

Az orvosi biofizika matematikai és fizikai alapjai

5. fejezet

Mechanika –Munka és Energia

Mártonfalvi Zsolt 2019

Energia-Munka

A munka és az energia is a testek közötti kölcsönhatások leírására szolgálnak, de alkalmazhatósági körük szélesebb az erőénél.

(pl. termikus és kémiai kölcsönhatások)

Energia:

- egy test vagy rendszer állapotát írja le
- egy test vagy rendszer munkavégző képessége

Munka: munkát végzünk egy testen, amikor energiát adunk át neki

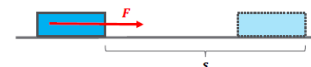
Energiafajták

- Mozgási energia
- Potenciális energia
- Belső energia
- Kémiai energia
- Nukleáris energia
- Elektromos energia
- ... egymásba átalakíthatók

Munka

Mechanikai kölcsönhatások esetén:

- Gyorsítási munka
- Emelési munka
- Nyújtási munka



$$W = F \cdot s$$

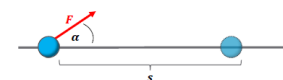
(ha az erő és az elmozdulás egy irányba esnek)

W: Munka (Work) [N · m = Joule = J] (skalár)

F: erő (Force) [N = Newton = $\frac{kg \cdot m}{s^2}$]

s: test által megtett út [m]

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$



α : az erő és az elmozdulás által bezárt szög

Teljesítmény

- Időegység alatt végzett munka

$$P = W / t$$

P: teljesítmény [J/s=watt=W]

W: munka [N · m=Joule=J]

t: idő [s]

Az energiának és a munkának ugyanaz a mértékegysége: Joule

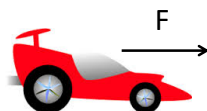
Mértékegység átváltások

	Joule	Elektronvolt	Kalória
1 J=	1	$6,25 \cdot 10^{18}$	0,239
1 eV=	$1,6 \cdot 10^{-19}$	1	Nem releváns
1 cal=	4,19	Nem releváns	1

V/2. feladat

Egy autó ($m = 1,2 \text{ t}$) álló helyzetből 12 s alatt egyenletesen gyorsul fel 100 km/h sebességre.

- Mekkora erő szükséges a felgyorsításhoz?
- Hány méter távolságot tesz meg az autó a felgyorsítás alatt?
- Mekkora a gyorsító erő munkája?
- Mekkora az átlagos teljesítmény?
- Mekkora mozgási energiával rendelkezik az autó a felgyorsítás végén?



Mechanikai energiafajták

- Mozgási energia
(egy test gyorsítása)
- Gravitációs helyzeti energia
(egy test felemelése)
- Rugalmas energia
(egy rugó kinyújtása)

Mozgási energia

- A test mozgásállapotát jellemzi

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

E_{kin} : mozgási (kinetikus) energia [J=Joule]

m: tömeg [kg]

v: sebesség [m/s]

Gyorsítás során végzett munka: $W = F \cdot s = m \cdot \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{1}{2} m \cdot v^2$.

Helyzeti energia

- A test **pozíciójából** vagy **konfigurációjából** származik

Az erőterétől függően lehet:

- gravitációs
- mágneses (később)
- elektromos (később)

Rugalmas energia: konfigurációtól függő helyzeti energia

Gravitációs helyzeti energia

- Munkavégző képesség, mely a test gravitációs térben lévő pozíciójából ered

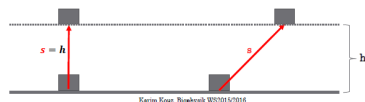
$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

E_{pot} : helyzeti (potenciális) energia [J=Joule]

m: tömeg [kg]

g: szabadesés gyorsulása=9.81 [m/s²]

h: nullszinttől számított magasság [m]

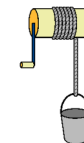


Emelés közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = mgh$$

V/5. feladat

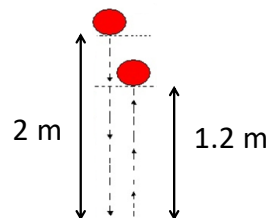
Egy 8 m mély kútból húzunk fel egyenletes 50 cm/s-es sebességgel egy vízzel teli vödört ($m = 12$ kg, ebben benne van a 10 liter víz is). Mekkora



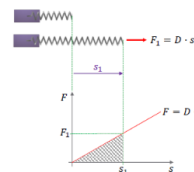
- a szükséges erő
- a végzett munka
- a teljesítmény?
- Hány kcal energiával egyenértékű az ember munkája, ha egész nap dolgozva összesen 4,8 m³ vizet emel ki a kútból?

