

$$\frac{1}{30}=\frac{1}{g}+\frac{1}{b}$$

$$g+b=125$$

Die zweite Gleichung lösen wir nach b auf und setzen sie in die erste Gleichung ein:

$$b=125-g$$

$$\frac{1}{30}=\frac{1}{g}+\frac{1}{125-g}$$

Durch Umstellen der Gleichung ergibt sich die quadratische Gleichung:

$$g(125-g)=30(125-g)+30g$$

$$125g-g^2=3750-30g+30g$$

$$0=g^2-125g+3750$$

Dies ist eine vollständige quadratische Gleichung. Aufgrund der Lösungsformel erhält man:

$$g_{1,2}=\frac{+125\pm\sqrt{15625-15000}}{2}=\frac{125\pm 25}{2}.$$

Die zwei Lösungen sind:

$$g_1=\frac{125+25}{2}=75\,\text{cm},$$

$$g_2=\frac{125-25}{2}=50\,\text{cm}.$$

Beide Lösungen für g setzen wir in den Ausdruck für b ein:

$$b_1=125-g_1=125-75=50\,\text{cm}$$

$$b_2=125-g_2=125-50=75\,\text{cm}$$

Beide Lösungen sind physikalisch sinnvoll. Entweder stellt man den Gegenstand 75 cm weit vor die Linse, dann entsteht das Bild auf der anderen Seite der Linse 50 cm weit entfernt von der Linse, d. h. insgesamt 125 cm weit entfernt vom Gegenstand oder man stellt den Gegenstand 50 cm weit vor die Linse, dann wird die Bildweite 75 cm sein.

Trigonometrische Gleichung: Die Unbekannte x steht im Argument einer Winkelfunktion. Zum Beispiel:

$$\sin x = 0{,}5 .$$

Die Lösung ergibt sich einfach durch die Umkehrfunktion von Sinus, die bei den meisten Taschenrechnern (unglücklicherweise, da mathematisch nicht der Reziprokwert gemeint ist) mit $\sin^{-1}$ bezeichnet ist:

$$x = \sin^{-1} 0{,}5 = 30° ,$$

wenn der Taschenrechner auf die Grad-Einheit gestellt ist („D”- oder „deg”-Zeichen auf dem Display wegen des englischen Wortes degree). Wenn der Taschenrechner auf die Radiant-Einheit gestellt ist („R”- oder „rad”-Zeichen auf dem Display), dann wird folgendes Ergebnis erscheinen:

$$x = \sin^{-1} 0{,}5 \approx 0{,}524 .$$

(Über die Einheiten Grad und Radiant siehe später im Abschnitt „Winkelmessung”.)

Ein Beispiel aus der Physik: Bei einer harmonischen Schwingung wird die Auslenkung des Körpers von der Ruhelage (y) mit einer Sinusfunktion beschrieben:

$$y = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t),$$

wobei A die Amplitude (maximale Auslenkung) und f die Frequenz (Schwingungszahl pro Zeiteinheit) bezeichnen. Als Beispiel nehmen wir das Pendel von dem französischen Physiker Foucault in dem Pariser Pantheon. Das 67 m lange Pendel schwang mit einer Amplitude von etwa 3 m und einer Frequenz von 0,061 Hz (Hz steht für die SI-Einheit der Frequenz, das Hertz, es entspricht 1/s). Nun stellen wir die Frage, in welcher Zeitspanne t das Pendel eine Auslenkung von 2 m (ausgehend von der Ruhelage) erreicht? Die Unbekannte t steht im Argument; es handelt sich also um eine trigonometrische Gleichung. Durch Umstellen der Gleichung und durch die $\sin^{-1}$-Taste (INV+SIN- oder 2ndF+SIN-Tastenkombination bei den meisten Taschenrechnern) ergibt sich die Lösung:

$$\frac{y}{A} = \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{y}{A}\right) = 2\pi \cdot f \cdot t$$

$$t = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{y}{A}\right)}{2\pi \cdot f} = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}061} \approx \frac{0{,}7297}{0{,}3831} \approx 1{,}9 \text{ s}$$

Bei dieser Rechnung muss der Taschenrechner unbedingt auf die Radiant-Einheit gestellt sein, da die Einheit der Frequenz 1/s und nicht °/s ist. (Bei den Zwischenergebnissen wurde hier eine schwächere Rundung verwendet.)

Exponentialgleichung: Die Unbekannte x steht im Exponenten. Zum Beispiel:

$$2^x = 5 .$$

Die Lösung ergibt sich durch Logarithmieren:

$$\lg(2^x) = \lg 5$$

$$x \cdot \lg 2 = \lg 5$$

$$x = \frac{\lg 5}{\lg 2} = \frac{0{,}699}{0{,}301} \approx 2{,}32$$

Natürlich erhält man das gleiche Ergebnis, wenn, statt des dekadischen Logarithmus, der natürliche verwendet wird:

$$\ln(2^x) = \ln 5$$

$$x \cdot \ln 2 = \ln 5$$

$$x = \frac{\ln 5}{\ln 2} = \frac{1{,}609}{0{,}6931} \approx 2{,}32$$

Ein Beispiel aus der Physik: Radioaktive Atomkerne zerfallen spontan; die Aktivität (Λ) eines radioaktiven Präparates sinkt exponentiell nach dem sog. Zerfallsgesetz:

$$\Lambda = \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t},$$

wobei Λ_0 die Aktivität des radioaktiven Präparates zum Zeitpunkt $t = 0$, Λ die Aktivität des Präparates zu einem späteren Zeitpunkt t und λ die Zerfallskonstante bezeichnen. Für eine medizinische Untersuchung wird ein radioaktives Präparat der Aktivität $\Lambda_0 = 200\,000$ Bq (Bq steht für die SI-Einheit der Aktivität, das Becquerel) vorbereitet. Nach welcher Zeit wird die Aktivität auf $\Lambda = 25\,000$ Bq sinken? Die Zerfallskonstante beträgt 0,005 1/min. Aus dem Zerfallsgesetz kann die Zeit t durch Umstellen und Logarithmieren ausgedrückt werden. Wir verwenden jetzt den natürlichen Logarithmus:

$$\frac{\Lambda}{\Lambda_0} = e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\ln\left(\frac{\Lambda}{\Lambda_0}\right) = \ln\left(e^{-\lambda \cdot t}\right)$$

$$\ln\left(\frac{\Lambda}{\Lambda_0}\right) = -\lambda \cdot t$$

$$\frac{\ln\left(\frac{\Lambda}{\Lambda_0}\right)}{-\lambda} = t$$

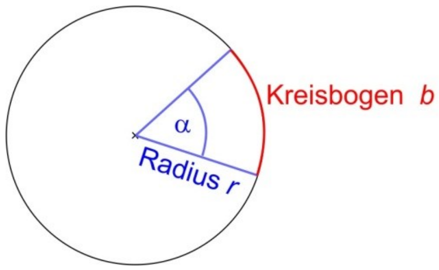
Nach dem Einsetzen der Werte ergibt sich die gefragte Zeit in Minuten, da die Zerfallskonstante in der Einheit 1/min eingesetzt wird:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{25000}{200000}\right)}{-0{,}005} = \frac{\ln 0{,}125}{-0{,}005} \approx \frac{-2{,}079}{-0{,}005} \approx 416\,\text{min} = 6\,\text{h und } 56\,\text{min}.$$

Einige spezielle Flächen und Körper:

- *Kreis* (Radius r): Umfang: $U = 2 \cdot r \cdot \pi$ Fläche: $A = r^2 \cdot \pi$
- *Kugel* (Radius r): Oberfläche: $A = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$ Volumen: $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

Winkelmessung: Ein Winkel kann entweder in Grad-Einheiten (º) oder in Radiant-Einheiten (rad) angegeben werden. Bei der ersten wird die wohlbekannte Vereinbarung verwendet, dass ein Vollwinkel (ein ganzer Kreis) in 360° eingeteilt ist. Den Winkel α gibt man in der Radiant-Einheit nach der folgenden Definitionsformel an:



$$\alpha = \frac{b}{r},$$

wobei b den zum Winkel α gehörenden Kreisbogen in einem Kreis mit dem Radius r bezeichnet.

Bei einem Vollwinkel ist der Kreisbogen identisch mit dem Umfang des Kreises, also $b = 2r\pi$, woraus folgt, dass 360º für den Vollwinkel 2π rad entsprechen:

$$360° = 2\pi\,\text{rad} \approx 6{,}28\,\text{rad}.$$

Daraus folgt des Weiteren, dass

$$1° = \frac{2\pi}{360} \approx 0{,}01745\,\text{rad}$$

(das Rad-Zeichen wird oft nicht ausgeschrieben) bzw.:

$$1\,\text{rad} = \frac{360}{2\pi} \approx 57{,}3°$$

ist.

Aufgaben:

1. Was bedeutet 10^{-3}?

2. Berechnen Sie den genauen Wert des folgenden Ausdrucks ohne Taschenrechner: $\frac{\left(10^3\right)^2 \cdot 10^4}{10^{-2}} \cdot 10^{-10}$.

3. Schreiben Sie die folgende Zahl in wissenschaftlicher Schreibweise: 390 000 000.

4. Runden Sie den folgenden Wert auf drei signifikante Stellen: 0,004 099 099.

5. Berechnen Sie den genauen Wert des folgenden Ausdrucks ohne Taschenrechner: $2 \cdot \lg 5 + 2 \cdot \lg 20$.

6. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$x \cdot y = 3 \cdot y$$
$$x + y = 3$$

7. Lösen Sie die folgende Gleichung: $\sin x = 0{,}72 \cdot \sin 30°$.

8. Lösen Sie die folgende Gleichung: $10000 = 2 \cdot e^{0{,}51 \cdot x}$.

9. Welchen Radius besitzt eine Kugel mit einem Volumens von 1 m^3?

10. Ein Winkel beträgt 80º. Wandeln Sie den Wert in die Radiant-Einheit um.

Lösungen:

1. 0,001

2. 100

3. $3{,}9 \cdot 10^8$

4. 0,0041

5. 4

6. $x = 3$, $y = 0$

7. 21,1º

8. 16,7

9. 62 cm

10. 1,4

2. Physikalische Größen und Einheiten

Physik basiert auf Beobachtungen. Diese müssen quantitativ sein, nur dann sind sie nachprüfbar und für die weitere Forschung und Anwendung geeignet. Die Physik beruht also auf Messungen und sie arbeitet mit aus den Messungen gewonnenen physikalischen Größen. Jedes Gebiet der Physik hat seine Größen. Die unerlässliche Grundvoraussetzung für das Verständnis der Physik und deren korrekte medizinische Anwendung ist die genaue Kenntnis der physikalischen Größen und Einheiten der einzelnen Gebiete.

Physikalische Größe: Wird durch ihre Messvorschrift definiert und meist mit einem Formelzeichen abgekürzt. Der Wert der physikalischen Größe lässt sich als Produkt angeben:

$$\textit{physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Maßeinheit.}$$

Z. B. kann die Körperhöhe mit dem Formelzeichen h abgekürzt werden und ein Messwert wird dann z. B. als $h = 183$ cm angegeben. (Der Malpunkt wird in der Regel weggelassen.) Die Bezeichnung einer physikalischen Größe ist nicht vorgeschrieben. So wird z. B. für die Bezeichnung einer Längenangabe oft l, L oder h in der Praxis benutzt. Die gewählte Bezeichnung wird aber immer *kursiv* geschrieben.

Physikalische Größen lassen sich nach verschiedenen Gesichtspunkten aufteilen: Skalare – Vektoren oder Basisgrößen – abgeleitete Größen.

Skalar (skalare Größe): Eine nicht gerichtete physikalische Größe, also rein durch den Betrag bestimmt, z. B. die Temperatur eines Körpers. Die Angabe 37°C ist vollständig.

Vektor (vektorielle Größe): Eine gerichtete physikalische Größe, also durch den Betrag und die Richtung bestimmt, z. B. die Geschwindigkeit eines Körpers. Die Angabe 60 km/h ist nicht vollständig. Zur vollständigen Beschreibung muss auch noch die Richtung der Geschwindigkeit angegeben werden.

Basisgrößen: Willkürlich ausgewählte Größen, auf die man die andere Größen zurückführt - z. B. Länge. (Siehe die sieben willkürlich ausgewählten Basisgrößen des internationalen Einheitensystems in der unten stehenden Tabelle.)

Physikalische Einheit, Maßeinheit: Eine festgelegte Größe, die als Vergleichsmaß bei der Messung von Größen der gleichen Art dient, z. B. Meter. Die Maßeinheiten werden auch mit Formelzeichen abgekürzt, z. B. „m" für Meter. Im Gegensatz zu den physikalischen Größen ist die Bezeichnung von Maßeinheiten streng geregelt. Das Meter darf z. B. nur mit „m" bezeichnet werden. Dieses Formelzeichen wird nicht kursiv geschrieben – hieran sieht man, ob ein Formelzeichen eine physikalische Größe oder eher eine Maßeinheit darstellt.

Basiseinheiten: Die Maßeinheiten der Basisgrößen. Die weiteren Maßeinheiten können auf die Basiseinheiten zurückgeführt werden. (Siehe die sieben Basiseinheiten des internationalen Einheitensystems in der Tabelle.)

Internationales Einheitensystem (Système International d'Unités, abgekürzt SI): Systematische Zusammenstellung von physikalischen Einheiten mit sieben Basiseinheiten, die den sieben Basisgrößen entsprechen, siehe Tabelle. Es gibt auch Maßeinheiten außerhalb des Internationalen Einheitensystems, deren Benutzung erlaubt ist: z. B. Minute bei der Zeitmessung.

Internationales Einheitensystem (SI)

Basisgröße		SI-Basiseinheit	
Name	gewöhnliches, jedoch nicht obligatorisches Zeichen	Name	obligatorisches Zeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I	Candela	cd

(Die Definitionen der Basisgrößen und –einheiten sind zwar interessant und wichtig, jedoch für Medizinstudenten als Verwender der Physik nicht von großer praktischer Bedeutung. Deshalb wird hier auf die ausführliche Einführung verzichtet.)

Abgeleitete Größen und Einheiten: Werden von den sieben Basisgrößen bzw. –einheiten meistens durch eine Definitionsformel hergeleitet. Z. B. wird die Geschwindigkeit (v) als Quotient der zurückgelegten Strecke (also Länge Δs) und der dazu gehörenden Zeitspanne (Δt) definiert ($v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$). Dementsprechend ist die SI-Einheit der Geschwindigkeit Meter/Sekunde (m/s), obwohl die praktische Kilometer/Stunde-Einheit (km/h) auch erlaubt ist.

Änderung einer Größe: Wird in der Regel mit dem Formelzeichen Δ („Delta" aus dem griechischen Alphabet) bezeichnet. Z. B. bedeutet ΔV die Änderung des Volumens eines Körpers. Die Änderung wird immer so gebildet, dass aus dem späteren Wert der frühere Wert abgezogen wird: $\Delta V = V_2 - V_1$. Nimmt das Volumen des Körpers (z. B. durch thermische Ausdehnung) zu, wird ΔV positiv. Bei Abnahme des Volumens (z. B. beim Abkühlen) hat ΔV einen negativen Wert.

Vorsätze der Maßeinheiten (SI-Präfixe): Dezimale Vielfache oder Teile, die in Verbindung mit Maßeinheiten zur Vereinfachung der Schreibweise von sehr großen oder sehr kleinen Werten benutzt werden. Z. B. heißt Kilo (abgekürzt als k) 1000 (10^3) und so kann 200 000 m einfacher als 200 km geschrieben werden. Die meist benutzten Vorsätze und ihre Bedeutungen sind in der nächsten Tabelle zu sehen.

Griechische Buchstaben als Formelzeichen: Viele griechische Buchstaben werden als Formelzeichen von physikalischen Größen (z. B. λ für die Wellenlänge), von Erscheinungen (z. B. α-Strahlung) und von einem SI-Präfix (μ für Mikro) verwendet. Die am häufigsten benutzten Buchstaben sind in der Tabelle aufgeführt.

Vorsätze (SI-Präfixe)

Vorsatz		Faktor
Name	Zeichen	
Exa	E	10^{18}
Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
Kilo	k	10^{3}
Hekto	h	10^{2}
Deka	da	10
Dezi	d	10^{-1}
Zenti	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Mikro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Piko	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}
Atto	a	10^{-18}

Einige griechische Buchstaben

Name	Kleinbuchstabe
Alpha	α
Beta	β
Gamma	γ
Epsilon	ε
Eta	η
Kappa	κ
Lambda	λ
My	μ
Ny	ν
Rho	ρ
Sigma	σ
Tau	τ
Phi	φ
Psi	ψ
Omega	ω
Omega	Ω (Großbuchstabe)

Aufgaben:

1. Schreiben Sie die folgenden Größen ohne Vorsatz in wissenschaftlicher Schreibweise und gerundet auf drei signifikante Stellen!

a) 0,004996 PJ =

b) 32,88 fmol =

c) 1198,7 km =

2. Schreiben Sie die folgenden Größen ohne Vorsatz in wissenschaftlicher Schreibweise und gerundet auf drei signifikante Stellen:

a) 0,2455 µm =

b) 3,2982 MJ =

c) 123,5 aJ =

3. Schreiben Sie die folgenden Größen mit Vorsätzen so auf, dass die Werte mit möglichst wenigen Ziffern geschrieben werden:

a) 0,0025 m =

b) $0{,}033 \cdot 10^{8}$ W =

c) $0{,}003 \cdot 10^{-6}$ mol =

d) $2000 \cdot 10^{10}$ Hz =

4. Schreiben Sie die folgenden Größen mit Vorsatz so auf, dass die Werte mit möglichst wenigen Ziffern geschrieben werden:

a) $5{,}2 \cdot 10^{-8}$ s =

b) 0,003 mol =

c) $8750 \cdot 10^{4}$ J =

5. Wandeln Sie um:

a) $5 \cdot 10^{6}$ fmol = …….............. nmol

b) 300 cm^2 = …........……… m^2

c) 12 dm^3 = ...…..........….... cm^3

d) 25 m/s = ……..........…… km/h

6. Wandeln Sie um:

a) 0,3 GW = ……................... MW

b) 0,3 m^2 = …..........……..… cm^2

c) 1000 cm^3 = ...….............. dm^3

d) 72 km/h = ……..........….. m/s

Lösungen:

1. Zuerst wird die Rundung, dann das Ersetzen des Vorsatzes durchgeführt:

a) 0,004996 PJ = 0,005 PJ = $5 \cdot 10^{-3}$ PJ = $5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{15}$ J = $5 \cdot 10^{12}$ J

b) 32,88 fmol = 32,9 fmol = $3{,}29 \cdot 10^{1}$ fmol =$\cdot 3{,}29 \cdot 10^{1} \cdot 10^{-15}$ mol = $3{,}29 \cdot 10^{-14}$ mol

c) 1198,7 km = 1200 km = $1{,}2 \cdot 10^{3}$ km = $1{,}2 \cdot 10^{3} \cdot 10^{3}$ m = $1{,}2 \cdot 10^{6}$ m

2. a) $2{,}46 \cdot 10^{-7}$ m
b) $3{,}30 \cdot 10^{6}$ J
c) $1{,}24 \cdot 10^{-16}$ J

3. Zuerst wird der Wert in der wissenschaftlichen Schreibweise geschrieben, danach wird der am nähesten stehende Vorsatz aus der Tabelle ausgesucht:

a) 0,0025 m = $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ m = 2,5 mm

b) $0{,}033 \cdot 10^{8}$ W = $3{,}3 \cdot 10^{6}$ W = 3,3 MW

c) $0{,}003 \cdot 10^{-6}$ mol = $3 \cdot 10^{-9}$ mol = 3 nmol

d) $2000 \cdot 10^{10}$ Hz = $2 \cdot 10^{13}$ Hz = $20 \cdot 10^{12}$ Hz = 20 THz

4. a) 52 ns
b) 3 mmol
c) 87,5 MJ

5. a) $5 \cdot 10^{6}$ fmol = $5 \cdot 10^{6} \cdot 10^{-15}$ mol = $5 \cdot 10^{-9}$ mol = 5 nmol

b) 300 cm^2 = $300 \cdot (\text{cm} \cdot \text{cm})$ = $300 \cdot (10^{-2}\ \text{m} \cdot 10^{-2}\ \text{m})$ = $300 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2$ = 0,03 m^2

c) 12 dm^3 = $12 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$ = $12 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{6}\ \text{cm}^3$ = $12 \cdot 10^{3}\ \text{cm}^3$ = 12 000 cm^3

d) $25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 25\,\frac{0{,}001\ \text{km}}{\frac{1}{3600}\text{h}} = 25 \cdot 3600 \cdot 0{,}001\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ = 90 km/h

6. a) 300 MW
b) 3000 cm^2
c) 1 dm^3
d) 20 m/s

3. Mechanik — Kinematik (Bewegungslehre)

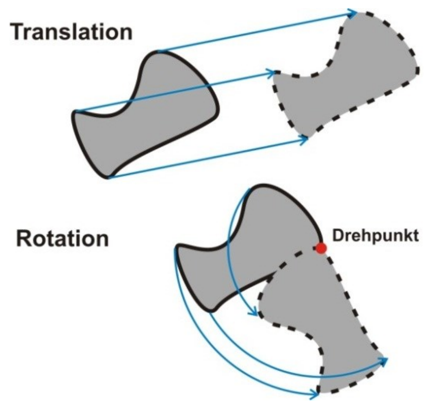
Kinematik (Bewegungslehre) beschäftigt sich mit der Beschreibung von *Bewegungen*. Einerseits braucht man die Begriffe der Kinematik überall in den Naturwissenschaften, andererseits, was die Medizin betrifft, sind sie in erster Linie in der Biomechanik und Sportmedizin von Nutzen.

Bewegungen sind immer relativ. Ob ein Körper steht oder sich bewegt, hängt von dem gewählten *Bezugssystem* ab. Z. B. bewegt sich ein auf der Erde stehender Mensch (der sich im Vergleich zur Erde in Ruhe befindet), zusammen mit der Erde mit einer ziemlich hohen Geschwindigkeit um die Sonne, sofern man die Sonne als Vergleichsobjekt betrachtet.

Bezugssystem: Die Gesamtheit von willkürlich ausgewählten Körpern, die sich im Vergleich zueinander nicht bewegen und zu denen die Bewegung des untersuchten Körpers beschrieben wird. Ein Beispiel zur Veranschaulichung: Ein Mensch und ein Baum stehen am Straßenrand und sehen ein Auto vorbeifahren. Der stehende Mensch und der Baum bewegen sich im Vergleich zueinander nicht. Das Auto, als untersuchtes Objekt, bewegt sich relativ zum Bezugssystem (Baum und Mensch) auf die beiden zu. Umgekehrt könnte das Auto mit dem darin sitzenden Menschen als Bezugssystem definiert werden. Relativ zu diesem ruhenden System würden sich dann der Mensch und der Baum am Straßenrand auf das Auto zubewegen.

Jede beliebige Bewegung eines starren Körpers (ein idealisierter Körper, dessen Form gleich bleibt) lässt sich aus *Translations*- und *Drehbewegungen* zusammensetzen.

Translationsbewegung: Alle Punkte eines Körpers bewegen sich gleichförmig auf Bahnen, die zueinander parallel sind. Die Bewegung eines Skispringers ist annähernd eine Translation, zumindest ein paar Sekunden lang nach Verlassen der Sprungschanze.



Drehbewegung (Rotation): Die Punkte eines Körpers bewegen sich auf konzentrischen Kreisen um eine feststehende Achse oder um einen feststehenden Punkt. Die Pirouette einer Eiskunstläuferin ist annähernd eine Rotation.

Zunächst beschäftigen wir uns mit der Beschreibung der Translationsbewegungen.

Translationsbewegung

Ein realer ausgedehnter Körper kann als Massepunkt betrachtet werden, falls von seiner eventuellen Rotationsbewegung abgesehen wird. Die Grundbegriffe der Kinematik, wie *Geschwindigkeit, Beschleunigung, Periodenzeit, Frequenz, Winkelgeschwindigkeit* können durch die Bewegung eines Massepunktes eingeführt werden.

Geschwindigkeit (Formelzeichen v): Quotient aus der zurückgelegten Strecke (Δs) und der entsprechenden Zeitspanne (Δt):

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} .$$

Die Zeitspanne muss klein genug sein, damit die Bewegungsänderung des Körpers während dieser Zeitspanne vernachlässigt werden kann. (Ganz exakt ist die Geschwindigkeit die erste Ableitung der Weg-Zeit-Funktion $s(t)$.) Die SI-Einheit der Geschwindigkeit ist m/s. Die Geschwindigkeit beschreibt die Schnelligkeit einer Bewegung. (Sie ist eigentlich eine vektorielle Größe - hier wird sie der Einfachheit halber im Weiteren meist als Skalar behandelt.)

Gleichförmige geradlinige Bewegung: Eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit. Für eine gleichförmige Bewegung gilt:

$$s = v \cdot t ,$$

d. h. die zurückgelegte Strecke wächst linear mit der Zeit (siehe unten: Diagramme für eine gleichförmige geradlinige Bewegung).

Beschleunigung (Formelzeichen a): Quotient aus der Änderung der Geschwindigkeit (Δv) und der entsprechenden Zeitspanne (Δt):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}\,.$$

Die Zeitspanne soll klein genug sein, damit die Beschleunigungsänderung des Körpers während dieser Zeitspanne vernachlässigt werden kann. (Ganz exakt ist die Beschleunigung die erste Ableitung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t)$.) Die SI-Einheit der Beschleunigung ist m/s^2. Die Beschleunigung beschreibt, wie schnell sich die Geschwindigkeit ändert. (Auch die Beschleunigung ist eine vektorielle Größe, die hier im Weiteren meist als Skalar behandelt wird.) Nimmt die Geschwindigkeit eines Körpers bei einer geradlinigen Bewegung zu, wird die Geschwindigkeitsänderung Δv und dadurch auch die Beschleunigung des Körpers positiv sein. Nimmt die Geschwindigkeit hingegen ab, ist die Geschwindigkeitsänderung Δv und damit auch die Beschleunigung negativ.

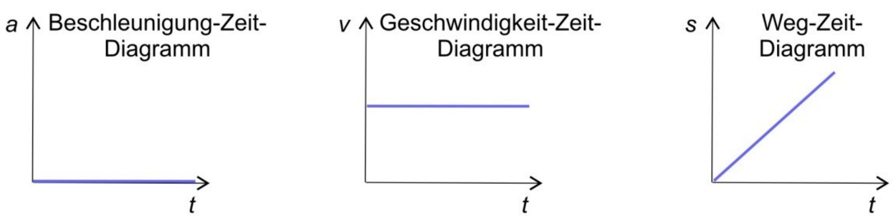
Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung: Eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung. Für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung gilt:

$$v = a \cdot t + v_0\,,$$

wobei v_0 die Anfangsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ bezeichnet. Die Gleichung verdeutlicht, dass die erreichte Geschwindigkeit des Körpers von der ursprünglichen Anfangsgeschwindigkeit ausgehend, gleichmäßig (linear) mit der Zeit zu- oder abnimmt, abhängig von dem Vorzeichen der Beschleunigung. Da die Geschwindigkeit des Körpers nicht konstant bleibt, sondern zu- oder abnimmt, wird in den gleichen Zeitspannen immer mehr (oder immer weniger) Weg zurückgelegt (siehe die Diagramme für eine gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung). Die zurückgelegte Strecke kann jedoch mithilfe der durchschnittlichen Geschwindigkeit berechnet werden: $s = \bar{v} \cdot t$. Die durchschnittliche Geschwindigkeit $\bar{v}$ ist das arithmetische Mittel von Anfangs- und Endgeschwindigkeit: $\bar{v} = (v_0 + v)/2$. Ein einfaches Beispiel ist der **freie Fall**, bei dem der Körper ausschließlich unter dem Einfluss der Schwerekraft ohne Luftwiderstand herunterfällt.

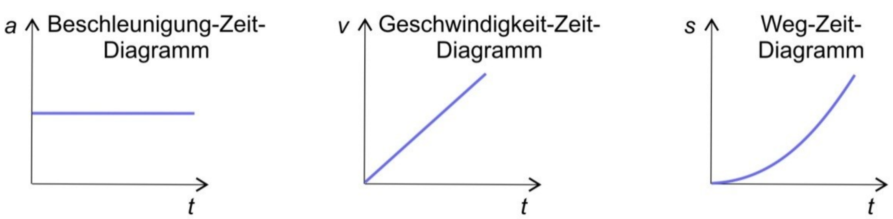
Erdbeschleunigung oder **Beschleunigung des freien Falles** oder **Ortsfaktor** (Formelzeichen g): Die Beschleunigung eines Körpers beim freien Fall. Der Wert von g ist unterschiedlich an verschiedenen Orten der Erde. Im Mittel beträgt er etwa 9,81 m/s^2. D. h. die Geschwindigkeit des frei fallenden Körpers nimmt in jeder Sekunde um 9,81 m/s zu.

Diagramme für eine gleichförmige geradlinige Bewegung:



Die Beschleunigung des Körpers ist „0“, denn die Geschwindigkeit ändert sich nicht. Die zurückgelegte Strecke s nimmt nach der Funktion $s = v \cdot t$ linear mit der Zeit zu. Die Steigung der Geraden ist also gleich v.

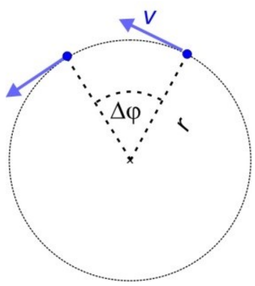
Diagramme für eine gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung:



Hier wurde als Beispiel eine Bewegung mit positiver Beschleunigung dargestellt, bei der die Geschwindigkeit nach der Funktion $v = a \cdot t$ linear mit der Zeit zunimmt. Die Steigung der Geraden ist also gleich a. Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 wurde als „0“ gewählt.

