

ORVOSI STATISZTIKA

Élettan
Anatómia
Kémia
...

Lehet kérdés?

Statisztika



Az orvos **döntése**ket hoz!
Mikor jó egy döntés?
Mennyire helyes egy döntés?
Mekkora a tévedés lehetősége?

Az orvosi statisztika helye

Elmélet:
matematika



Gyakorlat:
alkalmazott statisztika
(kiemelt példák)



Példa: test hőmérséklet

36,7 °C

36,9 °C

36,6 °C



36,7 °C

36,9 °C

36,5 °C



1. Mérés pontatlanság.

2. Időbeli ingadozások!!!

3. **Biológiai változatosság!!!**

A megfigyelt értékek nem állandóak!

Mért érték: 37,0 °C.
Egészséges vagy beteg?

Egyéb példák

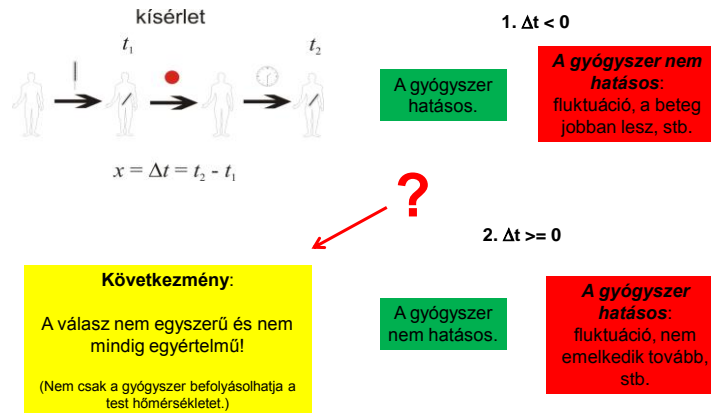
RBC: $4,5 \times 10^{12} \text{ 1/l}$ ($3,9-5 \times 10^{12} \text{ 1/l}$) → normál tartomány?

Az új terápiás eljárás hatékonyabb mint a régi?

Hogyan igazolható egy lázcsillapító hatásossága?

Kérdések!

Hogyan válaszolható meg?



Változók

változó	tartomány	típus	A változó típusa	
magasság	~50 cm ... ~250 cm	valós szám	numerikus	folytonos
fogak száma	0 .. 32	egész szám	numerikus	diszkrét
vércsoport	A, B, AB, 0	betűk	kategóriális	nominális
a rák stádiumai	1 ... 4	egész szám		ordinális

Leíró statisztika!

A változó leírása

- Típusa
- Lehetséges értékek
- Az értékek előfordulása

Numerikus változók

Név	<i>folytonos</i>	<i>diszkrét</i>
Definíció	Végtelen sok érték lehetséges, egy adott tartományban	Véges számú lehetséges érték
Példa	Magasság, testhőmérséklet ...	A fogak száma, a gyerekek száma...

Kategoriális változók

Név	<i>Nominális</i>	<i>Ordinális</i>
Definíció	Nincs sorrend	Létezik természetes sorrend
Példa	nem, vércsoport ...	A betegség súlyossága, a fájdalom nagysága...

A lehetséges értékek megadása

- Folytonos : megadjuk a lehetséges tartományt.
» pl. magasság: ~60 cm - ~ 250 cm
- Egyéb: felsoroljuk az értékeket, ha lehetséges
» pl. vércsoport: A, B, AB, 0

Előfordulás

Megfigyelés: Az értékek előfordulása nem azonos mértékű!



Kísérlet: mérés, megfigyelés, kikérdezés...

Csak olyan esetekkel foglalkozunk, amelyekben a kísérlet megismételhető!

Kimenetel: Egy kísérlet eredménye. (pl.: egy hallgató magassága)

Populáció

Hány kísérletre van szükség?



Amennyi csak lehetséges.



Ideális eset: pl. az összes ember → **populáció**

Minta

Egy kisebb, véges számú hányad a populációból.



- n : az **elemek** száma a mintában.
 x : a vizsgált mennyiség
 x_i : egy elem a mintából

A minta kiválasztása

Alapelv: **véletlen minta**.

Orvosi statisztika: ha nincs egyéb **kizáró ok**, akkor véletlen legyen a kiválasztás!

