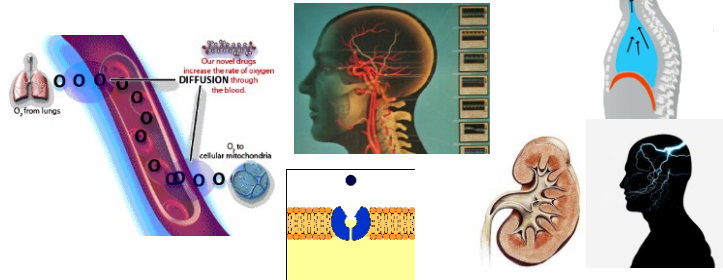


1

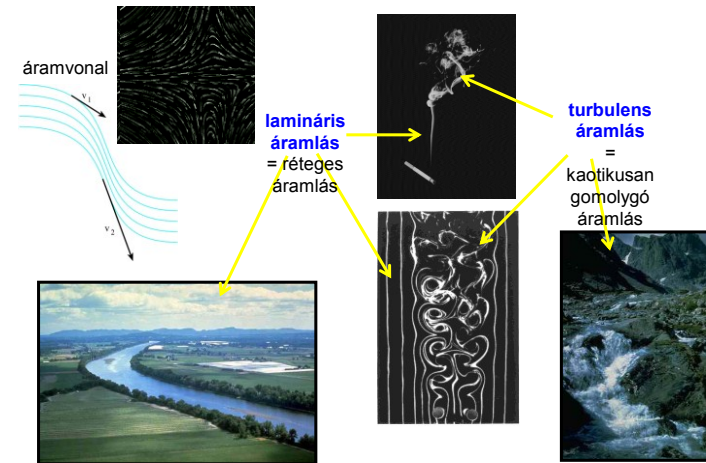
Transzportfolyamatok

- **térfogattranszport** (áramlás) – Hagen–Poiseuille-törvény
- **(elektromos) töltéstranszport** (elektr. áram) – Ohm-törvény
- **anyagtranszport** (diffúzió) – Fick 1. törvénye
- **hőtranszport** (hővezetés) – Fourier-törvény
- összefoglalás, általánosítás – Onsager egyenlet

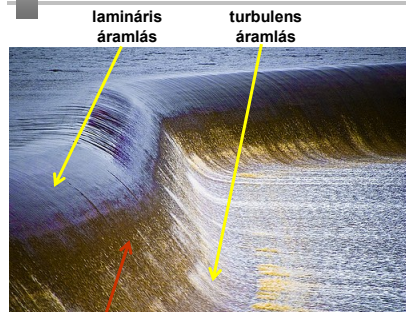


2

Térfogattranszport (áramlás) - alapfogalmak



3



Stacionárius áramlás:
Időben állandó áramlás

kritikus sebesség
(lásd később)

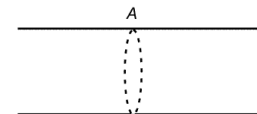
Feltételek a továbbiakra:

- laminaris áramlás,
- inkompresszibilis folyadék, gáz

4

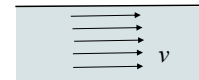
térfogati áramerősség (I_V): $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ (m³/s, l/perc,...)

térfogati áramsűrűség (J_V): $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$ (m/s)

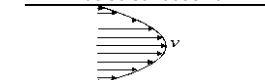


$$I = A \cdot \bar{v} \quad J = \bar{v}$$

ideális folyadék
= belső súrlódás mentes



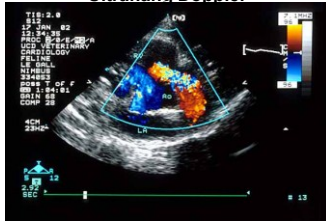
reális folyadék
= belső súrlódás van



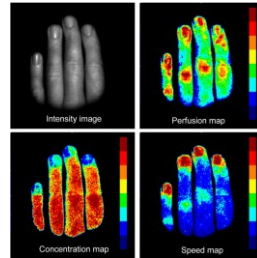
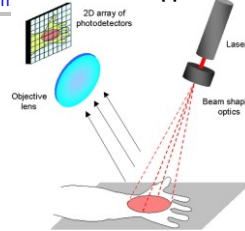
5

