

Transzportfolyamatok

Molnár Kristóf

Biofizikai és Sugárbiológiai Intézet, Nanokémiai Kutatócsoport



SEMMELWEIS
EGYETEM 1769

Termodinamika ismétlés

Makroszkopikus állapot megadása makroszkopikus paraméterekkel (extenzív-intenzív párok):

<u>extenzív</u>	<u>intenzív</u>
S	T
V	p
N	μ
A	γ
Q	u

Belső energia: extenzív-
intenzív állapotjelző párok
szorzatösszege:

$$U = TS - pV + \sum n_i \mu_i + \gamma A + uQ$$

termodinamikai állapotfüggvények: folyamatok spontán végbemeneteléről döntő
állapotfüggvények:

belső energia U

entalpia $H = U + pV$

szabadenergia $F = U - TS$

szabadentalpia $G = H - TS$

entrópiatag $-TS$

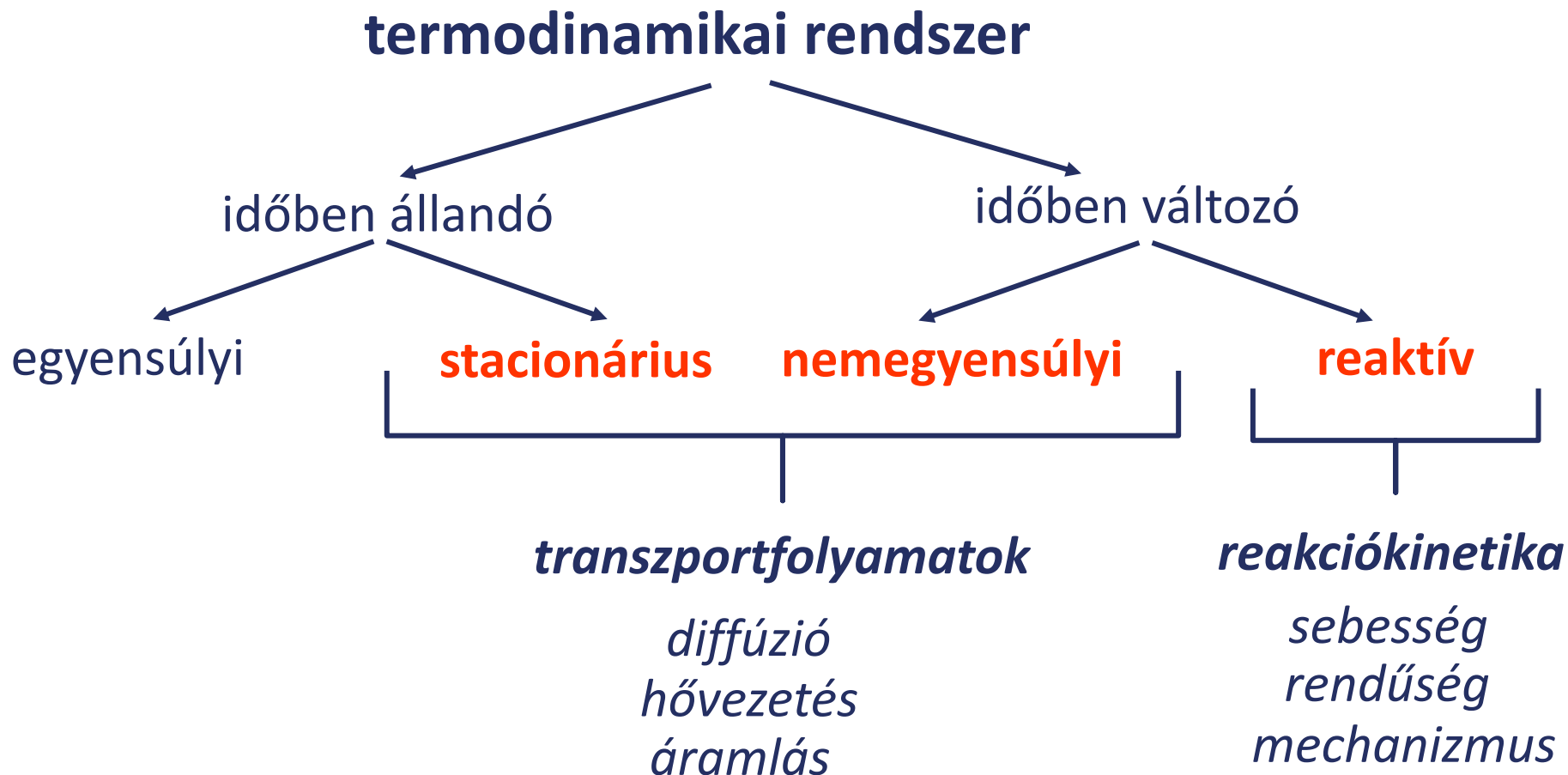
ha U, V, n_i ($A, Q...$) (az extenzív paraméterek)

$-TS$ állandóak (zárt rendszer)

ha T, V, n_i ($A, Q...$) állandóak F

ha T, p, n_i ($A, Q...$) állandóak G

A termodinamikai rendszerek típusai



Transzportfolyamatok

- Azokat a folyamatokat, amelyek során energia, anyag, töltés vagy valamilyen más extenzív jellegű mennyiség egyik helyről egy másik helyre jut, **transzportfolyamatoknak nevezzük**.
- A transzportfolyamatok jellemzésénél alapvető fontosságú mennyiségek: **az extenzív mennyiség árama** és az áramot létrehozó hatás, a **termodinamikai hajtóerő**.

Az *extenzív mennyiségek* transzportját az árammal és az áramsűrűséggel (fluxussal) jellemezhetjük. Az áramsűrűség: megadja a szóban forgó mennyiség egységnyi keresztmetszeten történő áthaladásának mértékét egységnyi idő alatt. Az áramnak iránya is van ezért vektoriális mennyiség.

$$I_E = \frac{dE}{dt}$$

$$j_E = \frac{1}{A_s} \frac{dE}{dt}$$

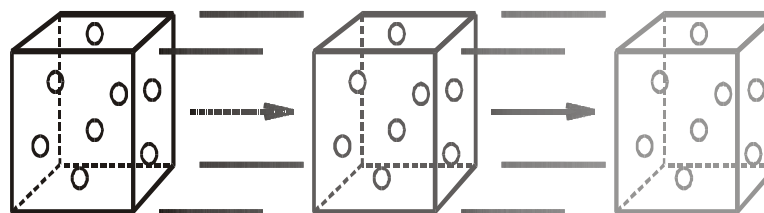
ahol A_s és I_E az áram irányára merőleges felület.

Transzportfolyamatok

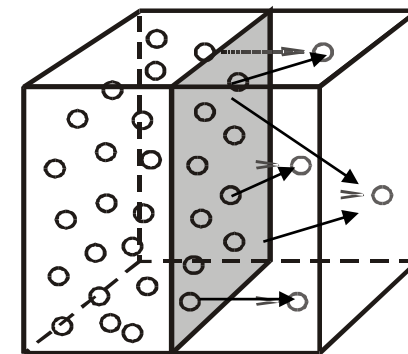
Transzportfolyamatok megjelenése mindig valamilyen extenzív mennyiséget hordozó mozgásával függ össze:

- részecskék (atomok, molekulák és ionok), amelyek anyagot, energiát, impulzust és töltést hordozhatnak,
- elektronok, amelyek energiát, impulzust és töltést hordozhatnak,
- fotonok, amelyek energiát hordozhatnak.

A transzportfolyamatokat megkülönböztethetjük aszerint, hogy együtt járnak-e a **közeg makroszkopikus mozgásával, vagy sem**. Eszerint beszélhetünk **áramlásos (konvektív)** és **vezetési (konduktív)**, vagy nyugvó közegű transzportfolyamatokról.



konvektív anyagtranszport:
molekulahalmaz együttes
elmozdulása



konduktív anyagtranszport:
molekulák elmozdulása
"nyugvó közegben"

A transzportfolyamatok biológiai jelentősége

- A termodinamikai egyensúly → a biológiai rendszer számára a halált jelenti
- A biológiai egyensúly → az élő szervezet a környezetében fenn tudja tartani állapota állandóságát

A termodinamika törvényei az élő rendszerek leírására is alkalmazhatók.

**Az életműködés
szempontjából fontos
transzportfolyamatok**

szerv	transzport
légzőrendszer	oxigén → vér széndioxid → tüdő
keringési rendszer	oxigén → vörösvértestek fertőzés → antitestek
emésztőrendszer	emésztés → felszívódás
vese	plazma szűrés metabolikus bomlástermékek kiválasztása plazma térfogat és vér pH állandó szinten tartása

Biológiai anyagtranszport

Sejten belül

- konvektív
- konduktív

Sejmembránon át

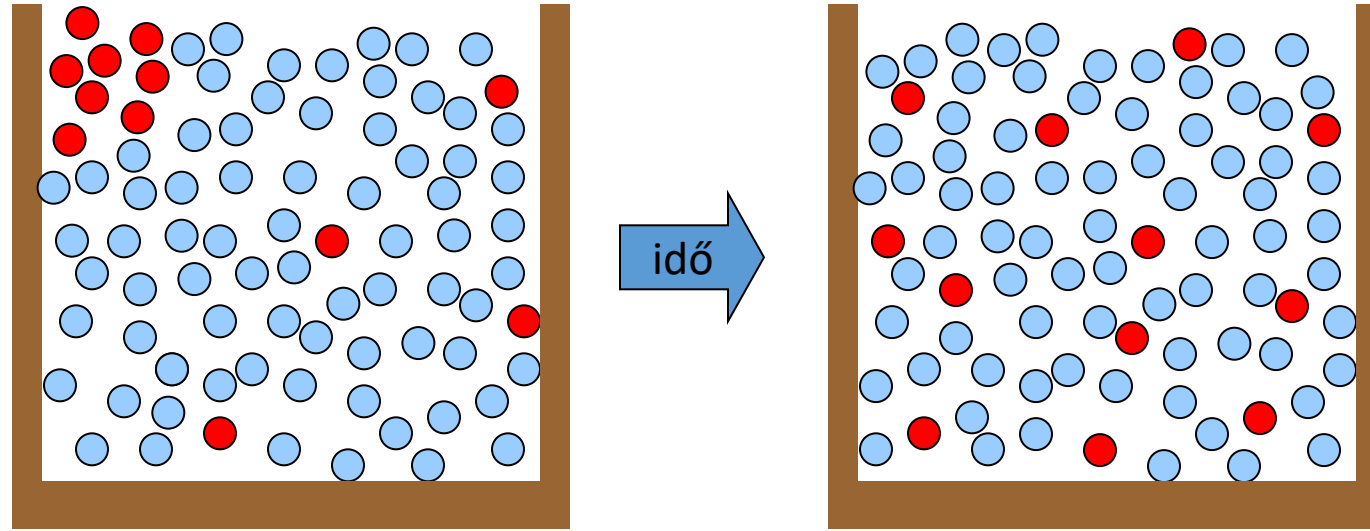
- konduktív (átadásos)

Sejten kívül

- konvektív
- konduktív

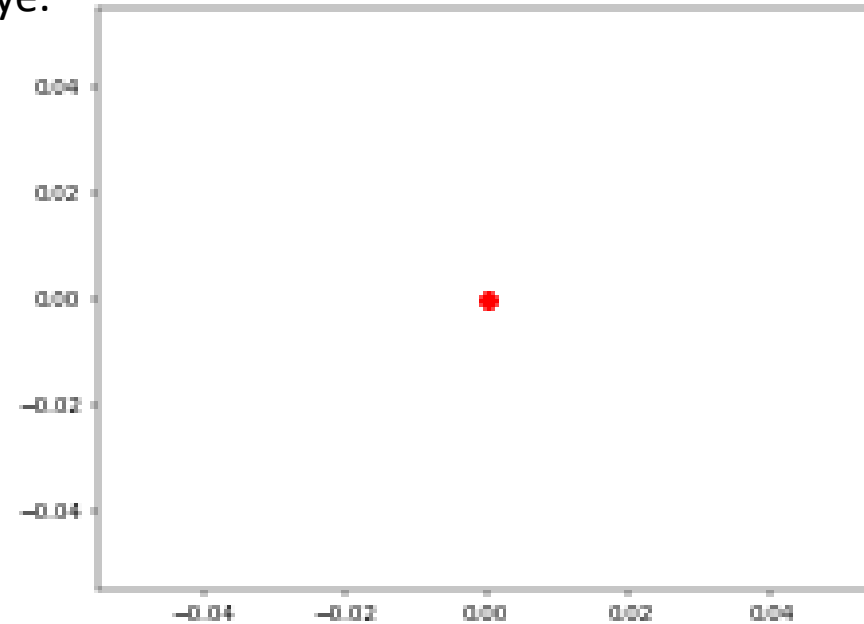
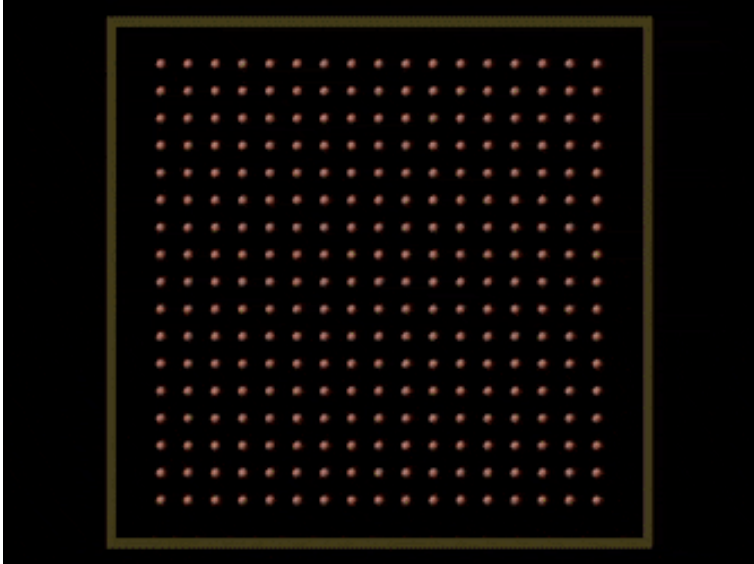
	diffúzió	hővezetés	reológia
ÁRAM:	komponens áram (tömeg áram)	energia áram	impulzus áram
HAJTÓERŐ:	∇c	∇T	∇v
ÁRAMSŰRŰSÉG:	$j_n = -D\nabla c$	$j_Q = -k\nabla T$	$j_i = -\eta\nabla v$
LOKÁLIS VÁLTOZÁS:	$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$	

DIFFÚZIÓ



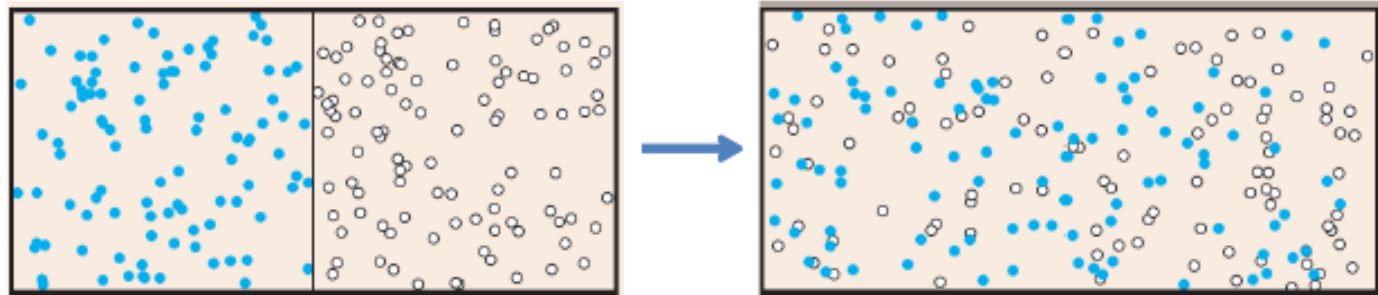
A Brown mozgás és diffúzió

Brown-féle mozgás: Részecskék véletlenszerű, korrelálatlan mozgása, mely a hőmozgás és véletlen ütközések következménye. Egyetlen molekula vagy részecske mozgása!



Kezdeti idő

t idő múlva



Diffúzió: Nettó (megfigyelhető) anyagtranszport amely a koncentráció térbeli kiegyenlítődéséig tart. (termikus egyensúlyban, szabad mozgás esetén)
Nagy anyagmennyiség mozgásáról beszélhetünk

A diffúzió elmélete: Fick törvények

A diffúziós folyamatok mikroszkopikus leírása az N részecskeszámmal és a makroszkopikus leíráshoz használt $c(x)$ lokális koncentráció-eloszlással.

Fick I. törvénye:

$$j = -D \cdot \text{grad } c$$

$$j = -D \cdot \nabla c$$

1D

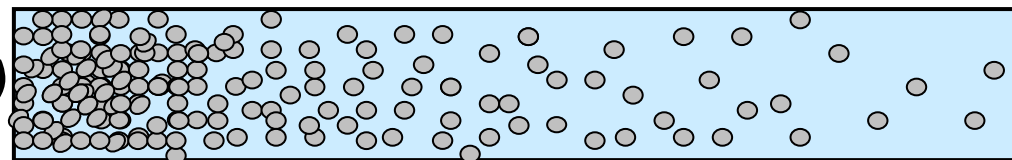
$$j = -D \cdot \frac{dc}{dx}$$

D: Diffúziós
együttható

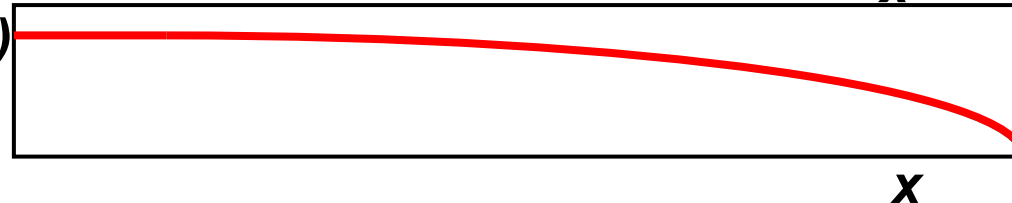
megoldás:

$$c(x,t)$$
$$c(\underline{r},t)$$

$N(x)$



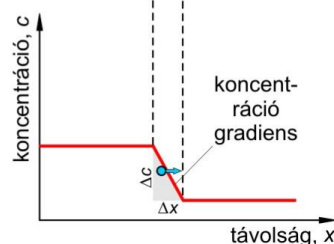
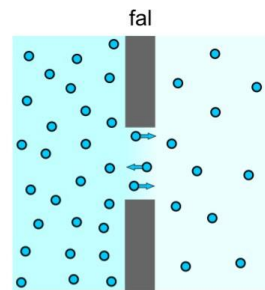
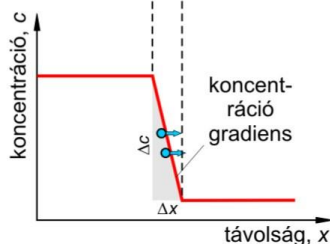
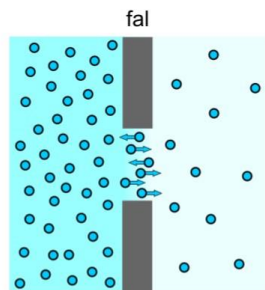
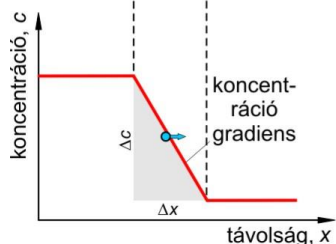
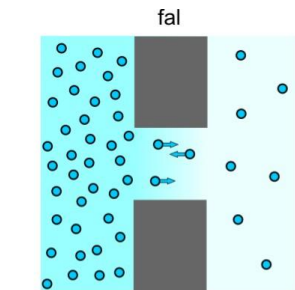
$c(x)$



- a diffúziós anyagáram a koncentráció térbeli változásának a meredekségével arányos,
- a diffúziós anyagáram a csökkenő koncentráció irányába folyik,
- $D > 0$

Einstein-Stokes
egyenlet

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$



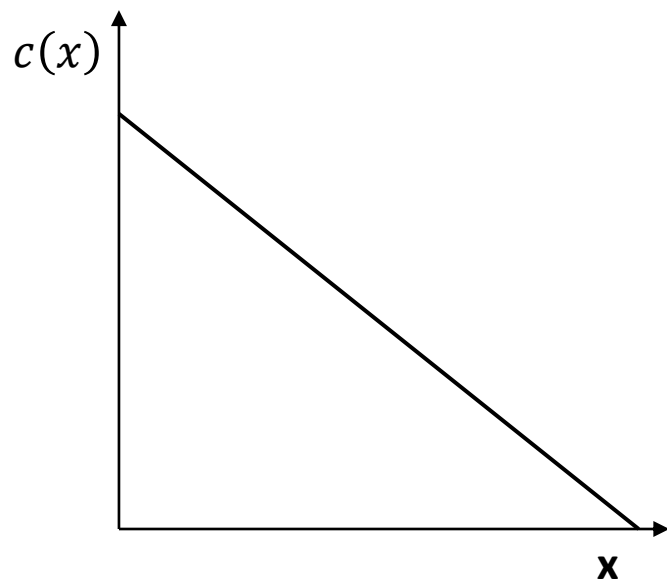
A komponens áramsűrűség és a koncentráció eloszlás kapcsolata

Fick I. törvény

$$j = -D \cdot \frac{dc}{dx}$$

Fick I-es törvénye a következő kísérleti tapasztalatokat foglalja össze:

- a diffúzió anyagáram a koncentráció térbeli változásának a meredekségével, a $c(x)$ függvény deriváltjával arányos,
- a diffúziós áram mindig a csökkenő koncentráció irányába folyik,
- a D diffúziós együttható értéke mindig pozitív.