Előfordulás

Gyakoriság (k): egy adott érték előfordulásának a száma.

k_i : az i -edik érték előfordulása.

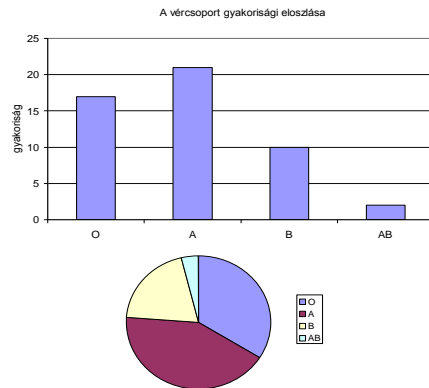
$$n = \sum_i k_i$$

Gyakoriság eloszlás

A gyakoriság a változó értékeinek a függvényében.

Vércsoport	0	A	B	AB	összes
gyakoriság	17	21	10	2	50

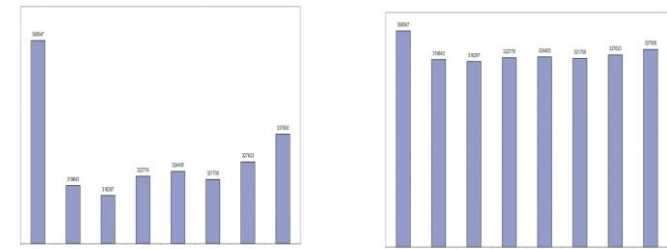
Megjelenítés



oszlop
diagramm

kördiagramm

A megjelenítés csapdái



Relatív gyakoriság

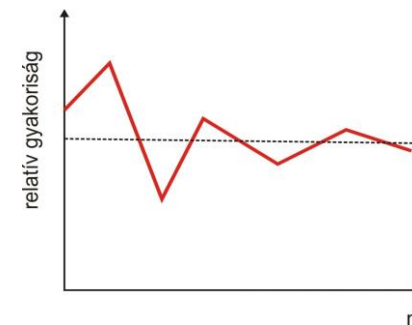
A gyakoriság aránya a teljes
elemszámhoz viszonyítva.

$$\sum_i \frac{k_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_i k_i = \frac{1}{n} \times n = 1$$

Gyakran százalékos formában adjuk meg:

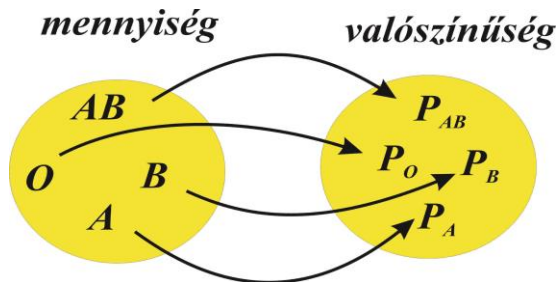
$$\frac{k_i}{n} \times 100\%$$

Valószínűség (P)



A valószínűség a relatív gyakoriság értéke, ha
n tart a végtelenhez.

Valószínűség eloszlás



A valószínűség tulajdonságai

$$0 \leq P \leq 1 \longrightarrow \begin{array}{l} P = 0 - \text{sohasem fordul elő} \\ P = 1 - \text{mindig előfordul} \end{array}$$

példa: vércsoport

$$P_A + P_B + P_{AB} + P_O = 1 \longrightarrow \sum_i P_i = 1$$

(ha, egymást kizáró
események)

Valószínűség és relatív gyakoriság

Minta

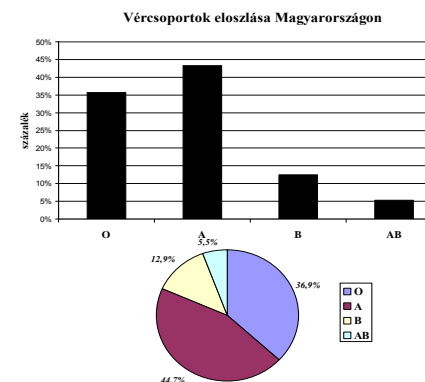
n véges!
relatív gyakoriság

Populáció

$n = \infty$
valószínűség

A valószínűség nagyon gyakran nem ismert!
A gyakorlatban a relatív valószínűséget használjuk helyette.