Kreisbewegung: Ein Massepunkt bewegt sich auf einer kreisförmigen Bahn. Die Bewegung ist eine Translationsbewegung und keine Drehung! Des Weiteren ist sie eine periodische Bewegung.

Winkelgeschwindigkeit oder **Kreisfrequenz** (Formelzeichen ω): Der Quotient aus dem Winkel ($\Delta\varphi$), der vom Fahrstrahl (Verbindungslinie zwischen Massepunkt und Mittelpunkt des Kreises) überstrichen wird, und der entsprechenden Zeitspanne (Δt):



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}.$$

Die Zeitspanne soll klein genug sein, damit die Bewegungsänderung des Körpers während dieser Zeitspanne vernachlässigt werden kann. (Ganz exakt ist die Beschleunigung die erste Ableitung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t)$.) Die SI-Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist 1/s. (Der Winkel wird hier also in Radiant gemessen, nur wird das „rad" Zeichen nicht aufgeschrieben.)

Gleichförmige Kreisbewegung: Eine Bewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit (siehe Abbildung). Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung ändert sich die Richtung der Geschwindigkeit ständig, allerdings nicht ihr Betrag. Bei einer gleichförmigen Bewegung wächst der zurückgelegte Winkel linear mit der Zeit:

$$\varphi = \omega \cdot t.$$

Die Geschwindigkeit des Körpers auf der Kreisbahn ist natürlich abhängig von der Winkelgeschwindigkeit, aber auch von dem Radius:

$$v = r \cdot \omega.$$

Bei der gleichen Winkelgeschwindigkeit hat nämlich der vom Mittelpunkt weiter entfernte Körper eine proportional höhere Geschwindigkeit. Bespiel: Laufen zwei Läufer nebeneinander im Kreis, so muss der weiter vom Mittelpunkt des Kreises entfernte Läufer schneller laufen als sein Nachbar, damit beide immer auf der gleichen Höhe sind und einen Umlauf gleichzeitig beenden. D. h. die Läufer beenden einen Umlauf gleichzeitig, wobei ein Läufer einen längeren Weg zurückgelegt hat und somit auch eine höhere Geschwindigkeit haben muss.

Periodenzeit oder **Umlaufzeit** (Formelzeichen T): Die Zeit, die der Massepunkt bei einer gleichförmigen Kreisbewegung für einen vollen Umlauf benötigt. Die SI-Einheit der Periodenzeit ist die Sekunde (s).

Frequenz (Formelzeichen f): Die Anzahl der Umläufe pro Zeiteinheit. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Die SI-Einheit der Frequenz ist das **Hertz** (Hz; 1 Hz = 1/s).

Bei einer gleichförmigen Kreisbewegung sind Frequenz und Winkelgeschwindigkeit zueinander proportional:

$$\omega = 2\pi f.$$

(Deshalb nennt man die Winkelgeschwindigkeit auch Kreisfrequenz.)

Die drei Größen Periodenzeit, Frequenz und Kreisfrequenz sind allgemein bei jeder periodischen Bewegung (z. B. Schwingung), sogar bei jeder periodischen Änderung (z. B. Druck-, Volumen- oder Potenzialänderungen bei z. B. der Herztätigkeit) verwendbar.

Rotationsbewegung (Drehung)

Die Drehbewegung (Rotation) eines starren Körpers ist dadurch gekennzeichnet, dass es inner- oder außerhalb des Körpers eine Gerade (oder einen Punkt) gibt, um die sich alle Punkte des Körpers auf konzentrischen Kreisen (oder auf konzentrischen Kugeln) bewegen. Die Punkte führen also Kreisbewegungen durch. Deshalb können alle Größen der Kreisbewegung wie Winkelgeschwindigkeit, Periodenzeit und Frequenz zur Beschreibung der Drehbewegung benutzt werden, nur werden sie gelegentlich ein wenig anders bezeichnet. Z. B. wird die Frequenz im Falle einer Rotation manchmal Drehfrequenz oder Drehzahl genannt.

***Aufgaben*:**

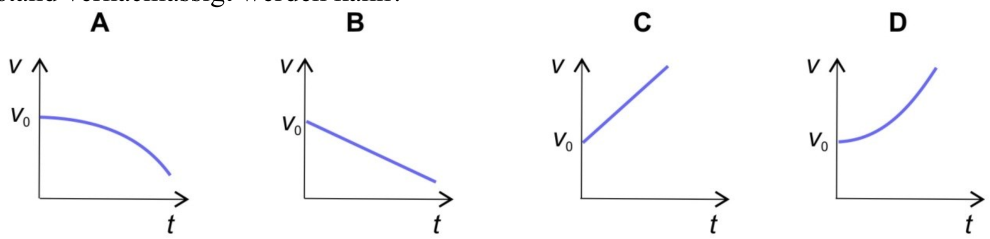
1. Budapest liegt etwa 675 km von München entfernt. Jemand fährt von München nach Budapest in 6 Stunden und 15 Minuten. Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in km/h und auch in m/s.

2. Wie groß wäre die Zeitersparnis bei einer Fahrt auf der Autobahn, wenn man eine Strecke von 240 km statt mit 100 mit 130 km/h fahren würde?

3. Ein Ultraschallkopf ist auf die Haut eines Patienten gedrückt. Aus dem Ultraschallkopf tritt ein kurzzeitiger Ultraschallimpuls in eine bestimmte Richtung aus, dringt in den Körper ein, wird durch die Grenzfläche eines Organs reflektiert und kehrt zum Ultraschallkopf in einer Zeitspanne von insgesamt 80 μs zurück. Wie tief liegt das reflektierende Organ im Körper? (Die Geschwindigkeit des Ultraschallimpulses im Körper beträgt 1500 m/s.)

4. Bei einem Gewitter hört man den Donner 5 s nach dem Blitz. Die Schallgeschwindigkeit beträgt 330 m/s. Die Lichtgeschwindigkeit im Vergleich dazu kann als unendlich groß angenommen werden. Wie viel km entfernt ist der Blitz?

5. Ein Körper wird mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen. Welches der folgenden Diagramme beschreibt die Änderung der Geschwindigkeit aufwärts qualitativ richtig, wenn der Luftwiderstand vernachlässigt werden kann?



6. Ein Apfel hängt über dem Kopf eines Menschen. Der Stängel reißt, der Apfel fällt frei herunter und prallt nach 0,8 s auf den Kopf des Menschen.
a) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Apfel auf den Kopf des Menschen?
b) Wie hoch hing der Apfel über dem Kopf des Menschen?

7. Man wirft einen Stein vom Boden aus nach oben mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 36 km/h. (Der Luftwiderstand kann vernachlässigt werden.) a) Wann erreicht der Stein den höchsten Punkt? b) Wie hoch fliegt der Stein?

8. Ein Satellit umkreist die Erde auf einer kreisförmigen Bahn 1670 km weit von der Erdoberfläche entfernt in 2 Stunden. (Der mittlere Erdradius beträgt 6370 km). Berechnen Sie
a) die Periodenzeit,
b) die Frequenz,
c) die Winkelgeschwindigkeit,
d) die Bahngeschwindigkeit des Satelliten (in km/h) und
e) die Anzahl der Umkreisungen des Satelliten um die Erde in einer Woche?

9. In einem Karussell sitzt man 8 m weit entfernt von der Drehachse. Das Karussell macht 20 Drehungen in 3,5 Minuten. Berechnen Sie
a) die Periodenzeit,
b) die Frequenz (in Hz-Einheit),
c) die Winkelgeschwindigkeit und
d) die Bahngeschwindigkeit des Mannes.

Lösungen:

1. 15 Minuten entsprechen einer Viertelstunde: 15 min = 0,25 h. Die Fahrzeit beträgt also 6,25 h. Die mittlere Geschwindigkeit ist $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{675}{6{,}25} = 108\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.
Die Umwandlung in m/s ist: $108\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 108 \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = \frac{108}{3{,}6}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 30\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

2. 33 min

3. Der Ultraschallimpuls führt eine gleichmäßige Bewegung mit einer Geschwindigkeit von v = 1500 m/s durch. Die zurückgelegte Strecke s (hin und her!) während der Gesamtzeit t = 80 µs = $8 \cdot 10^{-5}$ s ist
$s = v \cdot t = 1500 \cdot 8 \cdot 10^{-5} = 0{,}12\,\mathrm{m}$.
Die Tiefe ist gerade die Hälfte dieser Strecke, da der Ultraschall in den Körper hinein und nach der Reflexion am Organ wieder hinaus zum Ultraschallkopf kommt, also 0,06 m = 6 cm.

4. 1,65 km

5. B

6. a) Der Apfel startet aus der Ruhe und führt eine gleichmäβig beschleunigte Bewegung durch mit einer Beschleunigung von $a = g$ = 9,81 m/s^2. Die erreichte Geschwindigkeit ist:
$v = a \cdot t = g \cdot t = 9{,}81 \cdot 0{,}8 = 7{,}85\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ (= 28{,}3\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}!)$.
(Der Apfel fällt aufgrund des Luftwiderstandes nicht „richtig frei” herunter, sodass die erreichte Geschwindigkeit tatsächlich kleiner ist, als der durch die einfache Rechnung erhaltene Wert.)

b) Da die Geschwindigkeitszunahme von 0 m/s auf 7,85 m/s gleichmäßig ist, kann die durchschnittliche Geschwindigkeit einfach als das arithmetische Mittel berechnet werden:
$\bar{v} = (v_0 + v)/2 = (0 + 7{,}85)/2 = 3{,}93\ \mathrm{m/s}$. Mit dieser Geschwindigkeit legt der Apfel eine Strecke von $s = \bar{v} \cdot t = 3{,}93 \cdot 0{,}8 = 3{,}14\ \mathrm{m}$ zurück.

7. a) in 1,02 s; b) 5,1 m

8. Der Satellit führt eine gleichförmige Kreisbewegung durch. Der Radius der Kreisbewegung beträgt r = 6370 km + 1670 km = 8040 km = $8{,}04 \cdot 10^6$ m.
a) Periodenzeit ist die Umlaufzeit, also T = 2 Stunden.
b) Die Frequenz ist gleich dem Kehrwert von der Periodenzeit: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \cdot 3600} = 1{,}39 \cdot 10^{-4}$ Hz.
c) In 2 Stunden wird der Fahrstrahl gerade den Vollwinkel 2π überstreichen, also ist die Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{2 \cdot 3600\mathrm{s}} = \frac{6{,}28}{7200} = 8{,}72 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$.
d) Daraus ergibt sich die Bahngeschwindigkeit: $v = r \cdot \omega = 8{,}04 \cdot 10^6 \cdot 8{,}72 \cdot 10^{-4} = 7010\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 25200\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$.
e) Eine Woche entspricht 7·24 = 168 Stunden. Das ist das 84-fache der Periodenzeit, also umkreist der Satellit die Erde in einer Woche 84-mal.

9. a) 10,5 s; b) 0,0952 Hz; c) 0,598 1/s; d) 4,79 m/s

4. Mechanik — Dynamik

Dynamik beschäftigt sich mit dem Zusammenhang zwischen Kräften und den durch sie verursachten Bewegungen.
Die Begriffe der Dynamik sind in erster Linie in der Biomechanik, der Sportmedizin und in der Physiotherapie von Nutzen. Mit Hilfe der Zusammenhänge der Dynamik können z. B. die Kraftbelastungen der Sehnen der Gelenke bei verschiedensten Bewegungen bestimmt werden. Unter anderem können noch die Reibung zwischen Knochen in Gelenken, die Schmierung durch Synovialflüssigkeit, die Funktionen des Stütz- und Bewegungsapparates und die Knochen als Hebel im Rahmen der Dynamik behandelt werden.
Des Weiteren sind die Begriffe der Dynamik, in erster Linie die Kraft, von allgemeiner naturwissenschaftlicher Bedeutung.

Zwischen Körpern können, abhängig von den Eigenschaften der Körper, verschiedene *Wechselwirkungen*, z. B. Gravitation, Reibung, elektrische Wechselwirkung, magnetische Wechselwirkung, starke Wechselwirkung, usw. wirken. Stehen zwei Körper in Wechselwirkung miteinander, so sagt man, dass sie *Kräfte* aufeinander ausüben. Der Begriff Kraft wird zur quantitativen Beschreibung einer Wechselwirkung verwendet. Sog. Kraftgesetze geben bei den einzelnen Wechselwirkungen die Kraft an.
Eine Kraft erkennt man nur an ihrer beobachtbaren Wirkung, die eine Bewegungsänderung oder Verformung eines Körpers sein kann. Zur Definition der Kraft benutzt man eine von diesen zwei möglichen messbaren Wirkungen und zwar die Bewegungsänderung, die quantitativ mit Hilfe der schon früher eingeführten Größe, der Beschleunigung, erfasst werden kann.

Kraft (Formelzeichen *F*): Das Produkt aus der Masse eines Körpers (als Maß der Trägheit des Körpers) und seiner unter der Kraftwirkung eintretenden Beschleunigung:

$$F = m \cdot a\,.$$

Die SI-Einheit der Kraft ist das **Newton** (N; $1\ \mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$). Die Kraft ist eigentlich eine vektorielle Größe, ihre Richtung stimmt mit der Richtung der Beschleunigung (und nicht mit der Bewegungsrichtung!) überein. Hier wird sie aber der Einfachheit halber im Weiteren meist als Skalar behandelt.

Es gibt einige einfache Gesetzmäßigkeiten in Bezug auf den Zusammenhang zwischen Kraft und Bewegungsänderung bzw. auf die Kräfte selbst, die durch die n*ewtonschen Axiome* zusammengefasst werden.

Trägheitsgesetz oder **1. newtonsches Axiom**: Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder gleichförmigen geradlinigen Bewegung, sofern er nicht durch eine Kraft gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern.

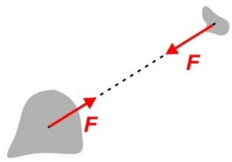
Dynamisches Grundgesetz oder **2. newtonsches Axiom**: Die Beschleunigung eines Körpers ist der einwirkenden Kraft proportional:

$$F = m \cdot a$$

oder, wenn mehrere Kräfte auf den Körper wirken, dann:

$$\sum F = m \cdot a\,,$$

wobei ΣF die vektorielle Summe aller auf den Körper wirkenden Kräfte bezeichnet. Wenn also eine einzige Kraft auf den untersuchten Körper wirkt, ist das dynamische Kraftgesetz praktisch gleich der Definitionsformel der Kraft. Wenn aber gleichzeitig mehrere Kräfte auf den untersuchten Körper wirken, sagt das 2. Axiom von Newton etwas mehr aus und zwar, dass die Kräfte unabhängig voneinander ihre Wirkung ausüben und sie einfach (aber vektoriell → Kräfteparallelogramm,...) summiert werden können. Es soll noch bemerkt werden, dass das 1. Axiom nur ein Sonderfall des 2. Axioms ist. Ist nämlich die Summe der Kräfte gleich „0“, muss auch die Beschleunigung auf der rechten Seite der Gleichung „0“ sein. Das heißt, dass der Körper seine Bewegung nicht ändert und somit in Ruhe ist und bleibt bzw. sich gleichförmig bewegt.



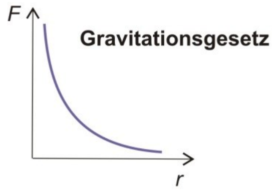
Wechselwirkungsgesetz oder **3. newtonsches Axiom**: Übt ein Körper A auf einen Körper B die Kraft F aus, so übt auch der Körper B eine gleich große Kraft F auf den Körper A aus, die aber entgegengesetzt gerichtet ist. (Kräfte treten also stets paarweise auf.)

Gleichgewicht: Es herrscht ein Gleichgewicht, wenn $\Sigma F = 0$ ist und demzufolge die Beschleunigung auch „0“ ist. Der Körper befindet sich in Ruhe oder führt eine gleichförmige Bewegung durch. Mit dieser Situation beschäftigt sich auch das Gebiet der Statik.

Der Begriff Kraft und die newtonschen Axiome gewinnen erst dann wirklich praktische Bedeutung, wenn die zwischen den Körpern auftretenden Kräfte — ohne die Beschleunigung zu kennen — aufgrund der Eigenschaften der Körper, ihres Abstandes, ihrer relativen Bewegung usw. bestimmbar sind, also wenn sogenannte *Kraftgesetze* zur Verfügung stehen. In diesem Fall kann man aus den Kraftgesetzen die auf den untersuchten Körper wirkende Kraft und daraus mit Hilfe des Grundgesetzes der Dynamik die Beschleunigung des Körpers und schließlich mit Hilfe der kinematischen Formel seine Geschwindigkeit und den zurückgelegten Weg berechnen. Zusammenfassend erhält man so also die Bahn des Körpers und dies sogar auch für beliebige zukünftige Zeitpunkte. (Das ist die Grundidee des mechanistischen Determinismus.) Es gibt eine Reihe von bekannten Kraftgesetzen.

Kraftgesetz: Mathematischer Zusammenhang, der die zwischen zwei Körpern wirkende Kraft in Abhängigkeit von den Eigenschaften der zwei Körper, von ihrem Abstand, ihrer relativen Geschwindigkeit usw. angibt. Beispiele für Kraftgesetze: Gravitationsgesetz, hookesches Gesetz oder aus der Elektrizitätslehre das Coulomb-Gesetz.

Im Folgenden werden einige Kraftgesetze und Kräfte als Beispiel aufgeführt.



Gravitationsgesetz: Für die Anziehungskraft zwischen zwei Körpern der Masse m_1 und m_2, die den Abstand r haben, gilt

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wobei γ die Gravitationskonstante bezeichnet, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg \cdot s^2)}$. Mit wachsendem Abstand klingt also die Wechselwirkung quadratisch ab (siehe Abbildung).

Schwerkraft (Formelzeichen F_S): Die Gravitationskraft, die die Erde auf einen Körper der Masse m ausübt. Wenn sich der Abstand zwischen Körper und Erdmittelpunkt praktisch nicht ändert und dieser mit dem Erdradius gleich ist, können die Konstanten in dem Gravitationsgesetz (γ, die Masse der Erde und der Erdradius) in einer Konstanten g zusammengefasst werden und so gilt:

$$F_\mathrm{S} = m \cdot g\,.$$

Die Konstante g ist die früher schon erwähnte, aus einfachen Beobachtungen bestimmte, Erdbeschleunigung. Sie ist also nicht richtig konstant, da der Abstand vom Erdmittelpunkt an verschiedenen Orten der Erde ein wenig unterschiedlich ist. Am Äquator zum Beispiel ist dieser Abstand größer und somit sind die Schwerkraft und die Erdbeschleunigung geringer.

Gewichtskraft oder **Gewicht** (Formelzeichen G): Die Kraft, mit der ein Körper aufgrund der Erdanziehung seine Unterlage oder Aufhängung belastet. Im Gleichgewicht ($a = 0$) gilt für die Beträge:

$$G = F_\mathrm{S} = m \cdot g\,.$$

Hookesches Gesetz: Für die Rückstellkraft bei der Verlängerung (s) eines elastischen Körpers (z. B. einer Schraubenfeder) gilt:

$$F = -D \cdot s\,,$$

wobei D eine Konstante (bei der Feder die Federkonstante) bezeichnet, deren SI-Einheit N/m ist. Das negative Vorzeichen bedeutet, dass Kraftrichtung und Verlängerungsrichtung entgegengesetzt sind. (Darauf weist auch der Name „Rückstellkraft” hin.) Die in der Feder entstehende Rückstellkraft ist also einfach proportional zur Verlängerung (zumindest für eine ideale Feder). Dieses Gesetz kann z. B. annähernd für Sehnen und Bänder im Körper verwendet werden, falls sie nicht zu stark gedehnt werden.

Aufgaben:

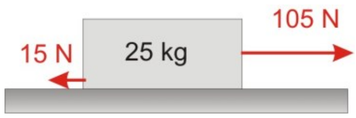
1. Eine Kugel der Masse 10 g wird mit einer Geschwindigkeit von 200 m/s in eine Wand geschossen. In der Wand wird die Kugel in 0,002 s völlig abgebremst. Setzen wir einfach voraus, dass das Abbremsen in der Wand gleichmäßig abläuft.
a) Welche Kraft wirkt beim Abbremsen auf die Kugel?
b) Wie tief dringt die Kugel in die Wand ein?

2. Ein Sportwagen (m = 1500 kg) erreicht aus der Ruhe in 3,1 s eine Geschwindigkeit von 100 km/h. Berechnen Sie
a) die Beschleunigungskraft und
b) die zurückgelegte Strecke.

3. Ein Ion der Masse $2{,}5\cdot10^{-25}$ kg wird stets mit einer Kraft von $1{,}6\cdot10^{-12}$ N beschleunigt.
a) Wie groß ist die Beschleunigung des Ions?
b) Wie groß ist seine Geschwindigkeitszunahme in 10 ns?

4. Ein Mann (m = 70 kg) fällt mit einem Fallschirm. Zu einem gegebenen Zeitpunkt beträgt seine Beschleunigung 0,5 m/s^2 in Richtung Erde. Welche Kräfte wirken in diesem Moment auf ihn?

5. Man zieht einen Schlitten, der zusammen mit einem darauf sitzenden Kind 25 kg wiegt, aus der Ruhe mit einer konstanten Kraft von 105 N 5 Sekunden lang. Auf den Schlitten wirkt eine Gleitreibungskraft von 15 N zur Bewegung entgegengerichtet. Berechnen Sie
a) die Beschleunigung des Schlittens,
b) seine Endgeschwindigkeit und
c) die zurückgelegte Strecke.



6. Man zieht einen Schlitten (m = 20 kg) mit einer konstanten Geschwindigkeit. Plötzlich reißt das Seil. Der Schlitten fährt allein weiter und legt dabei noch einen Weg von 9,2 m innerhalb von 6,1 s zurück und kommt schließlich zum Stehen. Berechnen Sie
a) die Geschwindigkeit des Schlittens vor dem Riss des Seils,
b) die Beschleunigung des Schlittens während des Abbremsens und
c) die Reibungskraft, die den Schlitten abbremst.

7. Wie groß ist die Gravitationskraft in einem Wasserstoffatom zwischen dem Atomkern (ein einziges Proton) und dem Elektron um den Kern, wenn man für ihren Abstand 100 pm annimmt? (Die Masse des Protons: $1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; die Masse des Elektrons: $9{,}11\cdot10^{-31}$ kg.)

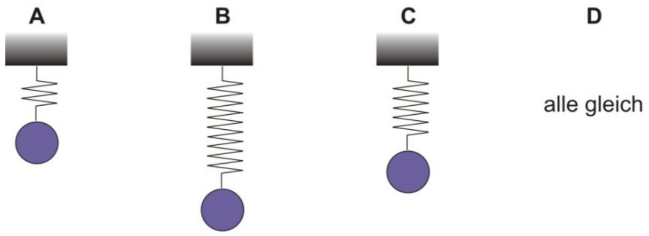
8. Wie groß ist die Gravitationskraft zwischen zwei Asteroiden (200 000 t bzw. 300 000 t) in dem Moment, wenn sie im Abstand von 2 km aneinander vorbeifliegen?

9. Ein Körper der Masse 40 kg hängt im Gleichgewicht an einem Seil. Berechnen Sie
a) die Schwerkraft, die auf den Körper wirkt,
b) die Gewichtskraft, mit der der Körper an dem Seil zieht,
c) die beiden Kräfte, wenn das Seil mit dem Körper zusammen in einem Fahrstuhl aufgehängt wird und der Fahrstuhl mit einer Beschleunigung von 2 m/s^2 gerade nach unten losfährt.

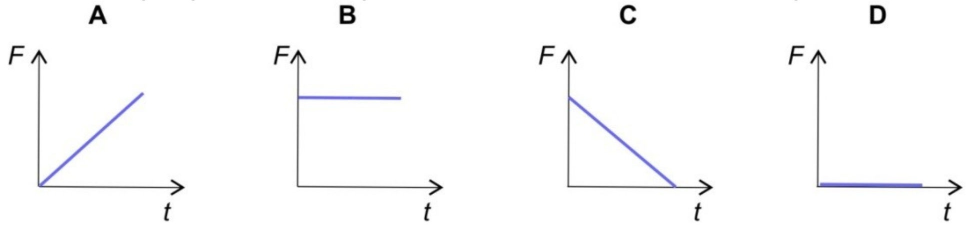
10. Betrachten wir die Achilles-Sehne als eine Schraubenfeder, deren Federkonstante den Wert von $3\cdot10^5$ N/m besitzt. Welche Kraft ist erforderlich, um die Sehne um 2 mm zu verlängern?

11. Man hängt einen Körper der Masse 2 kg vertikal an eine Feder. Dadurch wird die Feder im Gleichgewicht um 25 cm verlängert. Berechnen Sie die Federkonstante.

12. Die Federn in der Abbildung werden jeweils um 10% verlängert, wenn man das gleiche Gewicht an sie hängt. Welche Feder besitzt die größte Federkonstante?



13. Die Abbildungen geben vier Möglichkeiten für die zeitliche Änderung einer Kraft an:



a) Ein Ball fliegt nach oben. Welche Abbildung beschreibt die Größe der Schwerkraft während des Fliegens richtig?
b) Man drückt eine Feder langsam und gleichmäßig zusammen. Welche Abbildung beschreibt die Größe der Rückstellkraft richtig?
c) Ein Ball fällt frei herunter. Welche Abbildung beschreibt die Größe der Gewichtskraft des Balls während des Falls richtig?

Lösungen:

1. a) Die Beschleunigung der Kugel ist: $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-200}{0{,}002} = -10^5 \,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Die auf die Kugel wirkende Bremskraft ist: $F = m \cdot a = 0{,}01 \cdot (-10^5) = -1000\,\text{N}$. Die negativen Vorzeichen weisen darauf hin, dass Beschleunigung und Kraft zur Bewegung entgegengerichtet sind.

b) Die durchschnittliche Geschwindigkeit der Kugel ist: $\bar{v} = (v_0 + v)/2 = (200 + 0)/2 = 100\,\text{m/s}$.
Damit ist die zurückgelegte Strecke: $s = \bar{v} \cdot t = 100 \cdot 0{,}002 = 0{,}2\,\text{m} = 20\,\text{cm}$.

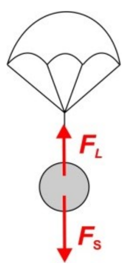
2. a) 13 400 N; b) 43,1 m

3. a) Die Beschleunigung des Ions beträgt: $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{1{,}6 \cdot 10^{-12}}{2{,}5 \cdot 10^{-25}} = 6{,}4 \cdot 10^{12}\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

b) Die Geschwindigkeitszunahme während Δt = 10 ns = 10^{-8} s ergibt sich als:

$\Delta v = a \cdot \Delta t = 6{,}4 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-8} = 6{,}4 \cdot 10^4\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

4. Es wirken die Schwerkraft F_S nach unten und der Luftwiderstand F_L nach oben, ihre vektorielle Summe ist einfach $F_S - F_L$. Nach dem dynamischen Grundgesetz gilt für die Summe:



$F_S - F_L = \sum F = ma = 70 \cdot 0{,}5 = 35\,\text{N}$. Da die Schwerkraft: $F_S = mg = 70 \cdot 9{,}81 = 687\,\text{N}$ groß ist, muss die andere Kraft F_L den Wert: $F_L = F_S - 35 = 687 - 35 = 652\,\text{N}$ haben. Die Schwerkraft ist in diesem Moment also noch größer als der Luftwiderstand. Daher wird der Mann mit dem Fallschirm zu dem gegebenen Zeitpunkt noch beschleunigt.

5. a) 3,6 m/s^2; b) 18 m/s; c) 45 m

6. a) 3,02 m/s; b) –0,495 m/s^2; c) –9,9 N

7. Nach dem Gravitationsgesetz ist die Kraft: $F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}{(100 \cdot 10^{-12})^2} = 1{,}01 \cdot 10^{-47}$ N.

8. 1 N

9. a) Ob der Körper im Gleichgewicht ist oder herunterfällt ist irrelevant; die Schwerkraft ist immer gleich groß: $F_S = mg = 40 \cdot 9{,}81 = 392$ N.

b) Da sich der Körper im Gleichgewicht befindet, ist die Summe der auf ihn wirkenden Kräfte gleich null. Das Seil übt also auf den Körper eine Kraft aus, die vom Betrag her gleich groß ist wie die Schwerkraft, nur entgegengerichtet: $F = F_S$. Aus dem Wechselwirkungsgesetz folgt, dass der Körper an dem Seil ebenso mit einer solchen Kraft zieht - der Gewichtskraft: $G = F = F_S = 392$ N.

c) Eins ist sicher: die Schwerkraft bleibt 392 N. Wegen der Beschleunigung wird der Körper das Seil aber weniger belasten - die Gewichtskraft wird anders sein. Es gilt die Grundgleichung der Mechanik: $\sum F = F_S - F = ma$, wobei F die vom Seil auf den Körper ausgeübte neue Kraft bezeichnet.
(In der Gleichung wurde die nach unten zeigende Richtung als positiv gewählt.)
Daraus ergibt sich F: $F = F_S - ma = 392 - 40 \cdot 2 = 392 - 80 = 312$ N.
Der Körper zieht mit gleich großer Kraft an dem Seil: $G = 312$ N.
(Wenn sich der Fahrstuhl mit der gegebenen Beschleunigung aufwärts bewegen würde, wäre die Gewichtskraft größer: 472 N.)

10. Im Gleichgewicht ist die erforderliche Zugkraft gleich der Rückstellkraft, die nach dem hookeschen Gesetz: $F = D \cdot s = 3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}002 = 600\,\mathrm{N}$ groß ist.