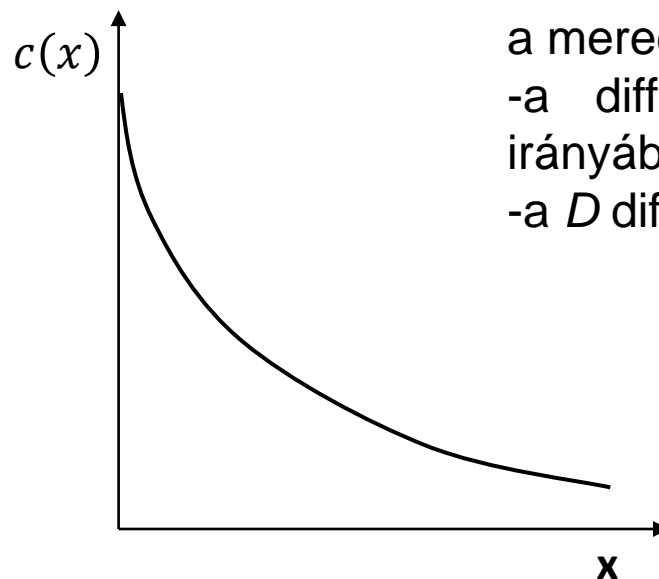


j



Stacionárius eset

$$\frac{dc}{dt} = 0$$



$$\frac{dc}{dt} > 0$$

A diffúziós áramsűrűség a helykoordinátáktól csak akkor független, ha teljesül a feltétel, azaz a koncentráció a hely függvényében lineárisan változik. Minden más esetben az áramsűrűség maga is függvénye a helynek.

Ebben az esetben **Fick II. törvényét** használhatjuk a diffúzió leírására

A mérlegegyenlet és a hajtóerő kapcsolata a diffúzió példáján (Fick törvények)

****:** az anyagáramra vonatkozó
kontinuitási egyenlet

$$\frac{\partial c(\underline{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \underline{j}_n = -\text{div } \underline{j}_n$$

$$\underline{j}_n = -D \cdot \nabla c$$

Fick I

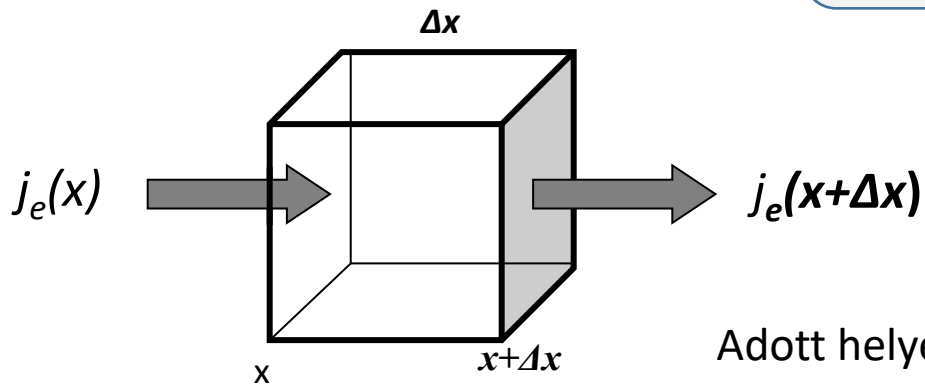
\underline{j}_n : komponens áram

$C(\underline{r}, t)$: lokális koncentráció

$$\frac{\partial c(\underline{r}, t)}{\partial t} = -\text{div}(-D \cdot \text{grad } c) = -\nabla \cdot (-D \cdot \nabla c)$$

Fick II

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \text{div}(\text{grad } c) = D \cdot (\nabla^2 c)$$



$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c$$

1D →

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t} \right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right)_t$$

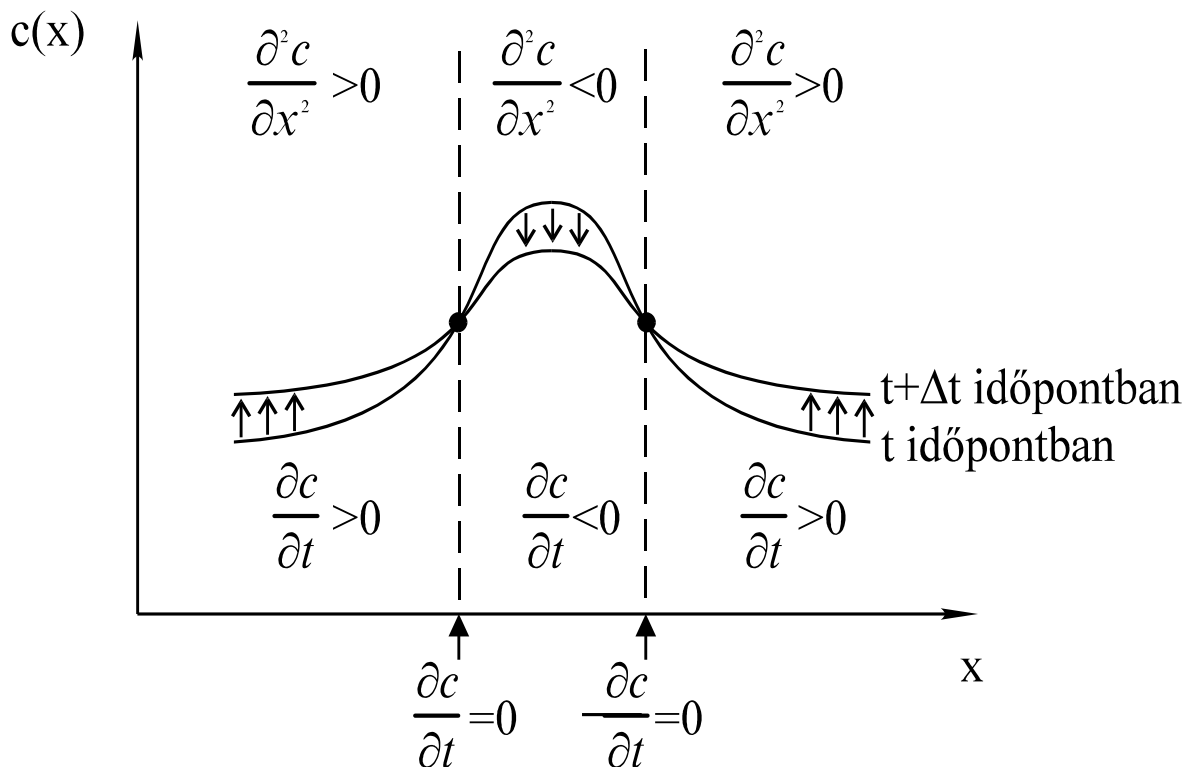
↓
görbület

Adott helyen a koncentráció időbeli változása, a koncentráció-hely szerinti második deriváltjától, a koncentráció eloszlás görbületétől függ.

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_t$$

Fick II. törvénye

Ez a $c(x)$ függvény görbülete



Fick II. törvényéből az alábbiak olvashatók ki:

- ott, ahol a $c(x)$ függvény görbülete pozitív („felülről” nézve homorú), a koncentráció az idővel nő,
- ott, ahol a $c(x)$ függvény görbülete negatív (domború), ott a koncentráció csökken,
- ott, ahol a $c(x)$ függvénynek inflexiós pontja van, a görbület zérus, a koncentráció időben nem változik.

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \right| < 0$$

A diffúzió nem kedvez a mintázatok kialakulásának!

$$\frac{d}{dt} \left| \frac{\partial c}{\partial t} \right| < 0$$

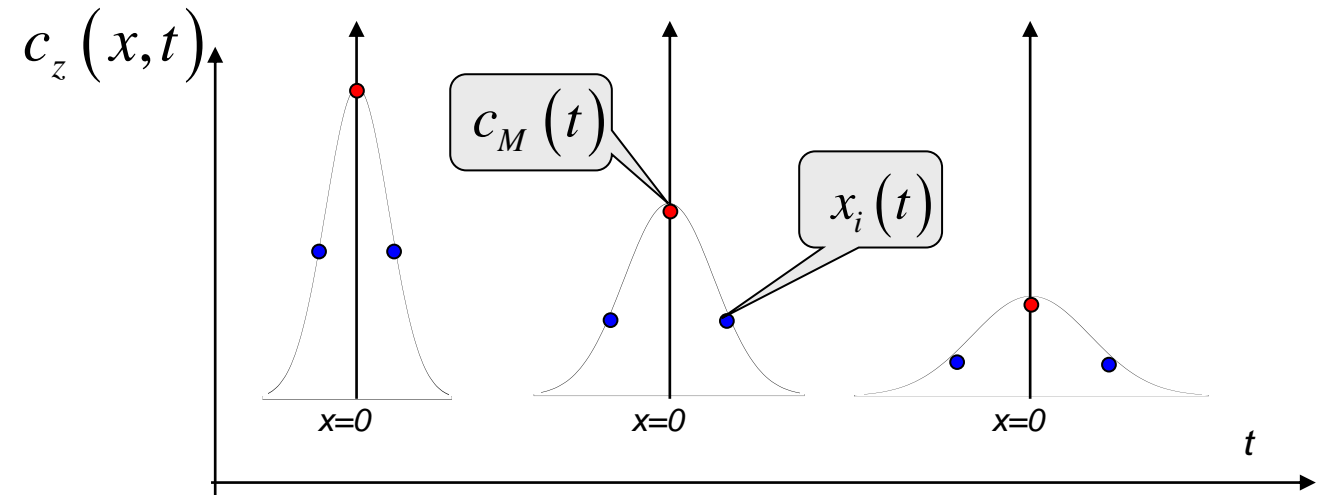
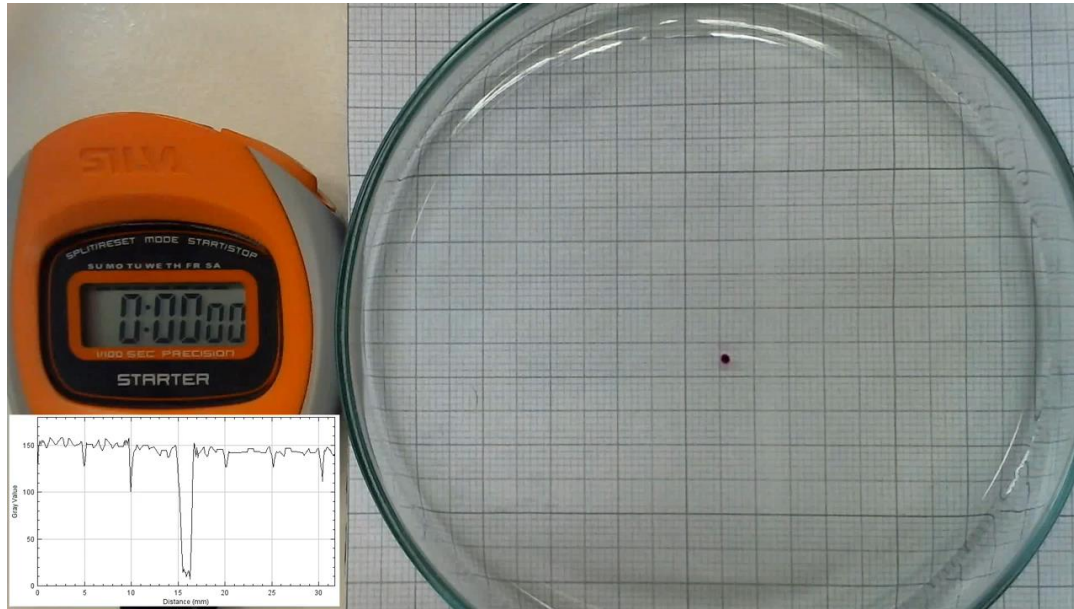
A diffúzió sebessége az időben csökken!

Koncentráció-zóna egydimenziós szabad diffúziója

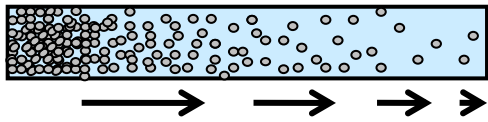
$$c_M(t) = \frac{c_o \delta_x}{(4\pi D)^{1/2}} \cdot t^{-1/2}$$

$$x_i(t) = \sqrt{2D} \cdot t^{1/2}$$

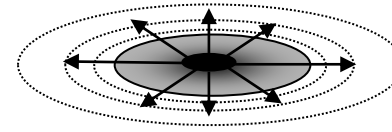
$$c_z(x, t) = \frac{n}{A_s (4\pi D t)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) = \frac{c_o \delta_x}{(4\pi D t)^{1/2}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$$



Tisztán diffúziós jelenségeknél a karakterisztikus távolságok az idő négyzetgyökével arányosan változnak!



Fick II. törvénye



Egyirányú diffúziónál

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}\right)_t$$

Radiális diffúziónál

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_r = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial c}{\partial r}\right)_t$$

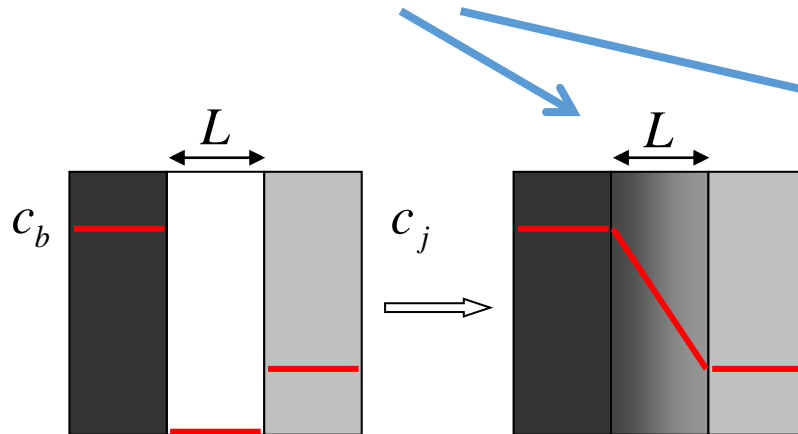
Stacionárius diffúzió:

$$\left(\frac{\partial c}{\partial t}\right)_x = 0$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \cdot \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial c}{\partial r}\right)$$