Megjelenítés



Folytonos változó

Végtelen sok lehetséges érték!!!

Osztály: egy kis intervallum a teljes értéktartományon belül.

Osztályszélesség: Az intervallum hossza.

Gyakoriság: azon elemek száma, amelyek az adott intervallumba esnek.



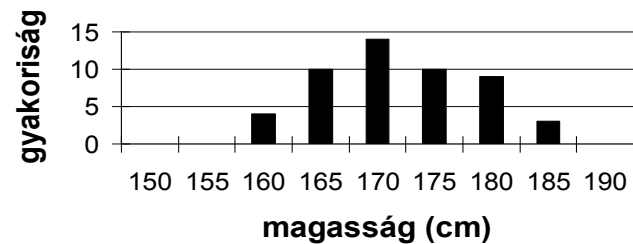
Olyan, mintha diszkrét értékek lennének !

Egy példa

1	160 cm	→	osztály	k_i
2	181 cm		160-164	3
3	175 cm		165-169	2
4	163 cm	→	170-174	0
5	165 cm	→	175-179	3
6	179 cm	→	180-184	1
7	164 cm	→	185-189	1
8	185 cm	→		
9	177 cm	→		
10	168 cm	→		

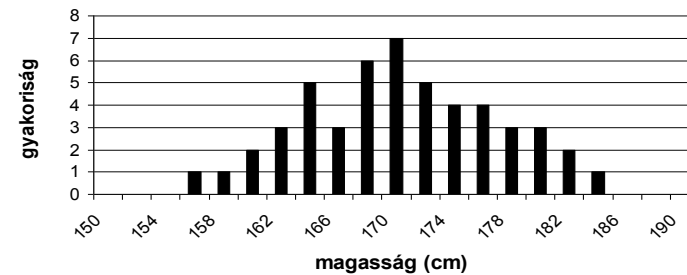
Megjelenítés

gyakorisági eloszlás (5 cm)



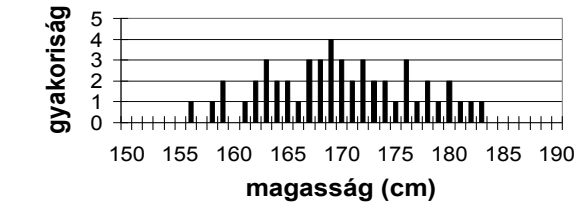
Finomabb felosztás

gyakorisági eloszlás (2 cm)



Megjelenítés

gyakorisági eloszlás (1 cm)



osztály-
szélesség



osztályok
száma



elemszám

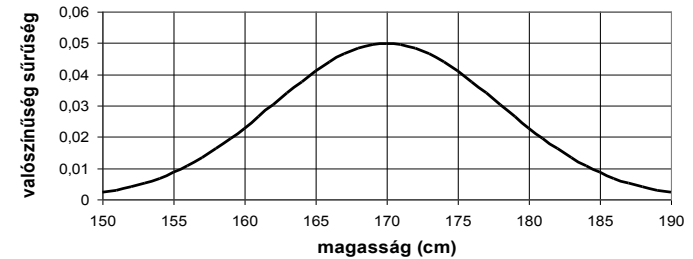


Valóban teljes leíráshoz
akkor jutunk, ha az
elemszám végtelen nagy!

Normális eloszlás

Ha az osztályszélesség végtelenül kicsi és az
elemszám végtelenül nagy!

normális eloszlás ($\mu=170$, $\sigma=8$)



Elméleti eloszlás

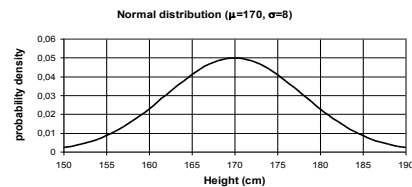
Normális vagy Gauss-eloszlás

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Paraméterek:

μ – várható érték

σ – elméleti szórás



Elméleti leírás

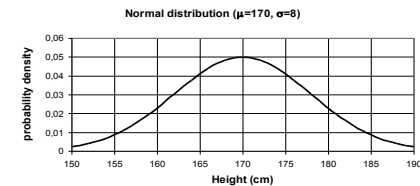
Normális vagy Gauss-eloszlás

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Paraméterek:

μ – várható érték, vagy
elméleti átlag

σ – elméleti szórás



Tulajdonságai, a paraméterek jelentése

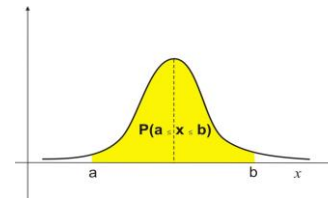
- A $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig terjed,
- szimmetrikus,
- A görbe alatti terület 1.