11. 78,5 N/m

12. A

13. a) B; b) A; c) D

5. Mechanik — Energie und Arbeit

Energie spielt eine zentrale Rolle in der Physik. Sie beschreibt den Zustand eines Systems. Energie und Arbeit sind eng miteinander verknüpfte Größen. Energie kann von einem System auf das andere übertragen werden, indem das eine System auf das andere Arbeit verrichtet. Es gibt verschiedene Energieformen, z. B. kinetische Energie, potenzielle Energie, innere Energie usw. Die Energieformen können ineinander umgewandelt werden. Die Gesamtenergie bleibt allerdings bei diesen Umwandlungen konstant – dies wird in dem Energieerhaltungssatz, einem der wichtigsten Gesetze der Physik, formuliert.
Ein grundlegendes Kennzeichnen des Lebens ist der ständige Umsatz von Energie. Die zur Aufrechterhaltung der Lebensfunktionen notwendige Energie wird aus chemischen Reaktionen gewonnen. Diese Energie wird dann z. B. in die kinetische Energie des strömenden Blutes umgewandelt oder auf ihre Kosten können z. B. die Skelettmuskeln mechanische Arbeit verrichten. Ein Großteil der Energie wird für eine auf den ersten Blick nicht sichtbare Tätigkeit verwendet: den Betrieb von Ionenpumpen. Allein die Natrium-Kalium-Pumpe verbraucht bis zu 70% des ATPs einer Zelle, um die Ionenkonzentrationen zu kontrollieren bzw. zu regulieren.
Wenn wir das Beispiel der Herzarbeit ein wenig ausführlicher betrachten, können wir festlegen, dass sowohl Hubarbeit — das Blut muss angehoben werden, da die Aorta aus dem linken Ventrikel nach oben austritt — als auch Beschleunigungsarbeit — das Blut wird in Strömung versetzt — dabei verrichtet werden. Insgesamt verrichtet das Herz bei einem Herzschlag eine Arbeit von etwa 1 Joule. Die durchschnittliche Herzfrequenz von einem Schlag pro Sekunde bedeutet dann eine durchschnittliche Leistung von 1 Watt und zwar lebenslang!

Arbeit und Energie dienen immer noch der quantitativen Beschreibung einer Wechselwirkung, nur sind sie allgemeiner verwendbar als die Kraft. Sie können z. B. auch bei thermischen oder chemischen Wechselwirkungen benutzt werden. Am einfachsten können sie jedoch bei mechanischen Wechselwirkungen eingeführt werden.

Arbeit (Formelzeichen *W*): Wird dann verrichtet, wenn ein Körper unter dem Einfluss einer auf ihn wirkenden Kraft bewegt wird. Arbeit ist das Produkt aus der Kraft (*F*) und dem Weg (*s*):

$$W = F \cdot s\,,$$

vorausgesetzt, dass die Kraft längs des gesamten Weges konstant bleibt und Kraftwirkung und Bewegung die gleiche Richtung besitzen. Stimmen die zwei Richtungen nicht überein, muss noch der Winkel α zwischen ihnen berücksichtigt werden:

$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha\,.$$

Die SI-Einheit der Arbeit ist das **Joule** (J; 1 J = 1 N·m). Obwohl in der Definitionsformel die Kraft eine vektorielle Größe ist, ist die Arbeit ein Skalar; sie verfügt über keine Richtung. Es soll bemerkt werden, dass die durch die obere Formel definierte physikalische Arbeit bei senkrecht stehender Kraft- und Bewegungsrichtung ($\alpha = 90°$, demzufolge $\cos\alpha = 0$) „0“ ist, auch wenn im absoluten Betrag die Kraft und der Weg nicht „0“ sind (z. B.: Tragen einer Wasserkiste verrichtet keine Arbeit, obwohl eine Kraft aufgewendet werden muss und beim Tragen ein Weg zurückgelegt wird!). Je nachdem, um was für eine Kraft es sich handelt, spricht man von mechanischer oder elektrischer Arbeit usw. Die Formen der mechanischen Arbeit sind: Beschleunigungsarbeit, Hubarbeit und Spannarbeit (siehe im Folgenden bei den verschiedenen Energieformen).

Leistung (Formelzeichen *P*): Die pro Zeiteinheit verrichtete Arbeit:

$$P = \frac{W}{t}\,.$$

Die SI-Einheit der Leistung ist das **Watt** (W; 1 W = 1 J/s).

Energie (Formelzeichen *E*): Die Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten. Durch Arbeit wird Energie vom System abgegeben oder dem System zugeführt. Arbeit und Energie sind also eng miteinander verwandte Begriffe. Die SI-Einheit der Energie ist demzufolge auch das Joule (J; 1 J = 1 N·m). Andere in der Physik oder in der Medizin noch häufig gebrauchte Einheiten sind: Elektronenvolt (eV) und Kalorie (cal). Für die Umrechnungen gelten: 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J und 1 cal = 4,19 J.

Es gibt verschiedene Energieformen, z. B. mechanische, elektrische oder innere Energie. Mechanische Energieformen sind: kinetische, potenzielle und elastische Energie.

Kinetische Energie oder **Bewegungsenergie** (Formelzeichen E_{kin}): Die mit dem Bewegungszustand des Körpers verknüpfte Energie. Sie ergibt sich aus der Formel:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 .$$

Um einen Körper der Masse m aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v zu beschleunigen, muss bei einer geradlinigen Bewegung eine Arbeit (Beschleunigungsarbeit) von:

$$W = F \cdot s = ma \cdot \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} m(at)^2 = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

verrichtet werden, die dann als kinetische Energie des Körpers erscheint. Diese Energie geht beim Abbremsen verloren und wird z. B. durch Reibung in thermische Energie (Wärme) umgewandelt. Bewegungsenergie besitzt z. B. das strömende Blut im Körper.

Potenzielle Energie oder **Lageenergie** (Formelzeichen E_{pot}): Die mit der Lage des Körpers in dem Schwerefeld der Erde verknüpfte Energie. Sie ergibt sich aus der Formel:

$$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h ,$$

wobei g die Erdbeschleunigung und h die von einem willkürlich gewählten Niveau gemessene Höhe bezeichnet. Um einen Körper der Masse m vom Nullniveau auf eine Höhe h zu heben, muss eine Arbeit (Hubarbeit) von:

$$W = F \cdot s = mg \cdot h$$

verrichtet werden, die dann als potenzielle Energie des Körpers erscheint. Diese Energie wird beim Fall von der Höhe h auf das Nullniveau völlig in kinetische Energie umgewandelt, falls keine Reibung vorhanden ist. Ist Reibung vorhanden, wird sie teilweise als Wärme erscheinen. In aufrechter Körperposition besitzt das Blut im Blutkreislauf mehr potenzielle Energie im Kopf als im Fuß. Das hat Auswirkungen auf die Druckverhältnisse.

Elastische Energie oder **Spannenergie** (Formelzeichen E_{el}): Die mit der Form des Körpers verknüpfte Energie, z. B. die in einer gedehnten Schraubenfeder gespeicherte Energie. Bei der Schraubenfeder ergibt sich diese aus der Formel:

$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2} D \cdot s^2 .$$

Um eine Feder mit der Federkonstanten D um eine Strecke s von der ursprünglichen Länge ausgehend zu verlängern, muss eine Arbeit (Spannarbeit) von:

$$W = F \cdot s = \overline{Ds} \cdot s = \frac{1}{2} Ds \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

verrichtet werden, wobei der Strich „Durchschnitt“ bedeutet, da die Kraft bei der Verlängerung nicht konstant bleibt, sondern nach dem hookeschen Gesetz von 0 bis zum maximalen Wert von $D \cdot s$ linear ansteigt. In diesem Fall kann die durchschnittliche Kraft als die Hälfte der maximalen Kraft beschrieben werden. Diese Arbeit erscheint dann als in der Feder gespeicherte elastische Energie, die z. B. später in kinetische Energie umgewandelt werden kann, wenn mit Hilfe der gespannten Feder ein Körper beschleunigt wird. Elastische Energie besitzen die gedehnten Sehnen und Bänder im Körper.

Energieerhaltungssatz der Mechanik: In einem abgeschlossenen System ist die Summe der mechanischen Energien konstant, solange die Vorgänge im System reibungsfrei ablaufen:

$$\sum E_i = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{el}} = \text{konstant},$$

wobei E_{kin} die kinetische Energie, E_{pot} die potenzielle Energie und E_{el} die elastische Energie bezeichnen. (Ein abgeschlossenes System ist ein System aus Körpern, die untereinander in Wechselwirkung stehen, aber von außerhalb des Systems nicht beeinflusst werden.)
Der Energieerhaltungssatz der Mechanik kann unter Berücksichtigung von anderen Energieformen (elektrische Energie, innere Energie usw.) verallgemeinert werden.

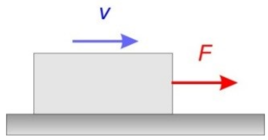
Energie-Masse-Äquivalenz: Eine Aussage der Relativitätstheorie, nach der die Masse m und die Energie E gleichwertig sind. Für sie gilt:

$$E = m \cdot c^2 ,$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) bezeichnet. Bei einem medizinischen bildgebenden Verfahren, der Positronenemissionstomographie (PET), trifft man auf die Umwandlung von Masse in Energie — bei der sogenannten Paarvernichtung (Annihilation).

Aufgaben:

1. Ein Vater zieht einen Schlitten mit seinem Kind mit einer waagrechten Kraft $F = 80$ N. Der Schlitten bewegt sich gleichförmig mit einer Geschwindigkeit $v = 2{,}5$ m/s.



a) Welche Arbeit verrichtet der Vater dabei in 10 Minuten?
b) Wie groß ist seine Leistung?
c) Wie groß ist die Reibungskraft zwischen Schlitten und Schnee?

2. Ein Pkw ($m = 1{,}2$ t) wird vom Stand aus in 12 s auf 100 km/h beschleunigt. Berechnen Sie
a) die Beschleunigungskraft,
b) die zurückgelegte Wegstrecke,
c) die Beschleunigungsarbeit,
d) die durchschnittliche Leistung des Motors und
e) die kinetische Energie des Wagens nach der Beschleunigung.

3. Ein Schlitten ($m = 30$ kg) kommt am Fuß eines Hügels mit einer Geschwindigkeit von 4 m/s an und wird auf einer waagrechten Wegstrecke von 24 m durch Reibung völlig abgebremst. Berechnen Sie
a) die kinetische Energie des Schlittens am Fuß des Hügels,
b) die Arbeit der Reibungskraft und
c) die Reibungskraft.

4. Der linke Ventrikel des menschlichen Herzens pumpt in einer Kontraktion eine Blutmenge von 70 g, hebt diese etwa 15 cm hoch bis zum Aortenbogen und beschleunigt diese gleichzeitig auf eine Geschwindigkeit von etwa 30 cm/s. Berechnen Sie
a) die Hubarbeit,
b) die Beschleunigungsarbeit und
c) die Leistung des Herzens, wenn die Kontraktion 0,2 s lang dauert.

5. Man zieht einen Eimer ($m = 12$ kg) gleichmäßig mit einer Geschwindigkeit von 50 cm/s aus einem 8 m tiefen Brunnen hoch. Berechnen Sie a) die dazu notwendige Kraft, b) die Arbeit und c) die Leistung.

6. Wie viel Energie ist in einer Schraubenfeder mit der Federkonstanten $D = 400$ N/m bei einer Verlängerung von 5 cm gespeichert?

7. Wie viel Energie steckt in der Achilles-Sehne bei einer Verlängerung von 2 mm, wenn die Sehne als eine Feder mit einer Federkonstanten von $3 \cdot 10^5$ N/m betrachtet wird?

8. Ein Stein der Masse 0,3 kg fällt aus einer Höhe von 20 m aus der Ruhe frei herunter auf den Boden. Berechnen Sie unter Vernachlässigung der Reibung jeweils seine kinetische, potenzielle und gesamte Energie:
a) beim Start
b) und beim Aufprallen auf den Boden!
c) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Steins beim Aufprallen auf den Boden?

9. Ein Ball ($m = 0{,}8$ kg) fällt aus einer Höhe von 2 m frei herunter. Nach der Landung fliegt er wieder 1,2 m nach oben. Wie viel Energie ging dabei verloren?

10. Welche Energie entspricht der Ruhemasse eines Elektrons ($m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg)? Rechnen Sie die Energie in die Elektronenvolt-Einheit um!

Lösungen:

1. a) Der Schlitten legt in 10 Minuten (= 600 s) den Weg: $s = v \cdot t = 2{,}5 \cdot 600 = 1500\,\mathrm{m}$ zurück. Dabei wird folgende Arbeit verrichtet: $W = F \cdot s = 80 \cdot 1500 = 120000\,\mathrm{J} = 120\,\mathrm{kJ}$.

b) Die Leistung beträgt: $P = \frac{W}{t} = \frac{120000}{600} = 200\,\mathrm{W}$.

c) Da sich der Schlitten laut der Aufgabenstellung gleichförmig bewegt, muss die Summe der auf ihn wirkenden Kräfte gleich null sein. D. h. die Reibungskraft ist auch 80 N groß – sie ist nur entgegengesetzt gerichtet.

2. a) 2780 N; b) 167 m; c) 463 kJ; d) 37,8 kW; e) 463 kJ

3. a) Die kinetische Energie ist: $E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 4^2 = 240$ J.

b) Da der Schlitten durch Reibung völlig abgebremst wird und dabei seine ganze kinetische Energie verliert, ist die Arbeit der Reibungskraft gleich der kinetischen Energiemenge, nur mit negativem Vorzeichen: -240 J.

c) Wenn man die Reibungskraft (F_{R}) kennen würde, könnte man ihre Arbeit als $W = F_{\mathrm{R}} \cdot s$ berechnen. Da die Arbeit schon bekannt ist, kann die Reibungskraft mit folgender Gleichung berechnet werden: $F_{\mathrm{R}} = \frac{W}{s} = \frac{-240}{24} = -10$ N. (Das negative Vorzeichen weist darauf hin, dass die Reibungskraft zur Bewegung entgegengerichtet ist.)

4. a) 0,103 J; b) 0,003 J; c) Die Gesamtarbeit beträgt 0,106 J und damit die Leistung 0,53 W.

5. a) 118 N; b) 942 J; c) 58,9 W

6. Die gespeicherte elastische Energie ergibt sich aus: $E_{\mathrm{el}} = \frac{1}{2}D \cdot s^2 = \frac{1}{2}400 \cdot 0{,}05^2 = 0{,}5\,\mathrm{J}$.

7. 0,6 J

8. a) Beim Start (Moment 1):

$E_{\mathrm{kin},1} = 0$, $\quad E_{\mathrm{pot},1} = m \cdot g \cdot h = 0{,}3 \cdot 9{,}81 \cdot 20 = 58{,}86\,\mathrm{J}$, $\quad E_{\mathrm{gesamt},1} = 0 + 58{,}86 = 58{,}86\,\mathrm{J}$,

vorausgesetzt, dass das Nullniveau der potenziellen Energie auf der Höhe des Bodens festgelegt ist.

b) Beim Aufprallen auf den Boden (Moment 2):

$E_{\mathrm{pot},2} = 0$.

Da die Reibung nach Aufgabenstellung vernachlässigbar ist, gilt der Energieerhaltungssatz:

$E_{\mathrm{gesamt},2} = E_{\mathrm{gesamt},1} = 58{,}86\,\mathrm{J}$,

$E_{\mathrm{kin},2} = E_{\mathrm{gesamt},2} - E_{\mathrm{pot},2} = 58{,}86 - 0 = 58{,}86\,\mathrm{J}$.

c) Aus dem Teil b), also: $E_{\mathrm{kin},2} = \frac{1}{2}m \cdot v^2 = 58{,}86\,\mathrm{J}$.

Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit: $v = \sqrt{\frac{2E_{\mathrm{kin},2}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 58{,}86}{0{,}3}} = 19{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

9. 6,28 J

10. Nach der Energie–Masse-Äquivalenz gilt:

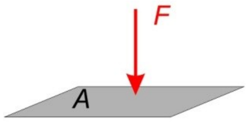
$E = m \cdot c^2 = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2 \approx 8{,}2 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{J} = 8{,}2 \cdot 10^{-14} \cdot 6{,}25 \cdot 10^{18}\,\mathrm{eV} = 513\,\mathrm{keV}$.

6. Mechanik — Druck

Der Begriff Druck wird in der Physik, Chemie, Physiologie usw. auch allgemein benutzt. In der Medizin taucht er allerdings in erster Linie als Blutdruck auf.
Der Blutdruck spielt eine grundlegende Rolle bei der Funktion des Körpers. Er addiert sich aus dem durch die Herzkontraktion erzeugten und dem hydrostatischen Druck, der natürlich von der jeweiligen Körperlage (z. B. Liegen oder Stehen) stark abhängig ist. Der Blutdruck wird durch einen zusammenspielenden Mechanismus vieler beteiligter Organe (z. B. Herz, Niere, Blutgefäße,…) reguliert.
Der Blutdruck schwankt in einem Herzzyklus zwischen dem höchsten Wert (systolischer Blutdruck) und dem niedrigsten Wert (diastolischer Blutdruck).
Die Blutdruckmessung erfolgt mittels einer aufblasbaren Gummimanschette. Die Manschette wird um den Oberarm gelegt. Ein Manometer (Druckmesser) zeigt den Druck im Inneren der Manschette stetig an. Der Druck wird in der Manschette durch Aufblasen erhöht, bis die Arterie (A. brachialis) im Oberarm durch die Kompression vollständig geschlossen ist. Dann wird der Manschettendruck langsam verringert, bis die erneut einsetzende Blutströmung ein schlagendes Geräusch verursacht. Diesen Moment stellt der Arzt mit einem Stethoskop fest und liest den Druck ab, da in diesem Moment systolischer Blutdruck und Manschettendruck gleich sind. Bei dem zu hörenden Geräusch handelt es sich um ein Verwirbelungsgeräusch, das aufgrund der kurzzeitigen turbulenten Blutströmung zu hören ist – es wird Korotkow-Geräusch genannt. Wird der Manschettendruck weiter vermindert, verschwindet das Geräusch, wenn der Blutstrom wieder völlig ungehindert fließen kann. In diesem Moment kann der diastolische Druck abgelesen werden.

Wenn Körper einander berühren und dabei Kräfte aufeinander ausüben, kann der Begriff Druck zur Beschreibung der flächenhaften Verteilung der Kraftwirkung verwendet werden.

Druck (Formelzeichen p): Wirkt eine Kraft F senkrecht auf eine Fläche der Größe A, dann wird der Druck als Quotient aus dem Betrag F und der Größe der Fläche A definiert:



$$p = \frac{F}{A} .$$

Die SI-Einheit des Druckes ist das **Pascal** (Pa; 1 Pa = 1 N/m^2). Andere in der Technik und der Medizin gebrauchte Einheiten sind: Bar (bar), physikalische Atmosphäre (atm) und Millimeter Quecksilbersäule (mmHg), auch als Torr (torr) bezeichnet. Für die Umrechnungen gelten:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \qquad 1 \text{ atm} = 1{,}01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \qquad 1 \text{ mmHg} = 133 \text{ Pa}$$

Der Druck wird auch zur Charakterisierung des inneren Zustandes von Gasen und Flüssigkeiten verwendet. Da bei diesen Stoffen der Druck mit der sogenannten *Dichte* des Stoffes zusammenhängt, gehen wir zuerst auf diese physikalische Größe ein.

Dichte (Formelzeichen ρ): Der Quotient aus Masse m und Volumen V eines Körpers:

$$\rho = \frac{m}{V} .$$

Die SI-Einheit der Dichte ist kg/m^3, häufig gebraucht werden auch kg/dm^3 und g/cm^3. Die Umwandlungen zwischen diesen Einheiten sind:

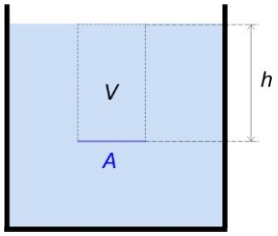
$$1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ kg/dm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

Die Dichte hängt vom Material, aber auch vom Druck und von der Temperatur ab (besonders ausgeprägt bei Gasen und Flüssigkeiten). Einige Werte sind exemplarisch in der Tabelle aufgeführt.

Einige Dichtewerte

Stoff	ρ (g/cm^3)
Luft — *bei 0°C und 101 kPa*	0,00129
Wasser — *bei 4°C und 101 kPa*	1
Wasser — *bei 100°C und 101 kPa*	0,958
Eis	0,92
Aluminium	2,7
Quecksilber	13,6
Gold	19,3
menschliches Körpergewebe (durchschnittlich)	1,04

In Kenntnis der Dichte kann der in ruhenden Flüssigkeiten oder Gasen spontan auftretende *Schweredruck* erläutert werden.



Hydrostatischer oder **Schweredruck**: Der Schweredruck in einer ruhenden Flüssigkeit, d. h. der Druck, der von der auf die Flüssigkeit wirkenden Schwerkraft herrührt. Dieser Druck kann aus der Gewichtskraft und der in der Abbildung durch die gestrichelten Linien dargestellten Flüssigkeitsmenge mit dem Volumen V berechnet werden. Die Gewichtskraft beträgt:

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g \,,$$

wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit, V das Volumen der dargestellten Flüssigkeitsmenge und g die Erdbeschleunigung bezeichnen.
Diese Gewichtskraft belastet die Wasserschicht der Fläche A in der Tiefe h. Der hydrostatische Druck ergibt sich dann aus der Definitionsformel als:

$$p = \frac{G}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g \,.$$

Der hydrostatische Druck wächst also linear mit zunehmender Tiefe. (Das gilt eigentlich nur für inkompressible Flüssigkeiten, also für Flüssigkeiten, bei denen die Dichte konstant bleibt.) Diesen Druck spürt man auf dem Trommelfell beim Tauchen. Die alte - in der Medizin aber immer noch benutzte - Maßeinheit „mmHg" kann als der hydrostatische Druck, den eine 1 mm hohe Quecksilbersäule ausübt, definiert werden. Wenn man die Dichte des Quecksilbers (13,6 g/cm^3) und die Höhe von 1 mm in die Formel einsetzt, erhält man 133 Pa. Dieser Wert ist in der Tabelle als Umrechnungsfaktor zwischen den beiden Einheiten „mmHg“ und „Pa“ angegeben.

Hydrostatisches Paradoxon: Der hydrostatische Druck ist nur von der Dichte der Flüssigkeit und der jeweiligen Tiefe abhängig. Er hängt also nicht von der Form des Gefäßes ab. In den dargestellten Gefäßen zum Beispiel herrscht der gleiche Druck am Boden trotz der unterschiedlichen Flüssigkeitsvolumina in den einzelnen Gefäßen, da die Füllhöhen jeweils alle gleich sind.

Pascalsches Gesetz: Die Druckkraft wirkt an jeder beliebigen Stelle in einer Flüssigkeit in alle Richtungen gleichmäßig. Das heißt, dass man den gleichen Druck auf dem Trommelfell beim Tauchen spürt, unabhängig davon, ob das Ohr nach unten oder nach oben gerichtet ist, falls sich das Trommelfell jedes Mal in der gleichen Tiefe befindet.

Gasdruck: Der von dem Gas auf die Wände eines Behälters ausgeübte Druck. Der Gasdruck lässt sich in der kinetischen Gastheorie aus den Bewegungen der Gasteilchen ableiten. Nach den Modellvorstellungen dieser Theorie sind die Gasteilchen ständig in Bewegung, bei der sie untereinander und mit den Wänden elastische Zusammenstöße durchführen. Die bei diesen Stoßereignissen auf die Wand ausgeübten Druckkräfte ergeben insgesamt den Gasdruck.

Luftdruck in der Erdatmosphäre: Ist nicht überall gleich. Einerseits sinkt der Luftdruck ausgehend von dem Wert von ca. 101 kPa (1 atm) auf Meeresniveau mit steigender Höhe, andererseits ist der Luftdruck, abhängig von den Wetterverhältnissen, zusätzlich noch kleineren oder größeren Schwankungen unterworfen.
Normdruck: Willkürlich festgelegt als 101 kPa (1 atm). Normwerte von (bio-)chemischen Reaktionen (Standardbedingungen) sind für den Normdruck angegeben.

Partialdruck (Teildruck): Der von einem Gas in einem Gemisch von vielen Gasen ausgeübte Druck. Zum Beispiel besteht Luft aus vielen verschiedenen Gasen: Kohlendioxid, Stickstoff, Sauerstoff,... Der Partialdruck beschreibt, wie groß der Druck ist, der von einem dieser Gase - z. B. Sauerstoff - ausgeübt wird. Der Stoffmengenanteil von Sauerstoff in der Luft beträgt etwa 21%, sodass damit von dem Gesamtdruck von 101 kPa etwa 21,2 kPa durch Sauerstoff ausgeübt werden. Die Sauerstoffaufnahme und auch Abgabe des Körpers hängen neben anderen Faktoren stark vom Partialdruck des Sauerstoffes in der Lunge bzw. den anderen Geweben ab. Ist der Partialdruck in der Lunge zu niedrig, z. B. in großen Höhen, so hat der Körper Schwierigkeiten, sich ausreichend mit Sauerstoff zu versorgen und wirkt diesem Problem mit vielen „Notfallprogrammen“ entgegen — z. B. einer erhöhten Produktion von Hämoglobin und roten Blutzellen. Zu erwähnen ist, da dies oft falsch verstanden wird, dass nicht nur der prozentuale Anteil des Sauerstoffs in großen Höhen abnimmt, sondern lediglich der Partialdruck, da dieser ein Teildruck des Gesamtdrucks ist, der mit zunehmender Höhe ebenfalls abnimmt!

Aufgaben:

1. Man drückt bei der Wiederbelebung mit der Hand auf den Brustkorb eines Patienten. Die ausgeübte Druckkraft beträgt 280 N. Wie groß ist dabei der auf den Brustkorb wirkende Druck?

2. Beim Kauen treten relativ große Kräfte um etwa 100 N auf. Setzen wir voraus, dass man auf einen winzigen harten Kern beißt und somit die Druckkraft auf eine kleine Fläche von 1 mm^2 ausgeübt wird. Welcher Druck entsteht dabei?

3. a) Welchen Druck übt ein Mensch der Masse 70 kg beim Stehen auf den Boden aus? (Für die Unterstützungsfläche der zwei Füße können insgesamt 200 cm^2 angenommen werden.)
b) Welchen Druck übt dieser Mensch beim Schlittschuhlaufen auf den Boden aus? (Für die Unterstützungsfläche können insgesamt 4 cm^2 angenommen werden.)

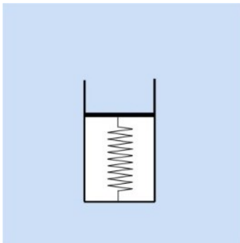
4. Peter wiegt 82 kg. Sein Körpervolumen wird folgenderweise gemessen: Peter taucht völlig ins Wasser in einem kleinen zylinderförmigen Becken mit einer Grundfläche von 1 m^2 und man liest die Erhöhung des Wasserspiegels ab. Diese ist 7,9 cm. Berechnen Sie
a) das Körpervolumen von Peter in cm^3 und in Liter und
b) seine durchschnittliche Körperdichte.

5. a) Wie groß wäre die Masse eines Würfels aus Gold mit einer Kantenlänge von 10 cm?
b) Welchen Druck würde dieser Würfel auf die waagrechte Unterstützungsfläche ausüben?

6. Man taucht 10 m tief in einem See bei 4°C. Es sollen berechnet werden:
a) der hydrostatische Druck,
b) der Gesamtdruck und
c) die aus der Richtung des Wasser auf das Trommelfell (Fläche etwa 55 mm^2) des Tauchers wirkende Druckkraft.

7. Wie groß ist der Druck (d. h. Gesamtdruck!) 1 km tief im Meer, wenn wir voraussetzen, dass die Dichte des Meereswassers überall $1{,}08 \cdot 10^3$ kg/m^3 ist?

8. Die Abbildung zeigt ein einfaches Instrument zur Druckmessung. Ein Kolben ist in einem Zylinder mit Hilfe einer Schraubenfeder befestigt. In dem Zylinder herrscht ein Vakuum. Stellt man das Gerät ins Vakuum, sodass sich jetzt an beiden Seiten des Kolbens ein Vakuum befindet), ist die Feder entspannt. Die Fläche des Kolbens ist 2 cm^2 und die Federkonstante ist $4 \cdot 10^3$ N/m.
a) Stellt man das Gerät in die normale Atmosphäre, ist die Feder um 5,1 mm gestaucht. Wie groß ist der atmosphärische Druck der Luft?
b) Wie groß ist die Stauchung der Feder, wenn man das Gerät 10 m tief unter Wasser in einen See (4°C) stellt?



9. Wie groß ist der hydrostatische Druck des Blutes im Fuß beim stehenden Menschen? Die Dichte des Blutes ist etwa 1,05 g/cm^3, für die Höhe der „Blutsäule” im Menschen bis zum Fuß soll 170 cm angenommen werden.

10. Wandeln Sie um:
a) 180 mmHg = ...Pa
b) 16 kPa = ...mmHg
c) 2,5 bar = ...Pa
d) 760 mmHg = ...bar = ...atm

Lösungen:

1. Der Druck hängt von der Fläche ab, auf die sich die Kraft verteilt. In der Aufgabenstellung ist diese Fläche nicht definiert. In solchen Fällen soll man durch Messung oder durch eine realistische Schätzung die fehlenden Werte erhalten. Setzen wir voraus, dass in der beschriebenen Situation die Druckkraft durch eine Handfläche auf den Brustkorb übermittelt wird. Die innere Handfläche können wir etwa auf $8\text{ cm} \cdot 17\text{ cm} = 136\text{ cm}^2 = 140\text{ cm}^2$ schätzen. Mit dieser Fläche wird der Druck:
$p = \frac{F}{A} = \frac{280}{0{,}014} = 20000\,\text{Pa} = 20\,\text{kPa}$ sein.

2. 100 MPa!!

3. a) 34,3 kPa; b) 1,72 MPa!

