



SEMMELWEIS EGYETEM

Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet,
Nanokémiai Kutatócsoport

Lágy Anyagok
Laboratóriuma

TRANSPORTFOLYAMATOK II biológiai rendszerekben

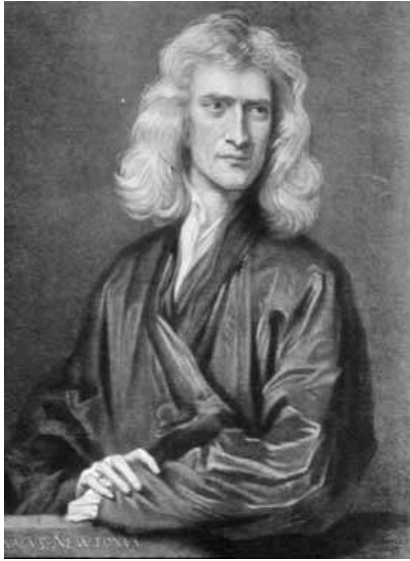
Zrínyi Miklós

egyetemi tanár, az MTA rendes tagja

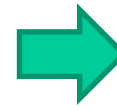
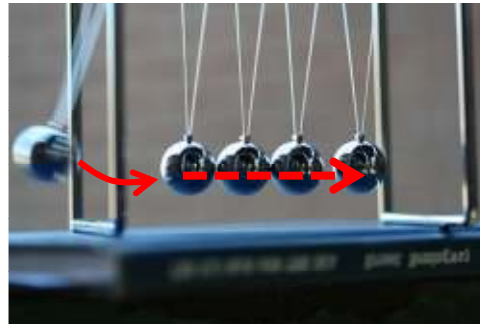
mikloszrinyi@gmail.com

REOLÓGIA

(konduktív impulzustranszport)

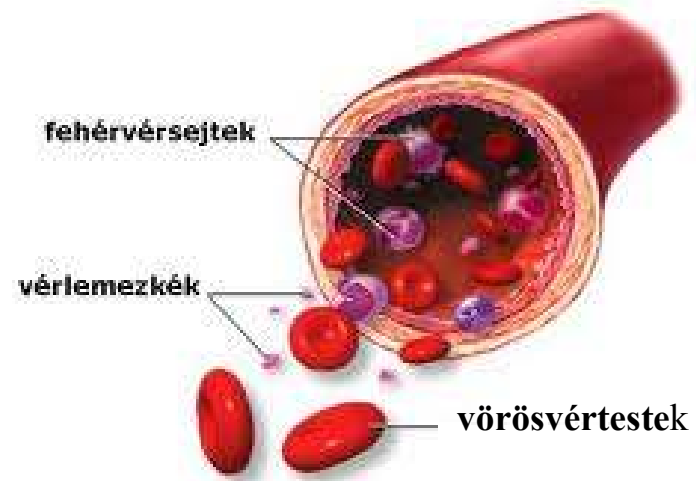


Sir Isac Newton (1642-1727)



(Rheos logos = folyástan)

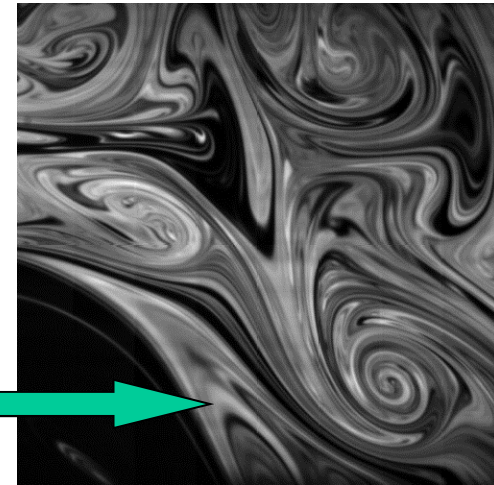
Hemoreológia



Az áramlás típusa



turbulens



Reynolds szám

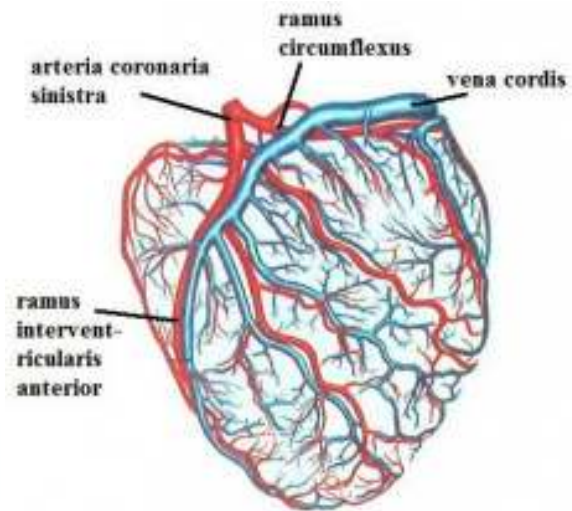
$$v_{kr} = R_e \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

lamináris

$$R_e = 1160$$

Érdes falú csőnél: $R_e < 1160$





Ér	Sugár (cm)	Re
Proximalis aorta	1,5	1500
Arteria femoralis	0,27	180
Bal oldali coronaria	0,425	270
Jobb oldali coronaria	0,097	233
Vég arteriák	0,05	17

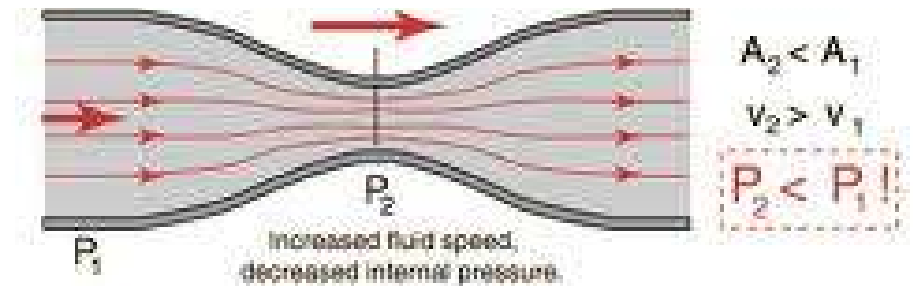
Folyás

lamináris,
turbulens,
összenyomható,
összenyomhatatlan,
„száraz”,
viszkózus,
állandó,
pulzáló,
rotáló.



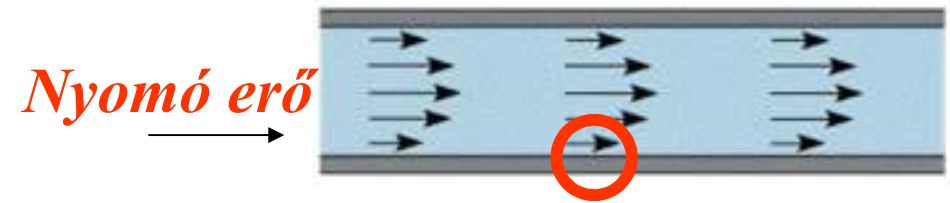
Bernoulli egyenlet

$$p + \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \rho gh = konst.$$



A keringési rendszer (cardiovascularis) többségében **az áramlás lamináris**. Kivétel a szívből az aortába kilökődő vér áramlása.