Térfigati áramerősség mérése az orvosi gyakorlatban

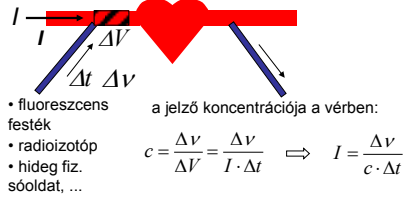
Ultraszhang Doppler



Lézer Doppler



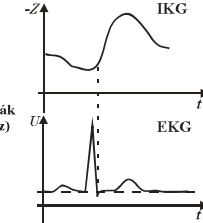
Dilúciós módszerek



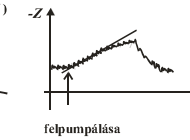
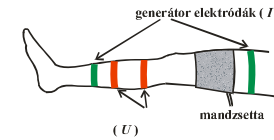
6

Impedancia kardiográfia

Impedancia módszerek

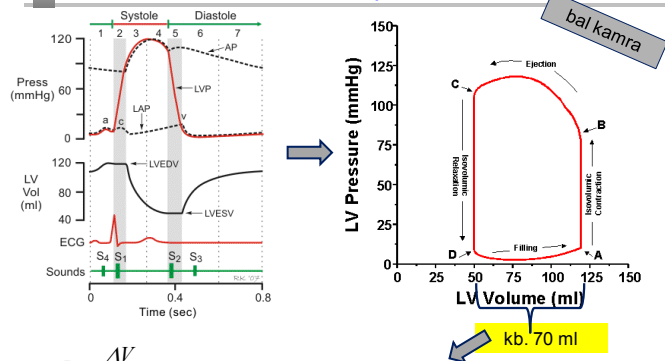


(Impedancia) pletizmográfia



7

Orvosi példa

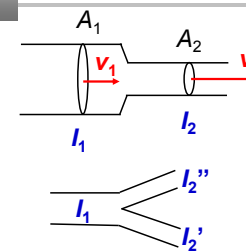


$$I_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

$$\bar{v} =$$

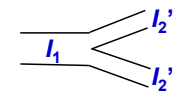
8

Kontinuitási egyenlet



$$I_1 = I_2$$

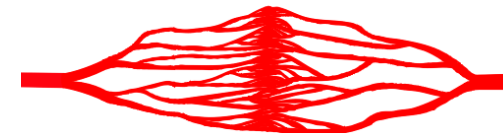
$$A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2$$



$$I_1 = I_2 + I_2''$$

Feltételek:

- lamináris
- inkompresszibilis folyadék
- merev cső vagy stacionárius áramlás



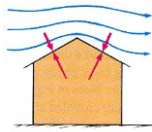
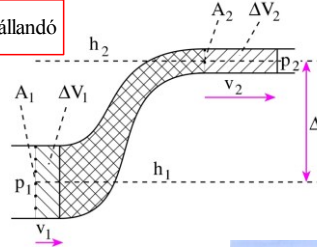
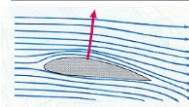
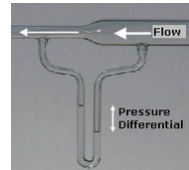
ér	aorta	artériák	arteriolák	kapillárisok	venulák	vénák	Venae cavae
A (cm ²)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

9

Bernoulli törvénye

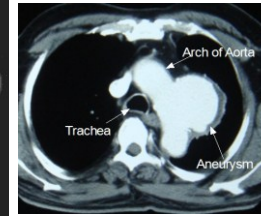
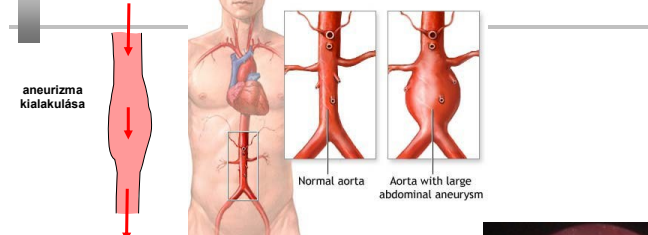
További feltétel:
• ideális folyadék

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{állandó}$$



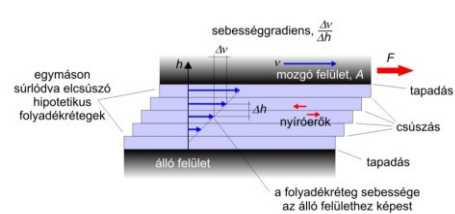
Daniel Bernoulli
1700-1782
matematikus
fizikus
anatómus