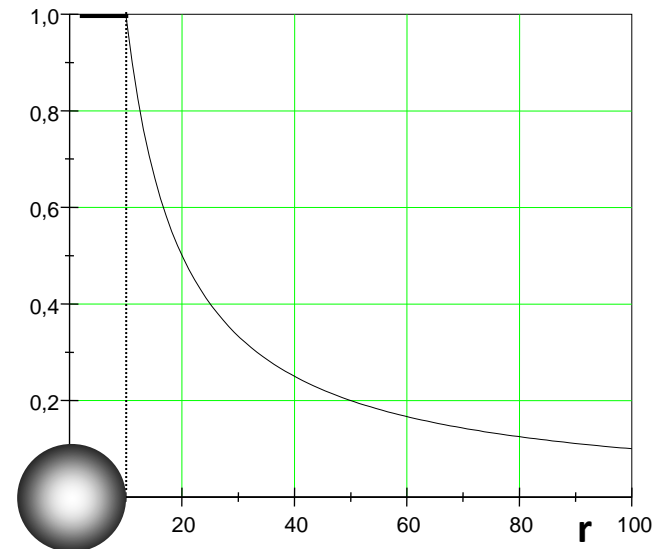
Gömb

Henger



$$c(x) = -\frac{c_b - c_j}{L} x + c_b$$

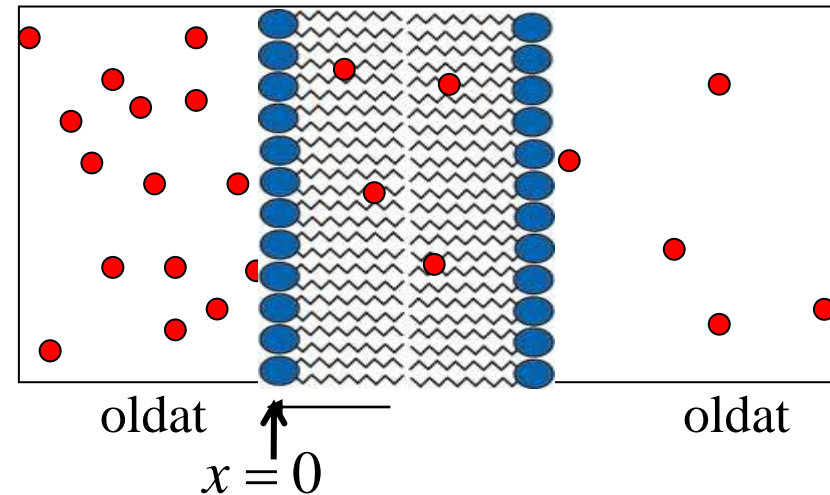
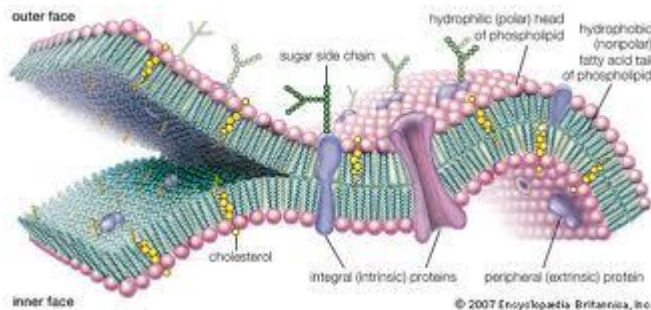
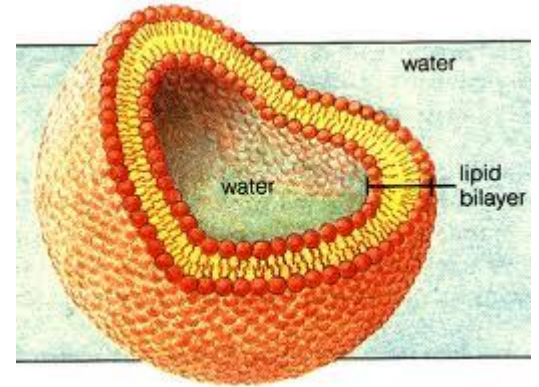
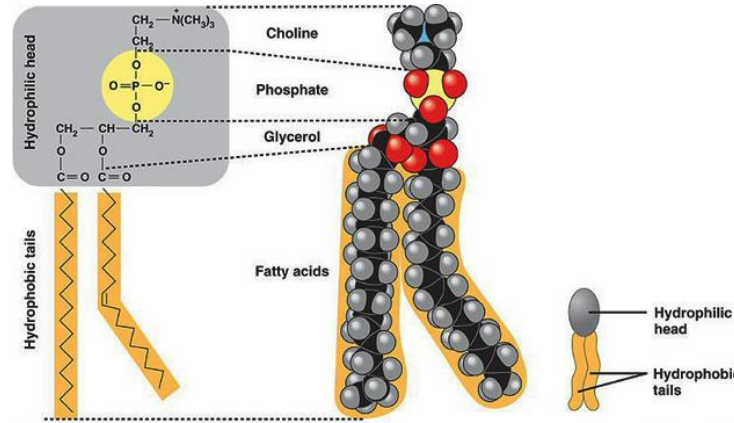
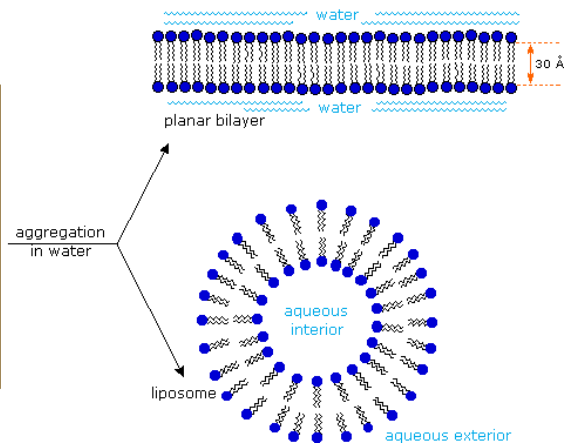
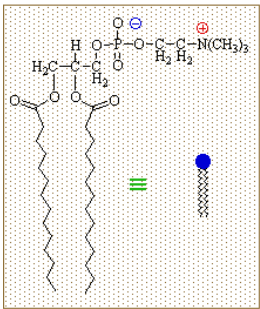
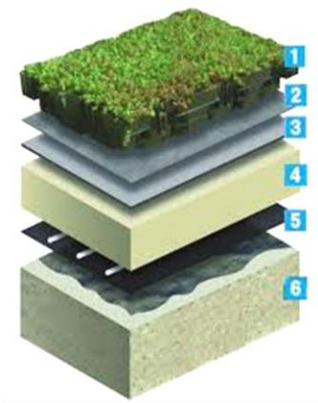
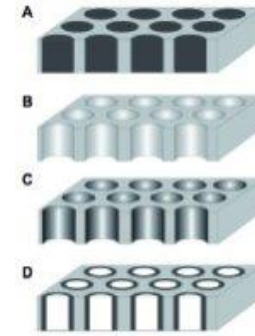
lineáris



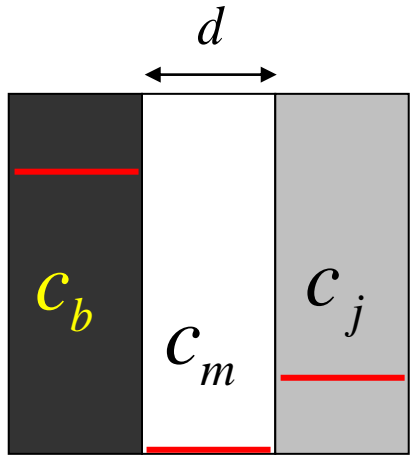
nem lineáris

Membránok

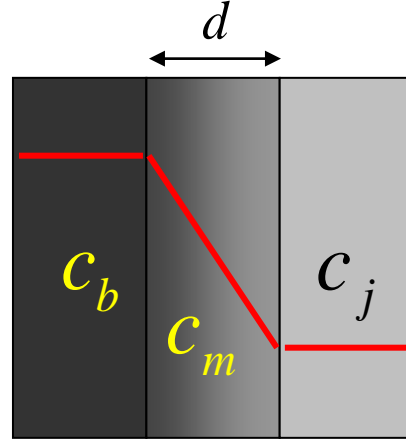
membrán $\begin{cases} \text{szintetikus} \\ \text{biológiai} \end{cases}$



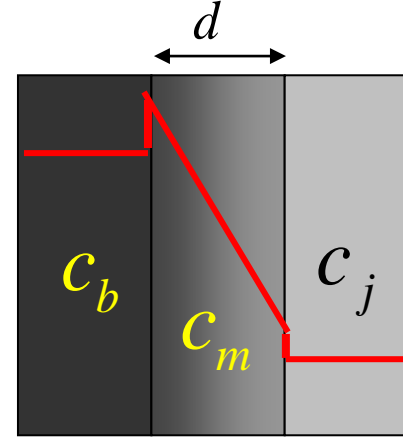
Koncentráció eloszlás stacionárius diffúziónál



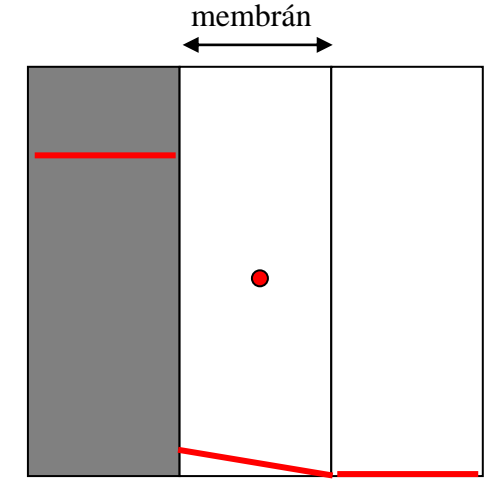
$c_h = 0$ vagy $K_m = 0$



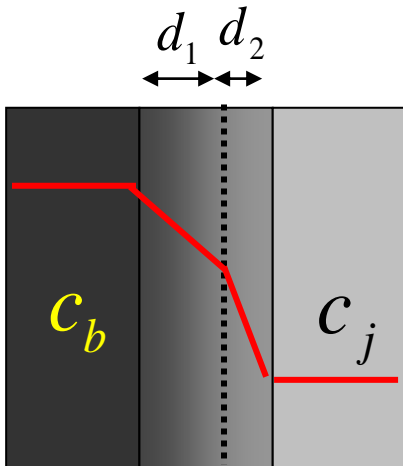
$K_m = 1$



$K_m > 1$



$K_m \ll 1$



$D_1 > D_2$
 $K_m = 1$

$$K_m = \frac{c_m}{c_b} \quad \text{Megosztási hányados}$$

$$c_m(x=0) = K_m \cdot c_b(x=0)$$

$$j_{n,1} = j_{n,2}$$

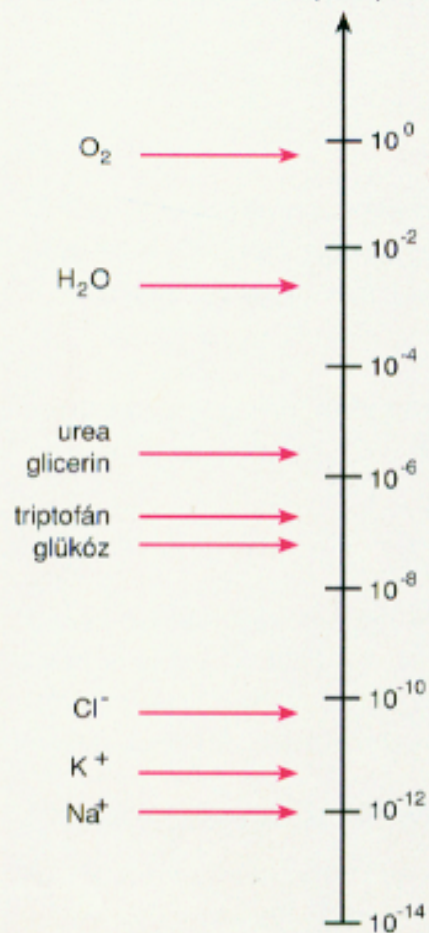
$$-D_1 \cdot (\text{grad } c)_1 = -D_2 \cdot (\text{grad } c)_2$$

Többrétegű membrán esetén

$$c(x) = -K_m \frac{c_b - c_j}{d} x + K_m \cdot c_b$$

$$P_{erm} = \frac{j_n}{\Delta c} = \frac{K_m D}{d}$$

Permeabilitás / $cm \cdot s^{-1}$



$$P_{erm} \propto D$$

Méret és diffúziós együttható vízben 25C° -on.

anyag	M	R/nm	$10^9 D / m^2 s^{-1}$
víz	18	0,15	2,0
oxigén	32	0,2	2,1
karbamid	60	0,4	1,38
glükóz	180	0,5	0,7
hemoglobin	68000	3,1	0,069
kollagén	345000	31	0,007
vírus		50	$5,0 \text{ } cm^2 s^{-1}$
baktérium		1000	$0,5 \text{ } cm^2 s^{-1}$
sejt		10000	$0,05 \text{ } cm^2 s^{-1}$

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta R}$$

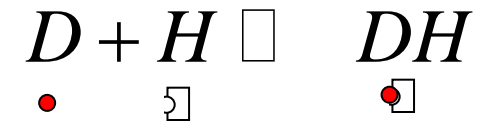
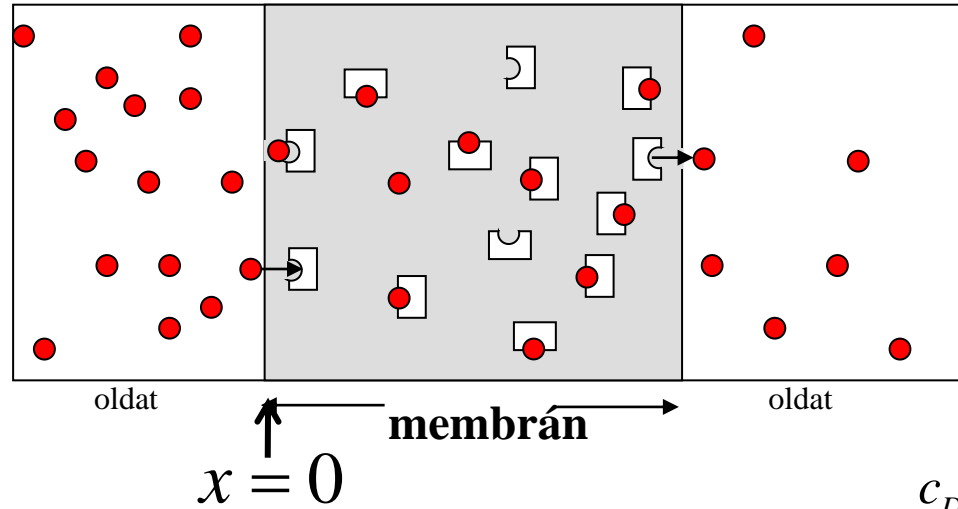
$$D\eta = \frac{k_B T}{6\pi} \cdot \frac{1}{R}$$

Stokes –Einstein összefüggés

Közvetített diffúzió

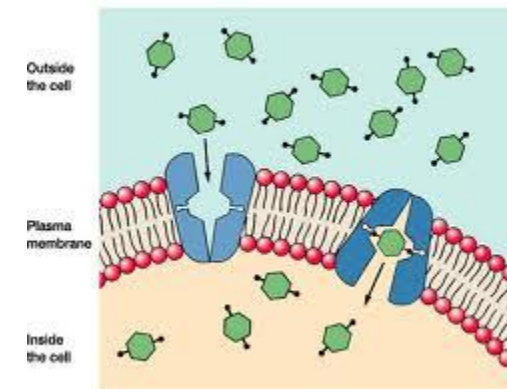
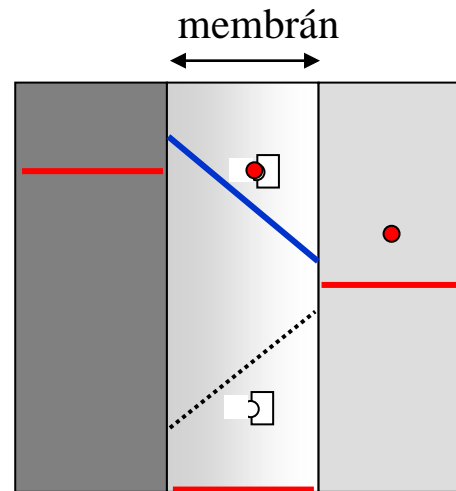
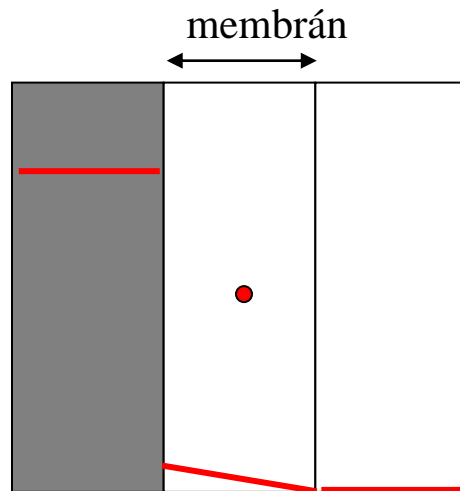
(Facilitated diffusion)

• diffundáló molekula c_d □ komplexképző c_h ◻ molekulakomplex c_{dh}



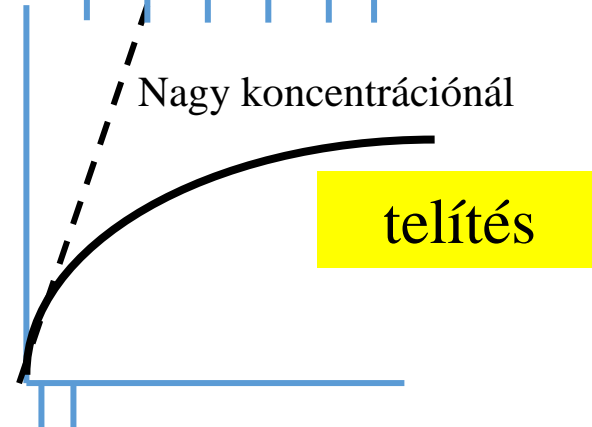
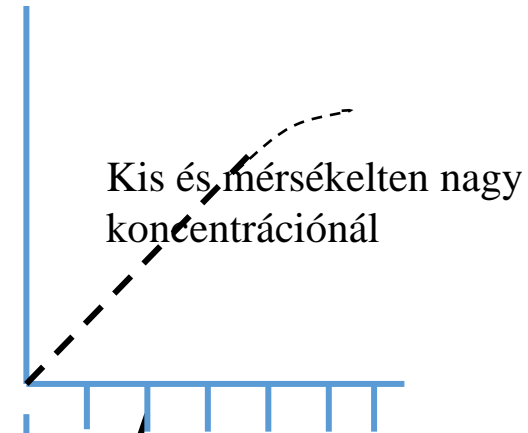
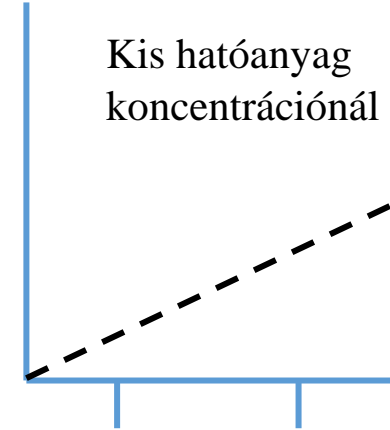
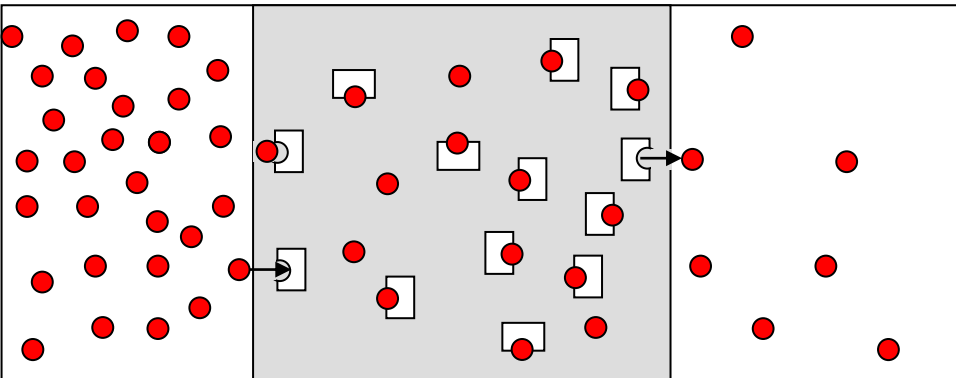
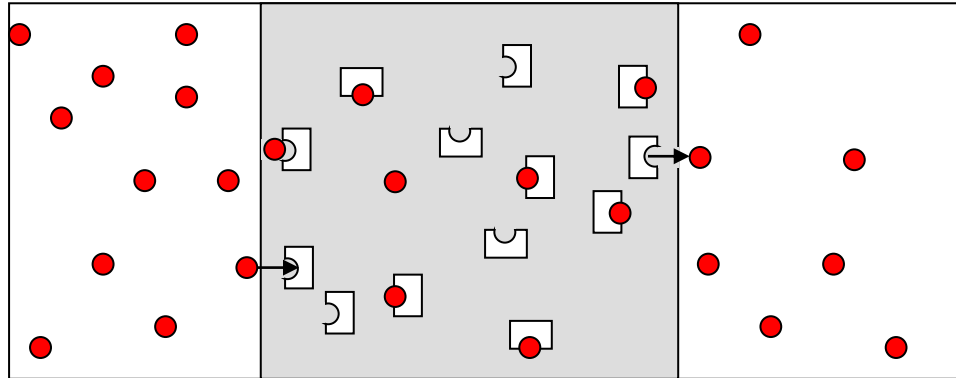
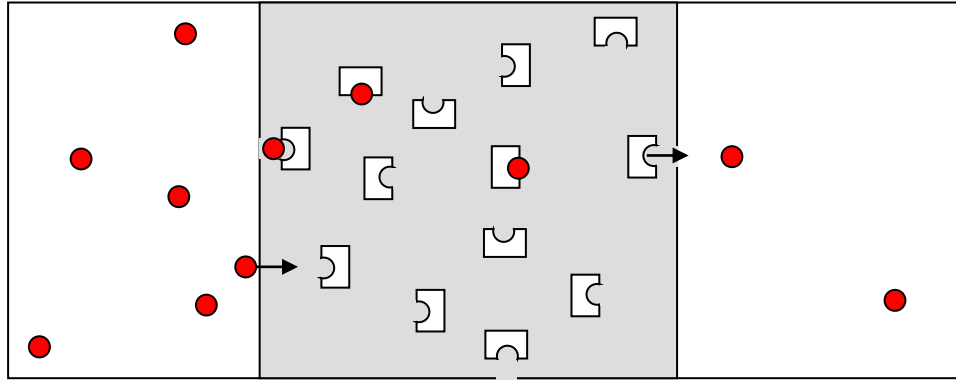
$$K_k = \frac{[DH]}{[D][H]}$$

$$c_{DH}(x=0) = K_k \cdot c_D(x=0) \cdot c_H(x=0)$$



Közvetített diffúzió

(Facilitated diffusion)



Biológiai anyagtranszport

Sejten belül

- konvektív
- konduktív

Sejmembránon át

- konduktív (átadásos)