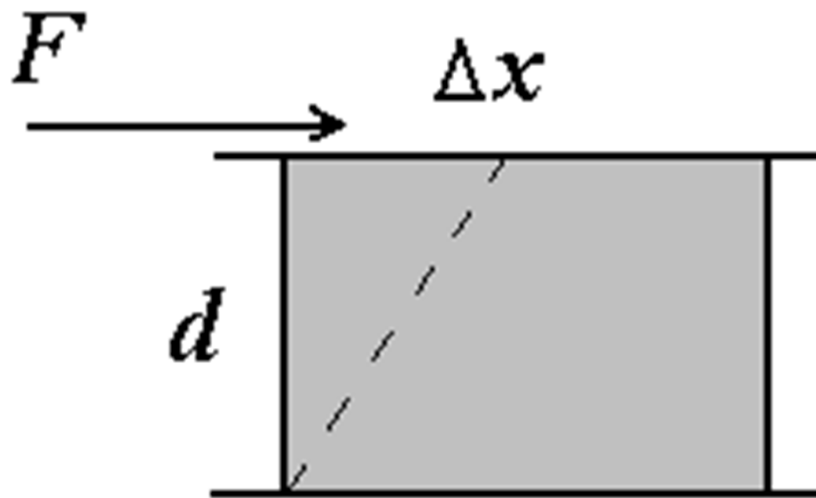
Alapfogalmak:



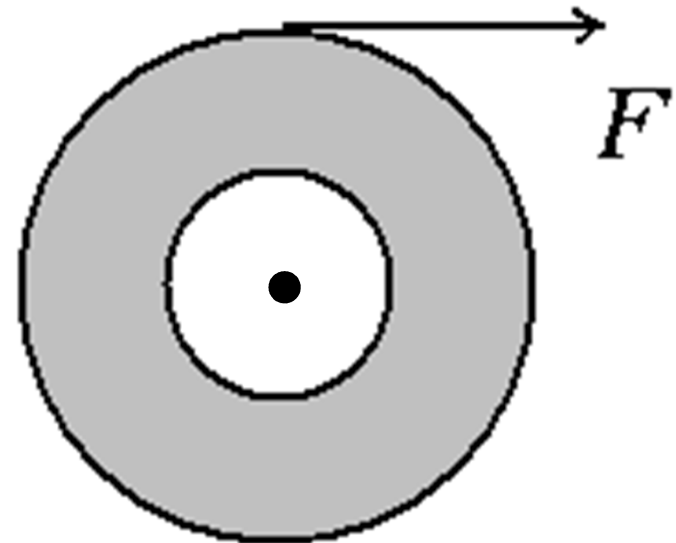
Nyomó erő

Nyíró erő

Nyírás: tangenciálisan ható (***nyíró***)erő (F) vált ki deformációt.



Tiszta nyírás

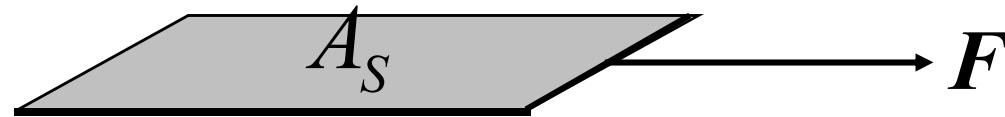


Rotációs nyírás

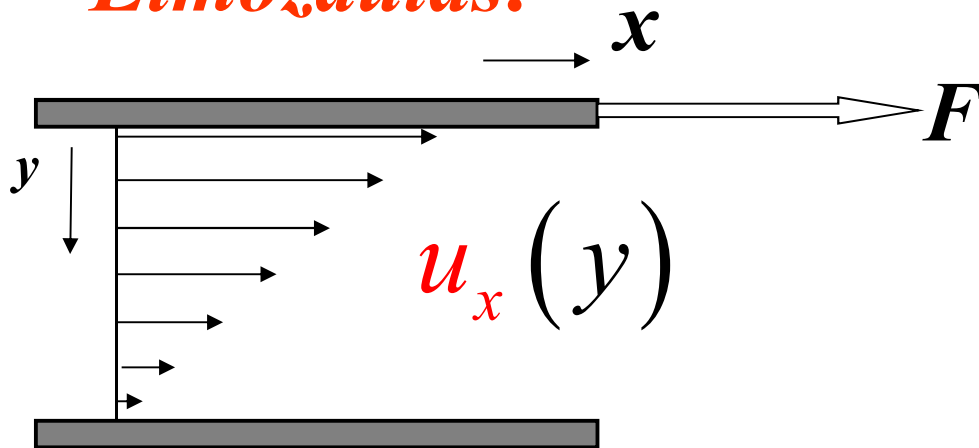
Alapfogalmak:

Nyírófeszültség:

$$\tau = \frac{F}{A_S}$$



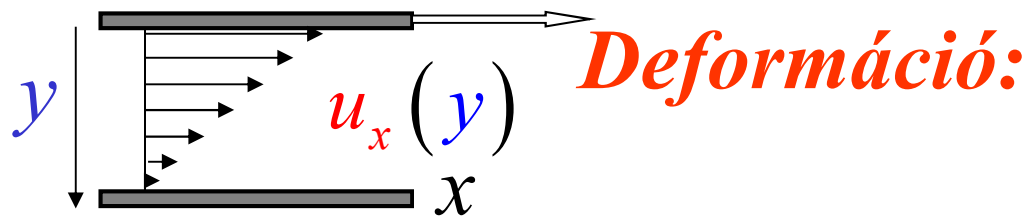
Elmozdulás:



Deformáció:

$$\gamma = \frac{du_x(y)}{dy}$$

Alapfogalmak:



$$\gamma = \frac{du_x}{dy}$$

Deformáció sebesség:

$$\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{du_x}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{du_x}{dt} \right) = \frac{dv_x}{dy}$$

A deformáció sebesség megegyezik a sebesség gradienssel!

Alapfogalmak:

$$j_i = -\eta \nabla v \quad \longrightarrow \quad \tau = \eta \nabla v$$

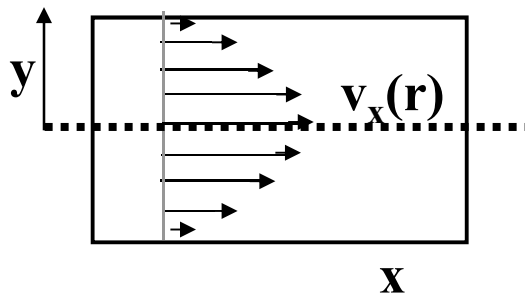
Kapcsolat a nyírófeszültség és a sebesség gradiens között:

$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

Newton egyenlet

viszkozitás

A reológia alapösszefüggése. **Newton egyenlet**



$$j_i = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$



$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

Kapcsolat a nyírófeszültség és a sebesség gradiens között:

Nyírófeszültség:

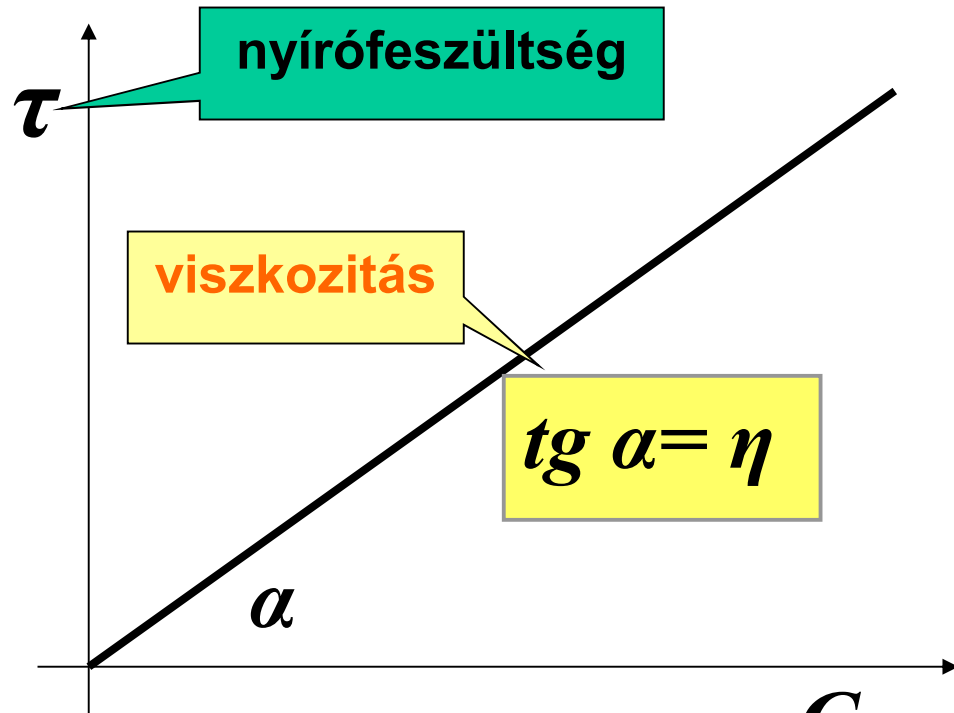
$$\tau = \frac{F}{A_S}$$



Sebesség gradiens:

$$G = \frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{r}$$

Newtoni folyadék **folyásgörbéje**



*víz,
tej,
cukor oldat,
étolaj*

$$\tau = \eta \cdot G$$

$$[Pa]$$

$$[Pa \cdot s]$$

$$[s^{-1}]$$

sebesség gradiens
vagy
deformáció sebesség

Dinamikai viszkozitás (általában ezt értjük viszkozitás alatt *pascal seconds* ($Pa\ s$))

Régebben Jean Louis Marie Poiseuille (1797-1869) tiszteletére használták a

$$1 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise} = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}.$$

Az orvosi gyakorlatban ma is gyakran a cP (centi-poise)-t használják

Fluiditás a viszkozitás reciproka ($= 1/\eta$).

Kinematikai viszkozitás: a dinamikai viszkozitás és a sűrűség hányadosa ($= \eta/\rho$).
($m^2\ s^{-1}$) or the stoke (St).

anyag	T/ °C	viszkozitás / $mPa \cdot s$
víz	20	1,0
glicerin	20	1500
n-pentán	20	0,23

biofolyadék	T/ °C	viszkozitás / $mPa \cdot s$
vér	37	4 (nem Newtoni)
vér plazma	37	1,5
könny	37	0,73 – 0,97
levegő	18	0,018
liquor	20	1,02

Relatív viszkozitás (η_{rel}).

$$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_o} = \frac{t}{t_o}$$

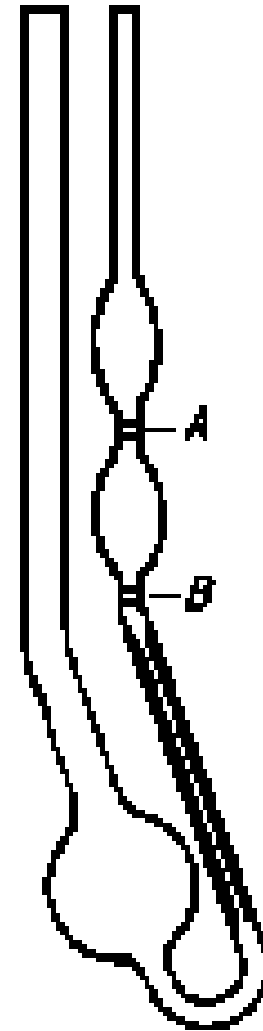
oldat

oldószer

Specifikus viszkozitás (η_{sp})

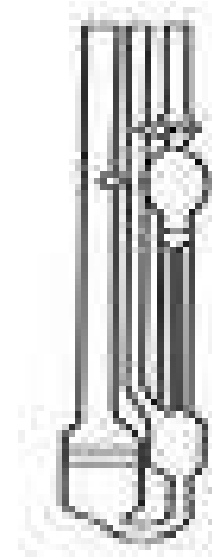
$$\eta_{sp} = \eta_{rel} - 1$$

Ostwald-féle viszkoziméter



Redukált viszkozitás (η_{red})

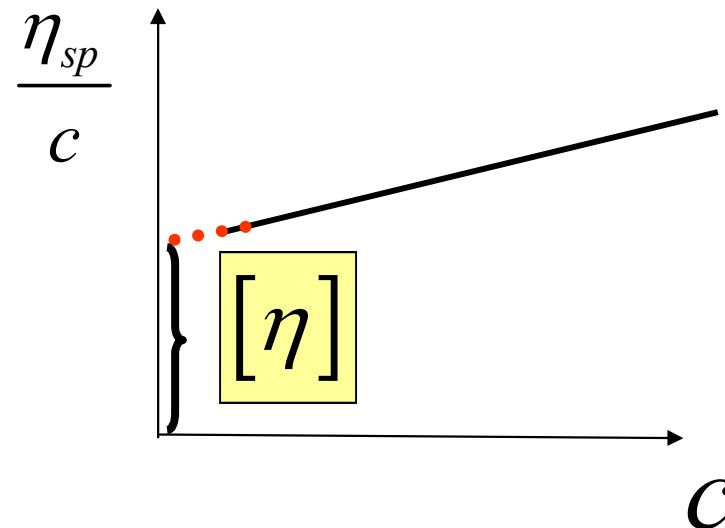
$$\eta_{red} = \frac{\eta_{sp}}{c}$$



Jellemző viszkozitás ($[\eta]$)

Ubbelohde féle viszkoziméter

$$[\eta] = \lim_{c \rightarrow 0} \eta_{red}$$





$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$f_S = 4a_r^2 \pi \cdot \tau$$