V/9. feladat

Egy labda ($m = 0,8 \text{ kg}$) 2 m magasságból leesik és a földön pattanva 1,2 m magasra repül vissza. Mennyi mechanikai energia veszett el összesen a közegellenállás miatt és a talajjal való ütközés során?



Rugalmas energia



$$E_{rug} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

E_{rug} : rugalmas energia[J=Joule]

k: rugóállandó[N/m]

s: deformáció[m]

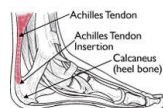


Nyújtás közben végzett munka:

$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} D s \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

V/7. feladat

Mennyi energiát tárol az Achilles-ín 2 mm-es megnyúlásnál, ha rugóállandója $3 \cdot 10^5 \text{ N/m}$?



Mechanikai energiamegmaradás törvénye

- Zárt rendszerben a mechanikai energiák összege állandó
- Zárt rendszer: rendszeren kívüli testekkel nem áll kölcsönhatásban

$$E_{kin} + E_{pot} + E_{rug} = \text{állandó}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2 = \text{állandó}$$



Tömeg-energia ekvivalencia

- Minden m tömegű test nyugalmi energiával rendelkezik:

$$E = mc^2$$

E: nyugalmi energia [J=Joule]

m: tömeg [kg]

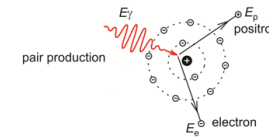
c: vákuumbeli fénysebesség $=3 \cdot 10^8$ [m/s]

Tömeg és energia egymásba alakulhat
pl. PET

V/10. feladat

Mekkora egy elektron nyugalmi energiája
($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg)?

Számolja át ezt az energiát J egységből eV egységbe!

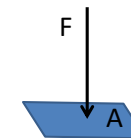


6. fejezet

Mechanika –Nyomás

Nyomás

$$p = \frac{F}{A}$$



p: nyomás [$\text{N/m}^2 = \text{Pa} = \text{pascal}$]

F: a felületre merőlegesen ható erő [N]

A: a test felülete [m^2]

Különböző deformációt okoz, ha egy szivacsot egy ujjal vagy tenyérrel nyomunk ugyanakkora erővel

A nyomás mértékegységei

SI mértékegység: pascal ($\text{pa}=\text{N}/\text{m}^2$)

Más mértékegységek:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ pa} = 100 \text{ kpa}$$

$$1 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ pa} = 101 \text{ kpa} = 1.01 \text{ bar} = 760 \text{ Hgmm}$$

$$1 \text{ Hgmm} = 1 \text{ torr} = 133 \text{ pa} = 0.133 \text{ kpa}$$

VI/2. feladat

Embernél a rágóerők nagyjából 100 N nagyságrendűek (krokodilnál inkább 1000 N!). Amikor az ember ráharap egy csontszilánkra, vagy egy pici magra, akkor ez az erő kb. 1 mm^2 felületre koncentrálódik. Mekkora ilyenkor a nyomás?



VI/3. feladat

- Mekkora nyomást fejt ki egy 70 kg tömegű, álló ember a padlóra? (A két talp együttes felületét kb. 200 cm^2 -nek becsülhetjük.)
- Mekkora nyomást fejt ki ez az ember korcsolyázás közben a jégre? (A korcsolya élének felületét vegyük 4 cm^2 -nek.)



Sűrűség

- A folyadékokban és gázokban lévő nyomás függ a sűrűségtől

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ha az anyag homogén

ρ : sűrűség [kg/m^3]

m : tömeg [kg]

V : térfogat [m^3]

Néhány sűrűségérték

anyag	$\rho (\text{g}/\text{cm}^3)$
levegő (0°C és 101 kPa mellett)	0.00129
víz (4°C és 101 kPa mellett)	1
víz (100°C és 101 kPa mellett)	0.958
jég	0.92
alumínium	2.7
higany	13.6
arany	19.3
emberi test (átlagérték)	1.04

$$1 \text{ g}/\text{cm}^3 = 1 \text{ kg}/\text{dm}^3 = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$\text{ml} = \text{cm}^3$$

$$\text{liter} = \text{dm}^3$$

VI/5. feladat

- a) Mekkora a tömege egy 10 cm élhosszúságú arany kockának?
- b) Mekkora nyomást fejt ki ez a kocka a vízszintes polcra, amelyen nyugszik?