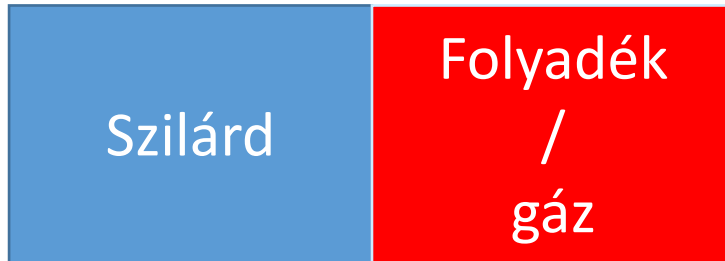
Sejten kívül

- konvektív
- konduktív

	diffúzió	hővezetés	reológia
ÁRAM:	komponens áram (tömeg áram)	energia áram	impulzus áram
HAJTÓERŐ:	∇c	∇T	∇v
ÁRAMSŰRŰSÉG:	$j_n = -D\nabla c$	$j_Q = -k\nabla T$	$j_i = -\eta\nabla v$
LOKÁLIS VÁLTOZÁS:	$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$	

Hő transport

Konvekció



$$q_k = h_k (T_S - T_L)$$

h_k a konvektív hőátadási
tényező $W / m^2 K$

Radiáció

Fekete test esetén

$$q_e = \sigma T^4$$

Reális esetben

$$q_e = \varepsilon \sigma T^4$$

Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \text{K}^4$$

Konduktív hővezetés: **Fourier törvények**

$$j_Q = -k_T \frac{dT}{dx}$$

áramsűrűség

$$\frac{dQ_{\text{hővezetés}}}{dt} = -k_T \cdot A_s \cdot \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T \leftarrow \text{függvény görbülete} \quad \alpha = \frac{k_T}{\rho \cdot c_p}$$

lokális változás

anyag	T/K	$k_T / \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\alpha / \text{m}^2\text{s}^{-1}$	$c_p / \text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
levegő	300	0,025	$2,11 \cdot 10^{-5}$	1,006
víz	300	0,609	$1,5 \cdot 10^{-7}$	4,186
zsír	298	0,21	$0,69 \cdot 10^{-7}$	3,258
vér	298	0,642	$1,76 \cdot 10^{-7}$	3,889
bőr	310	0,442	$1,19 \cdot 10^{-7}$	3,471

k_T : Hővezetési tényező [W / mK]

α : Hőmérséklet-vezetési tényező [m^2 / s]

c_p : Fajlagos hőkapacitás [J / kgK]

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

A nap a földi élet energiaforrása



Az élő szervezet sejtjeiben végbemenő folyamatok összessége: **metabolizmus**

felépítő folyamatok
anabolizmus

rendezetlen + **energia** → rend

lebontó folyamatok
katabolizmus

rend → rendezetlen + **energia**

Alap – energiaforgalom: **BMR**
Basal metabolic rate

$$BMR = \left. \frac{dQ}{dt} \right|_{nyugalom}$$

$$BMR \propto m_b^{3/4}$$

Kleiber törvény

A BMR a korral csökken

$m_b = 70$ kg 7029 kJ/nap 293 kJ/óra 81 W férfi
60 W nő

Energiaforgalom: (**MR**) és oxigén fogyasztás

alvás	83 W	O_2 : 0,24 L/perc
séta	265 W	O_2 : 0,76 L/perc
kerékpározás	400 W	O_2 : 1,13 L/perc

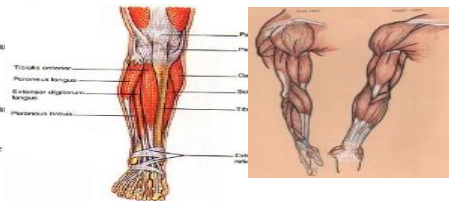
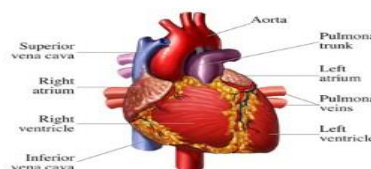
Hol keletkezik a nyugalmi metabolikus hő?

A szervezetben belül a hőmérséklet eloszlás nem homogén.

<i>agyvelő</i>	25%
<i>szív</i>	15%
<i>vázizom</i>	25%
<i>hasi zsigerek</i>	25%
<i>vese</i>	6%
<i>bőr</i>	4%

mag

köpeny



$$\Delta Q = Q_{\text{metabolizmus}} + Q_{\text{veszteség}}$$

Átlagos ember átlagos termikus jellemzői:

Fajhő: 3,47 kJ/kgK

70 kg-os (m_b) személy hőkapacitása (C): 243 kJ/C°

$$Q = C \cdot m_b \cdot \Delta T$$

$$\frac{dQ}{dt} = C \cdot m_b \cdot \frac{dT}{dt}$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C \cdot m_b} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C \cdot m_b} \cdot BMR$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{BMR}{C \cdot m_b}$$



$$\frac{dT}{dt} = 1,2 \text{ C}^\circ/\text{óra}$$

**Ha nem lenne veszteség
és fizikai aktivitás!**

Fizikai aktivitás esetén



$$\frac{dQ}{dt} = f \cdot BMR$$

$$\frac{dT}{dt} = f \cdot \frac{BMR}{C \cdot m_b} \approx 1,2 f \text{ C}^\circ / h$$

$$0 < f < 20$$

Fizikai aktivitás

aktivitás	f
alvás	1
ülés	1,5
állás	1,7
gyaloglás	4,7

A BELSŐ ENERGIA (*HŐ*) TRANSZPORTJA

Hol keletkezik a nyugalmi metabolikus hő?

agyvelő	25%
szív	15%
vázizom	25%
hasi zsigerek	25%
vese	6%
bőr	4%

Hol veszik el a metabolikus hő?

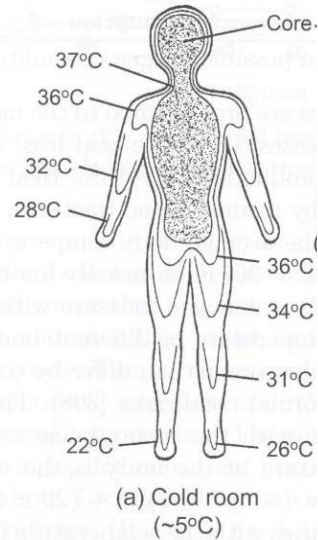
$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

54-60 %

25 %

7 %

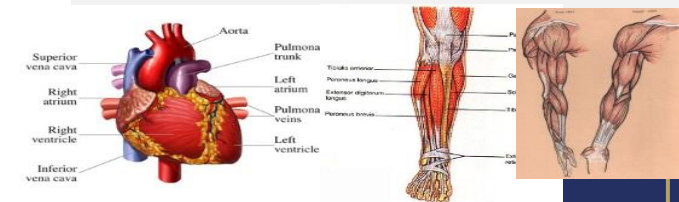
14 %



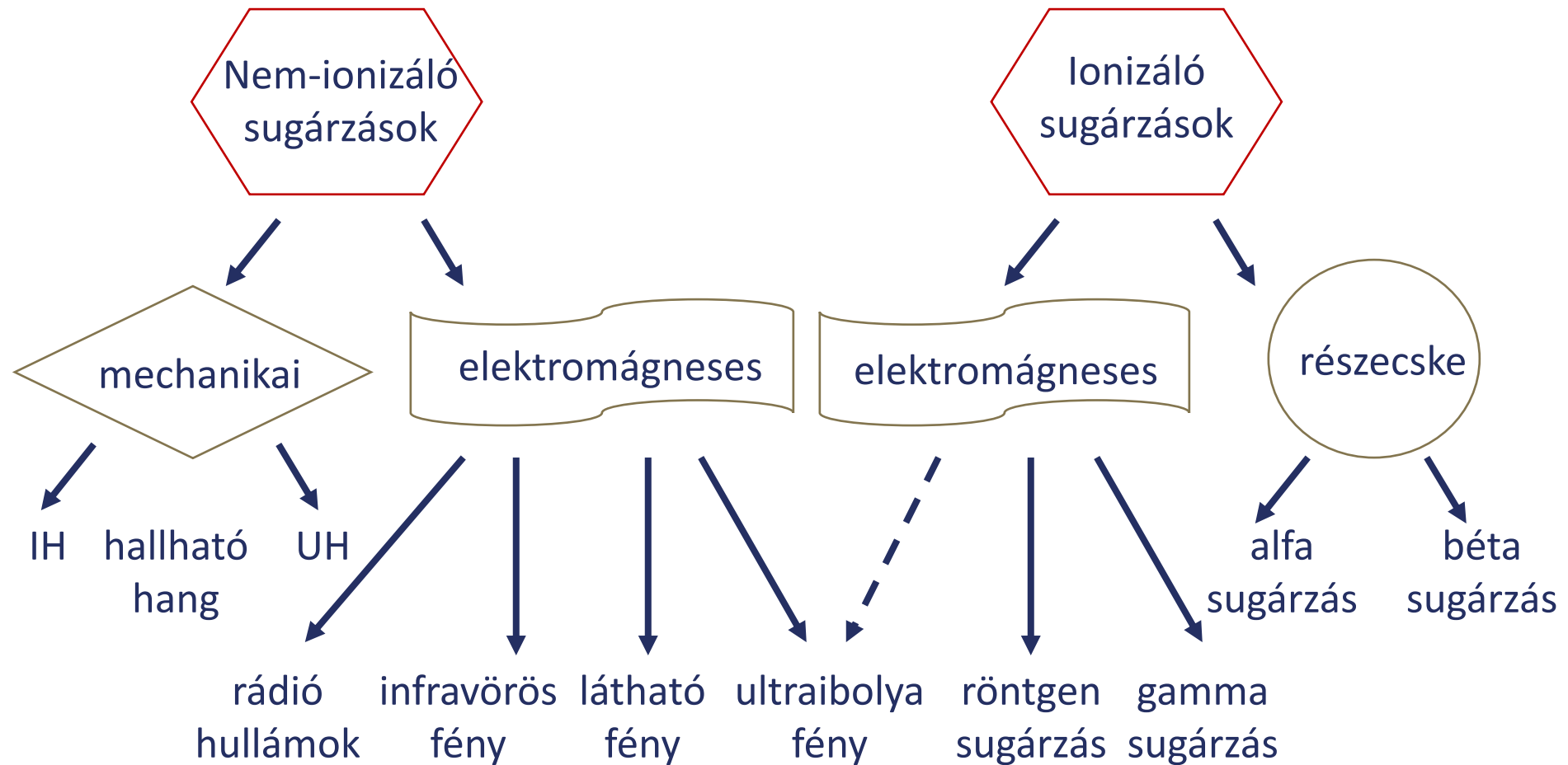
A szervezetben belül a hőmérséklet eloszlás nem homogén.

mag

köpeny



Sugárzások



https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_524_Biofizika/adatok.html

Hőmérsékleti feketetest sugárzás

Környezetének hőfokától függetlenül **minden test** az abszolút nulla foktól különböző **hőmérsékleten** elektromágneses sugárzást bocsát ki.

Abszolút fekete test: minden rá eső energiát elnyel $\alpha = 1$

$$\alpha = \frac{J_{\text{absz}}}{J_{\text{össz}}}$$

Test által elnyelt/
Testet ért összes
sugárzás intenzitása



Kirchhoff megfigyelése: ha egy test „erősebben” sugároz, akkor jobban el is nyel

Az emberi test kb. 95%-os fekete testnek tekinthető.

$$\frac{M_{\lambda i}}{M_{\lambda j}} = \frac{\alpha_{\lambda i}}{\alpha_{\lambda j}}$$

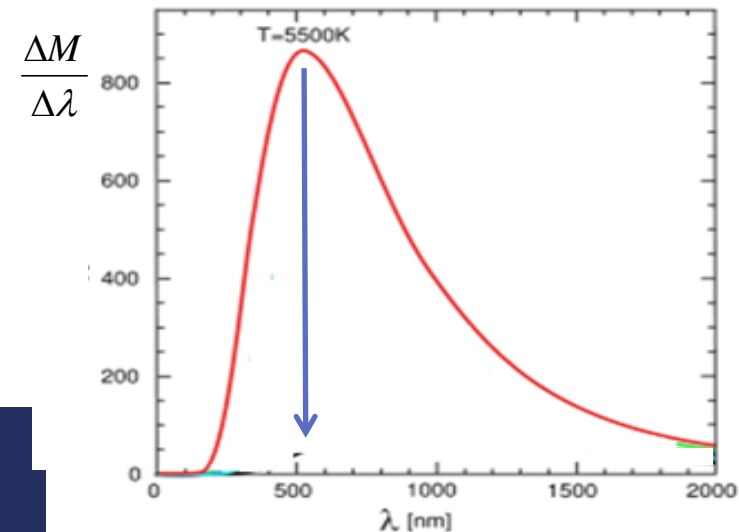
M : kisugárzott felületi teljesítmény [W/m^2]

$$M_i < M_{\lambda(\text{fekete})}$$

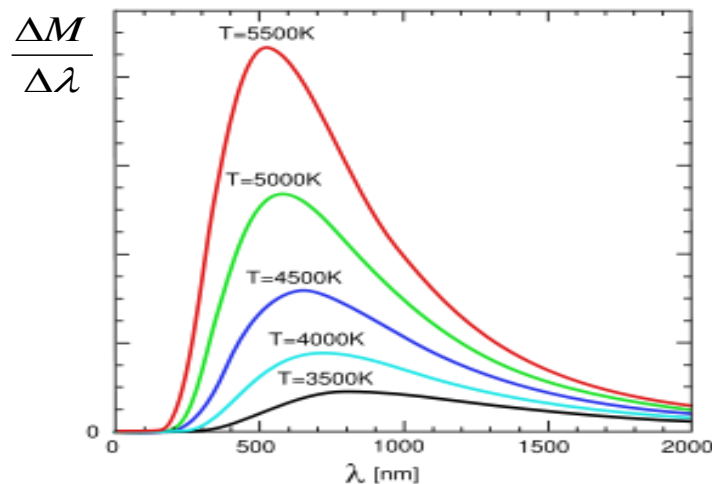
A hőmérsékleti sugárzás emissziós spektruma

- a spektrum folytonos
- egy maximuma van : λ_{max}
- a görbe alatti terület: $M = \sigma T^4$

**Stefan –
Boltzmann
törvény**



Hőmérsékleti feketetest sugárzás



$$T \times \lambda_{\max} = \text{állandó}$$

$$T \times \lambda_{\max} = k$$

Wien-féle eltolódási törvény

Alkalmazások: Stefan Boltzmann törvény alapján
intenzitásokat mérünk

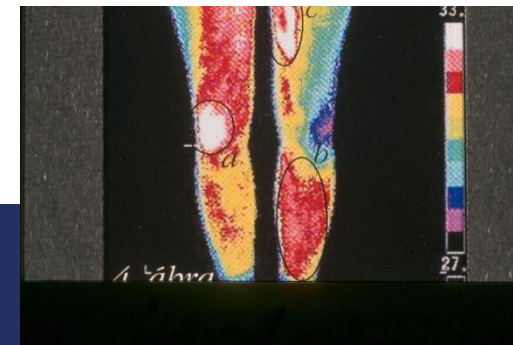
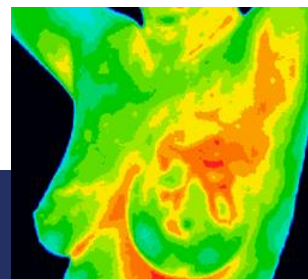
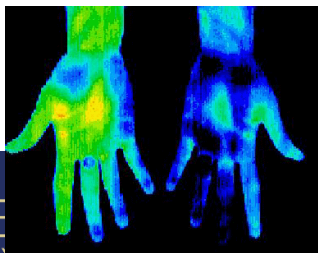
Hőmérsékleti sugárzás detektálása teletermográfia - infradiagnosztika

A köpeny hőtérképe – daganatok, gyulladások, érszűkületek diagnosztikája

Wien-féle eltolódás alapján az emberi test spektrumának maximuma

$$\lambda_{\text{peak}} = \frac{2.898 \times 10^6 \text{ K} \cdot \text{nm}}{305 \text{ K}} = 9500 \text{ nm}$$

Emberi hőtérképek készítésében alkalmazott
készülékek érzékenységi maximuma: **7-14
microméter**





Konvektív hővezetés

$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

$$-\frac{1}{A_s} \frac{dQ_{\text{konvektív}}}{dt} = h_c \cdot (T_{\text{bőr}} - T_{\text{levegő}})$$

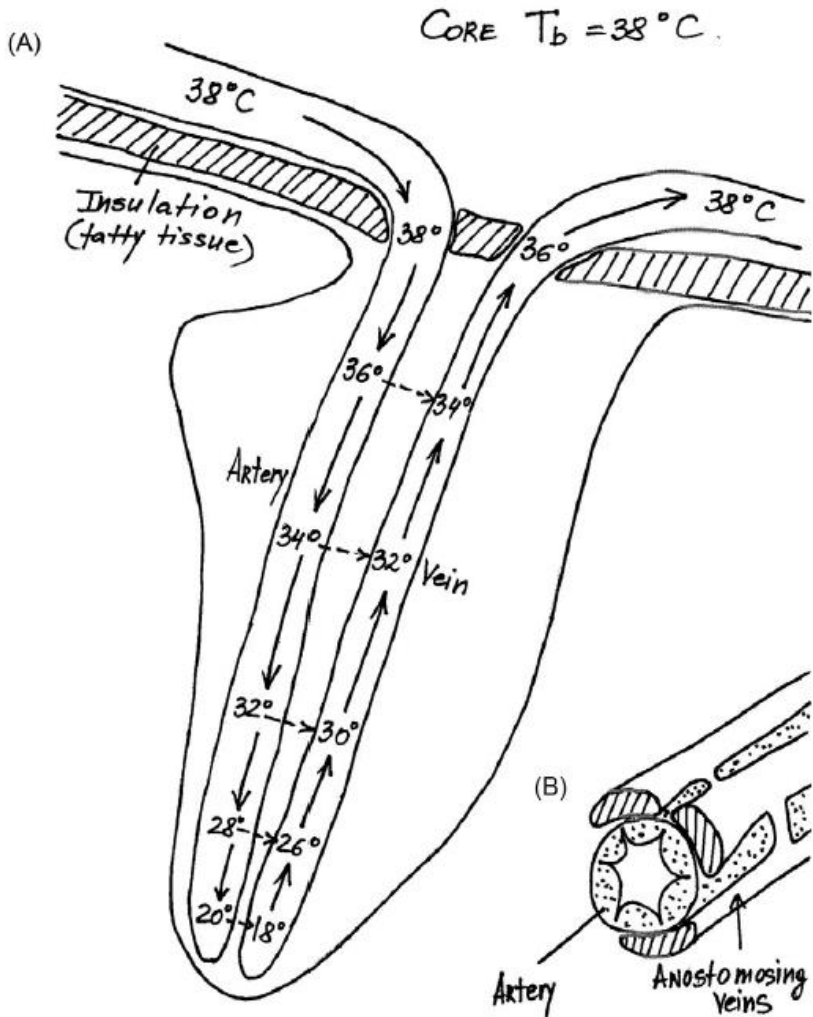
h_c :egységnyi felületre vonatkozó

$W / m^2 C^o$ konvektív hővezetési tényező

Szél sebessége [m/s]	h_c [$W / m^2 C^o$]
0,1	2,6
0,6	6,4
2,0	11,7
4,0	16,6

Szélben: $h_c = 10,45 - v + 10v^{1/2}$
(közelítés)

v : áramló levegő sebesség: m/sec



--> Heat transfer
-> Blood flow

Testen belüli hővezetés

$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

(Test és vér közötti hővezetés)

$$-\frac{1}{A_s} \frac{dQ_{\text{véráram}}}{dt} = h_c \cdot (T_{\text{vér}} - T_{\text{testrész}})$$

Pennes bio-hő egyenlete

Ujjbegy
hőmérsékletének
méréséből véráramlás
nyomon követése

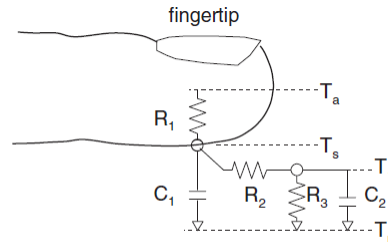


FIG. 3. Heat transfer analysis model with thermal loading (b).