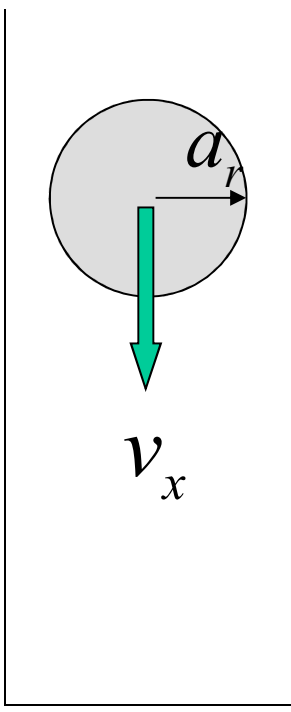
$$\frac{dv_x}{dy} = \frac{v}{a_r}$$

$$f_S = 4a_r^2 \pi \cdot \eta \cdot \frac{v}{a_r}$$

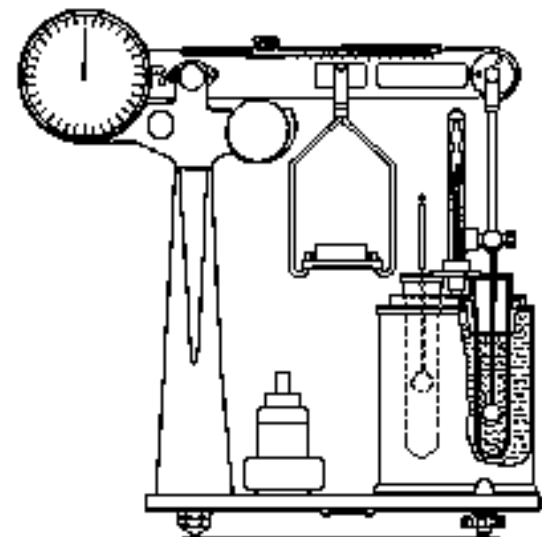
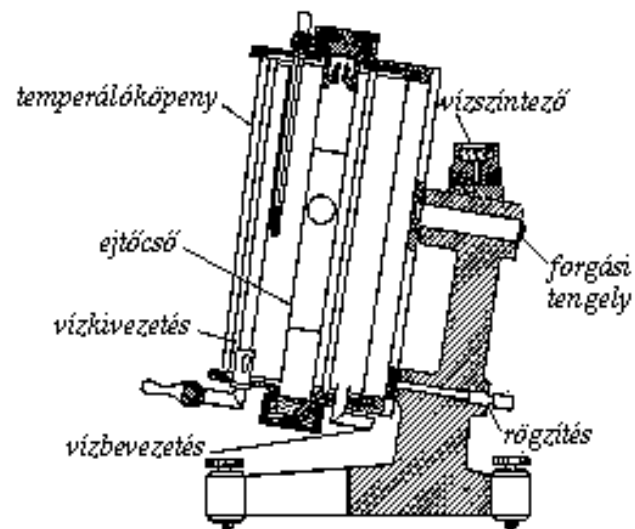
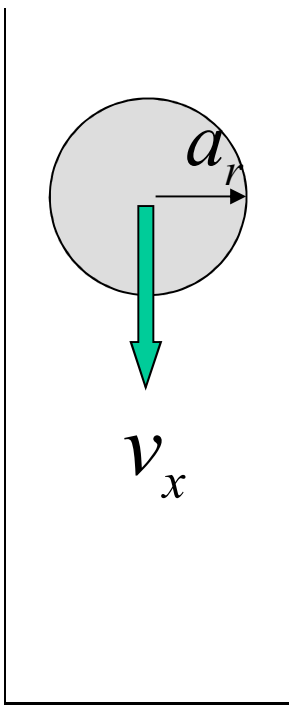
$$f_S = 4\pi\eta a_r v_x$$

Stokes törvény:

$$f_\eta = 6\pi\eta a_r v_x$$



$$f_{\eta} = 6\pi\eta a_r v_x$$



Höppler féle viszkoziméter

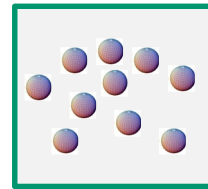
Híg szuszpenziók viszkozitása

Általában *newtoni* viselkedés

Einstein-egyenlet

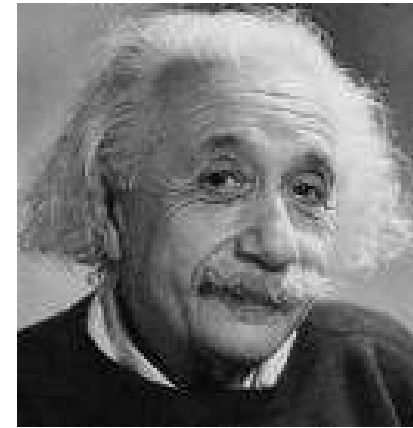


$$[\eta] = 2.5\Phi$$

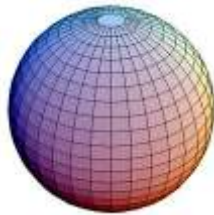


$$\eta = \eta_o (1 + 2.5\Phi)$$

Térfogati tört



Einstein-egyenlet általánosítása:



$$[\eta] = \nu_a \Phi$$

$$\eta = \eta_o (1 + \nu_a \Phi)$$

Asszimetria faktor

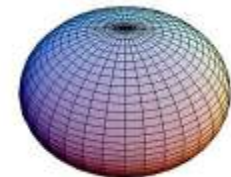
$$\nu_a = \frac{(a/b)^2}{15 \left[\ln \left(\frac{2a}{b} \right) - \frac{3}{2} \right]} + \frac{(a/b)^2}{5 \left[\ln \left(\frac{2a}{b} \right) - \frac{1}{2} \right]} + \frac{14}{5}$$

Prolát elipszoid



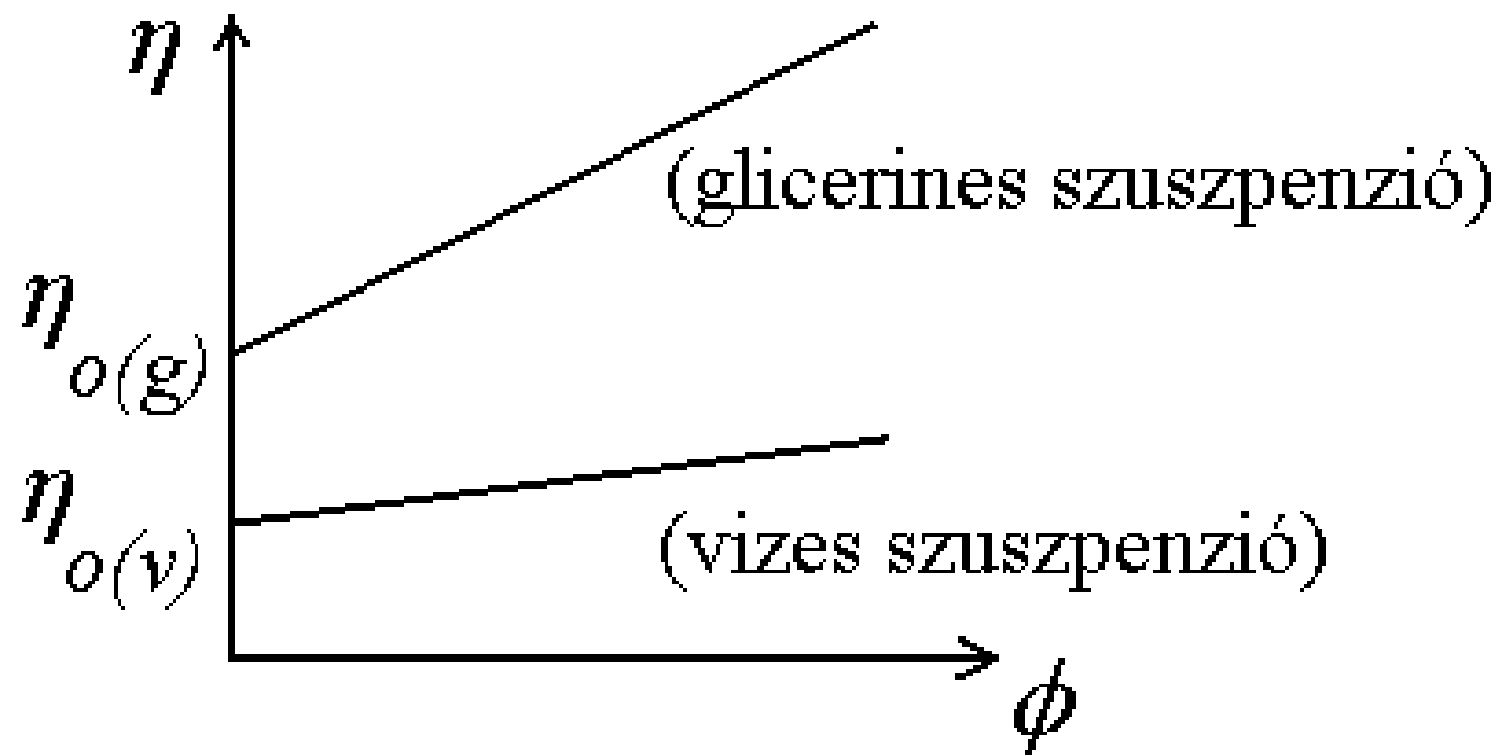
$$\nu_a = \frac{16(a/b)}{15 \tan^{-1}(a/b)}$$