10



11

Reális folyadékok – belső súrlódás, viszkozitás



Newton-féle
súrlódási törvény:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

sebességcsés
(sebességgradiens)

viszkozitás (belső
súrlódási együttható)
[η] = Pa·s

$$[\sigma_{nyíró} = \eta \cdot g_{sebesség}]$$

12

Rotációs viszkoziméter:

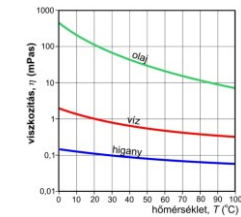


Hőmérséklet hatása
folyadékok viszkozitására:
(részecskék között kölcsönhatások)



$$\eta \sim T \cdot e^{\frac{\Delta E}{RT}}$$

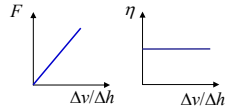
anyag	η (mPa·s) 20 °C
levegő	(101 kPa) 0,019
víz	1
etanol	1,2
vér (37 °C)	2-8
glicerin	1490
méz	2000-14000



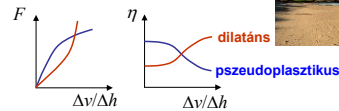
13

Folyadékok típusai

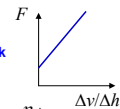
newtoni



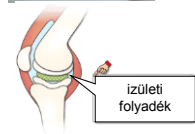
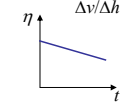
nem newtoni



Bingham-folyadék



tixotrópia



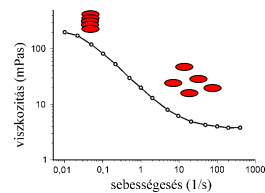
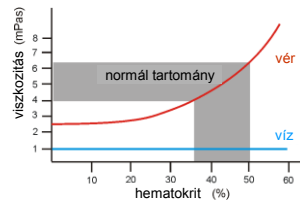
izületi folyadék

15

A vér viszkozitása

A vér viszkozitása:

- fiziológias áramlási viszonyoknál és testhőmérsékleten durván 2-10 mPa·s
- erősen függ a vörösvértestek koncentrációjától
- pseudoplasztikus
- függ az ér átmérőjétől, kisebb erekben a viszkozitás kisebb



14

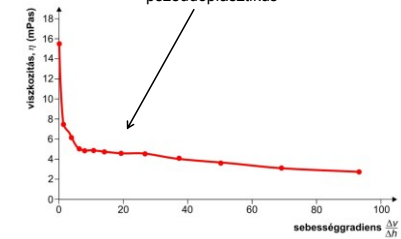
A nyál viszkozitása

A nyál viszkozitása szerepet játszik:

- fogak öntisztulásában
- zománc kopásában
- remineralizációban
- nyelésben
- beszédben

A nyál viszkozitása:

- durván 2-16 mPa·s
- erősen függ a mucinkoncentrációtól
- pseudoplasztikus



16

Kritikus sebesség

lamináris áramlás az uralkodó

turbulens áramlás az uralkodó

$$v_{krit} = Re \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Reynolds-szám
(sima falú csőre: $Re = 1160$)



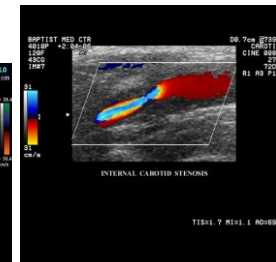
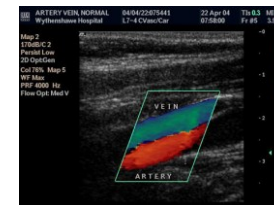
Osborne Reynolds
1842-1912
mérnök, fizikus

A véráramlás lamináris vagy turbulens?



aorta?

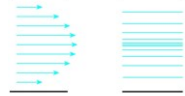
kisebb erek?



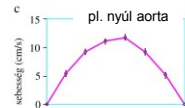
17

A belső súrlódás néhány következménye

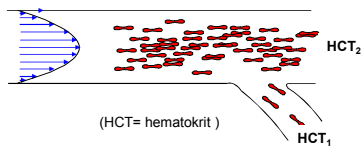
parabolikus sebességprofil



+ Bernoulli-törvény →



plazma „lefölözés”



(HCT= hematokrit)

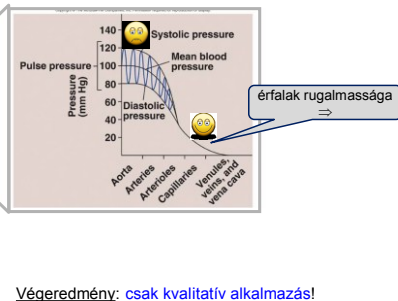
$$HCT_1 < HCT_2$$

19

A törvény alkalmazhatósága a vérkeringésre?