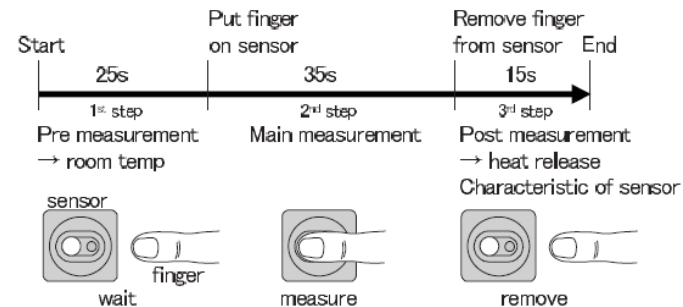
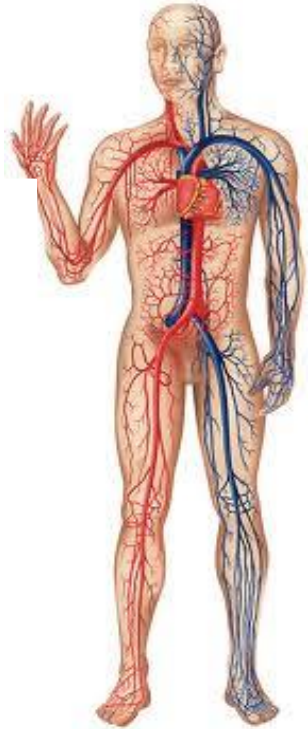


FIG. 7. Measurement procedure.



Nagata et al,2009

$$Q_{\text{veszteség}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

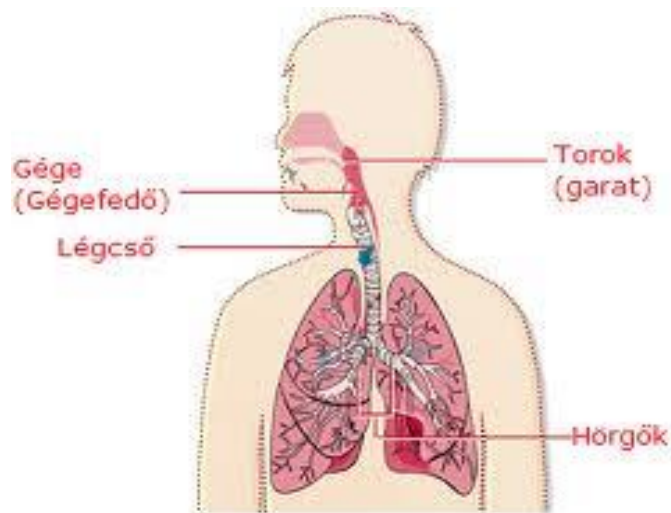
Hővesztesség párolgással izzadás

Víz párolgáshője: $\Delta h_{\text{párolgás}} = 2,25 \text{ kJ / g}$

V_{izz}

$$-\frac{dQ}{dt} = \Delta h_{\text{párolgás}} \cdot (\rho_{\text{lev}}^{\text{ki}} - \rho_{\text{lev}}^{\text{be}}) \frac{dV_{\text{izz}}}{dt}$$

Hővesztés légzéssel



$$Q_{\text{vesztés}} = Q_{\text{sugárzó}} + Q_{\text{konvektív}} + Q_{\text{konduktív}} + Q_{\text{párolgási}} + Q_{\text{légzés}}$$

Ki- és belégzés térfogata nyugalomban: 500 ml

Ki- és belégzés frekvenciája nyugalomban: 12 – 14 / perc

$$I_{\text{levegő}} = \frac{dV_l}{dt} \approx 0,1 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$-\frac{dQ}{dt} = \rho_l c_{p,l} (T_{ki} - T_{be}) \frac{dV_l}{dt}$$

Biológiai anyagtranszport

Sejten belül

- konvektív
- konduktív

Sejmembránon át

- konduktív (átadásos)

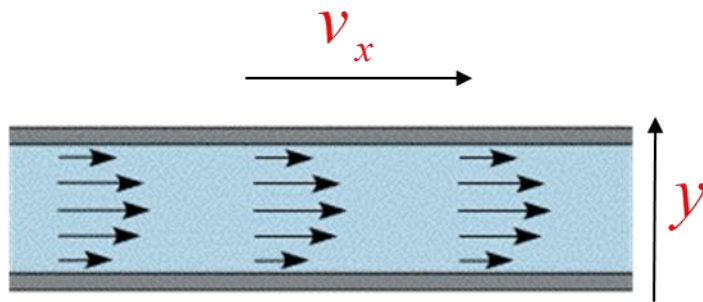
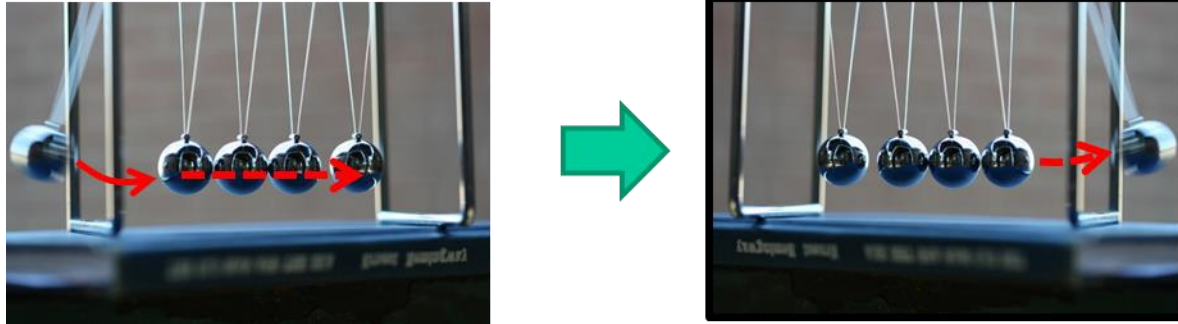
Sejten kívül

- konvektív
- konduktív

	diffúzió	hővezetés	reológia
ÁRAM:	komponens áram (tömeg áram)	energia áram	impulzus áram
HAJTÓERŐ:	∇c	∇T	∇v
ÁRAMSŰRŰSÉG:	$j_n = -D\nabla c$	$j_Q = -k\nabla T$	$j_i = -\eta\nabla v$
LOKÁLIS VÁLTOZÁS:	$\frac{\partial c}{\partial t} = D\nabla^2 c$	$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\nabla^2 T$	

REOLÓGIA

(*konduktív impulzustranszport*)



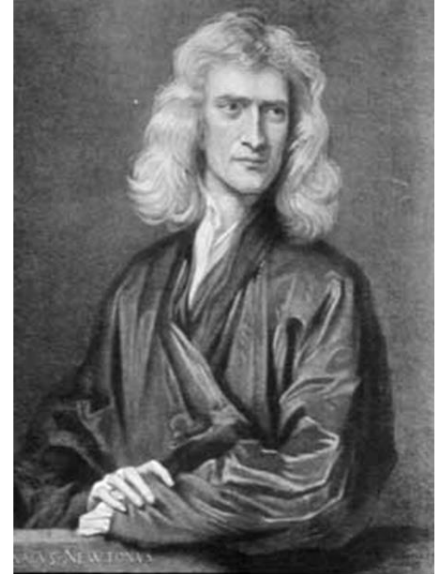
reológia

impulzus áram

$$\nabla v$$

$$j_i = -\eta \nabla v$$

$$j_i = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$



Sir Isac Newton (1642-1727)

A reológia alapösszefüggése. **Newton egyenlet**

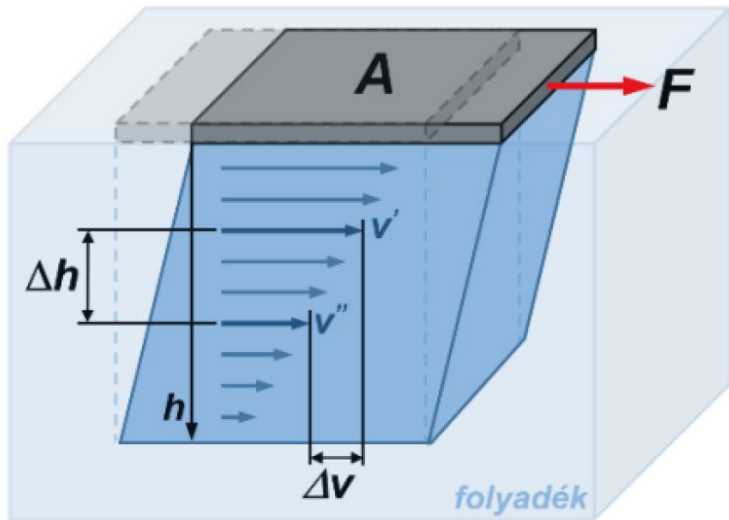
$$\tau = \eta \frac{dv_x}{dy}$$

Nyírófeszültség:

$$\tau = \frac{F}{A_s}$$

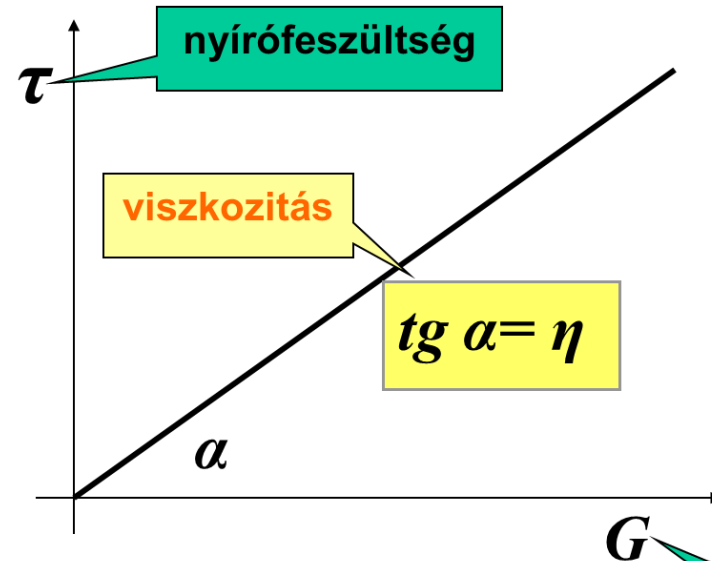


- **Viszkozitás (η):** Fluidumok belső surlódása.



$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Newtoni folyadék folyásgörbéje



Sebesség gradiens:

$$G = \frac{dv_x}{dy} = \frac{\Delta v_x}{r}$$

$$\tau = \eta \cdot G$$

$[Pa]$

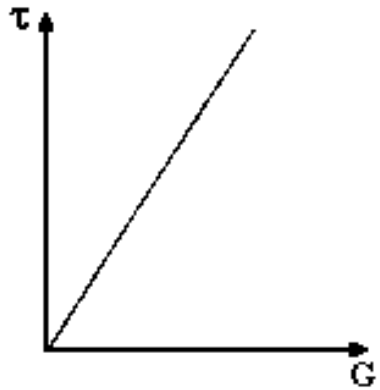
$[Pa \cdot s]$

$[s^{-1}]$

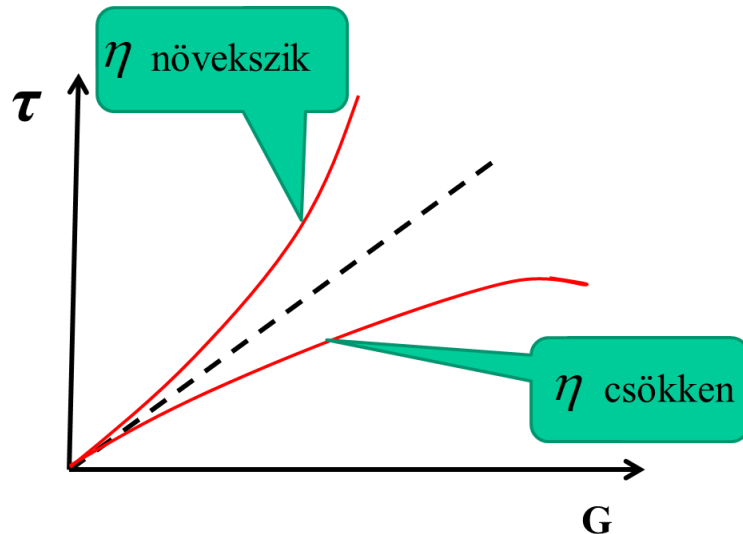
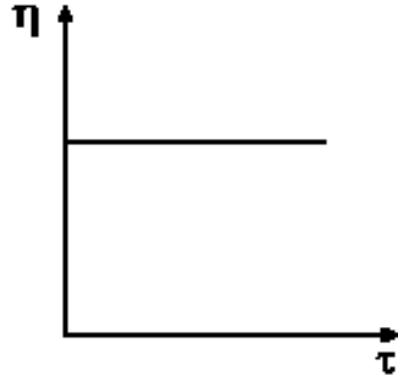
sebesség gradiens
vagy
deformáció sebesség

Newtoni folyadékok

folyásgörbe



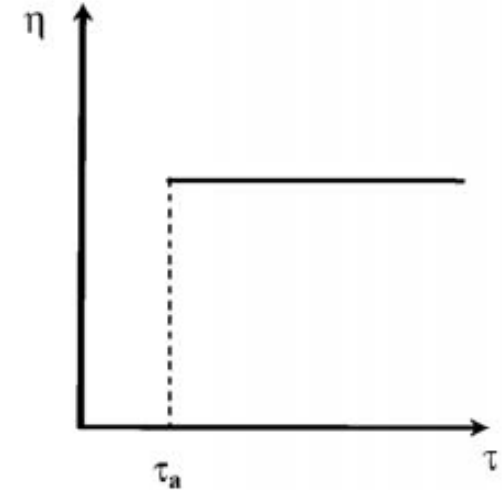
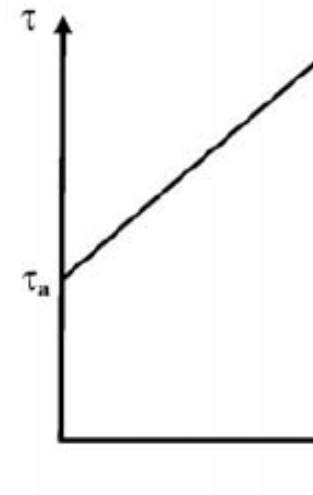
viszkozitásgörbe



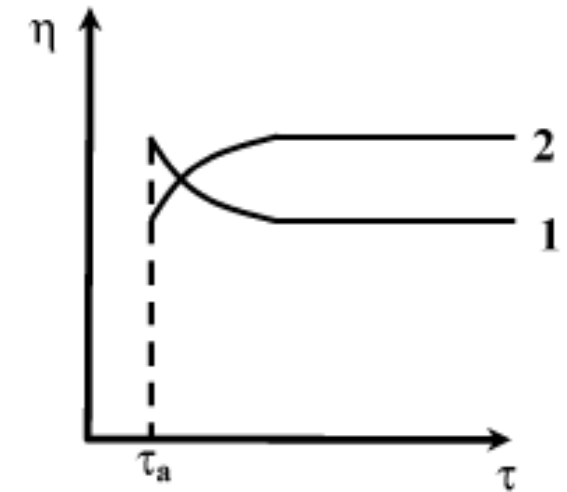
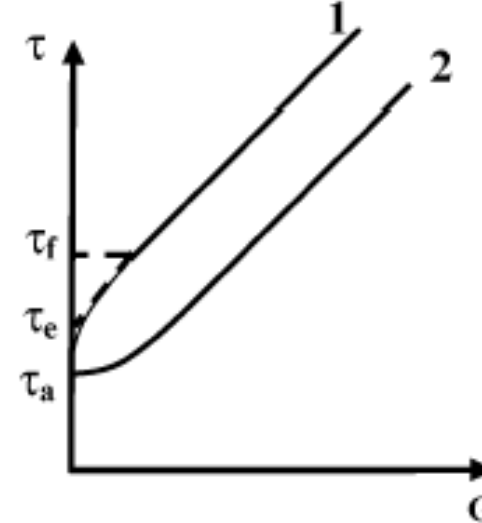
viszkozitás nagysága az anyagi minőségen kívül a deformációs hatás mértékétől és idejétől is függ.

Nem-Newtoni testek

Bingham-testek



reálisan plasztikus testek



Keményítő + víz



<https://gifer.com/en/7Goh>

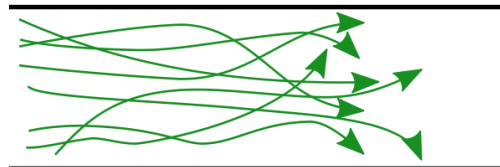
Fluid rendszerekkel kapcsolatos alapfogalmak

Áramlás

- Lamináris
- Turbulens
- Összenyomható
- Összenyomhatatlan
- „Folyékony”
- Viskózus
- Állandó
- Pulzáló



lamináris áramlás

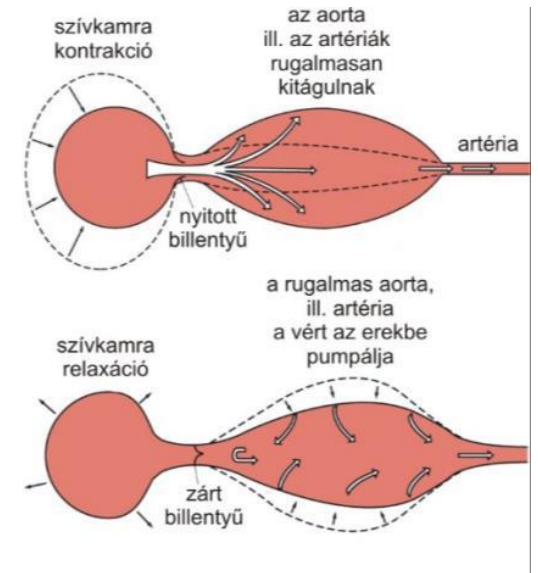
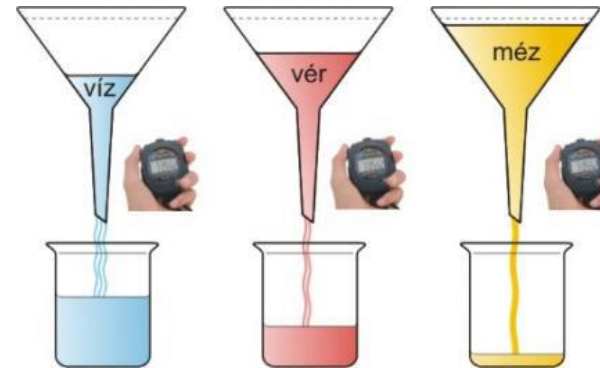


turbulens áramlás

Lexiq.hu

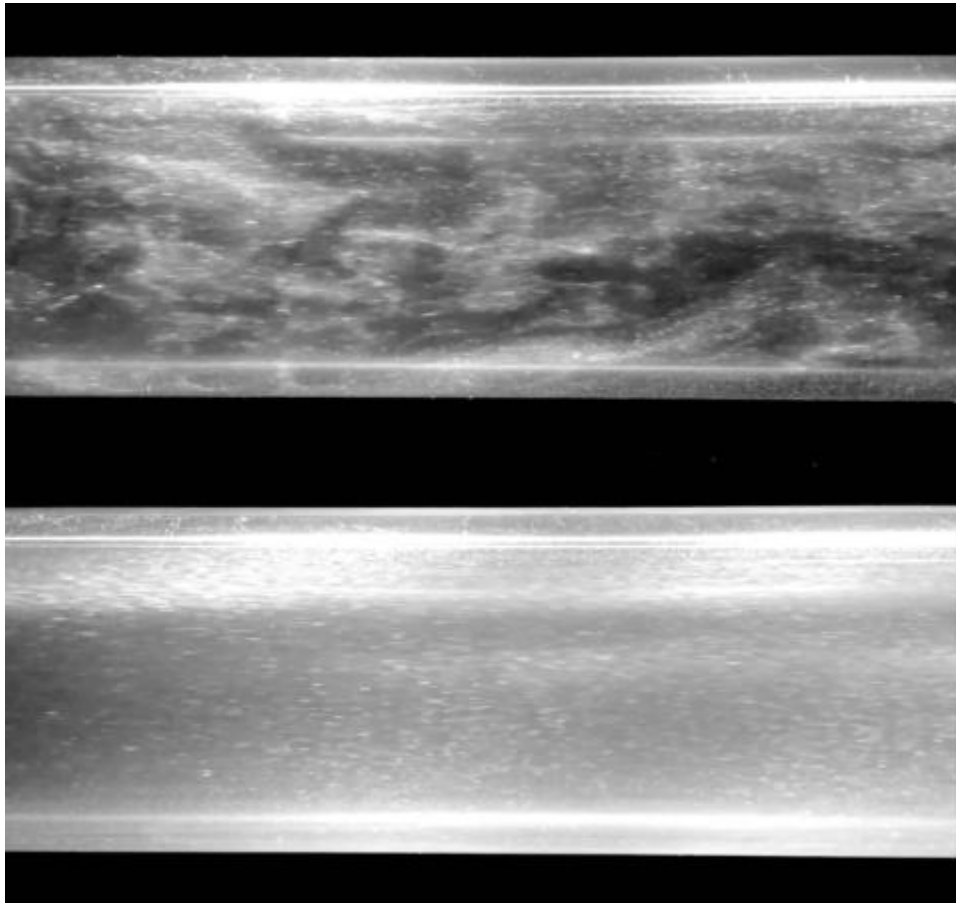
$$v_1 A_1 \neq v_2 A_2$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = konst.$$