μ : a görbe maximumához tartozó érték.

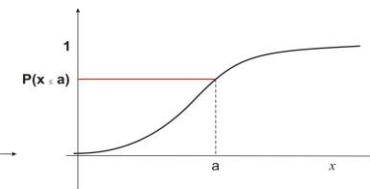
σ : az adatok átlagos eltérése a μ -tól.

Sűrűségfüggvény, eloszlás függvény

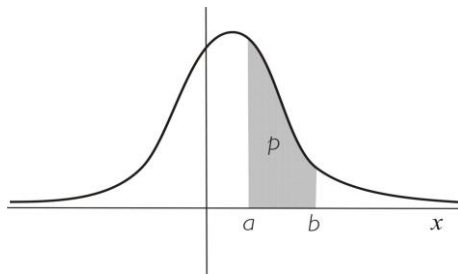
Sűrűségfüggvény



Eloszlásfüggvény



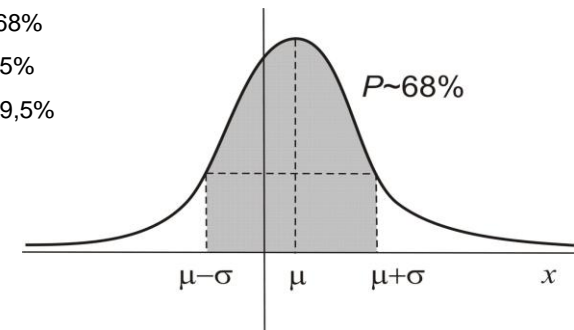
A valószínűség jelentése



P annak a valószínűsége, hogy az x érték az (a,b) intervallumba esik, ill. az adatok $P\%$ -a tartozik ehhez az intervallumhoz.

Elméleti szórás

- $(\mu \pm \sigma) \sim 68\%$
- $(\mu \pm 2\sigma) \sim 95\%$
- $(\mu \pm 3\sigma) \sim 99,5\%$



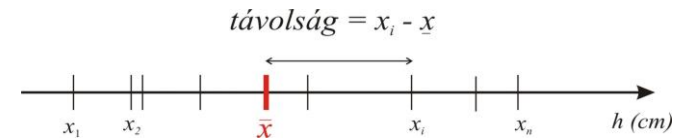
Normális eloszlás

Elméleti eloszlás! A populáció egészére jellemző. A gyakorlatban általában nem ismerjük a paramétereit.



Általában csak egy vagy több véletlen mintánk van a teljes populációból.

A μ becslése



átlag: az elemekhez képest középen kell elhelyezkednie.

$$\sum_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

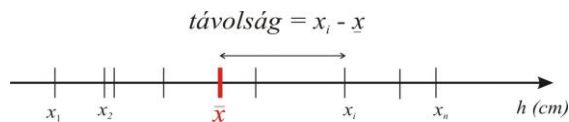


$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{n}$$

A σ becslése

σ = Az adatok átlagos eltérése a μ -tól.

s (tapasztalati szórás) = az elemek átlagos eltérése az átlagtól.



$$Q_x = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 \geq 0$$

A (tapasztalati) szórás

$$s = \sqrt{\frac{Q_x}{n-1}}$$

s : az elemek átlagos eltérése az átlagtól.

$n-1$: a **szabadsági fok**

$(\bar{x} \pm s) \sim 68\%$
 $(\bar{x} \pm 2s) \sim 95\%$
 $(\bar{x} \pm 3s) \sim 99,5\%$

Példa: 3 szám átlaga = 12. Melyik ez a három szám?

Minta	1. szám	2. szám	3. szám
1.	8	15	$36 - (8+15) = 13$
2.	3	14	$36 - (3+14) = 19$
3.	10	21	$36 - (10+21) = 5$

A minta és a populáció kapcsolata

minta $n \rightarrow \infty$ populáció

átlag \longrightarrow μ

s \longrightarrow σ