Feltételek?

- inkompresszibilis folyadék?
- lamináris áramlás?
- stacionárius áramlás?
- newtoni folyadék



Végeredmény: csak kvalitatív alkalmazás!

18

Hagen–Poiseuille-törvény

$$\Delta p = p_2 - p_1 < 0$$

$$p_1 \xrightarrow{\Delta l} p_2 \quad (p_1 > p_2)$$



G. H. L. Hagen 1797-1884 mérnök
J. L. M. Poiseuille 1799-1869 fiziológus

Feltételek:

- inkompresszibilis folyadék
- lamináris áramlás
- stacionárius áramlás
- newtoni folyadék

térfogati áram-erősség

a cső sugara

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

viszkozitás

nyomásesés
(≈nyomásgradiens)

Alternatív alak:

$$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

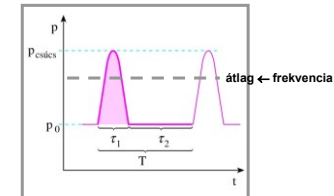
térfogati áram-sűrűség

20

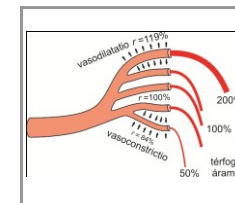
A vérkeringés szabályozása

A Hagen–Poiseuille-törvény alapján:

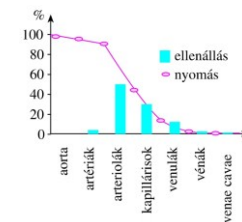
1. Δp



2. R^4



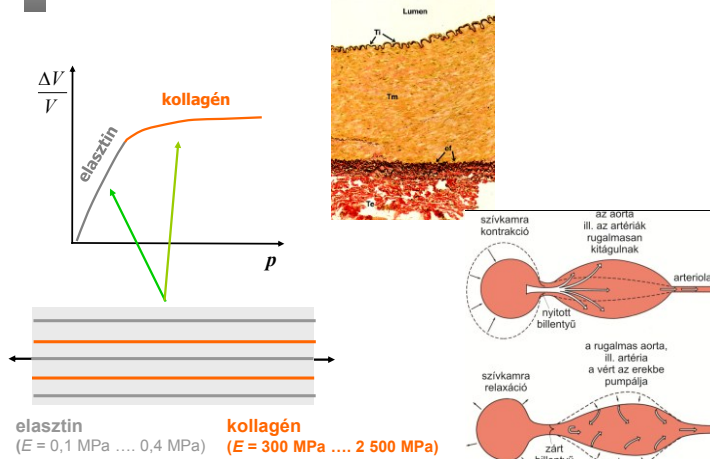
A nagyvérköri ellenállás és
nyomásviszonyok:



21

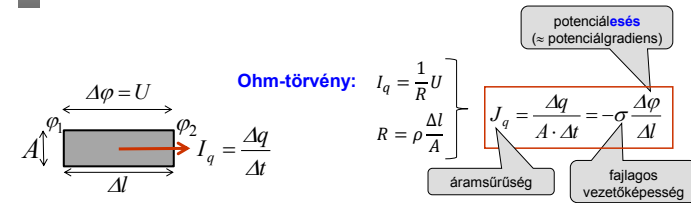
Az érfalak rugalmassága

(Csak nemstacionárius áramlásnál fontos!)



22

Elektromos töltéstranszport



Analógia a térfogat- és a töltéstranszport között:

$$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} \quad J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$$

23

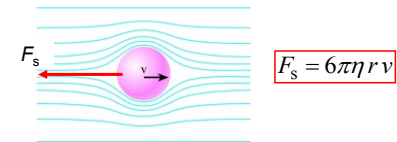
Összefoglalás

	Mi áramlik?	Erőssége?	Mi hajtja az áramlást?	Összefüggés?
töltés-transzport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
térfogat-transzport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

24

Stokes-törvény

Kis sebességeknél:

G. G. Stokes
1819-1903
matematikus
fizikusÁllandó sebességű mozgáshoz: $F_{\text{mozgató}} = F_s$ A részecske mozgékonyága (u): $u = \frac{v}{F_{\text{mozgató}}}$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \quad \Rightarrow \text{lásd diffúzió}$$