4. a) Das Volumen eines Zylinders mit einer Grundfläche von $1\text{ m}^2 = 10\,000\text{ cm}^2$ und mit einer Höhe von 7,9 cm ist: $V = A \cdot h = 10\,000 \cdot 7{,}9 = 79\,000\text{ cm}^3 = 79\text{ dm}^3 = 79\text{ l}$.
b) Die Dichte des Körpers ergibt sich aus der Definitionsformel: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{82\,000}{79\,000} = 1{,}038\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1038\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

5. a) 19,3 kg; b) 18,9 kPa

6. a) Die Dichte ist zuerst in die SI-Einheit umzuwandeln: $1\text{ g/cm}^3 = 1000\text{ kg/m}^3$. Der hydrostatische Druck ergibt sich dann aus der Formel: $p = \rho \cdot h \cdot g = 1000 \cdot 10 \cdot 9{,}81 = 98100\,\text{Pa} = 98{,}1\,\text{kPa}$.
(Alle 10 m bedeutet dies also eine Druckerhöhung von etwa 1 Atmosphäre.)

b) Der Gesamtdruck addiert sich aus dem gerade berechneten hydrostatischen Druck und dem atmosphärischen Druck, der durch Wasser auch übermittelt wird. Für den letzteren nehmen wir den Normdruck. Somit beträgt der Gesamtdruck: $p_{\text{gesamt}} = p_{\text{hydrostatisch}} + p_{\text{atm}} = 98{,}1\,\text{kPa} + 101\,\text{kPa} = 199\,\text{kPa}$.

c) Die Fläche ist $55 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2$ groß. Damit beträgt die Druckkraft: $F = p \cdot A = 199000 \cdot 55 \cdot 10^{-6} = 10{,}9\,\text{N}$.

7. 10,7 MPa

8. a) $1{,}02 \cdot 10^5$ Pa; b) 10,1 mm

9. 17,5 kPa

10. a) 180 mmHg = 23,9 kPa
b) 16 kPa = 120 mmHg
c) 2,5 bar = 250 kPa
d) 760 mmHg = 1,01 bar = 1 atm

7. Mechanik — Schwingungslehre

Schwingungen und die an sie geknüpften Erscheinungen spielen in erster Linie bei der Tonproduktion durch die Stimme und dem Gehör eine wichtige Rolle. Durch die Schwingungen der Stimmbänder entstehen Töne und die erzwungenen Schwingungen des Trommelfells sind der erste Schritt der Tonwahrnehmung. Durch die Resonanzerscheinung des äußeren Gehörganges werden die Töne im Frequenzbereich von 3000-4000 Hz am empfindlichsten aufgenommen. Dies erklärt, warum man am besten in diesem Bereich hört.
Der Begriff Schwingung kann aber allgemeiner benutzt werden — im allgemeineren Sinne ist eine Schwingung eine periodische Änderung einer Größe. Eine elektrische Schwingung zum Beispiel bedeutet eine periodische Änderung der elektrischen Spannung. Die meisten Begriffe der mechanischen Schwingungslehre können auch allgemein verwendet werden.
Im Körper treten viele periodische oder „quasi-periodische" (fast periodische) Änderungen, also Schwingungen, auf, z. B. die elektrischen Signale des Herzens (EKG-Signale), die des Gehirns (EEG-Signale) usw.

Eine Schwingung ist im mechanischen Sinne eine geradlinige periodische Bewegung um eine Gleichgewichtslage. Es gibt also eine Periode — eine „Grundeinheit" — die sich mit der Zeit wiederholt.

Periodenzeit oder **Periodendauer** oder **Schwingungsdauer** (Formelzeichen T): Die Zeitdauer einer Periode. Die SI-Einheit der Periodenzeit ist die Sekunde (s).

Frequenz oder **Schwingungszahl** (Formelzeichen f): Die Anzahl der Perioden pro Zeiteinheit. Es gilt:

$$f = \frac{1}{T}.$$

Die SI-Einheit der Frequenz ist das Hertz (Hz; 1 Hz = 1/s). Die durchschnittliche Frequenz des Herzens im Ruhezustand beträgt 72 1/Minute = 1,2 1/s, d. h. 1,2 Hz. Eine Pulszahl von 120 pro Minute entspricht also 2 Hz. Im letzteren Fall ist die Periodenzeit der Herztätigkeit 0,5 s.

Kreisfrequenz (Formelzeichen ω): Das 2π-fache der Frequenz (entspricht der Winkelgeschwindigkeit bei einer Kreisbewegung):

$$\omega = 2\pi \cdot f.$$

Die SI-Einheit der Kreisfrequenz ist 1/s.

Ruhelage oder **Gleichgewichtslage**: Die Lage, um die die Schwingung läuft und bei der keine Kraft auf den Körper wirkt, sodass die Beschleunigung des Körpers „0" ist.

Auslenkung oder **Elongation** (Formelzeichen y): Der jeweilige Abstand des schwingenden Körpers von der Ruhelage.

Amplitude (Formelzeichen A): Die maximale Auslenkung.

Der zeitliche Ablauf, d. h. das Auslenkung-Zeit-Diagramm, kann bei den einzelnen Schwingungen sehr verschieden sein. Ein Spezialfall ist die harmonische Schwingung, die eine zentrale Rolle in der Schwingungslehre spielt.

Harmonische Schwingung: Eine Schwingung, bei der die Auslenkung des Körpers mit einer Sinusfunktion beschrieben werden kann:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0),$$

wobei A die Amplitude, ω die Kreisfrequenz und φ_0 den sogenannten **Nullphasenwinkel** bezeichnen. Der Winkel in Klammern, also $\omega \cdot t + \varphi_0$ wird als **Phasenwinkel,** oder kurz **Phase,** bezeichnet. Für die Geschwindigkeit eines harmonisch schwingenden Körpers gilt:

$$v = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

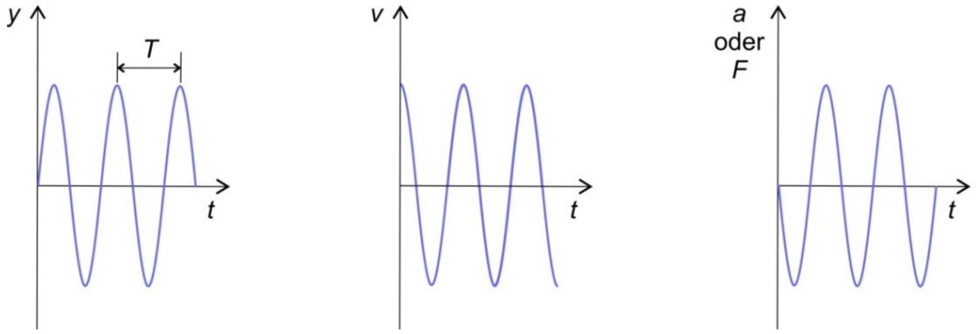
(die erste Ableitung der $y(t)$-Funktion). Die Geschwindigkeit schwankt also auch periodisch mit dem maximalen Wert von $\omega \cdot A$. Die Geschwindigkeit ist beim Durchgang durch die Ruhelage maximal und ist an den Umkehrpunkten „0". (Daher ist es günstiger, von einer schwingenden Schaukel am Umkehrpunkt abzuspringen, als in der Ruhelage, da in der Ruhelage die Geschwindigkeit der Schaukel und somit auch der Person maximal ist.) Für die Beschleunigung gilt:

$$a = -\omega^2 A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

(die zweite Ableitung der $y(t)$-Funktion). Auch sie schwankt, wird aber in der Ruhelage „0" sein und an den Umkehrpunkten maximal. Die auf den harmonisch schwingenden Körper wirkende Kraft ist nach dem zweiten newtonschen Axiom:

$$F = ma = -m\omega^2 A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0) = -m\omega^2 y\,.$$

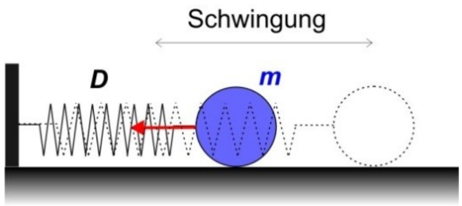
Also ist die Kraft immer proportional zur Auslenkung, zeigt aber in die entgegengesetzte Richtung (negatives Vorzeichen!). Diese stets in Richtung der Ruhelage wirkende Kraft heißt rücktreibende Kraft.



Oszillator: Ein physikalisches System (z. B. ein Federpendel), das Schwingungen ausführen kann. Führt der Oszillator harmonische Schwingungen aus, heißt er **harmonischer Oszillator**.

Es werden zwei Beispiele für harmonische Oszillatoren erwähnt, das *Feder*- und das *Fadenpendel*. Sie führen aber nur dann harmonische, also sinusförmige Schwingungen aus, wenn keine Energieverluste vorhanden sind. Das Fadenpendel ist ein mit einem dünnen Faden aufgehängter Körper. Nach der Auslenkung des Körpers aus der Ruhelage wird das System im Weiteren im Schwerefeld der Erde bei kleinen Auslenkungen und unter Vernachlässigung der Energieverluste spontan harmonische Schwingungen durchführen. Das Foucaultsche Pendel, mit dem die Erdrotation anschaulich bewiesen werden kann, ist ein gutes Beispiel für das Fadenpendel. Im Folgenden wird ausführlicher auf das Fadenpendel eingegangen.

Federpendel: Ein Körper der Masse m ist mit dem Ende einer elastischen Schraubenfeder der Federkonstanten D gekoppelt. Nach der Auslenkung des Körpers aus der Ruhelage wird das System im Weiteren unter Vernachlässigung der Energieverluste durch die elastische Rückstellkraft in der Feder spontan, d. h. ohne weitere äußere Einwirkungen, harmonische Schwingungen durchführen (**freie Schwingung** oder **Eigenschwingung**) und zwar mit einer Periodenzeit von:



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}\,.$$

Die aus dieser Periodenzeit erhaltene Frequenz wird als **Eigenfrequenz** der freien Schwingung des Federpendels bezeichnet. Die Formel lässt sich unter Verwendung des für harmonische Schwingungen gerade gewonnenen Zusammenhanges:

$$F = -m\omega^2 y$$

und dem früheren Zusammenhang (s. hookesches Gesetz im Abschnitt 4) für die Rückstellkraft der Schraubenfeder

$$F = -D \cdot s$$

herleiten, wobei die Verlängerung s und die Auslenkung y identisch sind. Aus der Kombination beider Zusammenhänge ergibt sich die Formel:

$$D = m \cdot \omega^2 ,$$

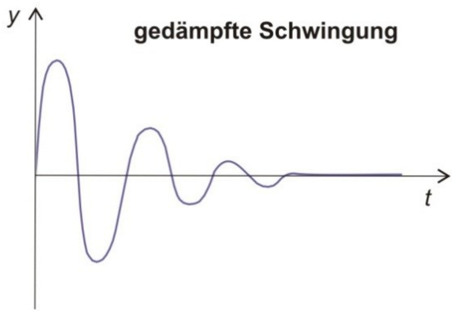
welche nach ω aufgelöst werden kann:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} .$$

Schließlich erhält man:

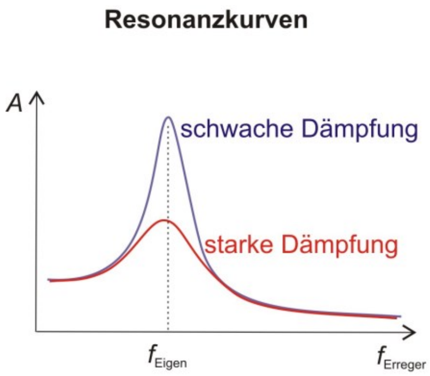
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} .$$

Gedämpfte Schwingung: Eine aufgrund von Energieverlusten allmählich abklingende Schwingung, bei der die Amplitude nach bestimmten Regeln kontinuierlich abnimmt. Im alltäglichen Leben laufen die freien Schwingungen wegen unvermeidbaren Energieverlusten tatsächlich immer gedämpft ab. Die Beschreibung des Feder- und Fadenpendels mit der harmonischen Schwingung und den obigen Gleichungen ist daher nur eine Annäherung.



Erzwungene Schwingung: Eine Schwingung, die von einer periodischen äußeren Kraft erregt wird. Dem schwingenden System wird die Erregerfrequenz aufgezwungen. Die früher als Beispiel erwähnten Schwingungen im Körper, die Bewegung der Stimmbänder und des Trommelfells gehören zu den erzwungenen Schwingungen. Im Falle des Trommelfells liefern zum Beispiel die Luftdruckschwankungen, die in Form von Schallwellen ankommen, die periodische äußere Erregungskraft für das Trommelfell.

Resonanz: Eine besonders starke erzwungene Schwingung, die dann eintritt, wenn die Erregerfrequenz (f_{Erreger}) mit der Eigenfrequenz (f_{Eigen}) des schwingenden Systems übereinstimmt. Diese Frequenz wird auch **Resonanzfrequenz** genannt. Die Resonanzkurve stellt die Abhängigkeit der Amplitude (A) der erzwungenen Schwingung von der Erregerfrequenz dar. Der Maximalwert der Amplitude hängt von der Dämpfung ab. Liegt eine geringe Dämpfung vor, kann die Resonanz zur Zerstörung des Systems führen (**Resonanzkatastrophe**). In diesem Fall ist die Energieübergabe zwischen erregendem und erregtem System am effektivsten. Deshalb dürfen Kompanien eine Brücke nicht im Gleichschritt überqueren. Im Gleichschritt würden sich nämlich die periodisch auftretenden Stoßkräfte von den Füßen addieren und eine erzwungene Schwingung der Brücke auslösen. Falls die Schrittfrequenz mit der durch die Geometrie und die Baustoffe der Brücke bestimmten Eigenfrequenz übereinstimmt, könnte die Brücke eventuell einstürzen. Die Resonanz beschränkt sich nicht auf mechanische Schwingungen - sie ist eine allgemeine und häufige Erscheinung in der Natur und auch in der Technik. Es sei noch erwähnt, dass in einem medizinischen bildgebenden Verfahren, der sogenannten Magnetresonanztomographie (MRT, kurz auch MR), auch Magnetresonanzimaging (MRI) genannt, eine magnetische Resonanzerscheinung ausgenutzt wird.



***Aufgaben*:**

1. Die Pulszahl eines Radfahrers kann während eines Wettbewerbs einen Wert von 160 1/min erreichen. Berechnen Sie a) die Pulszahl in Hz und b) die Periodenzeit.

2. Ein Kind schaukelt. In 15 Sekunden führt das Kind 10 Schwingungen durch. Berechnen Sie a) die Periodenzeit und b) die Frequenz.

3. Ein Fadenpendel macht 15 Schwingungen in einer Minute. Geben Sie seine Frequenz in 1/min und auch in Hz an.

4. Im Deutschen Museum in München ist ein Foucaultsches Pendel zu sehen. An einem 60 m langen Stahlseil hängt eine 30 kg schwere Bleikugel. Eine Schwingung dauert 15,5 s.
a) Wie groß ist die Frequenz des Pendels?
b) Wie viele Schwingungen führt das Pendel an einem ganzen Tag aus?

5. Berechnen Sie die Periodenzeit für den Kammerton A, dessen Frequenz 440 Hz beträgt.

6. Musiker mit einem absoluten Gehör können die Tonhöhe eines Tons mit einer Frequenz von 1000 Hz im Extremfall auch dann erkennen, wenn der Ton nur 4 ms lang zu hören ist. Wie viele Perioden braucht der Musiker für die Erkennung?

7. Einige Handys benutzen elektromagnetische Schwingungen mit einer Frequenz von 1800 MHz. Wie groß ist die Periodenzeit dieser Schwingungen?

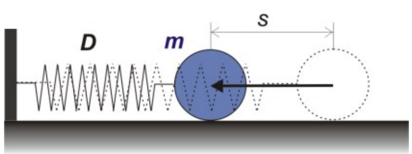
8. Welche der untenstehenden Aussagen ist für eine harmonische Schwingung richtig?
A: Die Amplitude wächst mit der Zeit.
B: Die Amplitude ändert sich sinusförmig mit der Zeit.
C: Die rücktreibende Kraft ist proportional zur Auslenkung.
D: Der zurückgelegte Weg wächst linear mit der Zeit.

9. Eine harmonische Schwingung hat eine Amplitude A = 3 cm und eine Periodenzeit T = 20 s. Bestimmen Sie
a) die Auslenkung-Zeit-, die Geschwindigkeit-Zeit- und die Beschleunigung-Zeit-Funktion,
b) die maximale Geschwindigkeit,
c) die maximale Beschleunigung und
d) die Auslenkung, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zum Zeitpunkt t = 3 s.

10. Eine harmonische Schwingung wird durch die Funktion $y = 3\,\text{cm} \cdot \sin\left(0{,}5\frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$ beschrieben. Geben Sie
a) die Amplitude,
b) die Kreisfrequenz,
c) die Frequenz,
d) die Periodenzeit,
e) die maximale Geschwindigkeit,
c) die maximale Beschleunigung und
d) die Auslenkung, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung zum Zeitpunkt t = 2 s an.

11. Betrachten wir die Bewegung einer Schaukel annähernd als harmonische Schwingung. Die Schaukel erreicht im untersten Punkt eine Geschwindigkeit von 3 m/s. Am Umkehrpunkt beträgt ihre Beschleunigung 3m/s^2. Schreiben Sie die Auslenkung-Zeit-Funktion auf.

12. Die Parameter des Federpendels in der Abbildung sind: m = 3 kg und D = 300 N/m. Man verschiebt die Kugel aus der Ruhelage s = 10 cm nach links. Bestimmen Sie unter der Voraussetzung, dass keine Reibung vorhanden ist,
a) die Periodenzeit,
b) die Eigenfrequenz und
c) die Amplitude der Pendelbewegung.

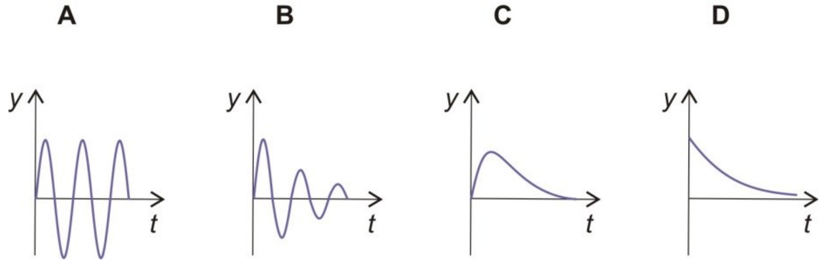


13. Bei einem Federpendel wird die Periodenzeit verdoppelt, wenn die an die Feder gekoppelte Masse um 30 g vergrößert wird. Wie groß ist die ursprüngliche Masse?

14. Ein Federpendel schwingt mit einer Periodenzeit von 3 s. Wenn die gekoppelte Masse um 500 g vermindert wird, sinkt die Periodenzeit auf 2 s. Berechnen Sie a) die ursprüngliche Masse und b) die Federkonstante.

15. Eine Schraubenfeder mit einer Federkonstanten von 60 N/m hängt vertikal. Man befestigt eine Kugel der Masse 0,4 kg am unteren Ende der Feder und lässt die Kugel los. Die Kugel beginnt zu schwingen. Berechnen Sie a) die Amplitude und b) die Periodenzeit der Schwingung.

16. Welches der gezeichneten Diagramme stellt eine gedämpfte Schwingung dar?



Lösungen:

1. a) 2,67 Hz; b) 0,375 s

2. a) 1,5 s; b) 0,667 Hz

3. 15 1/min = 0,25 Hz

4. a) 0,0645 Hz; b) 5574

5. 2,27 ms

6. 4

7. 556 ps

8. C

9. a) Für diese Funktionen braucht man die Amplitude: A = 3 cm und die Kreisfrequenz:
$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} = 0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}}$.
Mithilfe dieser Größen sind die drei gefragten Funktionen:
$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = 3\ \mathrm{cm} \cdot \sin\left(0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right)$
$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = 3\ \mathrm{cm} \cdot 0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot \cos\left(0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right) = 0{,}942\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}} \cdot \cos\left(0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right)$
$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) = -3\ \mathrm{cm} \cdot 0{,}0986\ \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin\left(0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right) = -0{,}296\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin\left(0{,}314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right)$
(Da der Nullphasenwinkel nicht festgelegt wurde, kann man der Einfachheit halber $\varphi_0 = 0$ wählen.)

b) Die maximale Geschwindigkeit ist der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion zu entnehmen: 0,942 cm/s.

c) Die maximale Beschleunigung ist der Beschleunigung-Zeit-Funktion zu entnehmen: 0,296 cm/s^2.

d) Die Auslenkung ergibt sich, wenn man $t = 3$ s in die Auslenkung-Zeit-Funktion einsetzt:
$y = 3 \cdot \sin(0{,}314 \cdot 3) = 3 \cdot 0{,}809 = 2{,}43\,\text{cm}$. (Den Phasenwinkel setzt man in der Schwingungslehre immer in der Einheit „Radiant“ ein. Bei der Rechnung mit dem Taschenrechner muss das berücksichtigt werden!)

Die Geschwindigkeit ist: $v = 0{,}314 \cdot 3 \cdot \cos(0{,}314 \cdot 3) = 0{,}554\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Die Beschleunigung ist: $a = -0{,}314^2 \cdot 3 \cdot \sin(0{,}314 \cdot 3) = -0{,}239\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$.

10. a) 3 cm; b) 0,5 1/s; c) 0,0796 Hz; d) 12,6 s; e) 1,5 cm/s; f) 0,75 cm/s^2;
g) y = 2,52 cm, v = 0,81 cm/s und a = 0,631 cm/s^2

11. Die Geschwindigkeit im untersten Punkt ist die maximale Geschwindigkeit: $A \cdot \omega = 3$.
Die Beschleunigung am Umkehrpunkt ist die maximale Beschleunigung: $A \cdot \omega^2 = 3$.
Die beiden Gleichungen können nach ω aufgelöst werden, indem man die zweite Gleichung durch die erste dividiert: $\frac{A \cdot \omega^2}{A \cdot \omega} = \omega = \frac{3}{3} = 1\,\frac{1}{\text{s}}$.
Setzt man die bekannte Kreisfrequenz in die erste Gleichung ein, erhält man die Amplitude: $A = 3$ m.
Mithilfe dieser Parameter ergibt sich die Funktion: $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t) = 3\,\text{m} \cdot \sin\left(1\,\frac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$.

12. a) Die Periodenzeit ergibt sich aus der Formel: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{300}} = 0{,}628$ s.
b) Die Eigenfrequenz ist der Kehrwert von der Periodenzeit: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}628} = 1{,}59$ Hz.
c) Die maximale Auslenkung aus der Ruhelage ist laut der Aufgabenstellung 10 cm.

13. Zwei Gleichungen können für die zwei Situationen aufgestellt werden:
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ und $2 \cdot T = 2\pi\sqrt{\frac{m + 0{,}03}{D}}$.

T kann aus der ersten Formel in die zweite eingesetzt werden: $2 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{m + 0{,}03}{D}}$.

Nach Kürzung mit 2π und Quadrierung erhält man:
$4\frac{m}{D} = \frac{m + 0{,}03}{D}$ und
$4m = m + 0{,}03$
und schließlich $m = 0{,}01\,\text{kg} = 10\,\text{g}$.

14. a) 0,9 kg; b) 3,95 N/m

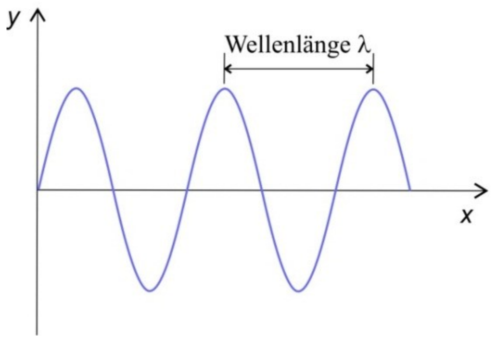
15. a) 6,54 cm; b) 0,513 s

16. B

8. Mechanik — Wellenlehre

Wellen sind nicht nur wunderschöne und interessante Erscheinungen der Natur; sie spielen eine entscheidende Rolle in dem Leben, wie wir es heute leben. Zwei Wellentypen – Licht- und Schallwellen – liefern die meisten Informationen für uns aus der Umwelt, die durch Sehen und Hören für uns wahrnehmbar sind und somit wahrscheinlich die wichtigsten Sinnesfunktionen darstellen. In der Audiometrie wird z. B. das Gehör getestet, indem u.a. eine sogenannte Hörschwellenkurve aufgenommen wird. Die aufgenommene Hörschwellenkurve (Schwellenintensität–Frequenz-Diagramm) des Patienten wird dann in dem Hörbereich mit der normalen Kurve verglichen.
Wellen spielen aber nicht nur in der Wahrnehmung und Orientierung eine entscheidende Rolle, sie begegnen uns täglich – so z. B. auch Ultraschallwellen. Ultraschallwellen werden in der Medizin sowohl für diagnostische als auch für therapeutische Zwecke verwendet. In der Sonographie können hauptsächlich Weichteilgewebe und mit Hilfe der Doppler-Technik die Blutströmung untersucht werden. Ultraschall wird in der Physiotherapie und zum Beispiel auch für die Zahnsteinentfernung verwendet.
Die in dem vorherigen Abschnitt diskutierten Größen und Begriffe der Schwingungslehre sind auch für Wellen anwendbar.

Welle: Die Ausbreitung eines Schwingungszustandes in einem schwingungsfähigen Medium. Neben zeitlicher Periodizität weisen die Wellen auch räumliche Periodizität auf. Die wichtigsten Wellenarten sind mechanische Wellen, elektromagnetische Wellen und Materiewellen. Während zur Ausbreitung von mechanischen Wellen Materie nötig ist, können sich elektromagnetische Wellen (z. B. Licht) auch im Vakuum fortpflanzen. (Bei elektromagnetischen Wellen ist nämlich das elektromagnetische Feld das schwingungsfähige Medium.) Beispiele für mechanische Wellen sind Wasseroberflächenwellen und Schallwellen.



Wellenlänge (Formelzeichen λ): Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Punkten gleicher Phase, d. h. zum Beispiel der Abstand zwischen zwei benachbarten Wellenbergen. Die SI-Einheit der Wellenlänge ist das Meter (m).

Ausbreitungsgeschwindigkeit (Formelzeichen c): Die Geschwindigkeit, mit der sich eine Welle fortpflanzt. Es gilt:

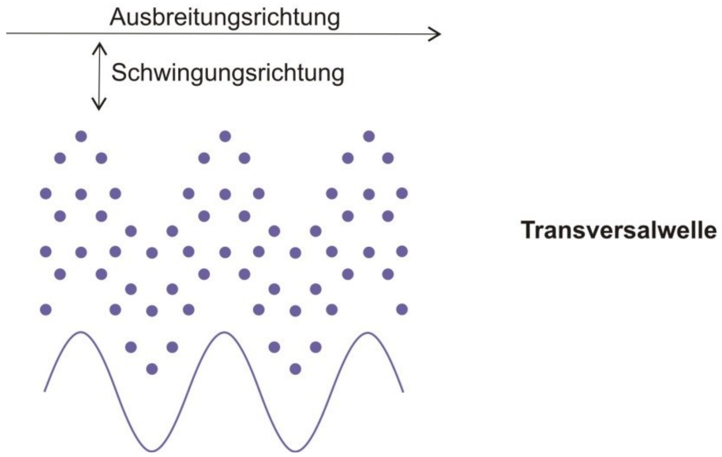
$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \ .$$

Die Geschwindigkeit des Lichts und anderer elektromagnetischen Wellen beträgt zum Beispiel 300 000 000 m/s = $3 \cdot 10^8$ m/s (!!) im Vakuum. (In durchsichtigen Materialien, wie etwa Wasser oder Glas, ist das Licht aber langsamer.) Im Vergleich zu dieser enorm großen Geschwindigkeit ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen wesentlich kleiner (s. die Tabelle am Ende des Kapitels).

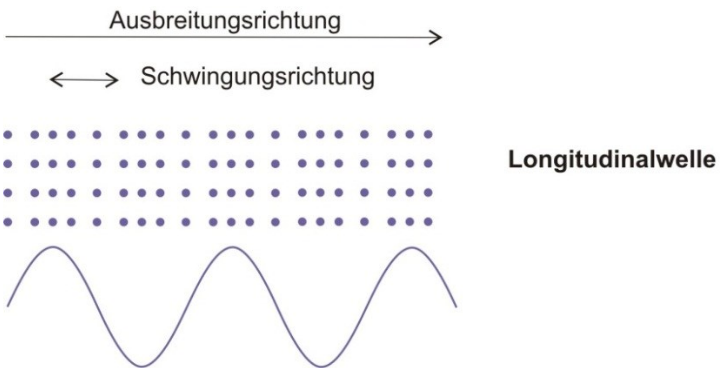
Es ist wichtig zu betonen, dass die Frequenz eine „innere Eigenschaft“ der Welle ist, in dem Sinne, dass sie bei der Fortpflanzung der Welle in verschiedenen Medien überall gleich bleibt. Die Geschwindigkeit und die Wellenlänge hingegen sind abhängig vom Medium. Läuft die Welle in einem Medium langsamer, wird dort die Wellenlänge proportional kürzer. Ist die Welle schneller, ist die Wellenlänge auch größer, während die Frequenz in jedem Medium gleich bleibt.

Abhängig von der Beziehung der Ausbreitungsrichtung der Welle und der Schwingungsrichtung innerhalb der Welle, teilt man die Wellen in zwei Gruppen: *Tranversal*- und *Longitudinalwellen*.