Oblát elipszoid

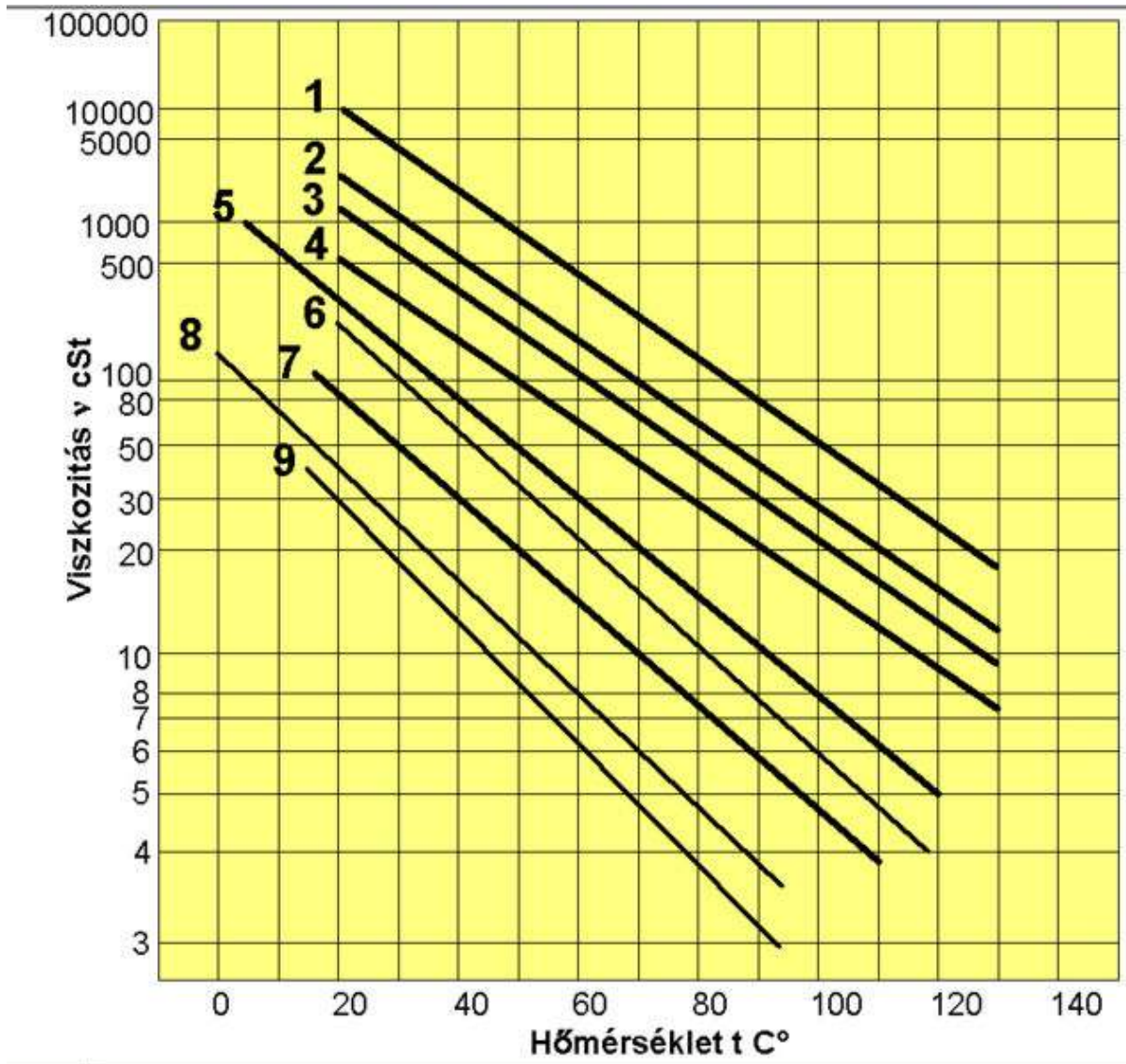


DNS-re: $a/b = 27,8$ $\nu_a = 65,2$

$$\eta = \eta_o (1 + 2.5\Phi)$$



A viszkozitása függése a hőmérséklettől:



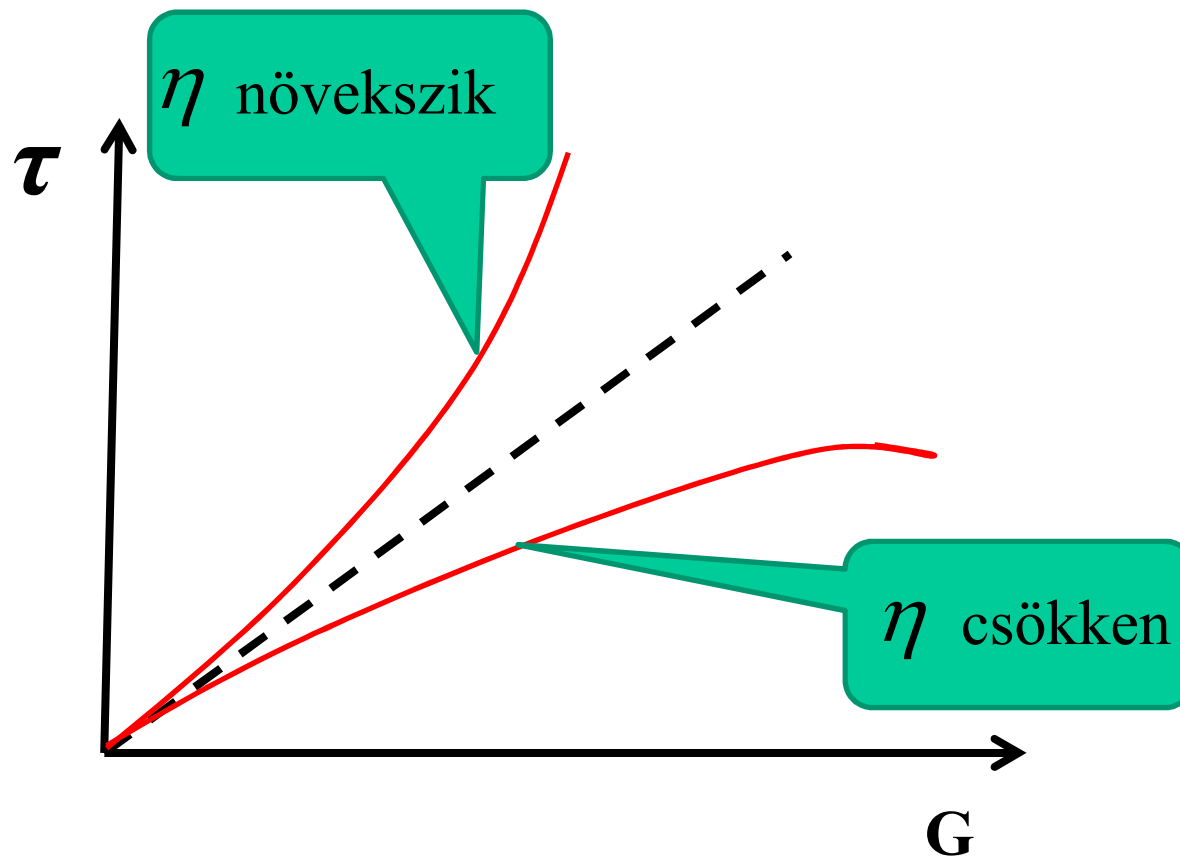
$$\eta(T) = \eta_o \exp\left(\frac{E_a}{RT}\right)$$