A kontinuitás elve, lamináris vagy turbulens áramlás

Turbulens



Lamináris

$$R_e = \frac{\text{tehetetlenségi}}{\text{viszkózus}} \left. \vphantom{\frac{\text{tehetetlenségi}}{\text{viszkózus}}} \right\} \text{erők}$$



$$R_e = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$

Lamináris
 $R_e < 2100$

v : áramlási sebesség

ρ : sűrűség

d : cső átmérő

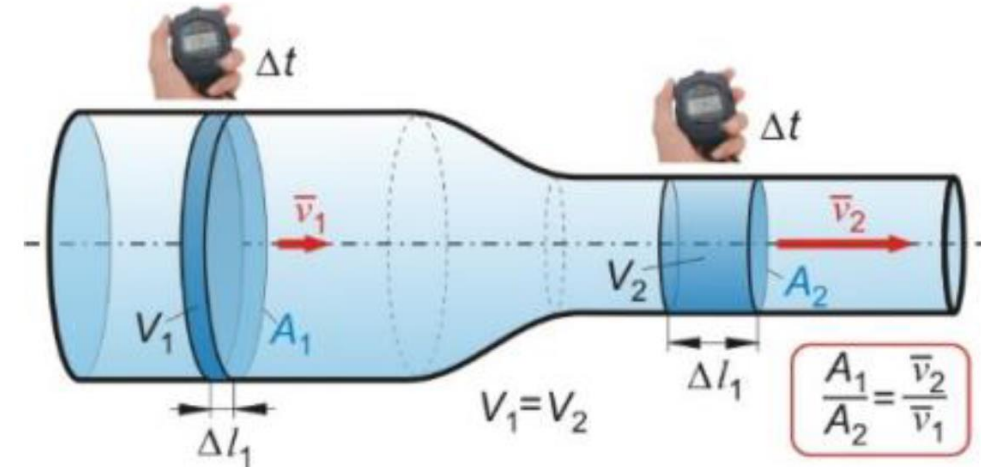
η : viszkozitás

<https://cosmosmagazine.com/science/physics/researchers-revolutionise-pipeline-design-eliminating-turbulence/>

Az ideális áramlás: Bernoulli-törvény

- **Stacionárius áramlás** esetén az áramlás paraméterei időben állandóak
- Kontinuitás elve: Stacionárius áramlás esetén **térfogatáram állandó:**

$$I_V = A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2 = konst.$$



- Ideális, súrlódásmentes áramlás esetén **nincs energiavesztés**
 - Befektetett energia CSAK a kinetikus energiát növeli
- Az ideális folyadék a mozgathatához szükséges energiát **teljes mértékben megőrzi**

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_{x,1}^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_{x,2}^2 + \rho g h_2$$

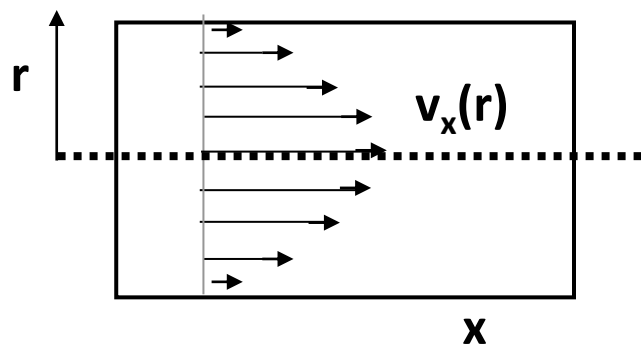
P=stacionárius nyomás

$\rho g h$ =hidrosztatikai nyomás

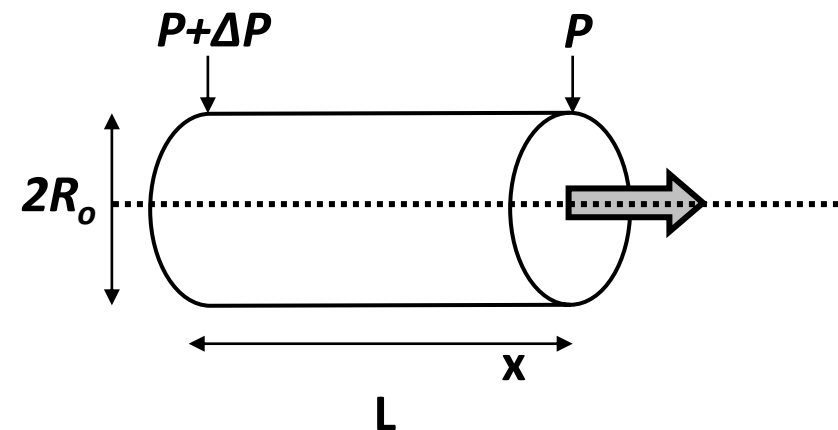
$\frac{1}{2} \rho v^2$ =kinetikus energia

Newtoni folyadék lamináris áramlása

Parabolikus sebesség profil



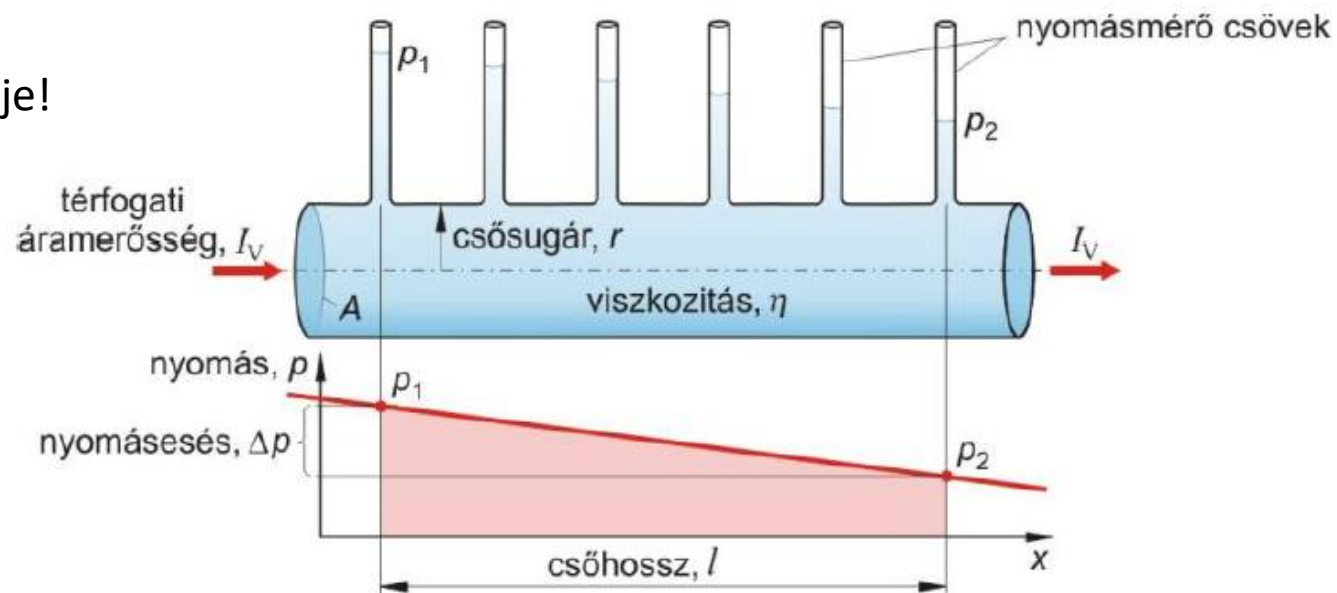
$$v(r) = \frac{\Delta P R_0^2}{4L\eta} \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R_0^2}\right)$$



Newtoni folyadék, stacionárius és lamináris áramlása esetén a térfogatáramot a **Hagen-Poiseuille törvény** írja le.

Az áramlás hajtóereje!

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{\eta} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l}$$



Reális áramlás - csősurdlódás

Reális áramlás esetén az energia veszteség miatt a Bernoulli-törvény is megváltozik

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + \Delta p$$

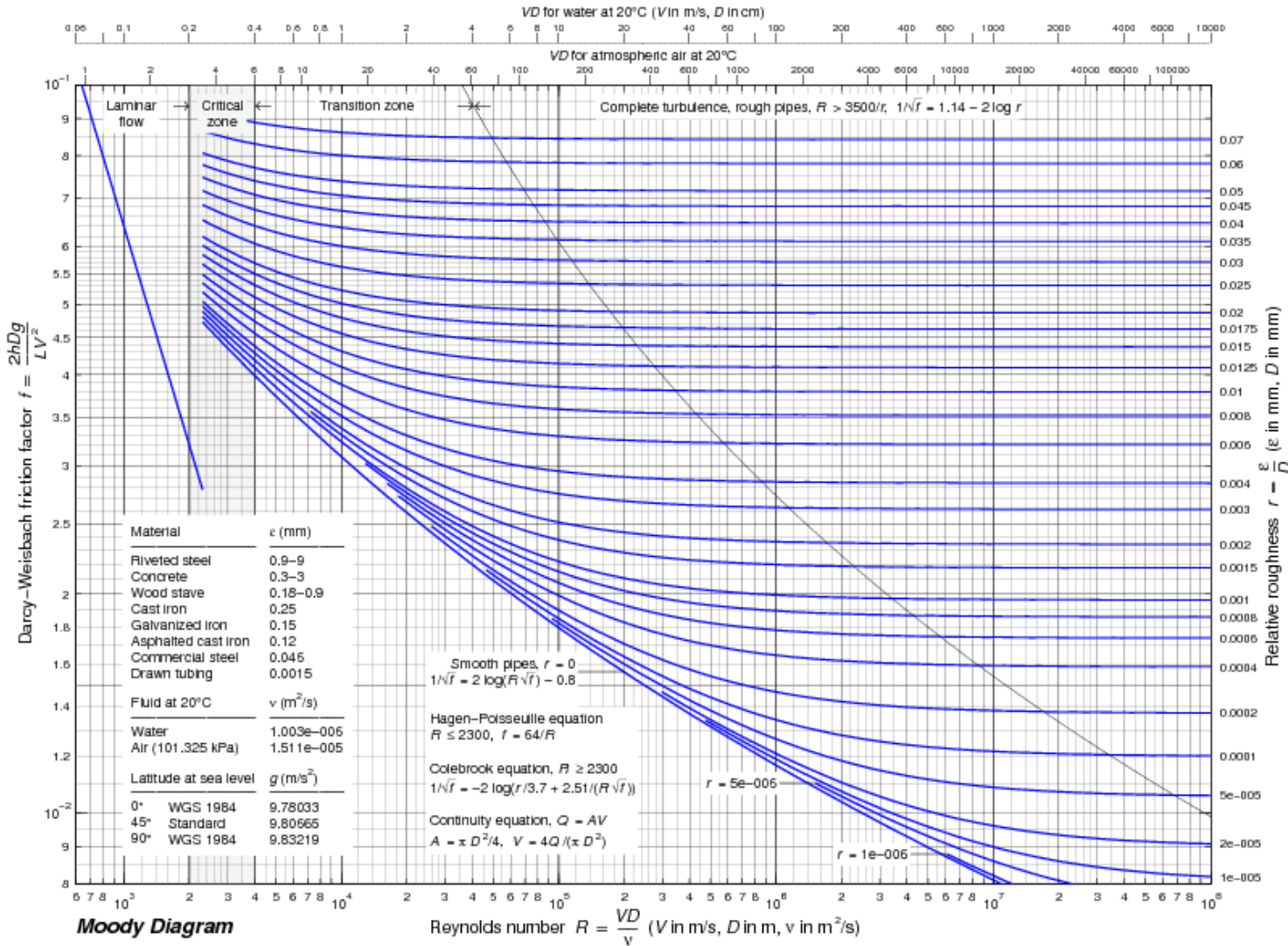
$$\Delta p = f_D \frac{\rho V^2}{2} \frac{L}{D} \quad f_D = 64/Re$$

Darcy-Weisbach súrlódási tényező

Lamináris áramlás esetén

Milyen paraméterek és
hogyan határozzák meg az
áramlás típusát?

A csőszűrlődés, Reynolds-szám és relatív érdesség kapcsolata



$$Re = \frac{v \cdot \rho \cdot d}{\eta}$$

$$\Delta p = f_D \frac{\rho V^2}{2} \frac{L}{D}$$

Átmeneti tartományt
tervezésnél lehetőleg elkerüljük

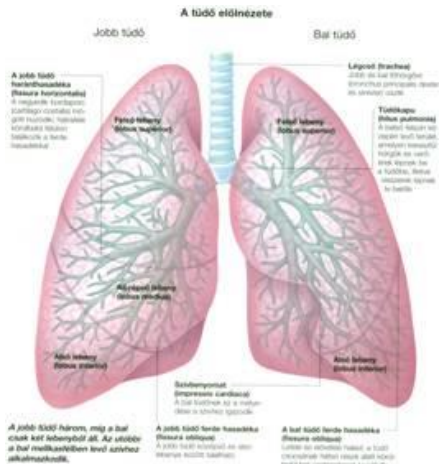
Lamináris eset (Hagen-Poiseuille)

$$f_D = 64/Re$$

Turbulens eset (Corebrook)

$$\frac{1}{\sqrt{f_D}} = -2.0 \log_{10} \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f_D}} \right)$$

Levegő áramlása a tüdőben



23 generáció a légcsövek átmérőjében

Normál légzés
12/perc

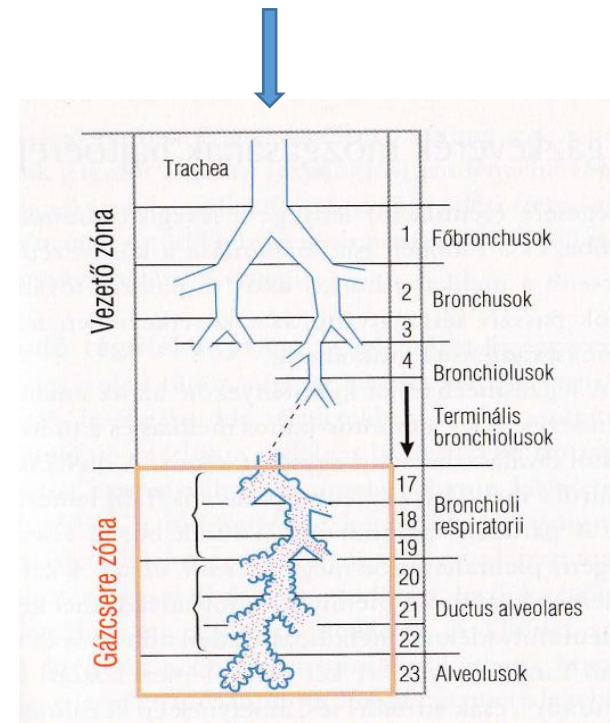
Heves légzés
30/perc

átmérő (cm)	100 mm		50 mm	
	v (cm/s)	Re	v (cm/s)	Re
1,8	197	2325	790	9324
0,56	250	921	1002	3684
0,35	161	369	643	1476
0,13	38	32	151	127

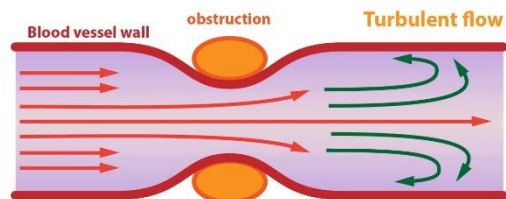
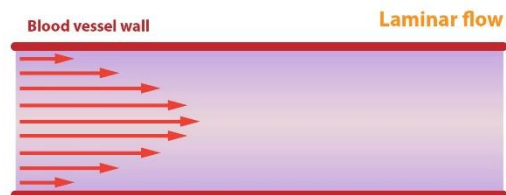
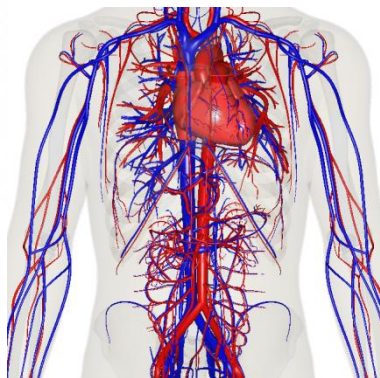
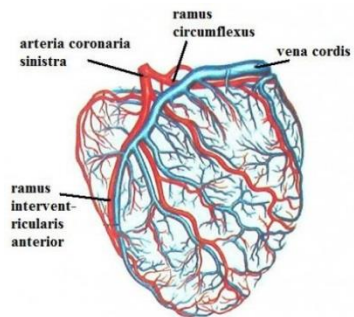
$$\frac{dV_{lev.}}{dt} = 5 \text{ L/min} \quad \longrightarrow \quad O_2 = 2 \text{ kg / nap}$$

Csak heves légzésnél lép fel turbulencia a vastagabb légcsövekben.

$$I_V = \frac{dV}{dt}$$



Vér áramlása a szív- és érrendszerben



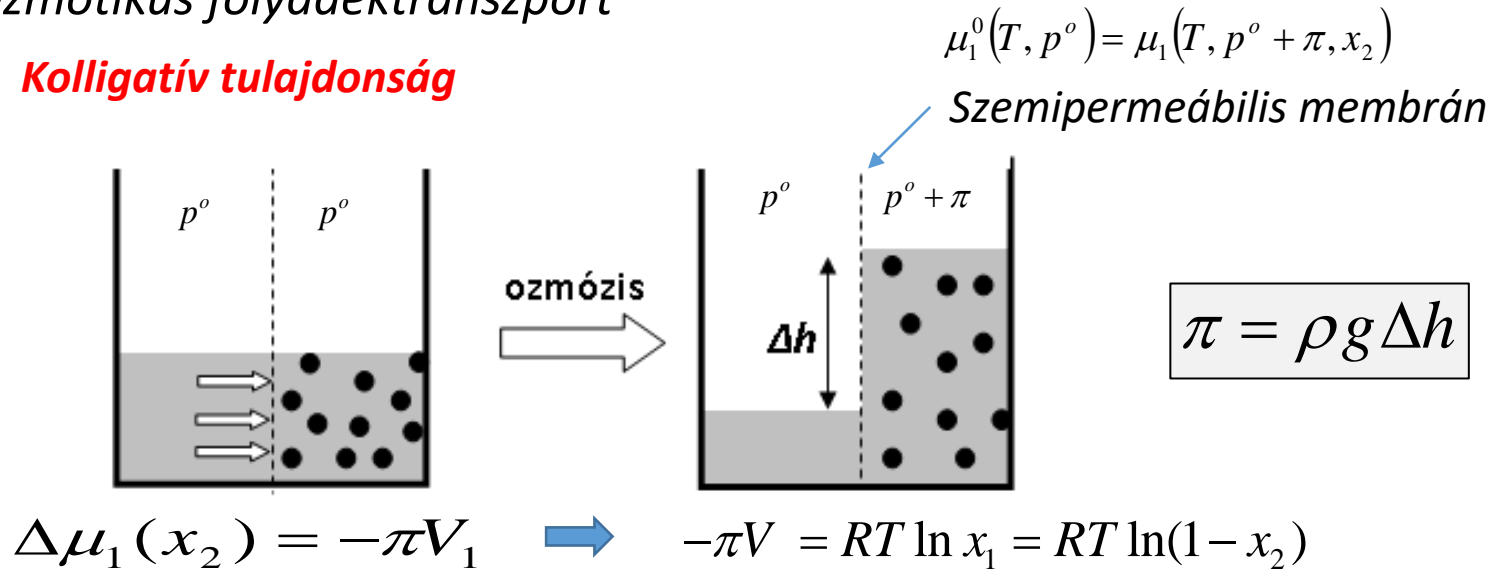
erek	átmérő cm	Max seb. cm/s	Re Max.	Átl. seb. cm/s	Re átlag
↑ aorta	1,5	120	4500	20	750
↓ aorta	1,3	105	3400	20	648
femorális artéria	0,4	100	1000	10	100
kapilláris	0,0006	7	0,001	0,02	10^{-6}

A keringési rendszer (cardiovascularis) többségében **az áramlás lamináris**. Kivétel a szívből az aortába kilökődő vér áramlása.