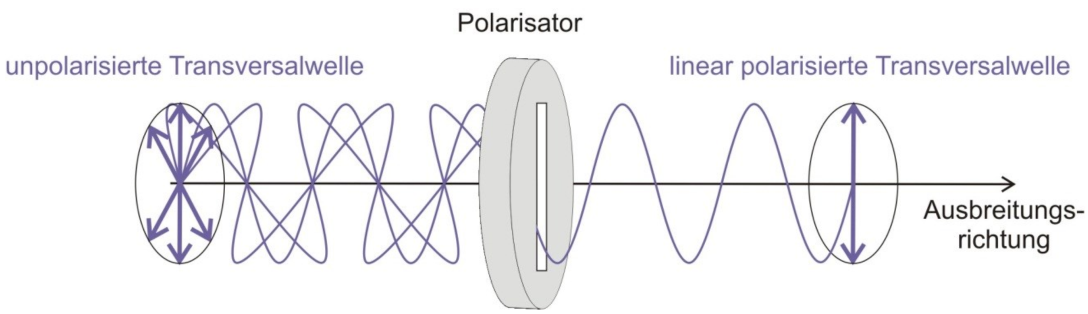
Transversalwelle oder **Querwelle**: Eine Welle, bei der die Auslenkungsrichtung (Schwingungsrichtung) und die Wellenausbreitungsrichtung senkrecht zueinander stehen. Wasseroberflächenwellen sind annähernd Transversalwellen. Die elektromagnetischen Wellen, einschließlich des Lichts, gehören alle zu dieser Klasse.



Longitudinalwelle oder **Längswelle**: Eine Welle, bei der die Auslenkungsrichtung (Schwingungsrichtung) und die Wellenausbreitungsrichtung parallel zueinander stehen. Schallwellen in der Luft sind Longitudinalwellen.



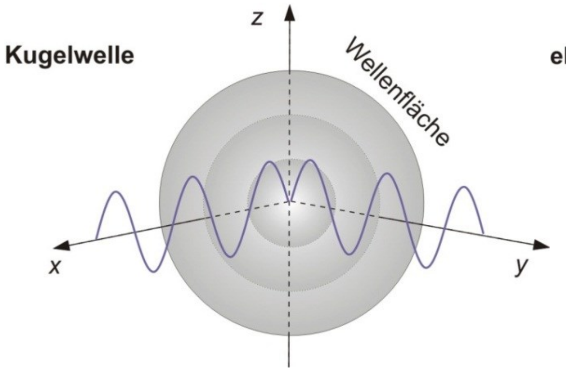
Lineare Polarisation: Bei einer Transversalwelle bestimmt die Tatsache, dass Schwingungsrichtung und Wellenausbreitungsrichtung zueinander senkrecht stehen, die Schwingungsrichtung noch nicht eindeutig. Es ist möglich – und tatsächlich ist es oft so, dass sich die Schwingungsrichtung in einer Transversalwelle ändert, während sie zur Ausbreitungsrichtung aber immer senkrecht bleibt. In diesem Fall spricht man von einer unpolarisierten Welle. Wird eine Schwingungsrichtung von den vielen möglichen auf irgendeine Art und Weise festgelegt, spricht man von linearer Polarisation. Die Welle wird dann **linear polarisierte Welle** genannt. Das Gerät, das die Welle polarisiert, heißt **Polarisator**.

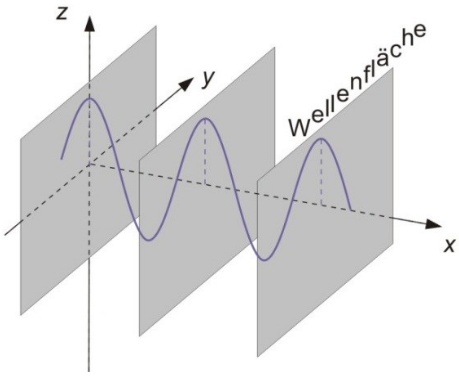


Das Licht als Transversalwelle kann auch polarisiert werden. Die Lichtpolarisation spielt z. B. eine interessante Rolle in der Natur: Insekten und Vögel benutzen die polarisierten Lichtstrahlen zur Orientierung. In der Medizin wird polarisiertes Licht z. B. in dem Polarisationsmikroskop, in der CD (Zirkulardichroismus)-Spektroskopie oder aber auch für therapeutische Zwecke verwendet.

Wellenfläche oder **Wellenfront**: Eine Fläche, auf der sich alle Punkte in gleicher Phase, d. h. im selben Schwingungszustand, befinden.

Kugelwelle: Eine von einer punktförmigen Quelle ausgehende Welle, die sich im Raum in jede Richtung gleichförmig ausbreitet. Die Wellenflächen einer Kugelwelle sind konzentrische Kugelflächen. Zum Beispiel sind die aus einer punktförmigen Schallquelle in jede Richtung austretenden Schallwellen Kugelwellen.





Ebene Welle: Eine Welle, deren Wellenfronten Ebenen sind, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ausgedehnt sind. Die in einem Wellenbad erzeugten parallelen Wasserwellen oder der parallele Laserstrahl eines Laserpointers sind Beispiele für ebene Wellen.

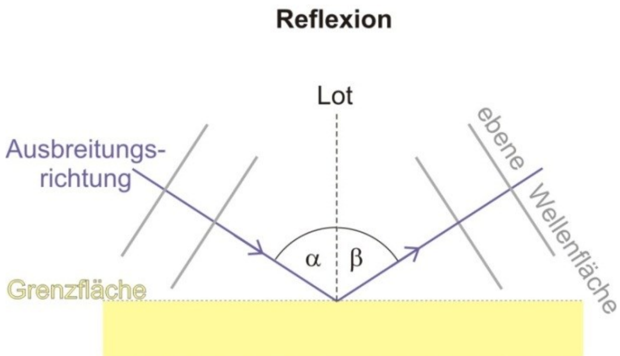
Reflexion und *Brechung* von Wellen treten auf, wenn die Welle auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien trifft. Weitere spezielle Wellenerscheinungen sind *Beugung* und *Interferenz*.

Erscheinungen an Grenzflächen: Reflexion und Brechung. Ein Teil der Welle wird an der Grenzfläche zwischen zwei Ausbreitungsmedien zurückgeworfen, ein anderer Teil wird beim Durchgang durch die Grenzfläche gebrochen. Das Verhältnis des reflektierten Anteiles zu dem gebrochenen Anteil ist abhängig von den zwei Medien.

Reflexion: Die Erscheinung, dass eine Welle an der Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Ausbreitungsmedien zurückgeworfen wird. Für die Reflexion von ebenen Wellen gilt das **Reflexionsgesetz** (aus dem Gymnasium auch bekannt als „Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel“):

$$\alpha = \beta ,$$

wobei α den Einfallswinkel und β den Reflexionswinkel bezeichnen. Die Ausbreitungsrichtung der Welle vor und nach der Reflexion und das Einfallslot liegen in einer Ebene. Dieses Gesetz beschreibt jedoch einen Idealfall. In der Wirklichkeit gibt es keine perfekt reflektierenden Oberflächen, sodass auch immer ein Teil der Strahlen nicht dem Gesetz folgt. Wichtig ist, dass Einfalls- und Ausfallswinkel zwischen Lot und Strahl liegen und nicht zwischen Strahl und Grenzfläche, wie oft fälschlicherweise angenommen!

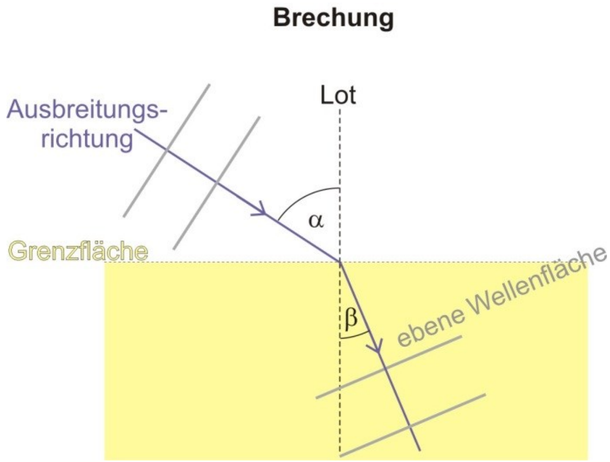


Spiegel werden in vielen medizin-optischen Geräten benutzt. Die Verhältnisse der Lichtreflexion bestimmen zum Beispiel die Farbe eines undurchsichtigen Körpers. Die Reflexion von Ultraschallwellen ist Grundvorrausetzung für die Sonographie, da hierdurch das sonographische Bild entsteht.

Brechung: Die Änderung der Ausbreitungsrichtung einer Welle beim Durchgang durch die Grenzfläche zweier Ausbreitungsmedien. Für die Brechung von ebenen Wellen gilt das **Brechungsgesetz**:

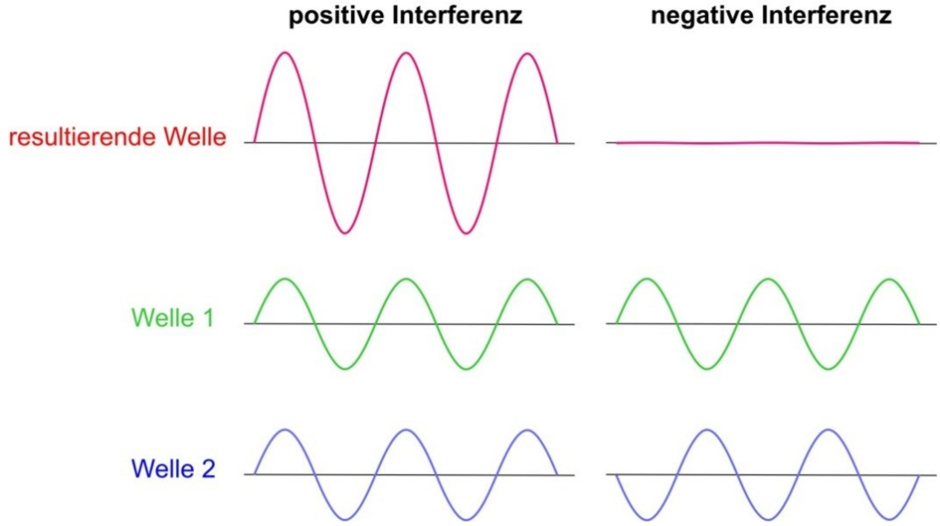
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2},$$

wobei α den Einfallswinkel, β den Brechungswinkel, c_1 die Ausbreitungsgeschwindigkeit im ersten Medium und c_2 die Ausbreitungsgeschwindigkeit im zweiten Medium bezeichnen. Die Ausbreitungsrichtung der Welle vor und nach der Brechung und das Einfallslot liegen in einer Ebene. Bei der Brechung ändert sich die Frequenz der Welle nicht, wohingegen sich aber die Wellenlänge und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ändern.



Lichtbrechende Linsen und Prismen sind Grundbestandteile von vielen medizin-optischen Geräten, wie z. B. dem Mikroskop, den Spektrometern usw. Die Lichtbrechung ist die Grunderscheinung bei der Bildentstehung im Auge. Die Lichtbrechung an Regentropfen ist für das Phänomen des Regenbogens verantwortlich.

Interferenz: Überlagerung zweier oder mehrerer Wellen am gleichen Raumpunkt. Ausgeprägte Interferenzerscheinungen erhält man, wenn die zusammentreffenden Wellen gleiche Amplituden, gleiche Wellenlängen und eine feste Phasenbeziehung besitzen. Sind die zwei Wellen beim Zusammentreffen genau in der gleichen Phase, kommt es zur Verstärkung (positive oder konstruktive Interferenz). Die resultierende Welle hat die doppelte Amplitude. Sind die zwei Wellen beim Zusammentreffen genau in der entgegengesetzten Phase, kommt es zur Auslöschung (negative oder destruktive Interferenz). Die Amplitude der resultierenden Welle ist “0“. Sind die Wellen nicht genau in den erwähnten speziellen Phasenbeziehungen, addieren oder subtrahieren sie sich nur teilweise.



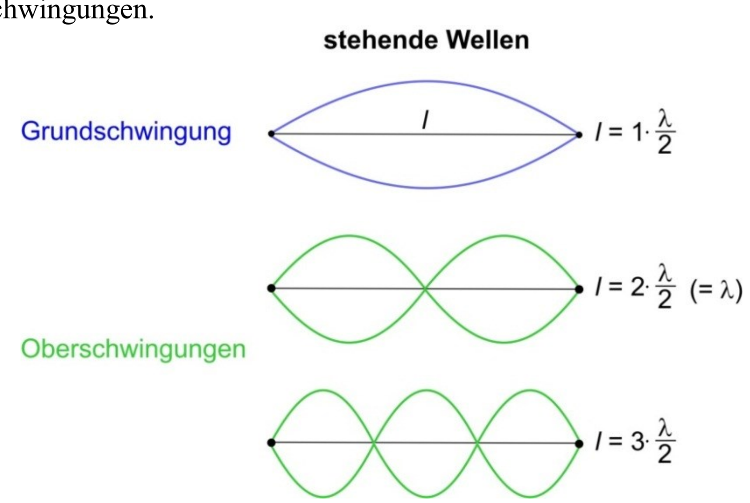
Die farbigen Muster von Seifenblasen und dünnen Ölschichten auf Wasser sind zum Beispiel durch das Phänomen der Lichtinterferenz erklärbar. Auf Lichtinterferenz basierende optische Bauteile (Filter, Monochromatoren usw.) sind wichtige Bestandteile von optischen Geräten wie z. B. Spektrometern. Interferenz von Schallwellen kann zu interessanten Erscheinungen führen, wie z. B. der Schwebung. Das Phänomen der

Schwebung wird z. B. in einer gewissen sonographischen Technik verwendet, bei der die Herztöne des Babys für den Arzt und für die Mutter hörbar gemacht werden können. Typische Interferenzerscheinungen sind auch die *stehenden Wellen*.

Stehende Welle: Entsteht, wenn sich zwei ebene Wellen mit gleicher Frequenz und Amplitude, aber entgegengesetzter Ausbreitungsrichtung überlagern. Dies geschieht z. B. dann, wenn eine Welle reflektiert wird und sich dabei reflektierte und einfallende Welle überlagern. In einer stehenden Welle schwingen alle Punkte mit gleicher Phase, aber unterschiedlicher Amplitude. Bei einer in Querschwingung gebrachten Saite mit zwei festen Enden können nur stehende Wellen entstehen, die die Bedingung:

$$l = k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \ldots)$$

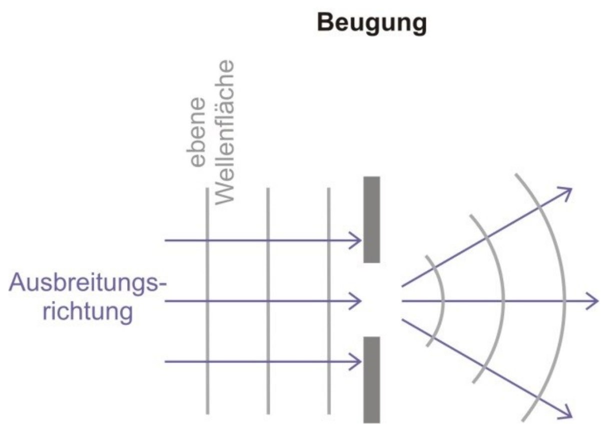
erfüllen, wobei l die Länge der Saite bezeichnet. Stehende Wellen entstehen also nur bei bestimmten Wellenlängen. Die zugehörigen Frequenzen sind die Eigenfrequenzen der Saite. Die stehende Welle mit der größten möglichen Wellenlänge, d. h. mit der kleinsten Eigenfrequenz, nennt man Grundschwingung; alle anderen sind die Oberschwingungen.



Durch diese Erscheinung lassen sich z. B. die Grund- und Oberschwingungen einer Geigensaite erklären. Die obige Formel zeigt, warum der Ton der Geige durch Kürzung der jeweiligen Saite erhöht werden kann. Wird nämlich l verkürzt, muss auch λ dementsprechend kleiner und dadurch die Frequenz größer werden (Frequenz und Wellenlänge sind umgekehrt proportional zueinander). Die Gesamtheit der Grund- und Oberschwingungen bestimmt die Klangfarbe der Geige. Eine stehende Welle entsteht auch im äußeren Gehörgang des Ohres, nur ist das Außenohr ein Resonator mit einem festen (Trommelfell) und einem freien Ende (Richtung Außenwelt).

Die *Lichtbeugung* ist eine spezielle Interferenzerscheinung.

Beugung: Die Abweichung einer Wellenausbreitung von der ursprünglichen Richtung am Rand eines Hindernisses oder einer Öffnung. Sie tritt umso deutlicher auf, je größer die Wellenlänge bzw. je kleiner das Hindernis oder die Öffnung bei gleicher Wellenlänge ist. Wellen haben somit die Möglichkeit, in die Schattenräume hinter einem Hindernis einzudringen, die sie ohne das Phänomen der Beugung nicht erreichen könnten.
Die Lichtbeugung ist die Erscheinung, die für die endliche (begrenzte) Auflösung von optischen Geräten verantwortlich ist. Ausgehend von der Lichtbeugung lässt sich z. B. die Auflösungsgrenze des Lichtmikroskops nach der abbeschen Theorie herleiten. Auch limitiert die Lichtbeugung (neben den biologischen Faktoren) die Sehschärfe des Menschen.
Die Beugung lässt sich mit Hilfe des huygensschen Prinzips erklären.



Huygenssches Prinzip: Eine Modellvorstellung für die Ausbreitung einer Welle. Nach dieser Vorstellung kann jeder Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle, der sog. Elementarwelle, betrachtet werden. Diese Elementarwellen breiten sich mit derselben Geschwindigkeit aus, wie die ursprüngliche Welle. Durch die Überlagerung (Interferenz) dieser Elementarwellen ergibt sich die beobachtbare Wellenfront der ursprünglichen Welle zu einem späteren Zeitpunkt. Sie ist also die Einhüllende der Wellenfronten der einzelnen Elementarwellen. Reflexion, Brechung und Beugung von Wellen lassen sich mit Hilfe des huygensschen Prinzips erklären. Als Beispiel betrachten wir die Beugung einer ebenen Welle an einer sehr kleinen Öffnung. Sei die Öffnung so klein gewählt, dass man sich die Öffnung als einen einzigen Punkt vorstellen kann. Nach dem huygensschen Prinzip tritt aus diesem einzigen Punkt eine kugelförmige Elementarwelle aus. Da es keine weiteren Elementarwellen gibt, ist die Wellenfront der einzigen Elementarwelle identisch mit der beobachtbaren Wellenfront der ursprünglichen Welle hinter der Öffnung.

Zum Schluss beschäftigen wir uns ein wenig ausführlicher mit der wichtigsten mechanischen Welle - dem *Schall*.

Schall: Mechanische Welle. Die Schallwellen können aufgrund des menschlichen Hörens nach ihrer Frequenz in vier Bereiche eingeteilt werden:

Schallbereiche

Schallbereiche	Infraschall	Hörschall	Ultraschall	Hyperschall
Frequenzwerte (Hz)	< 20	20–20 000	20 000–10^9	10^9 <

Schallwellen (und auch alle anderen mechanischen Wellen) breiten sich in festen Medien transversal oder longitudinal, in Flüssigkeiten und in Gasen hingegen nur longitudinal aus. (Die Oberflächenwellen von Flüssigkeiten sind jedoch teilweise transversal.) Die Schallausbreitungsgeschwindigkeit ist im Allgemeinen in Gasen kleiner als in Flüssigkeiten und in Flüssigkeiten kleiner als in festen Körpern. Dies hängt damit zusammen, dass eine engere Beziehung der schwingenden Teilchen für eine schnellere Weiterleitung des Schalls sorgt. In Gasen nehmen die Moleküle/Atome einen größtmöglichen Abstand ein, wohingegen in Festkörpern die Moleküle bzw. Atome in geordneten Gitterstrukturen vorliegen. Abgesehen vom Material ist die Schallgeschwindigkeit insbesondere bei Flüssigkeiten und Gasen auch von der Temperatur und dem Druck abhängig. Dagegen ist die Schallgeschwindigkeit praktisch frequenzunabhängig. Einige Geschwindigkeitswerte sind in der Tabelle aufgeführt.

Einige Schallgeschwindigkeitswerte

Stoff	c_{Schall} (m/s)
Luft (0ºC, 101 kPa)	330
Helium (0ºC, 101 kPa)	965
Wasser (20ºC)	1483
Fettgewebe	1470
Muskelgewebe	1568
Knochen (kompakt)	3600
Eisen	5950

***Aufgaben*:**

1. Berechnen Sie die Wellenlänge eines Tones der Frequenz 440 Hz (Kammerton-A) in der Luft und im Wasser!

2. Eine Sirene ertönt mit einer Frequenz von 880 Hz. Wie groß ist die Wellenlänge der Schallwelle in der Luft?

3. Ultraschall der Frequenz $f = 5$ MHz wird in einer sonographischen Untersuchung verwendet. Wie groß ist die Wellenlänge im Muskelgewebe?

4. Sechs Meter lange Wasserwellen laufen mit einer Geschwindigkeit von 1,5 m/s gegen ein Ufer. Ein Holzstück schwimmt auf der Wasseroberfläche weit entfernt vom Ufer. In welchen Zeitabständen sieht man das Holzstück „auftauchen“?

5. Die Wellenlänge des ultravioletten Lichts einer für die Entkeimung der Luft von OP-Räumen verwendeten Germizidlampe beträgt 252 nm im Vakuum. Berechnen Sie die Frequenz dieses Lichts.

6. Die Geschwindigkeit von Radio- und Mikrowellen beträgt $3 \cdot 10^8$ m/s im Vakuum. Berechnen Sie die Wellenlänge der Mikrowellen, die ein Handys aussendet, das eine Frequenz von 1800 MHz benutzt.

7. Eine Schallwelle besitzt im Wasser eine Wellenlänge von 3 mm.
a) Berechnen Sie die Frequenz dieses Schalls.
b) Um was für eine Art Schall handelt es sich?
c) Wie groß wären die Wellenlänge und die Frequenz in der Luft?

8. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?
A: Die Schwingungsrichtung bei Longitudinalwellen steht senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.
B: Mechanische Wellen können nur Transversalwellen sein.
C: Mechanische Transversalwellen können sich nur in Festkörpern (oder auf der Oberfläche von Flüssigkeiten) ausbreiten.
D: Bei der Ausbreitung von Wellen wird immer Materie transportiert.

9. Wasserwellen der Frequenz 0,5 Hz laufen im tiefen Wasser mit einer Geschwindigkeit von 3 m/s. Sie treffen unter einem Einfallswinkel $\alpha = 60°$ auf die Grenzfläche zu einem flacheren Teil, wo sie sich mit 2 m/s bewegen. Berechnen Sie a) den Brechungswinkel und b) die Wellenlänge.

10. Eine Schallwelle fällt aus der Luft (0ºC) auf eine Wasseroberfläche (20ºC) unter einem Einfallswinkel von 10º. Wie groß ist der Brechungswinkel?

11. In einer Wellenwanne läuft eine Welle von einem seichten Bereich in ein Gebiet mit tieferem Wasser unter einem Einfallswinkel von 22º und einem Brechungswinkel von 31º.
a) Bestimmen Sie das Verhältnis der Geschwindigkeiten in beiden Teilen der Wanne.
b) Wie groß ist die Wellenlänge im flachen Teil, wenn sie im tiefen 5,5 cm ist?

12. Bestimmen Sie die ersten 4 Eigenfrequenzen einer Saite mit zwei festen Enden. Die Länge der Saite beträgt 30 cm, die Ausbreitungsgeschwindigkeit für die Querwellen ist 180 m/s.

13. Berechnen Sie die Grundfrequenz einer Saite der Länge 50 cm mit festen Enden, wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Saite 120 m/s beträgt.

14. Welchen von den folgenden Werten kann die Wellenlänge einer stehenden Welle auf einer Saite ($l = 20$ cm) mit festen Enden besitzen?

A: 30 cm	**B**: 60 cm	**C**: 5 cm	**D**: 6 cm

15. Welche von den folgenden Schallwellen liegt im Hörbereich? (Die Wellenlängenwerte beziehen sich auf Luft.)

A: 3,3 cm	**B**: 1,1 cm	**C**: 0,8 cm	**D**: 0,6 cm

Lösungen:

1. Die Schallgeschwindigkeitswerte können der Tabelle entnommen werden: c = 330 m/s in der Luft und c = 1483 m/s im Wasser. Die Wellenlängenwerte ergeben sich als:
$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{330}{440} = 0{,}75\,\text{m}$ in der Luft und $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{1483}{440} = 3{,}37\,\text{m}$ im Wasser.

2. 37,5 cm

3. 0,314 mm

4. 4 s

5. 1190 THz

6. 16,7 cm

7. a) 494 kHz; b) Ultraschall; c) f = 494 kHz und λ = 0,668 mm

8. C

9. a) Aus dem Brechungsgesetz folgt: $\sin\beta = \sin\alpha \cdot \frac{c_2}{c_1} = \sin 60° \cdot \frac{2}{3} = 0{,}57735$ und $\beta = 35{,}3°$.

b) Die Wellenlänge wird in den zwei Teilen aufgrund der verschiedenen Geschwindigkeiten unterschiedlich sein. In dem tieferen Teil beträgt sie: $\lambda_1 = \frac{c_1}{f} = \frac{3}{0{,}5} = 6\,\text{m}$ und in dem flacheren Teil $\lambda_2 = \frac{c_2}{f} = \frac{2}{0{,}5} = 4\,\text{m}$.

Die Frequenz verändert sich nicht und bleibt überall gleich groß.

10. 51,3°

11. a) 0,727; b) 4 cm

12. Die Wellenlänge der stehenden Welle mit der größten Wellenlänge beträgt: $\lambda = \frac{2l}{k} = \frac{2 \cdot 0{,}3}{1} = 0{,}6\,\text{m}$

und die zugehörige Eigenfrequenz (die Grundfrequenz) ist: $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{180}{0{,}6} = 300\,\text{Hz}$.

Die weiteren Wellenlängen und Frequenzen erhält man durch Einsetzen von k = 2, 3 und 4 in die erste Gleichung. Man erhält folgende Ergebnisse:

k	$\lambda = \frac{2l}{k}$ (m)	$f = \frac{c}{\lambda}$ (Hz)
1	0,6	300
2	0,3	600
3	0,2	900
4	0,15	1200

13. 120 Hz

14. C

15. A

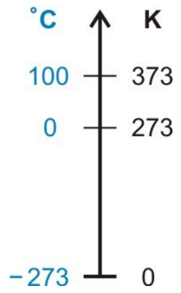
9. Wärmelehre

Die Temperaturänderungen in unserer Umgebung und die daraus resultierenden Veränderungen der Körper, z. B. das Gefrieren des Wassers oder die Entstehung des Regens, beeinflussen das Leben auf der Erde entscheidend. Schon verhältnismäßig geringe Temperaturänderungen können die biochemischen Reaktionen und die Lebensfunktionen wesentlich beeinflussen, wie z. B. beim Fieber oder aber auch bei einer Unterkühlung des menschlichen Körpers.

Jeder hat eigene Erfahrungen gemacht, was „warm" und „kalt" bedeuten, auch wenn das Temperaturgefühl zu einem gewissen Grad subjektiv ist. Diese Eigenschaft von Körpern beschreibt man mit Hilfe der *Temperatur.* Um diesen Begriff zu verstehen, muss man in das Innere der Körper blicken.
Atome und Moleküle sind die Bausteine von makroskopischen Körpern. Diese Teilchen sind in ständiger Bewegung - sie können Translationsbewegungen, Rotationen oder Schwingungen durchführen. Die Stärke dieser Bewegungen kann mit einer Energie angegeben werden, für die Translation wird z. B. die kinetische Energie (s. Kapitel 5) benutzt. Ähnliche Energieausdrücke könnten für die anderen Bewegungen benutzt werden. Die Teilchen stehen aber gleichzeitig in Wechselwirkung (in atomaren und molekularen Wechselwirkungen) miteinander, d. h., sie üben Anziehungskräfte (bzw. Abstoßkräfte) aufeinander aus, die die Bewegungen der Teilchen beeinflussen. Auch die Stärke dieser Wechselwirkungen kann energetisch charakterisiert werden und zwar mit einer potenziellen Energie, ähnlich zur potenziellen Energie im Gravitationsfeld der Erde (s. Kapitel 5). Die Gesamtheit dieser Energien innerhalb eines Körpers nennt man *thermische Energie*.

Thermische Energie: Umfasst die Energie der verschiedenen Bewegungen der Teilchen innerhalb eines Körpers und ihre Wechselwirkungsenergien.

Temperatur (Formelzeichen *T* oder *t*): Eine Eigenschaft der Körper. Sie ist eng mit der thermischen Energie des Körpers verbunden und ein „Maß" für die thermische Energie. Viele weitere Eigenschaften eines Körpers hängen mit seiner Temperatur zusammen, wie beispielsweise das Volumen: Ein Körper nimmt in der Regel – bis auf ein paar Ausnahmen – mehr Volumen ein, wenn er wärmer ist (thermische Ausdehnung, s. später). Diese Tatsache wird z. B. bei der Messung der Temperatur mit den alten flüssigkeitsgefüllten (z. B. mit Quecksilber) Thermometerröhren ausgenutzt. Es gibt mehrere Temperaturskalen, von denen die Kelvinskala die absolute Skala ist. Die Celsiusskala ist eher von praktischer Bedeutung. Die willkürlich festgelegten Fixpunkte der **Celsiusskala** sind 0°C (Temperatur von schmelzendem Eis) und 100°C (Temperatur von siedendem Wasser bei Normdruck). Im Gegensatz dazu ist der Nullpunkt der **Kelvinskala** der absolute Nullpunkt, bei dem sich die Teilchen eines Körpers nicht mehr bewegen würden (wenn dieser absolute Nullpunkt erreicht werden könnte). Der absolute Nullpunkt (0 K) entspricht gerundet –273°C. Die zwei Temperaturskalen sind also im Vergleich zueinander verschoben. Die Schritte der beiden Skalen sind jedoch gleich groß, d. h. eine Temperaturzunahme von 1°C entspricht einer Erwärmung von 1 K. Die Temperatur in Kelvin wird oft mit *T*, die Temperatur in Grad Celsius oft mit *t* bezeichnet. Für die Umrechnung von Kelvin in Grad Celsius und umgekehrt gilt daher:



$$\frac{T}{\mathrm{K}} = \frac{t}{^\circ\mathrm{C}} + 273 \quad \text{und} \quad \frac{t}{^\circ\mathrm{C}} = \frac{T}{\mathrm{K}} - 273.$$

Stehen zwei Körper unterschiedlicher Temperatur in Wechselwirkung miteinander, wird thermische Energie von einem Körper auf den anderen übertragen – dabei wird die Energie von dem wärmeren Körper auf den kälteren Körper übertragen.