Stokes-Einstein law:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a_r}$$

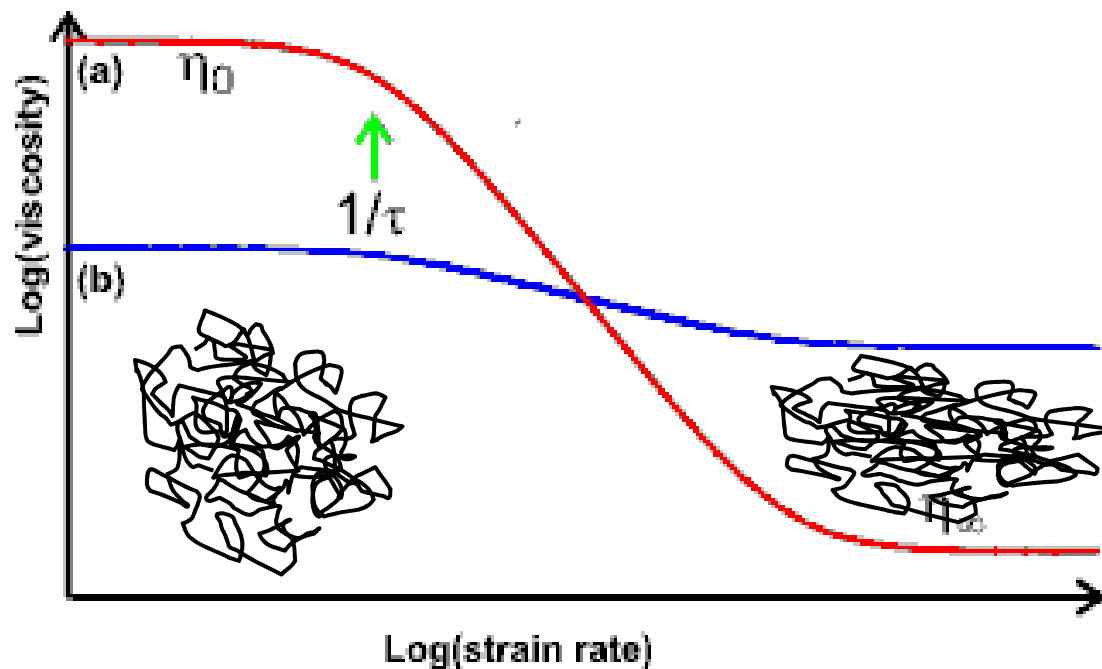
Nem newtoni folyadékok

- viszkozitás nagysága az anyagi minőségen kívül a **deformációs hatás mértékétől** és **idejétől** is függ.



• szerkezeti viszkozitás

Viszkozitás csökken nyírás hatására

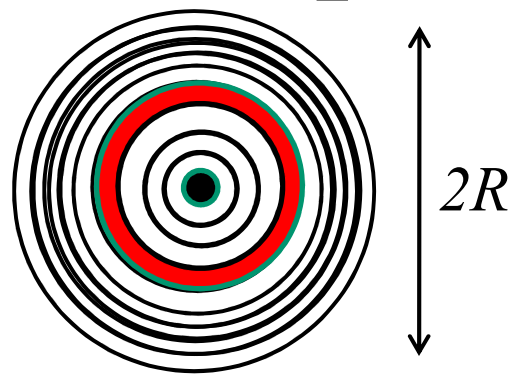
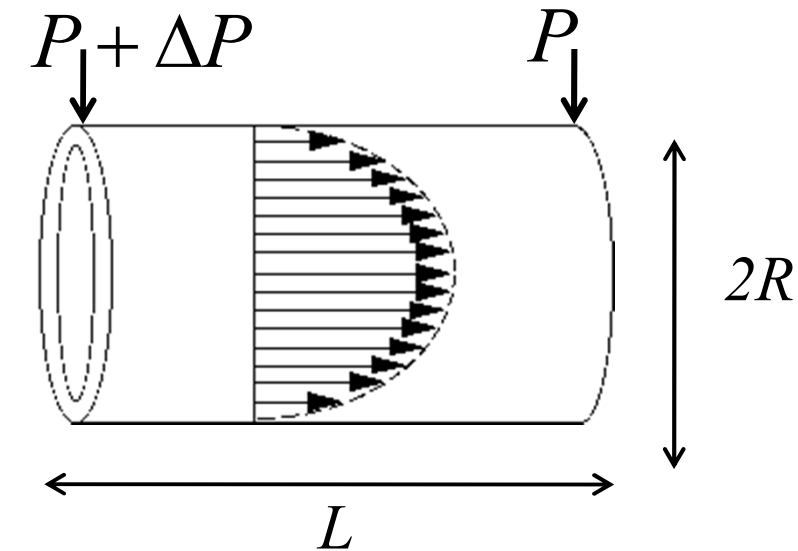


polimer oldat

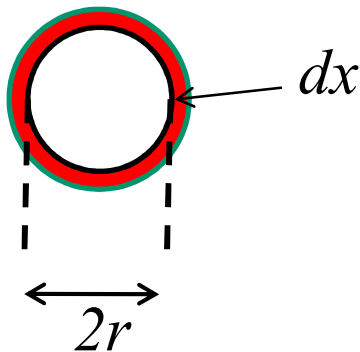
festék

ketchup

Folyadék áramlása csőben áramlási profil



$$v_x(r = R) = 0$$



$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv_x}{dr}$$

$$\tau = \frac{r^2 \pi \cdot dP}{2r\pi \cdot dx} = \frac{r}{2} \cdot \frac{dP}{dx} = \frac{r}{2} \frac{\Delta P}{L}$$

$$dv_x = -\frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot 2 \cdot r \cdot dr = -\frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot d(r^2)$$

$$v_x(r) = -\frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot r^2 + konst.$$

$$v_x(r) = \frac{\Delta P}{4L\eta} \cdot (R^2 - r^2) = \frac{\Delta P R^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Folyadék áramlása csőben
térfogatáram

$$v_x(r) = \frac{\Delta P R^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$v_{\max} = \frac{R^2}{4\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$v_x(r) = v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

$$I_V = 2\pi \cdot \int_0^R r \cdot v_x(r) \cdot dr$$

$$I_V = 2\pi \cdot \int_0^{R_0} r \cdot v_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \cdot dr$$

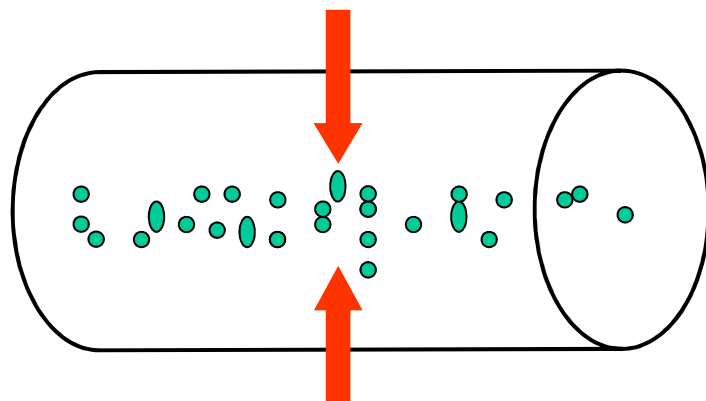
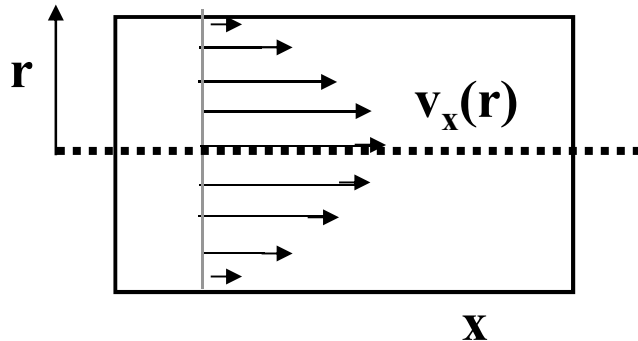
$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$\overline{v_x} = \frac{I_V}{R_o^2 \pi} = \frac{R_o^2}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{2} v_{\max}$$