Folyadékok áramlása membránon át: Az ozmózis

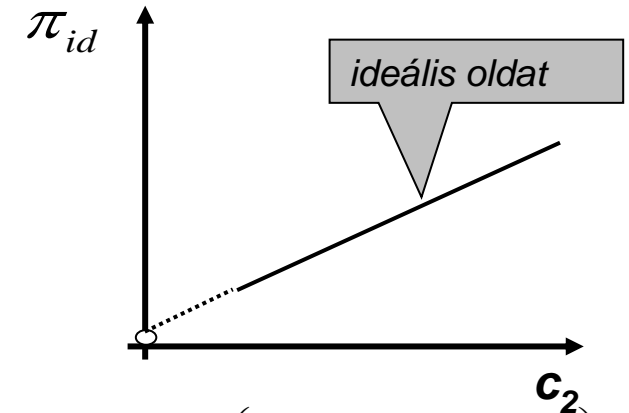
Ozmotikus folyadéktranszport

Kolligatív tulajdonság

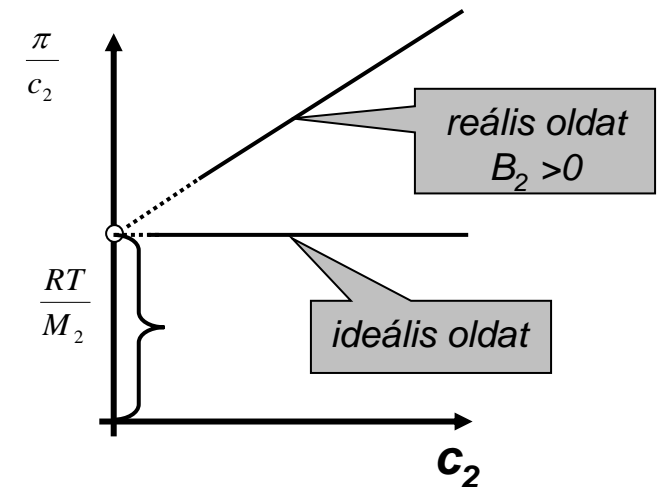


Az ozmózisnyomást az oldószer móltérfogatán és a hőmérsékleten kívül csak a részecskék száma határozza meg: **kolligatív tulajdonság**.

$$\pi_{id} = \frac{RT}{M_2} c_2 \quad \pi_{id} = RT c_m$$



$$\frac{\pi}{c_2} = RT \left(\frac{1}{M_2} + B_2 c_2^2 + C_3 c_2^3 + \dots \right)$$



Elektrolit oldatok ozmózis nyomása

Ionos vegyületeknél az elektrolitos disszociáció következtében növekszik az oldatban lévő részecskék száma, így az ozmózisnyomás is.

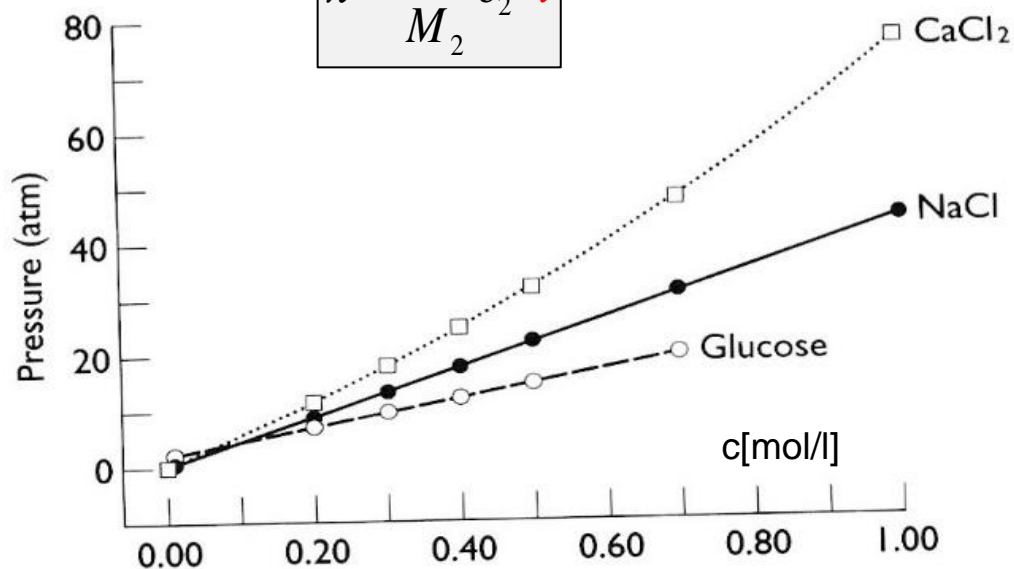
$$M_{\nu+} X_{\nu-} = \nu_+ M^{z+} + \nu_- X^{z-}$$

$$i = \frac{N(1-\alpha) + N\nu\alpha}{N} = 1 - \alpha + \nu\alpha$$

α : disszociációfok

i : van't Hoff paraméter

$$\pi = \frac{RT}{M_2} c_2 \cdot i$$



D.T.Haynie: Biological Thermodynamics, Cambridge University Press (2001)

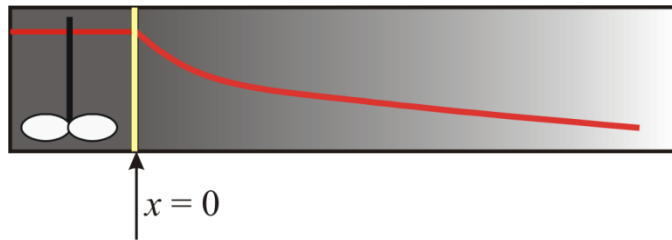
Az ozmózisnyomást az oldószer móltérfogatán és a hőmérsékleten kívül csak a részecskék száma határozza meg: **kolligatív tulajdonság**.

Az ozmózisnyomás nem függ az oldott anyagok kémiai minőségétől, az oldott anyagok együttesen határozzák meg azt.

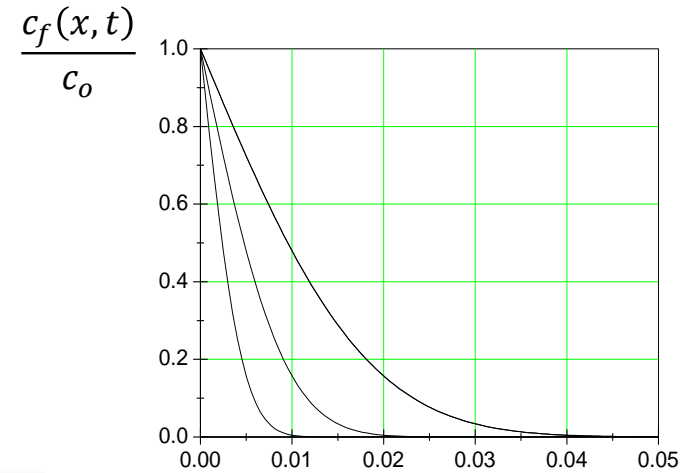
Célszerű az összetétel helyett olyan ozmotikus koncentrációt használni, amelynek egysége a ξ **ozmolalitás** (osmol/kgH₂O).

EXTRA DIÁK

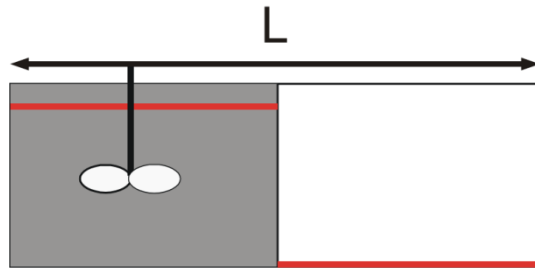
Egyirányú diffúzió végtelen hosszú térfélben



$$c_f(x, t) = c_o \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]$$

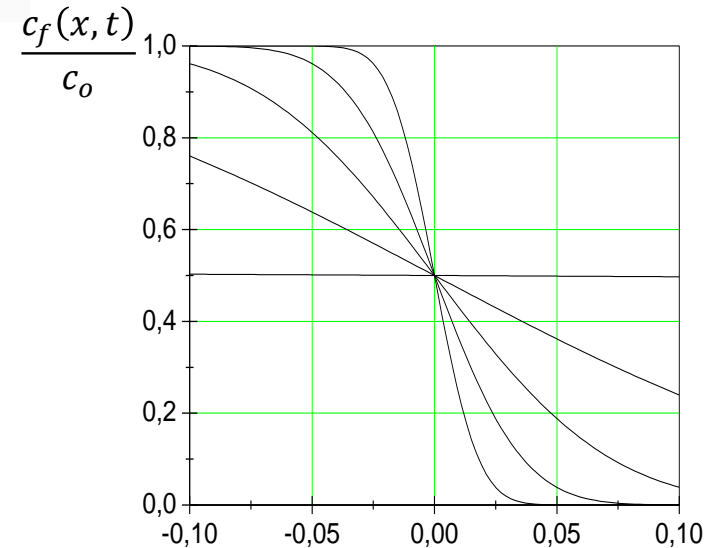


Egyirányú diffúzió véges rendszerben



$$c_f(x, t) = \frac{c_o}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right]$$

$$\operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{Dt}}} e^{-s^2} ds$$



Membrán permeabilitás:

P_{erm}

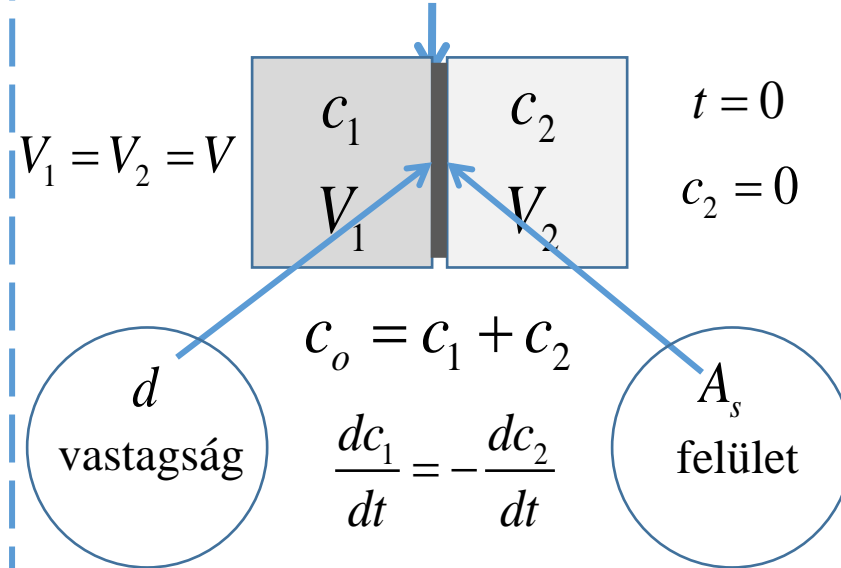


$$j_n = -D \nabla c \quad \nabla c = \frac{K_m (c_j - c_b)}{d} = -\frac{K_m \Delta c}{d}$$

$$P_{erm} = \frac{j_n}{\Delta c} = \frac{K_m D}{d}$$

K_m : megoszlási hányados

membrán

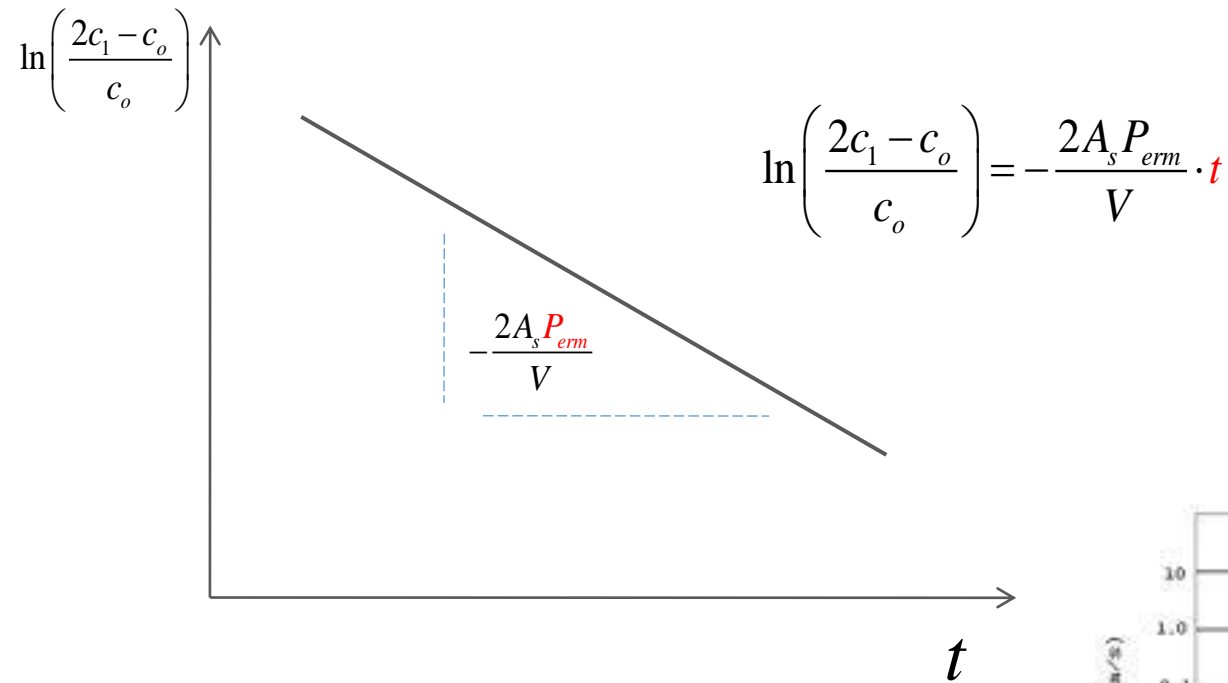


$$-V \frac{dc_1}{dt} = j_n A_s = -A_s \frac{K_m D}{d} \cdot (c_2 - c_1)$$

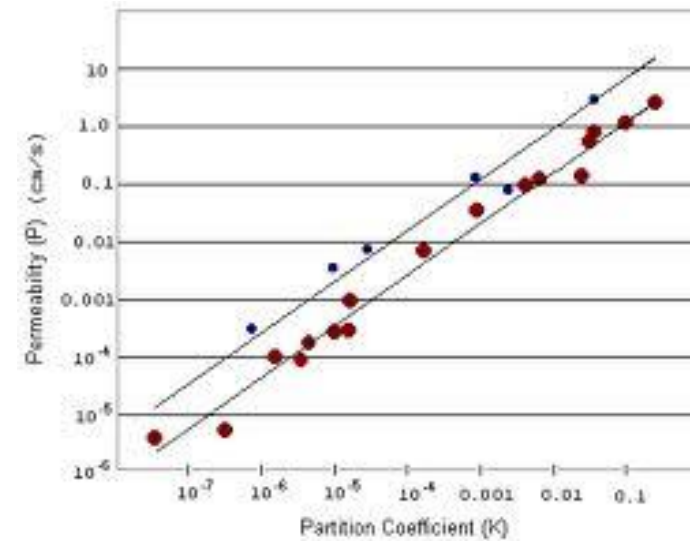
$$-V \frac{dc_1}{dt} = j_n A_s = A_s P_{erm} \cdot (2c_1 - c_o)$$

$$\ln \left(\frac{2c_1 - c_o}{c_o} \right) = -\frac{2A_s P_{erm}}{V} \cdot t$$

A permeabilitás kísérleti meghatározása

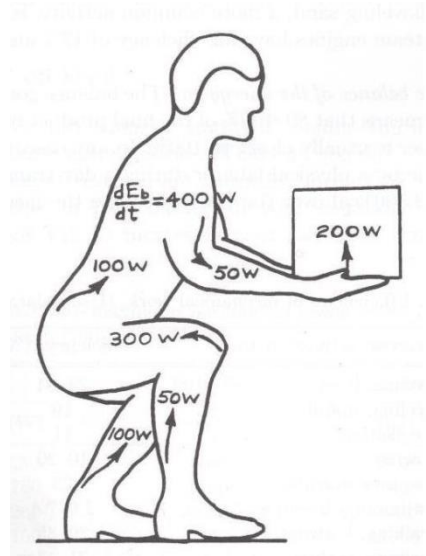


$$P_{erm} \propto K_m \cdot D$$



$P_{erm} = 10^{-3} \mu ms^{-1}$ glükóz permeabilitása mesterséges membránon

Energiaforgalom és mozgás

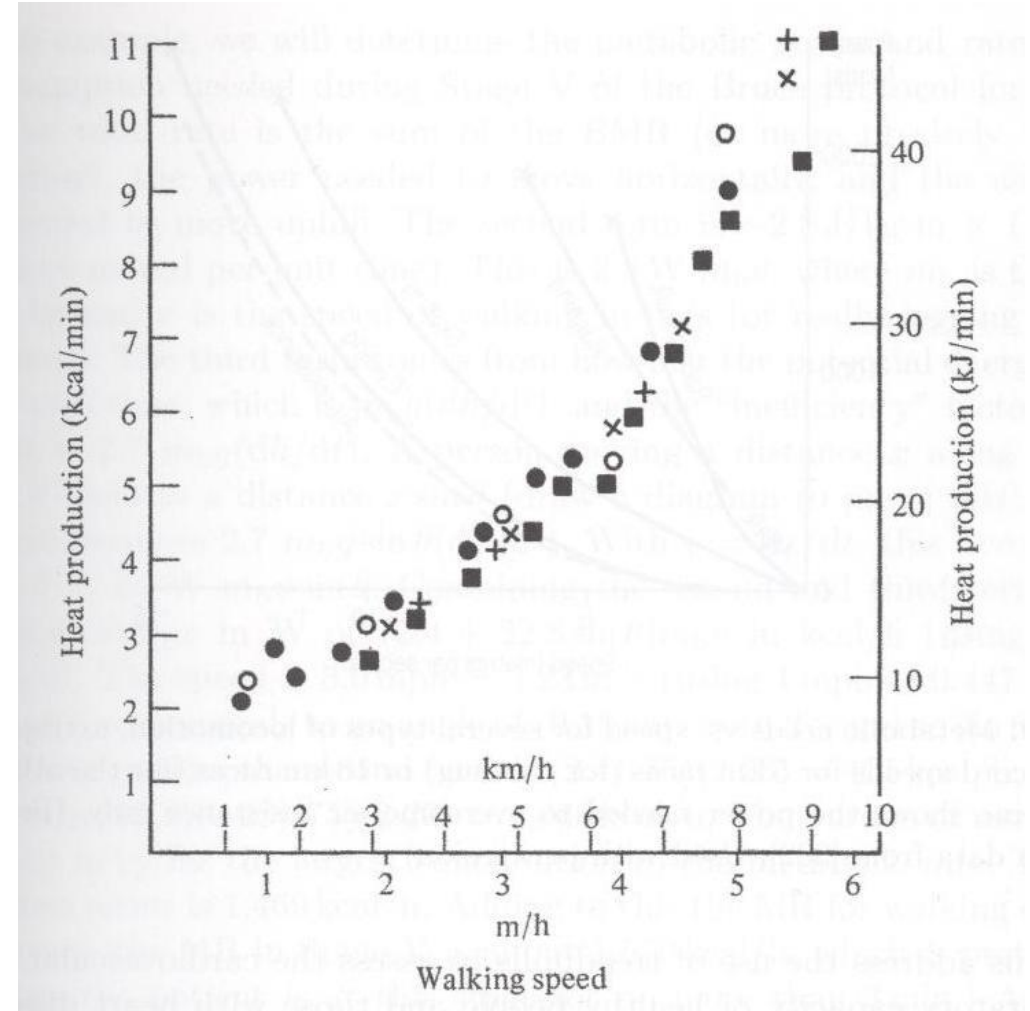


munka(fizika) \neq munka(biológia)

külső

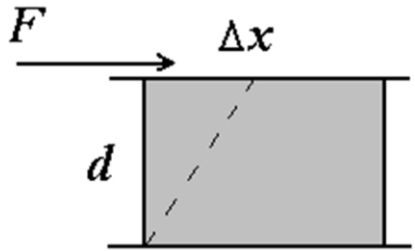
belső

Gyaloglással felszabadított hő függése a sebességtől.