Wärme (Formelzeichen *Q*): Die von einem Körper auf den anderen übertragene thermische Energie. Ihre SI-Einheit ist, wie bei jeder Energieform, das Joule (J). Eine andere mögliche Einheit ist die Kalorie (cal), die in anderen Naturwissenschaften gebräuchlicher ist (1 cal = 4,186 J).

Um die Temperatur eines Körpers zu erhöhen, muss ihm Energie zugeführt werden, entweder in Form von Wärme oder mechanisch (z. B. durch Reibung) oder durch Bestrahlung (z. B. Sonnenstrahlung). Im Folgenden betrachten wir nur die erste Energieübertragungsmöglichkeit. Der Zusammenhang zwischen der zugeführten Wärme und der Temperaturänderung wird mithilfe der *Wärmekapazität* beschrieben.

Wärmekapazität (Formelzeichen C): Der Quotient aus der dem Körper zugeführten Wärme (Q) und der Temperaturänderung des Körpers (ΔT):

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Die Maßeinheit der Wärmekapazität ist J/K (oder J/°C). Um die Temperatur eines Körpers zu erhöhen, muss ihm Wärme zugeführt werden - in diesem Fall sind ΔT und Q positiv. Möchte man jedoch die Temperatur eines Körpers verringern, so muss ihm Wärme entzogen werden - ΔT und Q sind dann beide negativ. (Hier muss bemerkt werden, dass nicht jede Wärmezufuhr eine Temperaturänderung bewirkt: Schmelzendes Eis z. B. bleibt, trotz Wärmezufuhr, so lange bei 0°C, bis das ganze Eis geschmolzen ist, s. Aggregatzustands-änderungen.) Die Wärmekapazität eines Körpers hängt von dem Material und von der Größe (z. B. von der Masse) des Körpers ab. Da die Wärmekapazität zur Masse einfach proportional ist, gewinnt man eine stoffspezifische Größe, wenn die Wärmekapazität durch die Masse des Körpers dividiert wird:

$$c = \frac{C}{m}.$$

Die neue stoffspezifische Größe wird **spezifische Wärmekapazität** (Formelzeichen c) genannt mit der Maßeinheit J/(kg·K) (oder J/(kg·°C)). Sie gibt also an, wie viel Wärme von einem Stoff aufgenommen oder abgegeben werden muss, damit sich die Temperatur von 1 kg des Stoffes um 1 K (d. h. um 1°C) ändert. Einige Werte sind exemplarisch in der Tabelle aufgeführt.

Einige spezifische Wärmekapazitätswerte

Stoff	c (J/(kg·K))
Silber	234
Glas	840
Wasser	4180
menschliches Körpergewebe (durchschnittlich)	3500

Die zu einer Temperaturänderung ΔT nötige Wärme erhält man mithilfe der Kombination der zwei Formeln:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T.$$

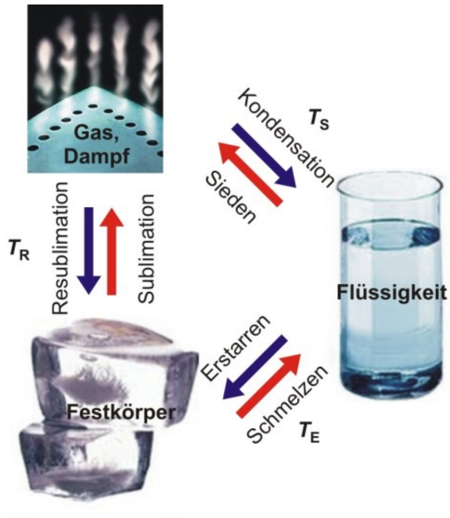
Wie bereits früher erwähnt, ändern sich viele Eigenschaften eines Körpers bei Temperaturänderungen, unter anderem ihre räumliche Ausbreitung (Länge, Volumen).

Thermische Ausdehnung (**Wärmeausdehnung**): Die meisten Körper dehnen sich bei Erwärmung aus (Länge und Volumen nehmen zu) und ziehen sich bei Abkühlung zusammen (Länge und Volumen nehmen ab). Eine wichtige Ausnahme ist Wasser in dem Temperaturbereich zwischen 0 und 4°C: Bei Erwärmung von 0°C bis auf 4°C nimmt das Volumen des Wassers nicht zu, sondern ab. Diese Beobachtung nennt man *Anomalie des Wassers* - sie hat wichtige und praktische Folgen für das Leben.

Noch wichtiger als die thermische Ausdehnung sind die plötzlichen Strukturänderungen der Körper bei gewissen Temperaturen, wie Schmelzen oder Erstarren. Ein Körper kann nämlich verschiedene *Aggregatzustände* annehmen.

Aggregatzustände: Sind Erscheinungsformen, in denen ein Stoff abhängig von den äußeren Bedingungen - wie Temperatur und Druck - vorliegen kann. Es gibt drei Aggregatzustände: *fest*, *flüssig* und *gasförmig*. In dem **festen Zustand** hat der Körper ein bestimmtes Volumen und eine bestimmte Gestalt (z. B. Eiskristall). In dem **flüssigen Zustand** hat der Körper ein bestimmtes Volumen aber keine bestimmte Gestalt (z. B. Wasser). In dem **gasförmigen Zustand** hat der Körper weder ein bestimmtes Volumen, noch eine bestimmte Gestalt (z. B. Wasserdampf). Die drei Aggregatzustände können auch als **Phasen** (feste Phase, flüssige Phase und gasförmige Phase) bezeichnet werden. (Im Verlauf des Studiums wird der Begriff der Phase erweitert werden.)

Phasenumwandlung (**Phasenübergang**): Der Übergang eines Stoffes von einer Phase in eine andere. Alle möglichen Übergänge zwischen den drei Aggregatzuständen sind in der Abbildung zusammengefasst. (Neben den in der Abbildung angegebenen Benennungen sind noch weitere im Gebrauch. So wird z. B. der Übergang aus der flüssigen in die gasförmige Phase oft „verdampfen" oder der Übergang aus der gasförmigen in die feste Phase „verfestigen" genannt.) Die Umwandlungstemperaturen können **Schmelzpunkt** oder **Erstarrungspunkt** (T_E), **Siedepunkt** oder **Kondensationspunkt** (T_S) und **Sublimationspunkt** oder **Resublimationspunkt** (T_R) genannt werden. Diese Punkte hängen auch von dem in der Umgebung herrschenden Druck ab. Z. B. beträgt der Siedepunkt des Wassers 100°C - allerdings nur bei Normdruck (101 kPa). In großer Höhe über dem Meeresspiegel herrscht ein kleinerer Luftdruck - das Wasser kann hier bereits bei 70°C kochen.



Bei diesen Phasenumwandlungen werden die Bindungen zwischen den Atomen und Molekülen innerhalb des Körpers aufgespalten (oder hergestellt), wobei sich die innere Struktur des Körpers erheblich ändert. Dazu muss Energie (z. B. Wärme) zugeführt oder abgeführt werden.

Umwandlungswärme (Formelzeichen Q): Die Wärme, die bei einer Phasenumwandlung eines Körpers zugeführt oder abgeführt werden muss. Da die Umwandlungswärme zur Masse des Körpers einfach proportional ist, gewinnt man eine stoffspezifische Größe, wenn die Umwandlungswärme durch die Masse dividiert wird:

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Die neue stoffspezifische Größe wird **spezifische Umwandlungswärme** (Formelzeichen q) genannt. Sie besitzt die Maßeinheit J/kg. Sie gibt an, wie viel Wärme von einem Stoff aufgenommen oder abgegeben werden muss, damit 1 kg des Stoffes von einer Phase in eine andere umgewandelt wird. Beim Schmelzen (oder beim Erstarren) wird diese Wärme **spezifische Schmelzwärme** (q_S), beim Sieden (oder bei der Kondensation) **spezifische Verdampfungswärme** (q_V) genannt. Einige Werte sind in der Tabelle aufgeführt.

Einige spezifische Umwandlungswärmen

Stoff	q (kJ/kg)
Gold — *Schmelzwärme*	67
Aluminium — *Schmelzwärme*	396
NaCl — *Schmelzwärme*	517
Eis — *Schmelzwärme*	334,4
Wasser — *Verdampfungswärme bei 30°C und 101 kPa*	2400
Wasser — *Verdampfungswärme bei 100°C und 101 kPa*	2257

Von den drei Aggregatzuständen sind Gase die einfachsten Systeme: Die Gasteilchen haben keine feste Anordnung und sie bewegen sich fast frei. Die Menge der Gasteilchen kann einfach durch ihre Zahl oder durch eine neue Größe – die *Stoffmenge* – angegeben werden.

Stoffmenge (veraltet **Molzahl**, Formelzeichen ν (griechisch „Nü") oder in der Chemie oft n): Gibt die Zahl der Aufbauteilchen in einem Körper mithilfe der willkürlichen Maßeinheit „Mol" an. Ein **Mol** (mol) ist die Stoffmenge eines Systems, das aus $6{,}02 \cdot 10^{23}$ Aufbauteilchen (z. B. Atomen oder Molekülen) besteht. Diese Größe nennt man **Avogadro-Konstante** (Formelzeichen N_A): $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ 1/\text{mol}$. Ist die Stoffmenge ($\nu$) in einem System bekannt, erhält man die Anzahl der Teilchen (N) in dem System als:

$$N = \nu \cdot N_A\ .$$

Eine weitere Vereinfachung des Gaszustandes erfolgt durch die Einführung eines Modells – das „*ideale Gas*“.

Ideales Gas: Ein Gas, dessen Teilchen punktförmig sind und somit kein Volumen besitzen und zwischen denen (mit Ausnahme der elastischen Stöße) keine Wechselwirkung herrscht. Ein atomares dünnes Gas, z. B. ein Edelgas bei geringem Gasdruck, erfüllt diese Voraussetzungen sehr gut. Da keine Anziehungskräfte zwischen den Teilchen des idealen Gases vorhanden sind, setzt sich die thermische Energie ausschließlich aus den Bewegungsenergien der Teilchen zusammen. Die *Temperatur* des idealen Gases ist demzufolge einfach proportional zur durchschnittlichen kinetischen Energie der Gasteilchen. Die Gasteilchen üben Stoßkräfte auf die Wände des Behälters aus, in dem sie sich befinden. Obwohl die einzelnen Kräfte winzig sind, können sie durch ihre insgesamt hohe Zahl eine beträchtliche Druckkraft erzeugen – so kann der messbare *Gasdruck* interpretiert werden.

Für den Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen Temperatur, Druck, Volumen und Stoffmenge eines idealen Gases gilt die *allgemeine Zustandsgleichung*.

Allgemeine Zustandsgleichung eines idealen Gases: Beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck (p), Volumen (V), Stoffmenge (ν) und Temperatur (T):

$$pV = \nu RT,$$

wobei R die **universelle Gaskonstante** (R = 8,31 J/(mol·K)) ist. Drückt man die Stoffmenge als Quotient aus der Zahl der Gasteilchen und der Avogadro-Konstante aus ($\nu = N/N_\mathrm{A}$), so kann die Zustandsgleichung auch als

$$pV = \frac{N}{N_\mathrm{A}}RT = N\frac{R}{N_\mathrm{A}}T = NkT$$

geschrieben werden, wobei $k = R/N_\mathrm{A}$ eine neue Konstante – die sog. **Boltzmann-Konstante** ($k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K) – ist.

Zustandsänderungen können unter speziellen Bedingungen ablaufen. Dies gilt nicht nur bei idealen Gasen oder Gasen allgemein, sondern generell bei jedem System.

Spezielle Zustandsänderungen: Bleibt die Temperatur eines Systems bei einem Vorgang konstant, spricht man von einem **isothermen** Vorgang. Bei konstantem Druck ablaufende Vorgänge sind **isobar**. Vorgänge, bei denen sich das Volumen nicht ändert, werden **isochor** genannt.

Aufgaben:

1. Geben Sie die normale Körpertemperatur von 37ºC in Kelvin an.

2. Bei Fieber steigt die Körpertemperatur um 2ºC. Geben Sie die Temperaturänderung in Kelvin an.

3. Luft kondensiert bei etwa 73 K. Geben Sie den Kondensationspunkt in ºC an.

4. Wie viel Wärme muss einer Wassermenge von 2 Liter entzogen werden, damit sie von 60ºC auf 0ºC abgekühlt wird?

5. Wie viel Wärme muss einem 70 kg schweren Menschen zugeführt werden, um seine Temperatur um 0,5ºC zu erhöhen?
A: 123 J **B**: 123 kJ **C**: 123 mJ **D**: 123 cal

6. Wie viel Kilogramm Eis mit einer Temperatur von 0ºC muss man mindestens in 2 Liter Wasser mit einer Temperatur von 60ºC geben, damit das Wasser auf 0ºC abgekühlt wird (vorausgesetzt, dass zwischen dem System aus Eis und Wasser und der Umgebung keine Wärmeabgabe oder –aufnahme möglich ist (thermische Isolierung))?

7. Man wirft eine Eiskugel der Masse 20 g in ein Glas Wasser mit einem Volumen von 2 dl. Die Temperaturwerte sind: Eiskugel: 0ºC und Wasser: 30ºC. Wie groß wird die Temperatur nach dem Schmelzen der Eiskugel und Homogenisierung des Systems sein?

8. Der Sauerstoffverbrauch eines Menschen beträgt etwa 16 mol pro Tag. Wie viele O_2-Moleküle sind in dieser Menge enthalten?

9. Ein Behälter mit einem Volumen $V = 1{,}5\ \mathrm{m}^3$ enthält Sauerstoffgas. Druck und Temperatur des Gases sind 5 mbar bzw. 25ºC. Wieviel Mol Sauerstoff und wie viele O_2-Moleküle befinden sich in dem Behälter? (Das Gas kann als ideales Gas betrachtet werden.)

10. Ein Behälter mit einem Volumen von 6 Liter enthält $16 \cdot 10^{23}$ N_2-Moleküle. Berechnen Sie
a) die Stoffmenge von Stickstoff in Mol und
b) den Druck des Gases bei 0ºC, wenn das Gas als ideales Gas betrachtet wird.

11. In einer Pumpe drückt man die sich dort befindende Luft langsam auf das halbe Volumen so zusammen, dass sich die Temperatur nicht ändert. Wie ändert sich dabei der Druck der Luft? (Die Luft kann hier als ideales Gas betrachtet werden.)

12. Eine geschlossene Gasflasche aus Metall liegt in der Sonne. Der Druck des idealen Gases in der Flasche beträgt 50 bar. Im Verlauf des Tages steigt die Temperatur der Flasche von 12°C auf 72°C. Auf welchen Wert erhöht sich dabei der Druck in der Flasche?

13. Was bedeutet isochore Zustandsänderung?
A: V = konstant **B**: p = konstant **C**: ν = konstant **D**: T = konstant

14. Was bedeutet isobare Zustandsänderung?
A: ν = konstant **B**: T = konstant **C**: V = konstant **D**: p = konstant

15. Was bedeutet isotherme Zustandsänderung?
A: p = konstant **B**: V = konstant **C**: T = konstant **D**: ν = konstant

Lösungen:

1. 310 K

2. 2 K

3. –200ºC

4. Da die Dichte des Wassers (s. Lektion 6) etwa 1000 kg/m^3 beträgt, beträgt die Masse von 2 Liter = 2 dm^3 = 0,002 m^3 Wasser: $m = \rho V = 1000 \cdot 0{,}002 = 2$ kg.
Mit der spezifischen Wärmekapazität des Wassers aus der Tabelle ist die nötige Wärme für ΔT = –60 K:

$$Q = cm\Delta T = 4180 \cdot 2 \cdot (-60) = -502 \text{ kJ}.$$

Das negative Vorzeichen weist darauf hin, dass diese Wärme nicht zu-, sondern abgeführt werden muss.

5. B

6. Aus der Aufgabe 4 weiß man, dass zu dieser Abkühlung dem Wasser eine Wärme von 502 kJ entzogen werden muss. Wegen der Isolierung des Systems und des Energieerhaltungssatzes ist diese Wärme gleich der während des Schmelzens durch das Eis aufgenommenen Wärme, die man mithilfe der spezifischen Schmelzwärme (334,4 kJ für Eis, s. Tabelle) als $mq_\mathrm{S} = Q = 502\,000$ J schreiben kann.
Aus der Gleichung erhält man die geforderte Masse: $m = \frac{Q}{q_\mathrm{S}} = \frac{502\,000}{334\,400} = 1{,}5$ kg.
Wenn man mehr Eis in das Wasser wirft, wird nicht die ganze Menge schmelzen.

7. 20ºC

8. Die Anzahl der Moleküle in einem Mol ist durch die Avogadro-Konstante N_A angegeben. Die Anzahl der Moleküle in einer Stoffmenge von 16 mol ist dementsprechend: $N = \nu \cdot N_\mathrm{A} = 16 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 9{,}63 \cdot 10^{24}$.

9. p = 5 mbar = 0,005 bar = 500 Pa und T = 25+273 = 295 K. Mit diesen Werten erhält man unter der Voraussetzung, dass das Sauerstoffgas in dem Behälter ideal ist, aus der allgemeinen Gasgleichung:

$$\nu = \frac{pV}{RT} = \frac{500 \cdot 1{,}5}{8{,}31 \cdot 295} = 0{,}306 \text{ mol}.$$

Die Zahl der Gasteilchen erhält man mithilfe der Avogadro-Konstante:

$$N = \nu \cdot N_\mathrm{A} = 0{,}306 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 1{,}84 \cdot 10^{23}.$$

10. a) 2,66 mol; b) 1 MPa

11. Aus der allgemeinen Zustandsgleichung folgt, dass das Produkt pV auf der linken Seite der Gleichung konstant bleibt, wenn sich Stoffmenge und Temperatur auf der rechten Seite der Gleichung nicht ändern. Wenn bei der Halbierung des Volumens dieses Produkt konstant bleiben soll, muss der Druck auf den doppelten Wert ansteigen.

12. 60,5 bar

13. A

14. D

15. C

10. Elektrizitätslehre — Elektrostatik

Die elektrischen Vorgänge spielen eine wichtige Rolle bei Lebensfunktionen wie z. B. bei der Muskeltätigkeit oder bei der Reizleitung in Nervenzellen. Die Messung von solchen Vorgängen kann diagnostische Informationen liefern, z. B. in der Elektrokardiographie (EKG).
Elektrische Kondensatoren werden in medizinischen Geräten benutzt – als Beispiel sei nur der Defibrillator erwähnt. Bei diesem Gerät wird ein Kondensator vor der Anwendung aufgeladen, damit man die in dem Kondensator gespeicherte Gesamtladung und Gesamtenergie dann im Notfall in Form eines starken elektrischen Schocks dem fibrillierenden Herzen zuführen kann.

Elektrische Ladung ist eine spezielle Eigenschaft von Körpern. Manche Körper können zum Beispiel durch Reibung in einen elektrisch aufgeladenen Zustand gebracht werden. Sie zeigen dann eine neue Wechselwirkung, die sogenannte *elektrische Wechselwirkung*. Ein spezielles Gebiet der Elektrizitätslehre, die *Elektrostatik,* beschäftigt sich mit ruhenden elektrischen Ladungen.

Elektrische Ladung (Formelzeichen q): Die Eigenschaft eines Körpers, die die Ursache des elektrischen Feldes und elektrischer Erscheinungen ist. Es gibt zwei Arten von Ladungen – **positive** und **negative** Ladungen. Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige Ladungen ziehen sich an. Die Wechselwirkungskraft zwischen zwei punktförmigen Ladungen ist in dem Coulomb-Gesetz formuliert. Die SI-Einheit der Ladung ist das **Coulomb** (C). Die kleinste Ladungsmenge ist die sog. **Elementarladung** (Formelzeichen e) – sie beträgt **$1{,}6\cdot 10^{-19}$ C**. Jede andere Ladung ist ein Vielfaches dieser Elementarladung. (Die Ladung ist eine gequantelte Größe, d. h., sie kann nur bestimmte Werte, in diesem Fall Vielfache der Elementarladung, annehmen.) Ladung ist immer an Materie gebunden.

Ladungsträger: Teilchen, die elektrisch geladen sind. Der wichtigste Träger ist das **Elektron**. Seine Ladung ist $-e$. Das **Proton** im Atomkern besitzt hingegen eine Ladung von $+e$. Atome, Moleküle und demzufolge die aus ihnen bestehenden makroskopischen Körper sind normalerweise neutral, d. h. sie enthalten genauso viele positive wie auch negative Ladungsträger. Werden Elektronen aus einem Körper entfernt, entsteht ein Überschuss von positiven Ladungen, sodass der Körper somit positiv aufgeladen ist. So entstehen die positiv geladenen Ionen (Kationen) aus neutralen Atomen. Bei einem Überschuss von Elektronen hingegen ist der Körper negativ aufgeladen. So entstehen die negativ geladenen Ionen (Anionen) aus neutralen Atomen.

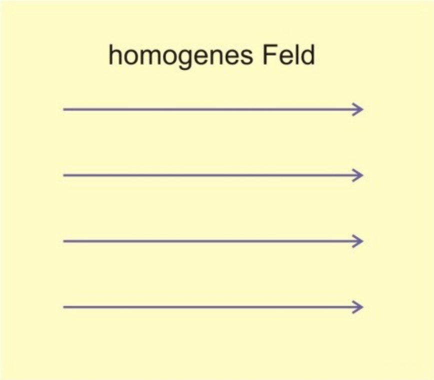
Elektrisch geladene Körper stehen in Wechselwirkung miteinander, d. h., sie üben Kräfte aufeinander aus. Diese Wechselwirkung nennt man elektrische Wechselwirkung und die dabei auftretende Kraft wird durch das Coulomb-Gesetz angegeben.

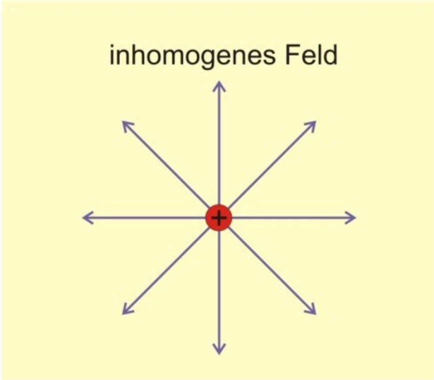
Coulomb-Gesetz: Ein Kraftgesetz, das die zwischen zwei punktförmigen Ladungen (q_1 und q_2) wirkende Kraft (**Coulomb-Kraft**) in Abhängigkeit von ihrem Abstand (r) beschreibt:

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2},$$

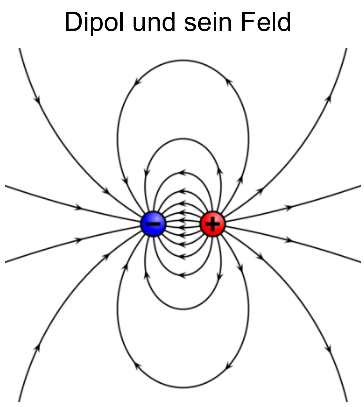
wobei k eine Konstante mit dem Wert von $k = 9\cdot 10^9$ Nm^2/C^2 ist. Die Coulomb-Kraft wirkt in Richtung der Verbindungslinie der zwei Ladungen. Sie ist eine Anziehungskraft bei Ladungen unterschiedlicher Vorzeichen und eine Abstoßungskraft bei Ladungen gleicher Vorzeichen. Die Coulomb-Kraft hält z. B. die negativen Elektronen auf ihren Bahnen um den positiv geladenen Atomkern in den Atomen. Es sei der Leser hier daran erinnert, dass das im Abschnitt 4 (Dynamik) kennengelernte Gravitationsgesetz dem Coulomb-Gesetz sehr ähnlich ist. Die Struktur der zwei Formeln ist gleich – in dem Coulomb-Gesetz steht die Ladung, statt der Masse, in dem Zähler und eine andere Konstante wird verwendet. Diese Ähnlichkeit erklärt, warum viele Eigenschaften der zwei Wechselwirkungen und der zwei Felder gleich sind.

Elektrisches Feld: Ein Modell für die Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Ladungen. Nach diesem Modell erzeugen Ladungen um sich herum ein elektrisches Feld und üben nicht direkt Kräfte aufeinander aus, sondern durch das elektrische Feld. Das Feld wird durch **Feldlinien** veranschaulicht; dies sind Kurven, deren Tangenten an jedem Punkt die Richtung des Feldes, d. h. die Richtung der Kraftwirkung, anzeigen und deren Dichte zur Stärke des Feldes proportional ist. Das elektrische Feld legt die Coulomb-Kraft fest, die eine punktförmige positive Ladung von 1 C (die sog. Probeladung) erfahren würde. Ein **homogenes Feld** hat an jedem Punkt den gleichen Wert; die Feldlinien laufen parallel zueinander in gleichen Abständen. Andernfalls handelt es sich um ein **inhomogenes Feld**. Das elektrische Feld einer punktförmigen Ladung ist inhomogen, das elektrische Feld eines Plattenkondensators (siehe später) hingegen ist homogen.





Elektrischer Dipol: Die Anordnung von zwei gleich großen, ungleichnamigen Punktladungen ($+q$ bzw. $-q$) in einem Abstand d. Das erzeugte inhomogene Feld heißt **Dipolfeld**. Der elektrische Dipol besitzt ein **elektrisches Dipolmoment** (p), das:



$$p = q \cdot d$$

groß ist. In dem Wassermolekül z. B. stimmen die Schwerpunkte der positiven Ladungen (Protonen im Kern) und der negativen Ladungen (Elektronen) wegen der unterschiedlichen Elektronegativitäten von Sauerstoff und Wasserstoff nicht überein, weshalb das Wassermolekül ein elektrischer Dipol ist und ein Dipolmoment besitzt. Das elektrische Feld des Herzens kann auch annähernd mit einem Dipolfeld modelliert werden. Die Ausrichtung dieses Dipols kann mit Hilfe des EKGs veranschaulicht werden.

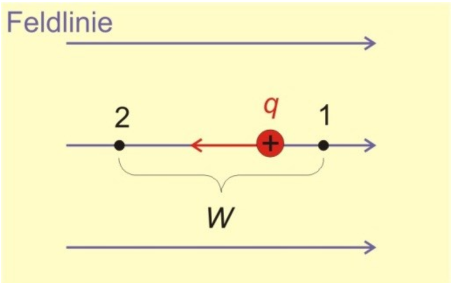
Wie stark ein elektrisches Feld ist, kann man mit zwei physikalischen Größen beschreiben: Der elektrischen Feldstärke und der elektrischen Spannung (bzw. dem elektrischen Potenzial).

Elektrische Feldstärke (Formelzeichen E): Der Quotient aus der Kraft (F), die in dem elektrischen Feld auf eine positive Ladung wirkt und aus der Ladung (q):

$$E = \frac{F}{q}\,.$$

Die Feldstärke gibt also die auf die Probeladung wirkende Kraft an. Die SI-Einheit der elektrischen Feldstärke ist N/C oder V/m (siehe später). Die elektrische Feldstärke ist eine vektorielle Größe. Richtung und Betrag der elektrischen Feldstärke sind in einem homogenen Feld überall gleich groß.

Elektrische Spannung (Formelzeichen U): Der Quotient aus der Arbeit (W), die geleistet werden muss, um eine positive Ladung von einem Punkt 1 zu einem Punkt 2 in dem elektrischen Feld zu bringen und aus der Ladung (q):



$$U_{21} = \frac{W}{q}\,.$$

Statt der exakten Bezeichnung U_{21} wird oft einfach U geschrieben. Die SI-Einheit der elektrischen Spannung ist das **Volt** (V; 1 V = 1 J/C). Die Spannung gibt also die Arbeit an, die man verrichten muss, um die Probeladung von Punkt 1 zu Punkt 2 zu bringen. Muss man gegen das Feld Arbeit verrichten, werden die Arbeit und auch die Spannung positiv sein. Man sagt, dass Punkt 2 ein höheres elektrisches Potenzial hat als Punkt 1. Ist die Arbeit und dementsprechend auch die Spannung negativ, so ist das elektrische Potenzial im Punkt 2 niedriger als im Punkt 1. Im Wesentlichen ist die Spannung auch ein Maß für die Stärke des elektrischen Feldes. Auch in der Zellmembran herrscht ein elektrisches Feld und es liegt eine elektrische Spannung zwischen den extra- und intrazellulären Seiten der Membran vor, die etwa –90 mV groß ist. (Hier wird die extrazelluläre Seite willkürlich als Punkt 1 und die intrazelluläre Seite als Punkt 2 betrachtet.) Dieses elektrische Feld und die Spannung stehen im Zusammenhang mit der ungleichmäßigen Verteilung der Kationen und Anionen zwischen den extra- und intrazellulären Räumen. Der genaue Spannungswert ist stark abhängig von den jeweiligen Zellen, da in verschiedenen Zellen zum einen die Ionenkonzentrationen extra- und intrazellulär variieren und zum anderen auch die Durchlässigkeit der Membran für die verschiedenen Ionen unterschiedlich ist.