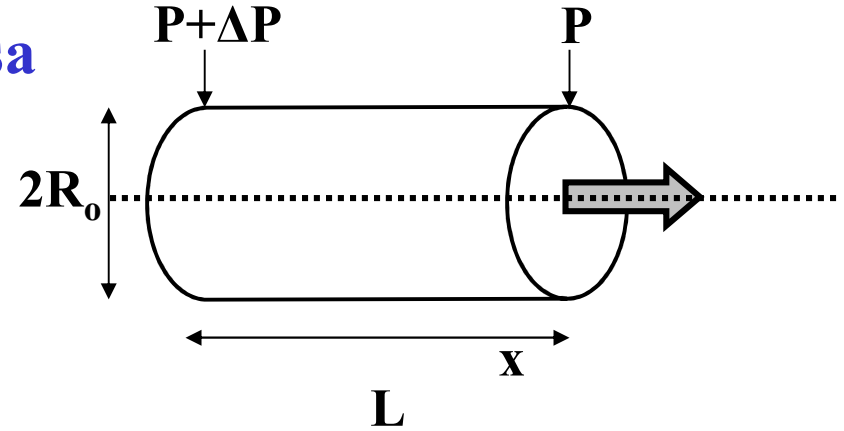
Newtoni folyadék lamináris áramlása

(összefoglalás)

Parabolikus sebesség profil



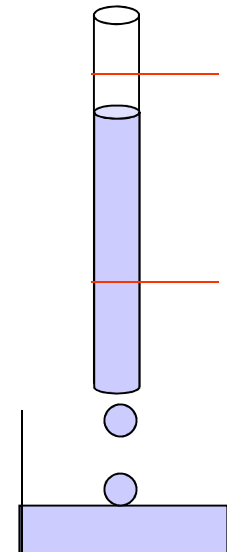
$$p + \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \rho gh = \text{const} \quad \text{Bernoulli törvény}$$



$$v_z(r) = \frac{\Delta P R_0^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2} \right)$$

Hagen-Poiseuille törvény

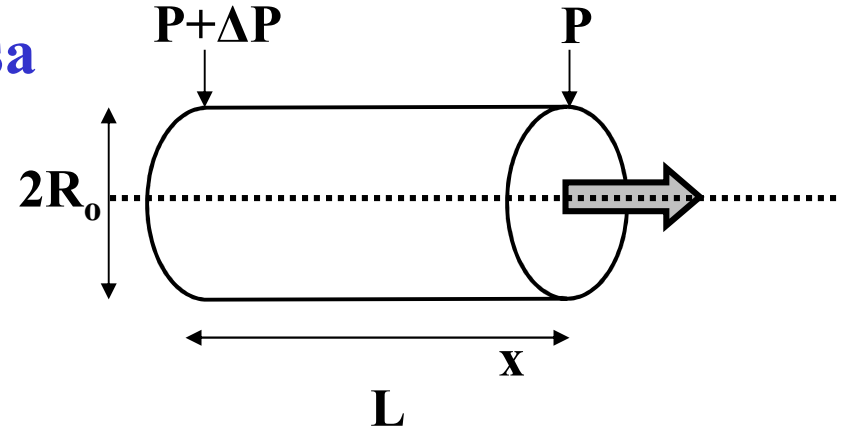
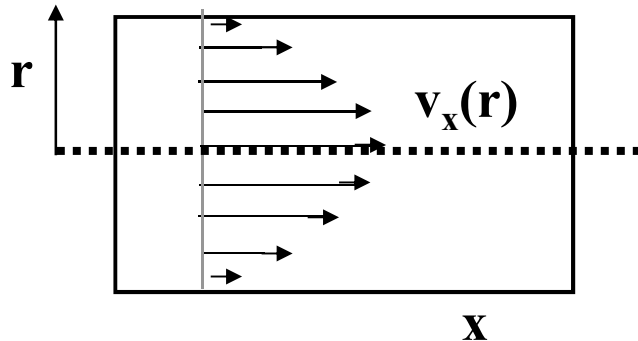
$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$



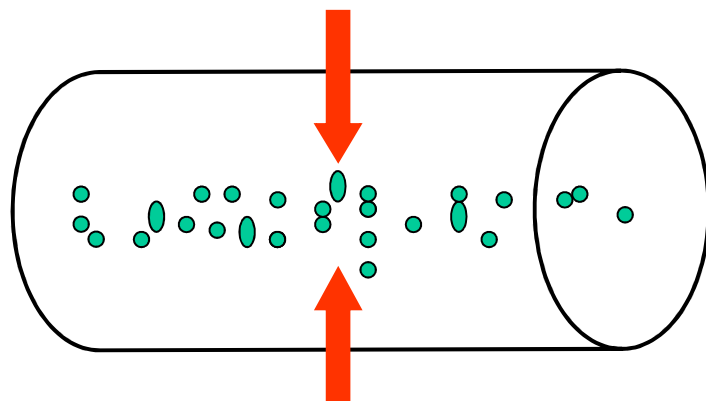
Newtoni folyadék lamináris áramlása

(összefoglalás)

Parabolikus sebesség profil



$$v_z(r) = \frac{\Delta P R_0^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2}\right)$$

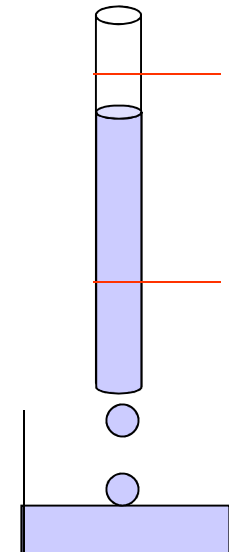


Hagen-Poiseuille törvény

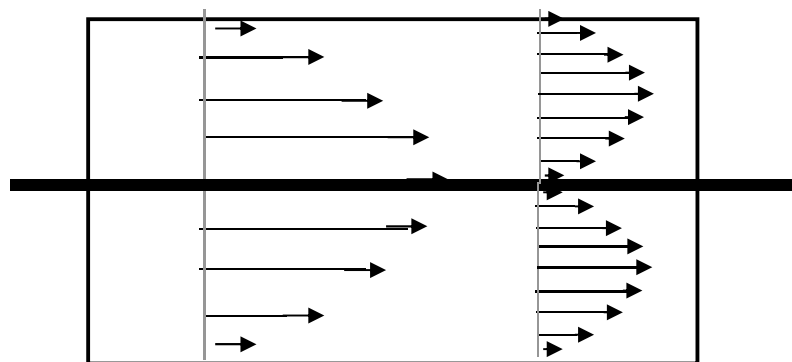
$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L}$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v_x^2 + \rho gh = const \text{ Bernoulli törvény}$$