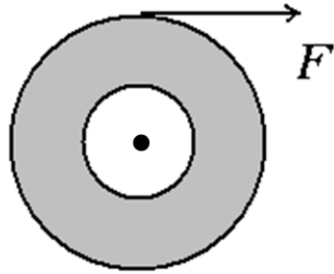


Alapfogalmak:

Nyírás: tangenciálisan ható (**nyíró**)erő (F) vált ki deformációt.



Tiszta nyírás



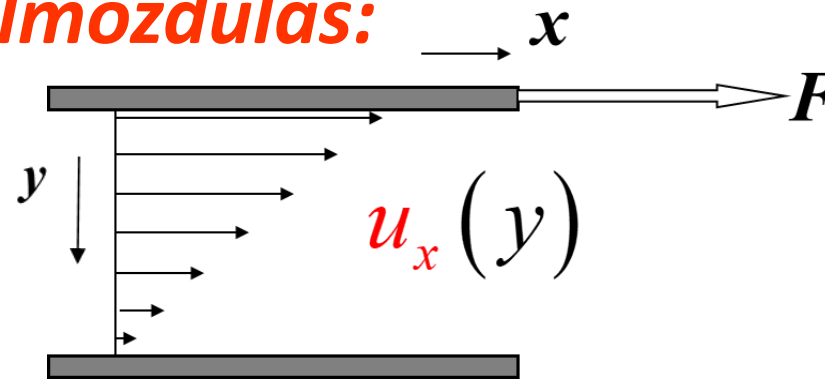
Rotációs nyírás

Nyírófeszültség:

$$\tau = \frac{F}{A_S}$$



Elmozdulás:



Deformáció:

Deformáció sebesség:

$$\gamma = \frac{du_x(y)}{dy}$$

$$\frac{d\gamma}{dt}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{du_x}{dy} \right) = \frac{d}{dy} \left(\frac{du_x}{dt} \right) = \frac{dv_x}{dy}$$

A **deformáció sebesség** megegyezik a **sebesség gradienssel!**

Dinamikai viszkozitás (általában ezt értjük viszkozitás alatt *pascal secundum* ($\text{Pa}\cdot\text{s}$))

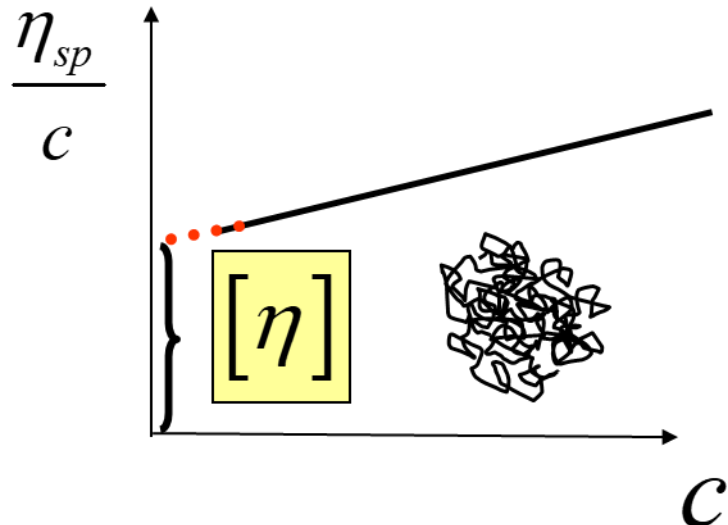
Kinematikai viszkozitás: a dinamikai viszkozitás és a sűrűség hányadosa ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) vagy *stoke* (St).

Relatív viszkozitás (η_{rel}).

$$\eta_{rel} = \frac{\eta}{\eta_o} = \frac{t}{t_o}$$

oldat

oldószer



Specifikus viszkozitás (η_{sp})

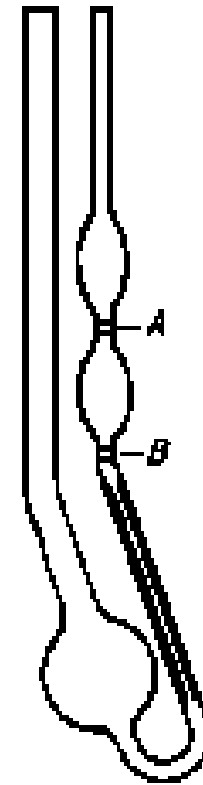
$$\eta_{sp} = \eta_{rel} - 1$$

Redukált viszkozitás (η_{red})

$$\eta_{red} = \frac{\eta_{sp}}{c}$$

Kuhn-Mark-Houwink egyenlet

$$[\eta] = k \cdot M^a$$

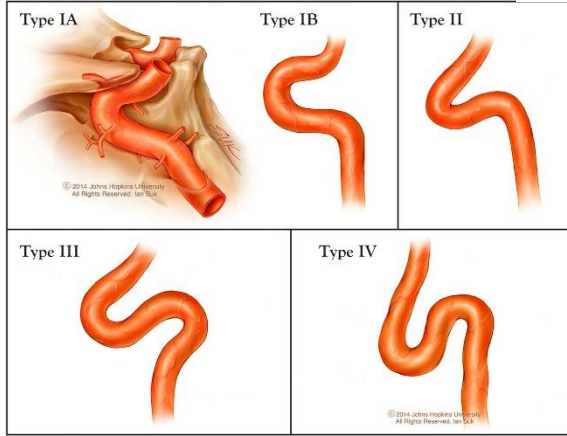


Ostwald-féle viszkoziméter

Stokes-Einstein törvény:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi \eta a_r}$$

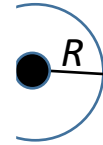
Áramlás görbült csövekben



Állandó keresztmetszetű kapillárisokban az áramlás függ a kapilláris r sugártól és a R görbületi sugártól.

A görbület kedvez a turbulencia kialakulásának.

R görbületi sugár



$$\delta = \frac{r}{R}$$

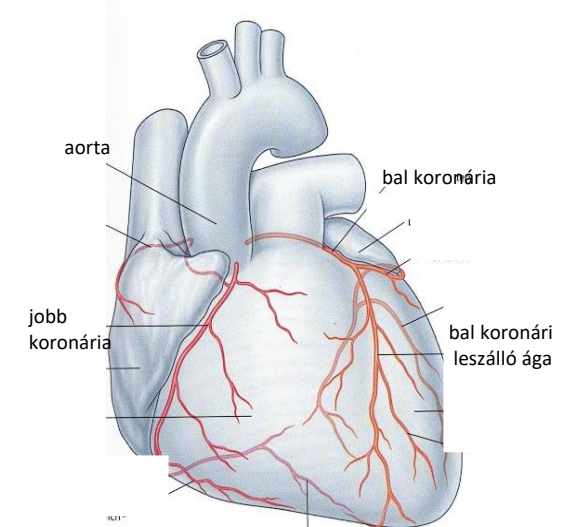


$$D_e = \sqrt{\delta} \cdot R_e$$

D_e : Dean szám

R_e : Reynolds szám

Az érfal irányába mutató tehetetlenségi erő a görbület növekedésével növekszik, ami kedvez a turbulencia kialakulásának: $D_e < R_e$



ér	r/cm	δ	$\langle R_e \rangle$	D_E
aorta	1,5	0,22	1500	707
bal koronária	0,425	0,10	150	47,4
bal koronária leszálló ág	0,17	0,082	80	22,9
jobb koronária	0,097	0,024	213	36

G.A.Truskey, F.Yuan, D.F.Katz: *Transport Phenomena in Biological Systems*, Pearson Education (2010)

Lamináris áramlás fenntartása: Szélkázán effektus

A vér áramlására nem használható a Hagen-Poiseuille törvény:

Áramlás nem stacionárius

Vér nem newtoni folyadék

Az érfalak rugalmasak

**A keringési rendszer csökkenti a pulzálást: Szisztolés és
Diasztolés nyomás**

**Szisztolés nyomás: Bal kamra összehúzódik → Aortában nyomás nő →
Aorta kitágul**

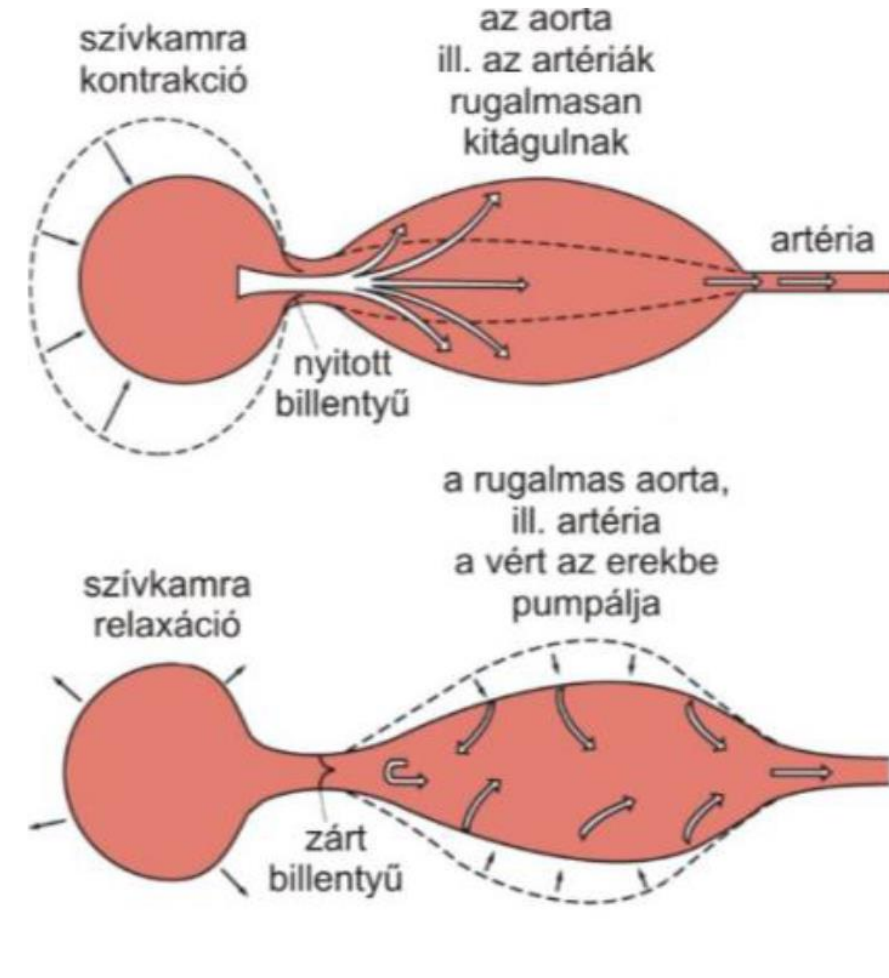
**Diasztolés nyomás: Aortabillentyű zár → Aorta összehúzódik →
véráramlás**

Mechanikai Energiák egymásba alakulása:

Kamrai szívizom=Billentyűk nyitása+vér beáramoltatása az aortába

Ennek az energiáknak egy része a rugalmas erekben raktározódik

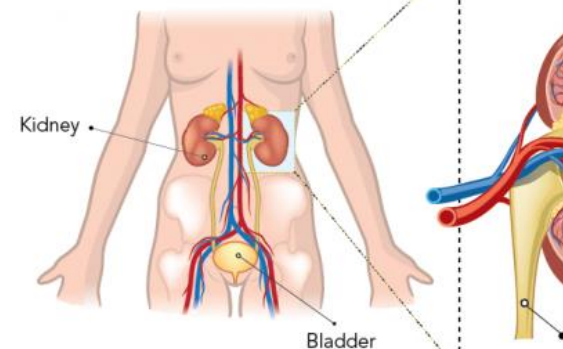
Diasztolé alatt ez az energia hajtja tovább a vért!



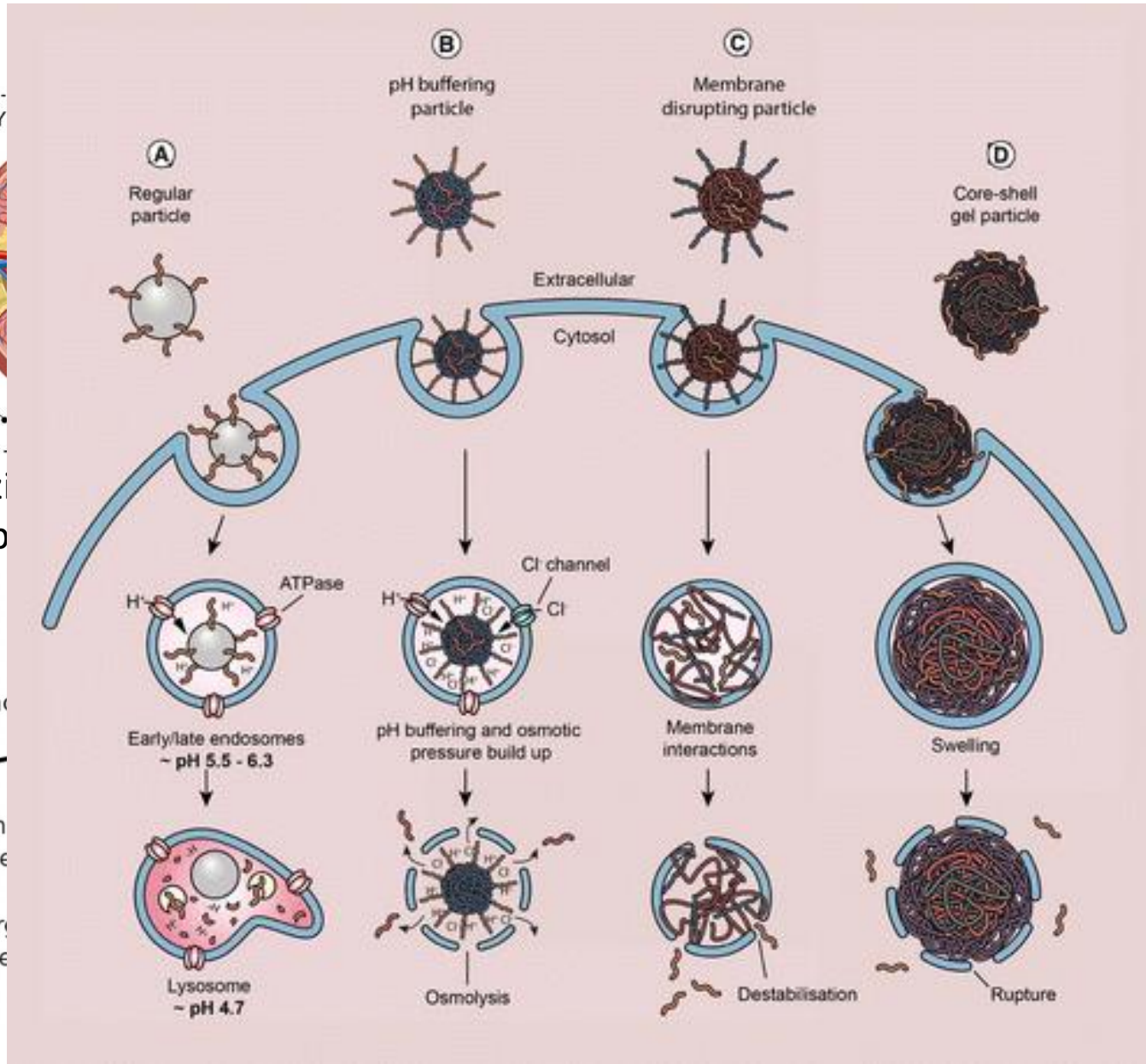
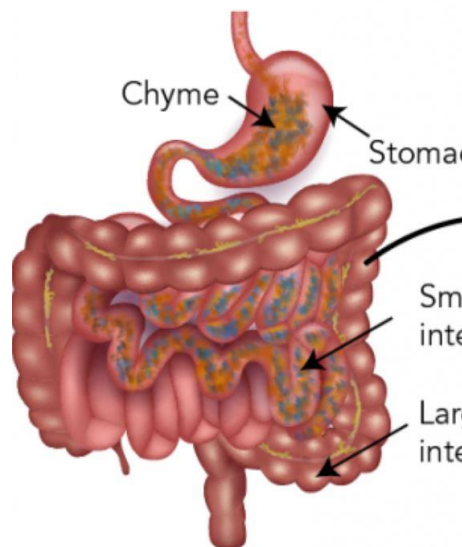
<https://www.behance.net/gallery/15054865/3d-animated-blood-flow-Windkessel-effect>

EXCRETORY SYSTEM

KIDNEY

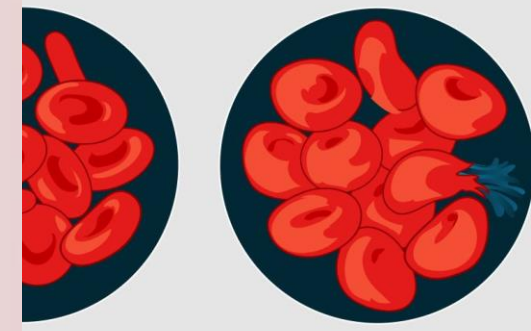


A nefronon belül az ozmózis miatt víz visszaáramlik a medullába



Isotonic

Hypotonic



ezért víz áramlik az érrendszerbe, ezért víz áramlik az érrendszerbe