Elektrisches Potenzial (Formelzeichen φ): Wird ein Punkt (0) gewählt, an dem das elektrische Potenzial willkürlich als „0“ festgelegt ist ($\varphi(0) = 0$), dann ist das elektrische Potenzial $\varphi(i)$ eines beliebigen Punktes i gleich der elektrischen Spannung U_{i0}:

$$\varphi(i) = U_{i0},$$

oder mit anderen Worten: die Spannung ist die Differenz des elektrischen Potenzials zwischen zwei Punkten:

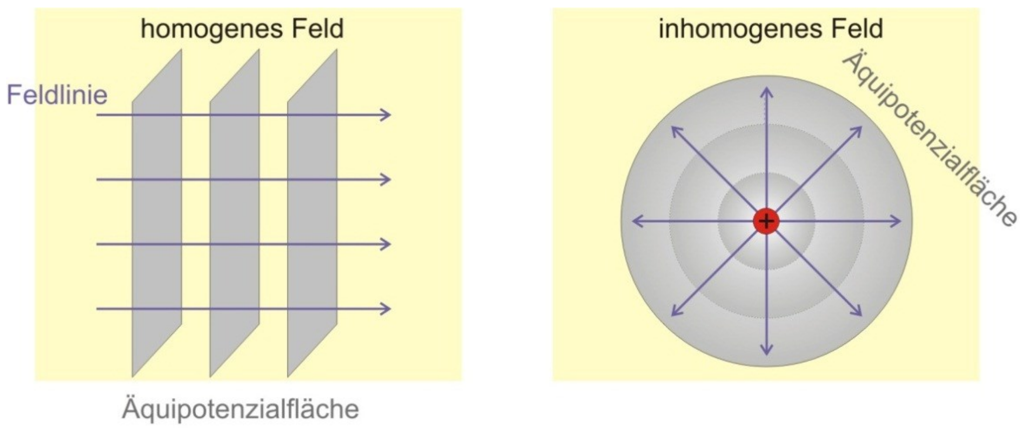
$$U_{i0} = \varphi(i) - \varphi(0)$$

oder

$$U_{21} = \varphi(2) - \varphi(1).$$

Deshalb ist die elektrische Potenzialdifferenz ein Synonym für die elektrische Spannung. Da Potenzial und Spannung im Grunde genommen die gleichen Größen sind, sind ihre Einheiten auch gleich. Die zwischen den zwei Seiten der Zellmembran herrschende Membranspannung könnte man also auch Membranpotenzial-differenz nennen. Jedoch ist nicht diese Benennung, sondern Membranpotenzial (Ruhe- oder Aktionspotenzial), in der medizinischen Literatur im Gebrauch – eine saloppe Ausdrucksweise.

Äquipotenzialflächen: Flächen mit gleichem Wert des Potenzials. In der Elektrostatik stehen die Äquipotenzialflächen senkrecht zu den Feldlinien.



Kondensator: Ein elektrisches Bauelement zum Speichern von elektrischer Ladung und Energie, das auch elektrische Kapazität genannt wird. Die einfachste Bauform ist der **Plattenkondensator**. Dieser besteht aus zwei parallelen, elektrisch leitenden und durch einen Isolatorstoff getrennte Platten. Wird der Kondensator aufgeladen, dann enthalten die zwei Platten eine Ladung von $+q$ bzw. $-q$. Es entsteht ein homogenes elektrisches Feld der Stärke E und eine Spannung U zwischen den Platten. Es gilt:

$$U = E \cdot d,$$

wobei d den Abstand zwischen den Platten bezeichnet. Je mehr Ladungen sich auf den Platten befinden, desto stärker wird das Feld und desto größer wird die Spannung. Die Ladungsmenge und die Spannung sind also proportional zueinander. Ihr Quotient ist konstant und wird als Kapazität bezeichnet. Die Zellmembran einer myelinisierten Nervenzelle kann in guter Näherung als Kondensator angesehen werden.

Kapazität (Formelzeichen C): Der Quotient aus der Ladungsmenge (q) und der Spannung (U) eines Kondensators:

$$C = \frac{q}{U}\,.$$

Die SI-Einheit der Kapazität ist das **Farad** (F; 1 F = 1 C/V). Die Kapazität ist ein Maß der Ladungsspeicherungsfähigkeit des Kondensators. Sie hängt von den geometrischen Gegebenheiten des Kondensators ab: Je größer die Plattenflächen (A) sind, desto mehr Ladung wird für eine bestimmte Spannung benötigt. Je kleiner der Plattenabstand (d) ist, desto größer müssen für eine bestimmte Spannung die elektrische Feldstärke und damit die Ladung sein. Deshalb gilt:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_\mathrm{r} \cdot \frac{A}{d}\,,$$

wobei ε_0 die absolute Dielektrizitätskonstante (oder elektrische Feldkonstante) und ε_r die relative Dielektrizitätskonstante (oder Dielektrizitätszahl) bezeichnen. Der Wert von ε_0 ist $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm). Das Schaltzeichen einer elektrischen Kapazität (Kondensator) ist: 

Elektrische Energie im Kondensator: Zum Aufladen benötigte Arbeit (W), die in Form von elektrischer Energie im Kondensator gespeichert wird. Es gilt:

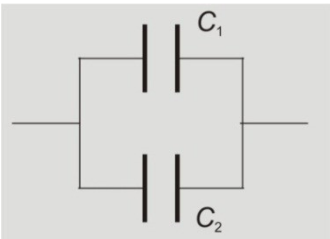
$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2\,.$$

Schaltung von Kondensatoren:
Bei der **Parallelschaltung** dieser erhält man die Gesamtkapazität C durch Addition der einzelnen Kapazitäten:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots$$

Bei der **Reihenschaltung** dieser erhält man die Gesamtkapazität C durch die Reziprokregel:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$



Parallelschaltung

Reihenschaltung

Aufgaben:

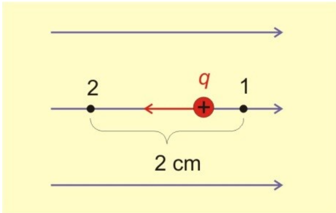
1. Berechnen Sie die Coulomb-Kraft zwischen dem Elektron und dem Proton in dem Wasserstoffatom, wenn man für ihren Abstand 100 pm annimmt.

2. Ein Cl^--Ion und ein Na^+-Ion sitzen auf gegenüberliegenden Seiten einer Zellmembran. Die Dicke der Membran beträgt 6 nm. Mit welcher Kraft ziehen die Ladungen einander an?

3. Zwei Körper mit der gleichen positiven Ladung haben einen Abstand von 1 m. Es wirkt eine Kraft von 9000 N zwischen ihnen. Wie groß sind jeweils die Ladungen der beiden Körper?

4. Körper A und Körper B besitzen gleich große Ladungen (q_A und q_B). Zwischen ihnen wirkt eine Kraft. Die Ladung q_B wird verdoppelt. Welche Aussage trifft zu?
A: Die auf Körper A wirkende Kraft verdoppelt sich.
B: Die auf Körper A wirkende Kraft halbiert sich.
C: Die auf Körper A wirkende Kraft ändert sich nicht, weil sich q_A nicht ändert.
D: Die Richtung der Kraft ändert sich.

5. Ein Körper der Ladung q = 0,1 C wird in einem homogenen Feld (E = 1200 N/C) parallel zu den Feldlinien von Punkt 1 zu Punkt 2 bewegt.
a) Welche elektrische Kraft wirkt auf den Körper?
b) Welche Arbeit muss man bei der Bewegung gegen die elektrische Kraft verrichten?
c) Wie groß ist die Spannung zwischen den zwei Punkten?



6. Wie groß ist die elektrische Feldstärke in dem Punkt, in dem auf eine Ladung von 0,5 C eine elektrische Kraft von 480 N wirkt?

7. Ein Körper der Ladung q = 5 nC wird in einem elektrischen Feld durch eine Spannung von 2000 V bewegt. Welche Arbeit wird dabei verrichtet?

8. In einer Röntgenröhre wird ein Elektron in einem elektrischen Feld durch eine Spannung von 80 kV bewegt und beschleunigt.
a) Welche Arbeit wird dabei verrichtet?
b) Diese Arbeit erscheint als kinetische Energie des Elektrons. Wie groß ist seine Geschwindigkeit, wenn seine Masse als konstant ($m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg) angenommen wird?

9. Die Spannung eines Plattenkondensators beträgt 600 V. Berechnen Sie die Feldstärke des Feldes zwischen den Platten, wenn der Plattenabstand 2 mm beträgt.

10. Zwischen den zwei Seiten einer Zellmembran kann eine Spannung von etwa - 90 mV im Ruhezustand gemessen werden. Es kann angenommen werden, dass das elektrische Feld in der Membran homogen ist. Berechnen Sie die Feldstärke für den Fall, dass die Membran 10 nm dick ist.

11. Im Defibrillator ist ein Kondensator der Kapazität 50 µF auf eine Spannung von 5000 V aufgeladen.
a) Wie viel Ladung ist im Kondensator gespeichert?
b) Wie viel Energie ist im Kondensator gespeichert?

12. Die elektrische Ladung eines Plattenkondensators der Kapazität C = 50 nF beträgt 30 µC. Berechnen Sie
a) die Spannung am Kondensator und
b) die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie.

13. Zwei Kondensatoren von je 10 nF werden zusammengeschaltet. Berechnen Sie die Gesamtkapazität:
a) bei einer Parallelschaltung und b) bei einer Reihenschaltung.

14. Zehn Kondensatoren mit je einer Kapazität von C = 3 nF sind parallel geschaltet. Wie groß ist ihre Gesamtkapazität?

15. Zwei Kondensatoren, C_1 = 10 nF und C_2 = 40 nF, sind in Reihe geschaltet. Wie groß ist ihre Gesamtkapazität?

Lösungen:

1. Der Abstand ist 100 pm = 10^{-10} m. Beide Teilchen tragen die Elementarladung, allerdings mit unterschiedlichen Vorzeichen. Deshalb wird die Kraft anziehend sein, mit einem Betrag von:

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{\left(10^{-10}\right)^2} = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{N} = 23\,\mathrm{nN}.$$

2. $6{,}4 \cdot 10^{-12}$ N

3. 1 mC

4. A

5. a) Die Kraft ergibt sich aus der Feldstärke E: $F = q \cdot E = 0{,}1 \cdot 1200 = 120\,\mathrm{N}$.

b) Bei der Bewegung muss man eine der elektrischen Kraft entgegengesetzte, aber im Betrag gleich große Kraft ausüben. So liegen Bewegung und Kraft in der gleichen Richtung und die Arbeit ist: $W = F \cdot s = 120 \cdot 0{,}02 = 2{,}4\,\mathrm{J}$.

c) Die Spannung erhält man durch die Definitionsformel: $U_{21} = \frac{W}{q} = \frac{2{,}4}{0{,}1} = 24\,\mathrm{V}$.

6. 960 N/C

7. 10 µJ

8. a) 12,8 fJ; b) $1{,}68 \cdot 10^8$ m/s

9. Für das homogene Feld im Plattenkondensator gilt: $E = \frac{U}{d} = \frac{600}{0{,}002} = 300\,000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$. (Die Maßeinheit V/m ist identisch mit N/C!)

10. $9 \cdot 10^6$ V/m

11. a) Die Ladung beträgt: $q = C \cdot U = 50 \cdot 10^{-6} \cdot 5000 = 0{,}25\,\mathrm{C}$.

b) Die Energie beträgt: $W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 5000^2 = 625\,\mathrm{J}$.

12. a) 600 V; b) 9 mJ

13. a) Bei einer Parallelschaltung gilt die einfache Addition: $C = C_1 + C_2 = 10 + 10 = 20\,\mathrm{nF}$.

b) Bei einer Reihenschaltung werden die Reziprokwerte addiert: $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$

und daraus: $C = \frac{10}{2} = 5\,\mathrm{nF}$.

14. 30 nF

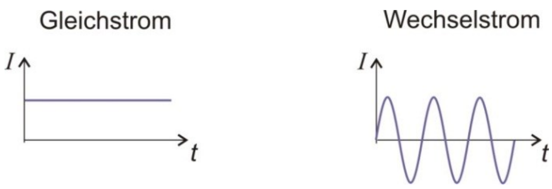
15. 8 nF

11. Elektrizitätslehre — Elektrischer Strom

Elektrischer Strom fließt im Körper z. B. bei Muskel- oder Nerventätigkeit. Die Messung der elektrischen Tätigkeit in den einzelnen Organen liefert uns diagnostische Informationen, wie z. B. in der Elektrokardiographie (EKG). Elektrische Stromkreise sind praktisch in jedem medizinischen Gerät zu finden. Elektrischen Strom verwendet der Arzt direkt z. B. im Herzschrittmacher oder bei der sog. Reizstromtherapie.

Mikroskopische Teilchen, wie Elektronen oder Ionen, führen ständig zufällige Bewegungen in einem Stoff durch. In einem elektrischen Feld kommt noch eine gerichtete kollektive Bewegung dieser Teilchen dazu, da sie elektrisch aufgeladen sind und das elektrische Feld eine Kraft auf sie ausübt. Diese kollektive Wanderung von Ladungsträgern nennt man *elektrischen Strom*.

Elektrischer Strom: Der gerichtete Transport von elektrischen Ladungen. Dazu sind frei bewegliche Ladungsträger (z. B. freie oder „quasi"-freie Elektronen oder Ionen) nötig. Sind solche in einem Stoff vorhanden, so nennt man ihn einen elektrischen **Leiter** (z. B. Metalle). Der Stoff, der solche nicht enthält oder nur in geringer Menge, heißt **Isolator**. Ist die Stromstärke zeitlich konstant, spricht man von **Gleichstrom**, andernfalls von **Wechselstrom**. In der Praxis spielt der sinusförmige Wechselstrom die wichtigste Rolle.
Die Richtung des elektrischen Stromes ist nach Vereinbarung die Bewegungsrichtung der positiven Ladungsträger. Dies ist die sog. **technische Stromrichtung**. Die Elektronen bewegen sich wegen ihrer negativen Ladung tatsächlich in die umgekehrte Richtung.



Elektrische Stromstärke (Formelzeichen I): Der Quotient aus der durch den Querschnitt des Leiters transportierten Ladungsmenge Δq und der Zeitspanne Δt:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} .$$

Die Stromstärke gibt also die pro Zeiteinheit transportierte Ladungsmenge an. Die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke ist das **Ampere** (A; 1 A = 1 C/s). Für die Elektroreizung reicht schon eine Stromstärke von ein paar mA. Bei der Verwendung des Defibrillators fließt hingegen, wenn auch nur kurzzeitig, ein wesentlich stärkerer Strom von etwa 1 A durch den Körper.

Ohmsches Gesetz: Die elektrische Stromstärke in einem Leiter ist der angelegten Spannung proportional:

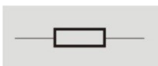
$$U = R \cdot I ,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor R elektrischer Widerstand genannt wird. R ist also konstant und hängt nicht von der Spannung ab.

Elektrischer Widerstand (Formelzeichen R): Der Quotient aus der an einen Leiter angelegten Spannung (U) und der durch ihn fließenden Stromstärke (I):

$$R = \frac{U}{I} .$$

Die SI-Einheit des elektrischen Widerstandes ist das **Ohm** (Ω; 1 Ω = 1 V/A). Wenn der gesamte Energieverlust in einem Widerstand in joulesche Wärme umgesetzt wird, nennt man ihn einen **ohmschen Widerstand**. Unter elektrischem Widerstand versteht man das Bauelement eines Stromkreises, bei dem diese Eigenschaft die bestimmende Rolle spielt. Das Schaltzeichen eines elektrischen Widerstandes ist:



Der elektrische Widerstand eines Leiters hängt von seinen geometrischen Gegebenheiten ab: Je größer die Länge des Leiters (l) ist, desto schwächer wird das Feld und demzufolge die Bewegung der Ladungsträger und somit die Stromstärke in dem Leiter sein. Das bedeutet einen größeren Widerstand. Je größer die Querschnittsfläche des Leiters (A) ist, desto mehr Ladungen wandern bei gleicher

Spannung durch den Querschnitt, d. h. desto größer wird die Stromstärke sein. Das bedeutet einen kleineren Widerstand. Deshalb gilt:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A},$$

wobei ρ den **spezifischen Widerstand** bezeichnet. Die SI-Einheit des spezifischen Widerstandes ist Ω·m. In der Technik ist das Temperaturverhalten des Widerstandes wichtig. Bei den meisten Materialien nimmt der Widerstand mit zunehmender Temperatur zu.

Elektrischer Leitwert (Formelzeichen G): Der Kehrwert des elektrischen Widerstandes:

$$G = \frac{1}{R}.$$

Die SI-Einheit des elektrischen Leitwertes ist das **Siemens** (S; 1 S = 1/Ω).

Elektrische Leitfähigkeit (Formelzeichen σ): Der Kehrwert des spezifischen Widerstandes:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}.$$

Die SI-Einheit der elektrischen Leitfähigkeit ist S/m.

Stromarbeit oder **elektrische Arbeit** oder **joulesche Wärme** (Formelzeichen W_{Strom}): Die von einem elektrischen Feld beim Transport elektrischer Ladungen verrichtete Arbeit, durch die die elektrische Energie in andere Energieformen umgewandelt wird. In ohmschen Widerständen wird diese Energie völlig in Wärme umgewandelt. Bei einem Gleichstrom mit der Stromstärke I während einer Zeitspanne t beträgt die Stromarbeit:

$$W_{\text{Strom}} = U \cdot I \cdot t,$$

wobei U die Spannung bezeichnet. Die SI-Einheit der Stromarbeit ist das Joule, wie bei der mechanischen Arbeit. Mithilfe des ohmschen Gesetzes kann die Stromarbeit auch anders formuliert werden:

$$W_{\text{Strom}} = R \cdot I^2 \cdot t$$

oder

$$W_{\text{Strom}} = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Elektrische Leistung (Formelzeichen P_{el}): Die pro Zeiteinheit verrichtete elektrische Arbeit. Bei Gleichstrom beträgt sie:

$$P_{\text{el}} = U \cdot I.$$

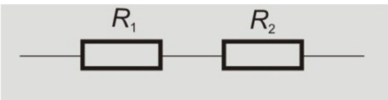
Die SI-Einheit der elektrischen Leistung ist das Watt, wie bei der mechanischen Leistung.

Schaltung von Widerständen: Bei einer **Reihenschaltung** erhält man den Gesamtwiderstand R durch Addition der einzelnen Widerstände:

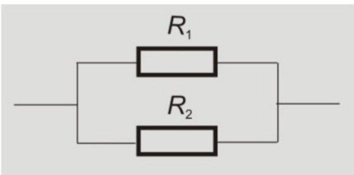
$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

Bei einer **Parallelschaltung** erhält man den Gesamtwiderstand R durch die Reziprokregel:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$



Reihenschaltung

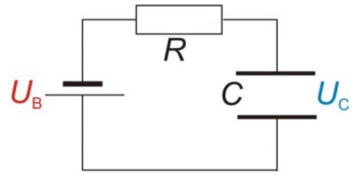


Parallelschaltung

Stromkreis: Eine geschlossene Anordnung von elektrischen Schaltelementen (z. B. Spannungsquellen, Kondensatoren, Widerständen), durch die ein elektrischer Strom fließen kann.

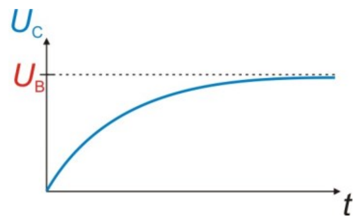
Kirchhoffsche Regeln: Zusammenhänge für die Verteilung von Strom und Spannung in Stromkreisen. Die **1. kirchhoffsche Regel (Knotenregel)** besagt, dass in einem Verzweigungspunkt die Summe der Stromstärken der zufließenden Ströme gleich der Summe der Stromstärken der abfließenden Ströme ist. Die **2. kirchhoffsche Regel (Maschenregel)** besagt, dass in einem geschlossenen Stromkreis (Masche) die Summe der Teilspannungen an den einzelnen Elementen (Widerständen, Spannungsquellen, ...) gleich null ist.

RC-Kreis: In seiner einfachsten Form bestehend aus einem ohmschen Widerstand, der in Reihe mit einem Kondensator geschaltet ist. RC-Glieder spielen in der Elektrotechnik eine große Rolle, wie wir im 2. Semester bei der Signaltransduktion noch sehen werden. Auch kann die Zellmembran mit Hilfe von RC-Kreisen physikalisch dargestellt werden. Beim RC-Kreis sind zwei Vorgänge genauer zu betrachten und zu bedenken: Der Lade- und der Entladevorgang. Meist beginnt man mit der Betrachtung zu dem Zeitpunkt, bei dem der Kondensator ungeladen ist und betrachtet zunächst die Zeitspanne, bis dieser maximal geladen ist. Als Spannungsquelle wird in den RC-Kreis zum Laden zusätzlich z. B. eine Batterie geschaltet, die aus dem Kreis entfernt wird, sobald der Kondensator auf die gewünschte Spannung geladen ist.



Ladevorgang des RC-Kreises:

- Der Kondensator besitzt zum Zeitpunkt $t = 0$ noch keine Ladung, demzufolge ist seine zur Ladung proportionale Spannung auch null: $U_C = 0\ V$.
- Nach der Maschenregel muss daher die Spannung, die von der Batterie geliefert wird, voll am Widerstand gemessen werden.
- Ist eine Spannung am Widerstand zu messen, muss nach dem ohmschen Gesetz auch ein Strom fließen.
- Der durch den Widerstand fließende – durch die Batteriespannung getragene – Strom lädt den Kondensator auf, d. h. auf der einen Platte sammeln sich Elektronen (negative Ladung) an, auf der anderen entsteht ein Elektronenmangel (positive Ladung). Die zunehmende Ladung der Platten ruft eine Potenzialdifferenz zwischen den beiden Platten des Kondensators hervor; zwischen den beiden Platten baut sich eine Spannung auf.
- Nach der Maschenregel teilt sich die Spannung der Batterie jetzt auf den Widerstand und den Kondensator auf. In dem Maße wie die Spannung am Kondensator zunimmt, muss sie am Widerstand abnehmen – die Spannung nimmt so lange am Kondensator zu, bis am Kondensator die Batteriespannung zu messen ist und am Widerstand die Spannung null ist.
- Die abnehmende Spannung am Widerstand ist ebenfalls an der abnehmenden Stromstärke zu sehen, da nach dem ohmschen Gesetz die zwei Größen zueinander proportional sind. Die abnehmende Stromstärke lädt den Kondensator zwar weiter, aber immer langsamer und langsamer. Der völlig geladene Zustand wird nur asymptotisch (d. h. mathematisch gesehen nur im Unendlichen) erreicht, siehe rechte Abbildung.

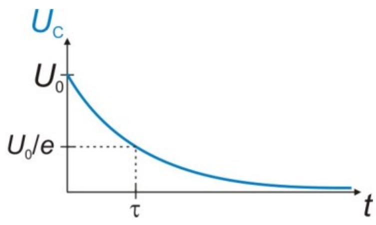


- Die in der Abbildung dargestellte Kurve für die Kondensatorspannung kann mit
$$U_C = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$$
berechnet werden, wobei U_B die Batteriespannung bezeichnet. R ist der Widerstand und C ist die Kapazität des Kondensators.

Entladevorgang des RC-Kreises:

- Sei die Kondensatorspannung nach der Aufladung U_0. (Falls die Aufladung lang genug gedauert hat, ist diese Spannung praktisch gleich der Batteriespannung, ansonsten ist sie kleiner.)
- Da die Platten des Kondensators über den Widerstand miteinander verbunden sind, fängt der Kondensator an sich zu entladen. Die Elektronen der einen Platte (Platte mit Elektronenüberschuss) wandern zu der anderen Platte (Platte mit Elektronenmangel) – ein Strom fließt. In dem Maße, wie die Ladung am Kondensator abnimmt, nimmt auch die Spannung zwischen den beiden Platten ab.

- Am Anfang des Entladevorgangs ist die Spannung zwischen den Platten noch groß, d. h. die Triebkraft für den elektrischen Strom ist ebenfalls groß. Daher ist zu Beginn des Entladevorgangs die Stromstärke maximal und nimmt mit zunehmender Entladung (und somit abnehmender Triebkraft) immer weiter ab. Dadurch wird die Entladung des Kondensators immer langsamer und langsamer erfolgen, siehe rechte Abbildung.



- Für die Kondensatorspannung im Entladevorgang gilt:

$$U_\mathrm{C} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\,.$$

Das Produkt RC in den Formeln ist von der Dimension eine Zeitspanne. Diese Zeitspanne wird **Zeitkonstante** des RC-Kreises genannt. Anschaulich kann sie als die Zeitspanne interpretiert werden, in der die Spannung des Kondensators auf den e-ten Teil des Anfangswertes (also auf U_0/e) sinkt, siehe Abbildung.

Wechselstromkreis: Ein Stromkreis, bei dem sich Stromstärke und Spannung periodisch ändern. Meist ändern sie sich sinusförmig nach den Funktionen:

$$I = I_\mathrm{max} \sin \omega t \quad \text{und} \quad U = U_\mathrm{max} \sin(\omega t + \varphi)\,,$$

wobei I_max und U_max die Maximalwerte (oder Amplituden), die sog. **Scheitelwerte**, ω die Kreisfrequenz und φ die Phasenverschiebung zwischen Stromstärke- und Spannungsänderung sind. (Stromstärke und Spannung müssen sich nämlich nicht unbedingt in gleicher Phase ändern.) Die Effektivwerte von Stromstärke und Spannung sind diejenigen Werte, bei denen ein Verbraucher unter Gleichspannung dieselbe Wärmeleistung aufnehmen würde (eine Art „Durchschnittwert”). Bei sinusförmigem Wechselstrom sind:

$$I_\mathrm{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad U_\mathrm{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}.$$

In einem Wechselstromkreis vertritt neben dem ohmschen Widerstand auch ein Kondensator einen Widerstand, der als **kapazitiver Widerstand** (X_C) bezeichnet wird. Er hängt von der Kapazität des Kondensators (C) und der Kreisfrequenz des Stromes (ω) ab:

$$X_\mathrm{C} = \frac{1}{\omega C}\,.$$

Der kapazitive Widerstand geht also gegen unendlich, wenn ω gegen null geht (der Kondensator leitet Gleichstrom nicht) und verkleinert sich mit zunehmender Frequenz. Den Gesamtwiderstand des Wechselstromkreises nennt man **Impedanz**.

***Aufgaben*:**

1. Man legt eine Spannung von 110 V an einen metallischen Leiter mit einem Widerstand von $R = 20\ \Omega$ an.
a) Berechnen Sie die Stromstärke des auftretenden Stromes.
b) Welche Ladungsmenge wird in einer Stunde durch den Leiter transportiert?
c) Wie viele Elektronen tragen diese Ladungsmenge, abgesehen von dem Vorzeichen der transportierten Ladung? Drücken Sie die Menge der Elektronen auch in Mol aus.

2. $1{,}875 \cdot 10^{18}$ Elektronen treten in einer Minute durch die Querschnittsfläche einer Elektrode in einer Röntgenröhre.
a) Welche Ladungsmenge (ohne Vorzeichen) wird dabei in einer Minute transportiert?
b) Berechnen Sie die Stromstärke.

3. Ein Strom von 20 mA fließt durch einen Leiter bei einer Spannung von 6 kV. Berechnen Sie a) den Widerstand und b) den Leitwert des Leiters.

4. Man nimmt einen 20 m langen Kupferdraht der Querschnittsfläche $A = 1{,}5\ \text{mm}^2$. Der spezifische Widerstand von Kupfer beträgt $1{,}78 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}$. Berechnen Sie
a) den Widerstand des Drahtes,
b) den Leitwert des Drahtes und
c) die Leitfähigkeit von Kupfer.

5. Die Leitfähigkeit einer Elektrolytlösung in einer Röhre beträgt 12 mS/m. Die Länge der Röhre ist $l = 6$ cm und die Querschnittsfläche $A = 2\ \text{cm}^2$. Berechnen Sie
a) den Leitwert der Lösung in der Röhre,
b) ihren spezifischen Widerstand und
c) den Widerstand der Lösung in der Röhre.

6. Zwei Widerstände von je 5 kΩ werden zusammengeschaltet. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand
a) bei einer Reihenschaltung und
b) bei einer Parallelschaltung.

7. Fünfzig Widerstände, mit je 10 kΩ, sind a) parallel und b) in Reihe geschaltet. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand für beide Fälle.

8. Eine Spannung von 230 V wird an einen Wolframfaden einer Glühbirne angelegt. Der Widerstand des Wolframfadens im Betrieb beträgt 529 Ω.
a) Wie viel Wärme entsteht in der Glühbirne an einem Tag?
b) Wie groß ist die Leistung der Glühbirne?

9. Die Leistung einer Glühbirne beträgt 15 W.
a) Wie viel Wärme entsteht in der Glühbirne in einer Woche?
b) Berechnen Sie auch die Stromstärke in der Glühbirne, wenn die angelegte Spannung 230 V beträgt.

10. Ein Defibrillator funktioniert wie ein RC-Kreis. Der Kondensator ($C = 20\ \mu\text{F}$) in dem Gerät wird zuerst auf eine hohe Spannung, z. B. 5 kV geladen, danach mit Hilfe von zwei Elektroden durch den Brustkorb des Patienten, der wie ein Widerstand wirkt, entladen. Der Widerstand des Brustkorbs beträgt 1200 Ω. Berechnen Sie
a) die im Kondensator gespeicherte Energie vor der Entladung,
b) die Zeitkonstante des während der Behandlung entstandenen RC-Kreises,
c) die Spannung des Kondensators 0,1 s nach dem Beginn der Entladung und
d) die Zeit, in der die Spannung des Kondensators auf 5 V sinkt.

11. a) Wie groß ist die Kapazität in einem RC-Kreis mit einem Widerstand von 10 MΩ, wenn die Zeitkonstante des RC-Kreises 1 s groß ist?
b) Auf wieviel Prozent sinkt die Spannung in 2 s bei der Entladung dieses RC-Kreises?

12. Die Zeitkonstante eines RC-Kreises ist 0,6 s.
a) Auf welche Spannung lädt sich der Kondensator in einer Sekunde auf, wenn die Ladespannung 100 V beträgt?
b) Wie lange dauert die Entladung des Kondensators von der errechneten Spannung auf die Hälfte dieser Spannung?

13. Die Zeitkonstante eines RC-Kreises beträgt 40 s. Der Kondensator des Kreises wird mit einer Batterie der Spannung 9 V geladen. Wie lange muss die Aufladung dauern, damit die Kondensatorspannung 8,9 V erreicht?