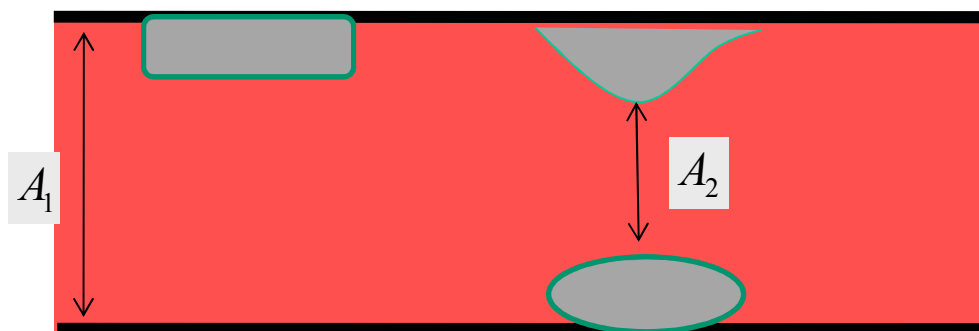
Térfogatóram



Parabolikus sebesség profil módosulása



katéter



turbulens

Vér áramlása elágazó erekben



$$I_V = \frac{\pi \cdot R_o^4}{8\eta L} \cdot \Delta P = \frac{1}{R_{res}} \cdot \Delta P$$

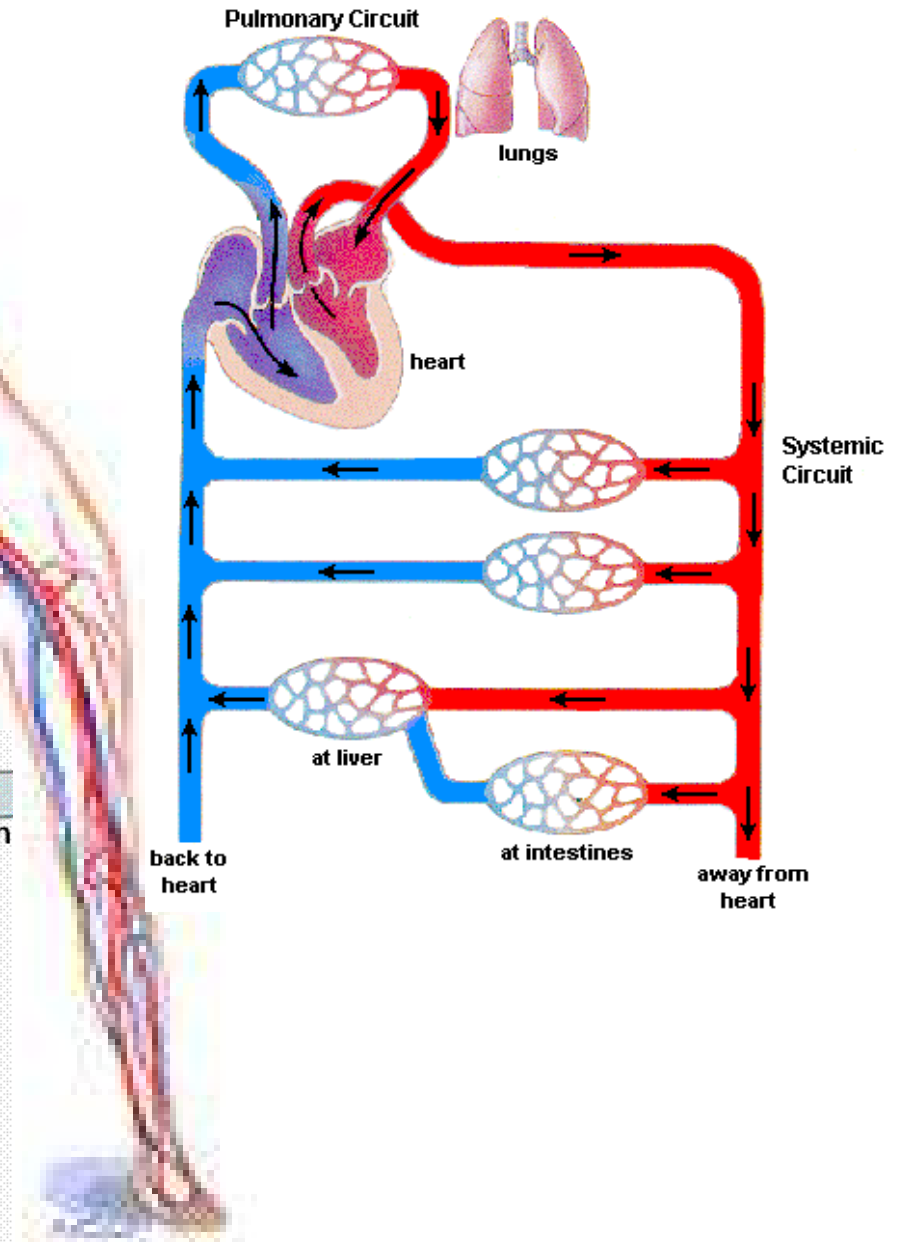
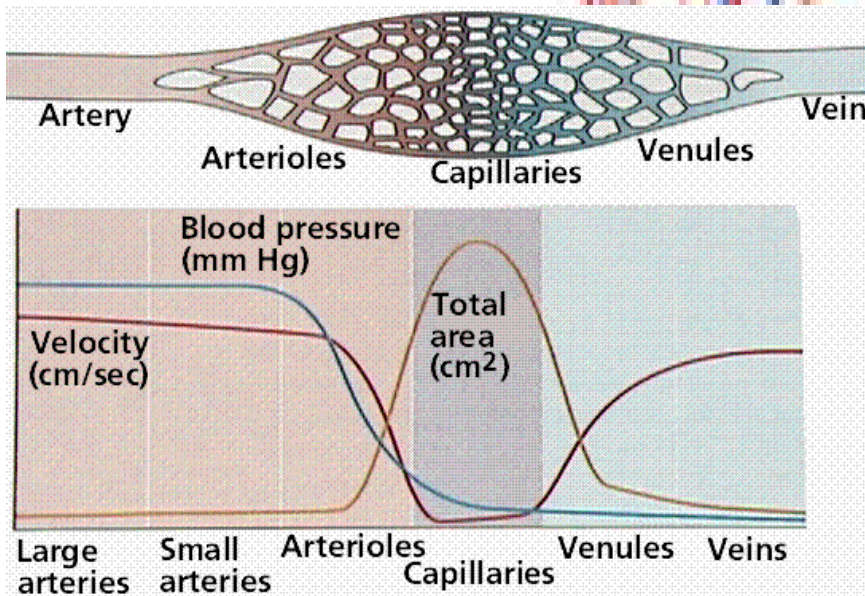
$$R_{res} (soros) = \sum_i R_{res,i}$$

$$R_{res} (párhuzamos) = \sum_i \frac{1}{R_{res,i}}$$

érszakasz	átmérő cm	hossz cm	elágazások száma	áramlási seb. cm/s
aorta	2,4	40	1	23
artériák	0,4	15	160	5
kapillárisok	0,0007	0,07	$1,2 \cdot 10^{10}$	0,022
vénák	0,5	15	200	2,5

Nature Uses Microfluidics!

Pump, valves,
manifold,
functional “chips”,
reagents



Oxigén transzport a tüdőből a vérbe

A vérplazma oxigén koncentrációja: $S_{O_2}^{plazma} = 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ M}$

Többlépcsős transzportfolyamat

- légzéssel **konvektív** transzport a tüdőbe,
- **konduktív** transzport a kapillárisokon át a vörösvértestekhez,
- oxigén **megkötődik** a vörösvértest hemoglobinján,
- **konvektív** mozgás a vérkeringésben,
- a szöveteknél **konduktív** transzport a mitokondriumokhoz,



ATP