14. Die aus dem Alltag bekannteste Wechselspannung ist die Netzspannung, die sich in Europa nach der Funktion: $U = 325\ \mathrm{V} \cdot \sin\left(314\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right)$ ändert. Bestimmen Sie:
a) den Scheitelwert der Spannung,
b) die effektive Spannung,
c) die Kreisfrequenz des Stroms und
d) die Frequenz des Stroms.

15. Man schaltet einen Kondensator der Kapazität 20 µF an eine Spannungsquelle. Berechnen Sie den kapazitiven Widerstand, wenn:
a) die Spannungsquelle Gleichspannung liefert,
b) die Spannungsquelle Netzspannung liefert,
c) die Spannungsquelle Wechselspannung mit einer Frequenz von 5000 Hz liefert.

16. Wechselspannung mit der Funktion $U = 34\ \mathrm{V} \cdot \sin\left(6283\ \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot t\right)$ wird an einen Kondensator der Kapazität 500 nF gelegt. Berechnen Sie
a) den Scheitelwert der Spannung,
b) die effektive Spannung und
c) den kapazitiven Widerstand.

Lösungen:

1. a) Aus dem ohmschen Gesetz ergibt sich: $I = \frac{U}{R} = \frac{110}{20} = 5{,}5\ \text{A}$.

b) Aus der Definitionsformel der Stromstärke ergibt sich die transportierte Ladungsmenge für die Zeitspanne von 1 h = 3600 s: $\Delta q = I \cdot \Delta t = 5{,}5 \cdot 3600 = 19800\ \text{C}$.

c) In einem metallischen Leiter sind die Elektronen verantwortlich für die Leitung. Da ein Elektron, abgesehen von dem Vorzeichen, die Elementarladung *e* trägt, ergibt sich die Zahl der transportierten Elektronen aus dem Verhältnis: $N = \frac{\Delta q}{e} = \frac{19800}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}24 \cdot 10^{23}$.

Die Stoffmenge der Elektronen erhält man wie folgt: $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{1{,}24 \cdot 10^{23}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 0{,}206\,\text{mol}$.

2. a) 0,3 C; b) 5 mA

3. a) 0,3 MΩ; b) 3,33 μS

4. a) Die Querschnittsfläche ist A = 1,5 mm^2 = 1,5·10^{-6} m^2. Der Widerstand ist:
$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1{,}78 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{20}{1{,}5 \cdot 10^{-6}} = 0{,}237\,\Omega$.

b) Der Leitwert ist: $G = \frac{1}{R} = \frac{1}{0{,}237} = 4{,}21\ \text{S}$.

c) Die Leitfähigkeit ist der Kehrwert von dem spezifischen Widerstand: $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{1{,}78 \cdot 10^{-8}} = 5{,}62 \cdot 10^{7}\ \frac{\text{S}}{\text{m}}$.

5. a) 40 μS; b) 83,3 Ωm; c) 25 kΩ

6. a) Bei einer Reihenschaltung gilt die einfache Addition: $R = R_1 + R_2 = 5 + 5 = 10\,\text{k}\Omega$.

b) Bei einer Parallelschaltung werden die Reziprokwerte addiert: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ und daraus

$R = \frac{5}{2} = 2{,}5\ \text{k}\Omega$.

7. a) 200 Ω; b) 500 kΩ

8. a) Der Wolframfaden stellt einen ohmschen Widerstand dar, bei dem die Stromarbeit völlig in Wärme umgesetzt wird: $Q = W_{\text{Strom}} = \frac{U^2}{R} \cdot t = \frac{230^2}{529} \cdot 24 \cdot 3600 = 8{,}64 \cdot 10^{6}\ \text{J} = 8{,}64\ \text{MJ}$.

b) Die elektrische Leistung ist: $P_{\text{el}} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = \frac{230^2}{529} = 100\,\text{W}$.

9. a) 9,07 MJ; b) 65,2 mA

10. a) Die im Kondensator gespeicherte Energie ergibt sich aus der Formel:
$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 5000^2 = 250$ J.

b) Die Zeitkonstante τ ist gleich dem Produkt aus dem Widerstand und der Kapazität:
$\tau = RC = 1200 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 24$ ms.

c) Die Spannung des Kondensators U_C ergibt sich aus der exponentiellen Funktion:
$U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = 5000 \cdot e^{-\frac{0,1}{0,024}} = 77,5$ V.

d) Jetzt steht die Unbekannte t in dem Exponenten. Man muss also eine Exponentialgleichung durch Logarithmieren lösen:
$5 = 5000 \cdot e^{-\frac{t}{0,024}}$
$0,001 = e^{-\frac{t}{0,024}}$
$1000 = e^{+\frac{t}{0,024}}$
$\ln 1000 = \frac{t}{0,024}$
$t = 0,024 \cdot \ln 1000 = 0,166$ s.

11. a) $C = 0,1$ µF; b) 13,5%

12. a) Der Aufladungsvorgang läuft exponentiell: $U_C = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, wobei U_B die Ladespannung (oder Batteriespannung), U_C die aktuelle Spannung des Kondensators zum Zeitpunkt t und τ die Zeitkonstante des Kreises bezeichnen. Aus der Gleichung ergibt sich die gefragte Spannung:
$U_C = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 100 \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{0,6}}\right) = 81,2$ V.

b) $t = \tau \cdot \ln\frac{U_0}{U_C} = \tau \cdot \ln\frac{U_0}{\frac{U_0}{2}} = \tau \cdot \ln 2 = 0,415$ s.

13. 3 min

14. a) Der Scheitelwert ist einfach aus der Funktion abzulesen: 325 V.

b) Die effektive Spannung ist: $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{325}{\sqrt{2}} = 230$ V.

c) Die Kreisfrequenz ist wieder ablesbar aus der Formel: 314 1/s.

d) Die Frequenz erhält man durch die allgemeine Formel: $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50$ Hz.

15. a) Bei einer Gleichspannung ($\omega = 0$) ist der kapazitive Widerstand unendlich groß.

b) Die Frequenz der Netzspannung beträgt 50 Hz. Somit ist der kapazitive Widerstand:
$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 159\ \Omega$.

c) Bei einer Frequenz von 5000 Hz (100-mal größer als 50 Hz) wird der Widerstand 100-mal kleiner, also 1,59 Ω sein.

16. a) 34 V; b) 24 V; c) 318 Ω

12. Magnetismus und elektromagnetische Induktion

Vögel und andere Tiere benutzen seit langer Zeit das Magnetfeld der Erde zur Orientierung. In der menschlichen Zivilisation wurden kleine Magnete als Kompasse jedoch erst einige Jahrhunderte v. Chr. in China verwendet. Man könnte denken, dass der Magnetismus für die Medizin keine Relevanz hat. Bei der elektrischen Tätigkeit von Muskel- und Nervenzellen entstehen jedoch Magnetfelder, deren Messung, z. B. in der sogenannten Magnetoenzephalographie (MEG), diagnostische Informationen liefern kann. Magnetfelder beeinflussen die Funktionen des menschlichen Körpers, auch wenn darüber derzeit noch wenige Kenntnisse vorhanden sind.
Magnetfelder werden aber auch in einem modernen bildgebenden Verfahren - der Magnetresonanztomografie (MRT oder MRI) - verwendet.

Griechen beobachteten, dass gewisse Steine aus Magnesia (Kleinasien) einander anziehen oder abstoßen. Diese Steine wurden *Magnete* genannt. Ihre Wechselwirkung ist die *magnetische Wechselwirkung*. Die magnetischen Erscheinungen lassen sich nicht einfach beschreiben, weshalb wir in diesem Kapitel auf eine exakte formelmäßige Diskussion verzichten (daher fehlen auch entsprechende Beispielaufgaben).

Magnet: Ein Körper mit einer speziellen Eigenschaft. Magnete üben nämlich Kräfte aufeinander aus, die nicht durch andere Wechselwirkungen (z. B. Gravitation oder elektrische Wechselwirkung) erklärbar sind. Diese Kraftwirkung wird auch **magnetische Wechselwirkung** genannt. Es gibt Dauermagneten, die aus Stoffen mit einem hohen Anteil an Eisen, Nickel oder Kobalt bestehen. Es gibt auch Elektromagneten (s. später), bei denen diese spezielle Eigenschaft nur während eines elektrischen Stromflusses vorhanden ist. Ein Magnet hat zwei Pole, die als Nordpol und Südpol bezeichnet werden. Gleichnamige Pole stoßen einander ab, ungleichnamige Pole ziehen einander an.

Es gibt stärkere und schwächere Magnete, die man durch die größer oder kleiner wirkenden Kräfte, die die Magneten aufeinander ausüben, unterscheiden kann. Diese Eigenschaft eines Magneten kann quantitativ durch eine physikalische Größe – das *magnetische Moment* – beschrieben werden.

Magnetisches Moment (Formelzeichen m oder μ (griechisch „Mü“)): Eine Größe, die die Stärke eines Magneten angibt.

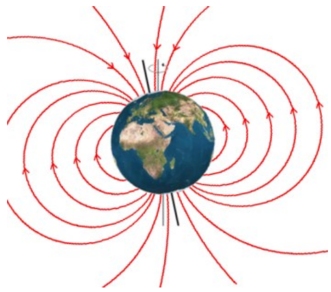
Auch Elementarteilchen, wie Elektronen, Protonen oder Neutronen innerhalb eines Atoms bzw. Atomkerns verfügen über ein magnetisches Moment, d. h. sie können auch als winzige Magnete betrachtet werden.

Genau wie bei anderen Wechselwirkungen (z. B. bei der Gravitation oder der elektrischen Wechselwirkung zwischen elektrisch geladenen Körpern) taucht auch hier die Frage auf, wie die Körper auch bei großen Entfernungen Kräfte aufeinander ausüben können. Auch hier führt man dazu die Modellvorstellung eines *Feldes* ein.

Magnetfeld: Modellvorstellung, nach der ein Magnet um sich herum ein Magnetfeld erzeugt und durch dieses Feld dann auf einen anderen Magneten eine Kraft ausübt. Das Magnetfeld wird mithilfe von Feldlinien veranschaulicht. Wird eine Magnetnadel (Kompass) in ein Magnetfeld gebracht, wirken solche Kräfte auf die Magnetnadel, sodass sie in Richtung der Feldlinien gedreht wird.

Bevor wir weitergehen, soll hier darauf eingegangen werden, dass die magnetische und die elektrische Wechselwirkung gewisse Ähnlichkeiten aufweisen: Bei beiden Erscheinungen gibt es zwei „Pole“ – positive und negative Ladung, bzw. Nordpol und Südpol. Bei beiden Erscheinungen ziehen ungleichnamige „Pole“ einander an, gleichnamige stoßen einander ab. Ein großer Unterschied besteht darin, dass die elektrischen Ladungen alleine auftreten können. D. h. ein Körper kann z. B. rein positiv aufgeladen werden, während die zwei Pole eines Magneten nicht voneinander getrennt werden können. Wenn ein Magnet halbiert wird, verfügen beide Hälften wieder über zwei Pole. Im Zusammenhang mit dieser Eigenschaft beginnen die elektrischen Feldlinien an positiven Ladungen und enden an negativen Ladungen, während die magnetischen Feldlinien geschlossene Kurven sind und somit an dem gleichen Magneten anfangen und enden.

Wie bereits erwähnt, sind einige Elementarteilchen auch kleine Magnete. Als Folge dieser Tatsache sorgt ein Magnetfeld dafür, dass sich auch diese Elementarteilchen in Richtung der Feldlinien orientieren. Diese Erscheinung wird in der Magnetresonanztomografie (MRT) ausgenutzt. Als erster Schritt einer MRT-Untersuchung wird nämlich der Patient in ein Magnetfeld gelegt. Dabei werden die magnetischen Momente der entsprechenden Elementarteilchen in den Atomen im Körper des Patienten orientiert.



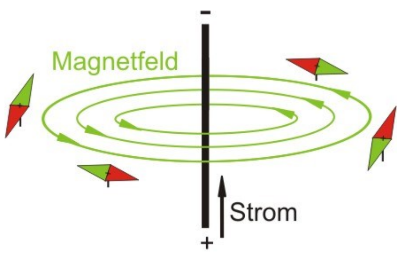
Auch die Erde verfügt über ein Magnetfeld (d. h., die Erde ist eigentlich ein Magnet). Deshalb werden kleine Magnetnadeln durch die Kräfte von dem Magnetfeld der Erde in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. (Daher kommt der Name der zwei Pole.) Die Kompassnadel erfährt unterschiedlich starke Kräfte an verschiedenen Orten auf der Erde. Zur Charakterisierung der Kraftwirkung führt man die Größe *magnetische Flussdichte* ein.

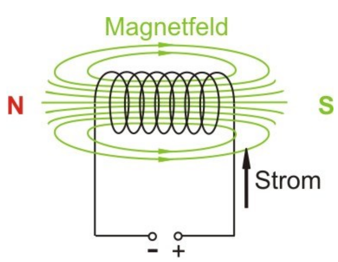
Magnetische Flussdichte (Formelzeichen B): Eine Größe, die die Stärke des Magnetfeldes angibt. Manchmal wird sie auch umgangssprachlich **magnetische Feldstärke** genannt. Die SI-Einheit der magnetischen Flussdichte ist das Tesla (T). Die Flussdichte des Erdmagnetfeldes beträgt z. B. nur etwa 50 μT. In medizinischen MRT-Geräten wird der Patient hingegen einem wesentlich stärkeren Magnetfeld von etwa 1–10 T ausgesetzt. (Das ist etwa 100 000-mal stärker als das Erdmagnetfeld!) Ein homogenes Magnetfeld ist an jedem Ort gleich stark und gleich gerichtet. Wie auch die Abbildung zeigt, ist das Magnetfeld der Erde nicht homogen.

Als eine kleine *Zusammenfassung* zu den bereits erwähnten Begriffen kann die Frage gestellt werden: Was geschieht, wenn man einen Magneten in ein Magnetfeld bringt?
Der Magnet tritt in Wechselwirkung mit dem Magnetfeld. Die Stärke dieser Wechselwirkung hängt von zwei Größen ab: Dem magnetischen Moment des Magneten (m) und der magnetischen Flussdichte des Magnetfeldes (B). Die durch die Wechselwirkung auf den Magneten wirkenden Kräfte sorgen dafür, dass sich der Magnet in die Richtung der Feldlinien dreht. Die Wechselwirkung kann auch energetisch beschrieben werden: Zwischen dem Magneten und dem Magnetfeld tritt eine Wechselwirkungsenergie auf, deren Größe von den zwei früher erwähnten Faktoren bzw. ihrem Produkt $m \cdot B$ abhängt.

Wie bereits früher erwähnt, gibt es auch Elektromagneten. Der elektrische Strom zeigt nämlich auch eine *magnetische Wirkung*.

Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes: Ein stromdurchflossener Leiter erzeugt ein Magnetfeld um sich herum, das mithilfe kleiner Magnetnadeln sichtbar gemacht werden kann (s. Abbildung). Die Stärke des Magnetfeldes ist zu der elektrischen Stromstärke in dem Leiter proportional.
Besonders stark und konzentriert ist das Magnetfeld, wenn der Leiter in Form einer Spule gewickelt wird. (In diesem Fall addieren sich nämlich die Magnetfelder, die durch die einzelnen Windungen der Spule erzeugt werden – die Stärke des Magnetfeldes ist somit zur Windungszahl der Spule proportional.) Das Magnetfeld innerhalb einer Spule, aber auch in der Nähe der Enden der Spule, ist nahezu homogen. Dies trifft v.a. für lange Spulen zu.

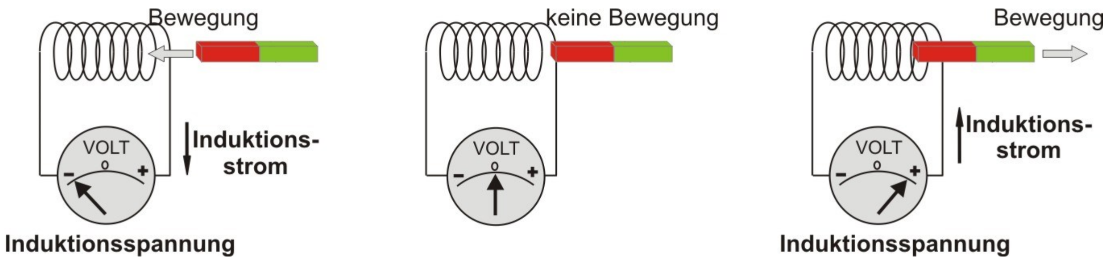




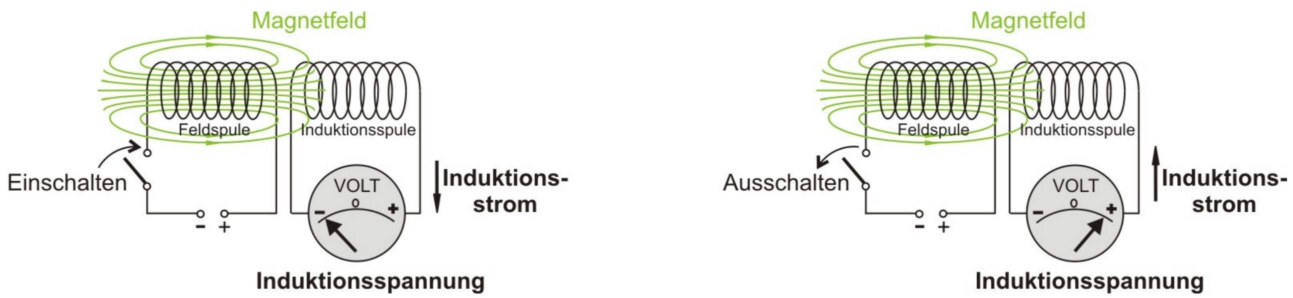
Mithilfe einer Spule kann also ein starker Elektromagnet hergestellt werden. Solche Elektromagneten werden in der Technik und auch in MRT-Geräten benutzt. Der große Vorteil dieser Elektromagneten besteht darin, dass das Magnetfeld stark, nahezu homogen, durch die in der Spule fließende elektrische Stromstärke regulierbar und abschaltbar ist.
Fließt ein elektrischer Strom, so bewegen sich Ladungen. Man könnte die gerade diskutierte Wirkung des elektrischen Stromes somit auch folgenderweise formulieren: Bewegte Ladungen erzeugen ein Magnetfeld. Wenn aber bewegte Ladungen Magnetfelder erzeugen können, können dann vielleicht bewegte Magneten

umgekehrt auch ein elektrisches Feld erzeugen? Wie Beobachtungen zeigen, kann die Frage mit „Ja“ beantwortet werden – die Erscheinung heißt *magnetische Induktion*.

Magnetische (oder **elektromagnetische) Induktion**: Erzeugung von elektrischen Spannungen durch sich verändernde Magnetfelder.
Ein Beispiel für Induktion ist das Folgende: Wird ein Dauermagnet in eine Spule (die nicht an eine Batterie angeschlossen worden ist!) hineingeschoben, entsteht während der Bewegung eine elektrische Spannung in der Spule, die sog. **Induktionsspannung**. Dementsprechend fließt ein elektrischer Strom, der Induktionsstrom. Wird der Magnet aus der Spule herausgezogen, entsteht eine Spannung mit umgekehrter Polarität und der Strom fließt in die umgekehrte Richtung. Die Bewegung des Magneten (d. h. die Änderung des Magnetfeldes) induziert also eine elektrische Spannung, ein elektrisches Feld. (Natürlich erhält man dasselbe Ergebnis, wenn, statt des Magneten, die Spule bewegt wird.) Es muss nochmals betont werden, dass keine Induktion auftritt, wenn sich der Magnet (oder die Spule) nicht bewegt.



Eine andere Form der Induktion: An eine Spule (Feldspule) wird eine Batterie angeschlossen. Wenn der Stromkreis geschlossen wird, entsteht ein Magnetfeld in der Spule und auch in ihrer Nähe. Eine zweite Spule (Induktionsspule ohne Batterie) wird in unmittelbarer Nähe zu der ersten Spule positioniert. In dem Moment des Einschaltens der Feldspule – also dem Zeitraum, in dem sich das Magnetfeld in dieser aufbaut – kann kurzzeitig eine Spannung in der Induktionsspule gemessen werden. Beim Abschalten der Feldspule erscheint die Spannung in der Induktionsspule in umgekehrter Richtung. Bei dieser Anordnung kann eine Spannung in der Induktionsspule auch so induziert werden, dass die Stromstärke in der Feldspule, z. B. mithilfe eines variierbaren Widerstandes, verändert wird.



Für jede Form der Induktion gilt allgemein die Aussage: *Je schneller und je stärker sich das Magnetfeld ändert, desto größer ist die induzierte Spannung.*

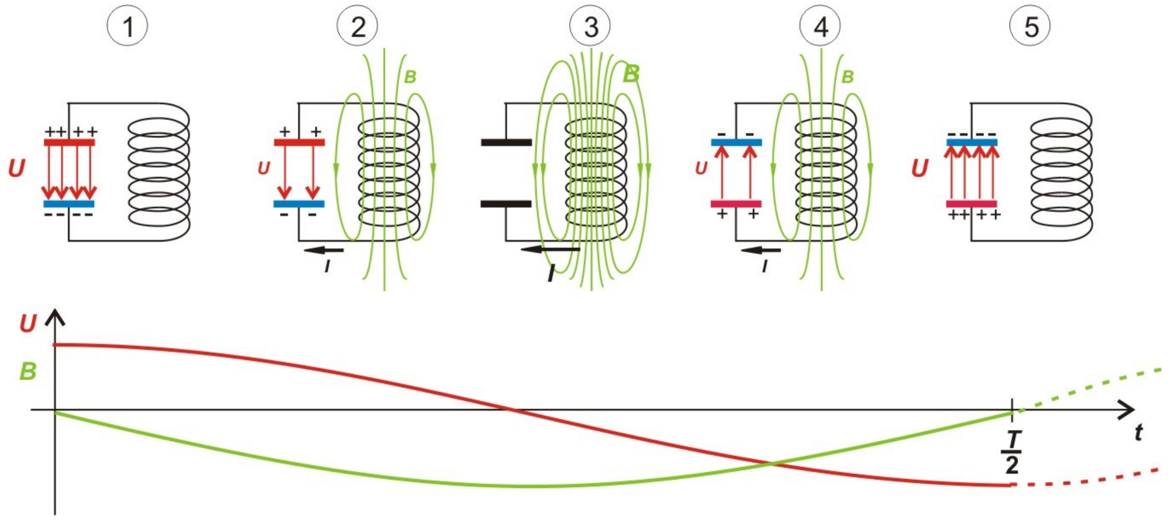
Die Induktion ist eine entscheidende physikalische Grundlage für die gesamte Elektrotechnik. So beruht z. B. die Wirkungsweise von Generatoren und Transformatoren auf dieser Erscheinung.
Das sich ändernde Magnetfeld in der Feldspule kann aber nicht nur in der benachbarten Induktionsspule eine elektrische Spannung induzieren, sondern auch selbst in der Feldspule! Diese Erscheinung wird *Selbstinduktion* genannt.

Selbstinduktion: Die Induktion einer elektrischen Spannung in einer Spule aufgrund der Änderung des von der Spule selbst hervorgerufenen Magnetfeldes. (Die Erscheinung tritt tatsächlich bei jedem Leiter auf, wenn sich die Stromstärke in dem Leiter ändert, nur ist die Erscheinung in einer Spule am stärksten ausgeprägt.) Die Selbstinduktion spielt bei Ein- und Ausschaltvorgängen eine wichtige und praktische Rolle. Nach der sogenannten **lenzschen Regel** wirken die Induktionsspannung und der Induktionsstrom der Ursache ihrer Entstehung entgegen.

Die Selbstinduktion kann durch einen speziellen Stromkreis für die Erzeugung von elektrischen und magnetischen Schwingungen ausgenutzt werden. Diesen Kreis nennt man *Schwingkreis*.

Schwingkreis (LC-Kreis): Ein Stromkreis aus einem Kondensator und einer Spule. Im Idealfall enthält der Kreis keinen ohmschen Widerstand. Nach dem einmaligen Aufladen des Kondensators fängt der Kreis an zu „schwingen". Einige wichtige Momente aus einer Halbperiode dieser Schwingung sind folgende (s. Abbildung):
1. Zu Beginn ist die Spannung am Kondensator maximal. Es fließt noch kein Strom – dementsprechend gibt es noch kein Magnetfeld in der Spule.
2. Der Kondensator beginnt sich zu entladen, d. h. ein Strom beginnt von der positiven Platte des Kondensators zur negativen Platte zu fließen. Gleichzeitig baut sich ein Magnetfeld in der Spule auf. Allerdings entsteht wegen der Magnetfeldänderung eine induzierte Spannung in der Spule, die die Zunahme der Stromstärke und der Magnetfeldstärke nach der lenzschen Regel verhindert.
3. Der Kondensator ist völlig entladen, seine Spannung ist null, die Stromstärke und dadurch auch die Stärke des Magnetfeldes erreichen ihre Maximalwerte.
4. Die Stromstärke fängt an abzunehmen, der Abnahme wirkt jedoch die Induktionsspannung entgegen. Daher fließt der Strom weiterhin in die ursprüngliche Richtung weiter, wodurch der Kondensator langsam geladen wird, während die Stromstärke und das Magnetfeld immer schwächer werden.
5. Die Stromstärke fällt auf null, das Magnetfeld verschwindet auch, während der Kondensator seine ursprüngliche Ladung und Spannung erreicht, nur mit umgekehrter Polarität.

Damit ist eine Halbperiode zu Ende, der Prozess fängt wieder an, nur in umgekehrter Richtung, sodass am Ende eine ganze Periode entsteht.



Mehrere Größen ändern sich periodisch und zwar sinusförmig in der Zeit bei dem diskutierten Vorgang: Die Spannung und Ladung des Kondensators, die Stromstärke in dem Kreis und die magnetische Flussdichte des Magnetfeldes in der Spule. Deshalb spricht man von elektrischen und magnetischen Schwingungen. Da diese Schwingungen zueinander gekoppelt ablaufen, kann die Erscheinung zusammenfassend als **elektromagnetische Schwingung** bezeichnet werden. In einer Schwingungsperiode des Kreises wird auch Energie umgewandelt: Am Anfang ist die Energie in dem elektrischen Feld des Kondensators gespeichert. Später wird sie in Energie des Magnetfeldes umgewandelt, dann wieder in elektrische Energie zurück. Die Summe der elektrischen und magnetischen Energien bleibt im Sinne der Energieerhaltung stets konstant.
Die Schwingungen laufen nur dann ungedämpft ab und die Gesamtenergie bleibt auch nur dann konstant, wenn der Kreis wirklich keinen ohmschen Widerstand enthält. Da in Wirklichkeit schon die Verbindungsdrähte der zwei Bestandteile und selbst der Draht der Spule einen ohmschen Widerstand besitzen, wird Energie durch diese Widerstände als Wärme dissipiert und die Schwingung wird dadurch gedämpft, d. h., früher oder später kommt die Schwingung zum Stillstand.

Aufgaben:

1. Welche Größe gibt an, wie stark ein Magnet ist?

2. Vergleichen Sie die elektrische und die magnetische Wechselwirkung miteinander. Welche von den folgenden Aussagen ist richtig?
A: Ungleichnamige elektrische Ladungen ziehen einander an, während ungleichnamige magnetische Pole einander abstoßen.
B: Zwischen elektrischen Ladungen können sowohl Anziehungs- als auch Abstoßkräfte auftreten, während Magnete ausschließlich Anziehungskräfte aufeinander ausüben können.
C: Elektrische Ladungen können voneinander getrennt werden, magnetische Pole hingegen nicht.
D: Magnetische Pole können voneinander getrennt werden, elektrische Ladungen hingegen nicht.

3. Wie wird die magnetische Flussdichte (B) umgangssprachlich oft bezeichnet?

4. Was ist die SI-Einheit der magnetischen Flussdichte (B)?
A: Tesla (T) **B**: Volt (V) **C**: Ampere (A) **D**: Siemens (S)

5. Ein Magnet liegt in einem Magnetfeld. Wievielmal stärker wäre die Wechselwirkung zwischen Magnetfeld und Magnet, wenn das magnetische Moment des Magneten und gleichzeitig auch die magnetische Flussdichte des Feldes doppelt so groß wäre?
A: 1 **B**: 2 **C**: 4 **D**: 8

6. Womit kann ein annähernd homogenes Magnetfeld erzeugt werden?

7. Was heißt „magnetische Induktion"?
A: Erzeugung von einem Magnetfeld durch eine Spule.
B: Induzierung eines Magneten.
C: Erzeugung von elektrischen Spannungen durch sich verändernde Magnetfelder.
D: Ausrichtung einer Magnetnadel in einem Magnetfeld.

8. In welchem von den folgenden Fällen wird in der Induktionsspule (s. Abbildung im Text) keine elektrische Spannung induziert?
A: In der Feldspule fließt ein konstanter Strom, während sich die Feldspule auf die Induktionsspule zu bewegt.
B: In der Feldspule fließt ein konstanter Strom, während sich die Induktionsspule auf die Feldspule zu bewegt.
C: In der Feldspule fließt ein zunehmend stärkerer Strom, während sich weder die Feldspule noch die Induktionsspule bewegen.
D: In der Feldspule fließt ein konstanter Strom, während sich weder die Feldspule noch die Induktionsspule bewegen.

9. Wie nennt man die Induktion einer elektrischen Spannung in einer Spule aufgrund der Änderung des von der Spule selbst hervorgerufenen Magnetfeldes?

10. Was enthält ein idealer elektromagnetischer Schwingkreis?

Lösungen:

1. Magnetisches Moment

2. C

3. Magnetische Feldstärke

4. A

5. C

6. Z. B. mit einer stromdurchflossenen Spule, in deren Inneren das Magnetfeld homogen ist.

7. C

8. D

9. Selbstinduktion

10. Er enthält einen Kondensator und eine Spule ohne ohmschen Widerstand.