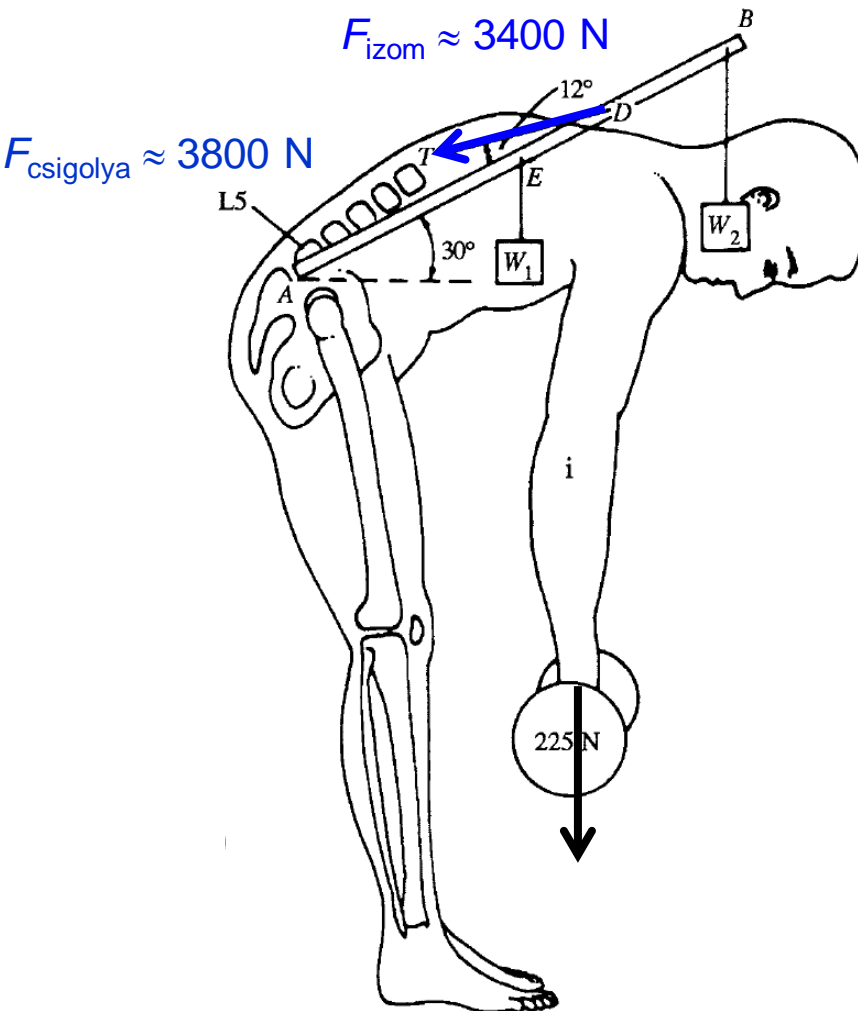


A biofizika fizikai alapjai

3. előadás 2023. 09. 11.

Orosz Ádám

Mechanika – Dinamika és statika



1. Impulzus
2. Kölcsönhatások
3. Newton 1. törvénye
4. Erő
5. Newton 2. és 3. törvénye
6. Newton törvényei forgó mozgás esetében
7. Alakváltozás
8. Nyomás
9. Erőfajták és erőtvények
 - gravitációs erő
 - nehézségi erő
 - súlyerő
 - rugóerő
 - súrlódási erő

Dinamika

A dinamika új kérdést vet fel: Mi az **oka** a mozgás- és alak**változás**oknak?



Válasz:
A vizsgált test
kölcsönhatása más
testekkel!

Dinamika

Newton: a **mozgás** természetes **állapot**.

Hogyan jellemezhetjük egy tárgy mechanikai **mozgásállapotát**?



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 20\,000 \text{ kg}$$



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 8 \text{ kg} + ???$$



$$v = 4320 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/s}$$

$$m = 0,005 \text{ kg}$$

$$\text{Impulzus (lendület) } (p): \quad p = m \cdot v \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

vektor

Jelölésére legtöbbször a p (vagy l) betűt használjuk (latin *pello* „lök, mozdít”).

Egy zárt rendszeren belül **megmaradó mennyiség**.

Egy test **impulzusa haladó (transzlációs) mozgását** jellemzi.

Newton 1. törvénye/ a tehetetlenség törvénye

Az **impulzus** megmaradó mennyiség (impulzus megmaradás).

Minden test nyugalomban marad, vagy egyenes vonal mentén egyenletesen mozog mindaddig, amíg más test ennek megváltoztatására nem kényszeríti.



A korong mindaddig nyugalomban marad, amíg egy erő mozgásállapotának megváltozására nem kényszeríti.



A korong mozgásállapota megváltozik, mert egy rá ható erő felgyorsítja.



A korong mindaddig tovább siklik, amíg egy erő le nem fékezi.

Emlékeztető: A mozgás mindig relatív, a vonatkoztatási rendszertől függ. Ezért a nyugalmi állapot és az egyenes vonalú egyenletes mozgás különbsége is abból adódik, hogy mihez viszonyítjuk az adott mozgást.

A kölcsönhatások különböző erősségűek lehetnek. Szükségünk van egy olyan mennyiségre, ami leírja a **kölcsönhatás erősségét** → „**Erő**”.

Erő



Minél erősebb a kölcsönhatás, annál erősebben gyorsul a korong \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **gyorsulással arányosnak** kell lennie:

$$F \sim a$$



Különböző tömegű bowling golyók elhajításánál tapasztalhatjuk, hogy ha a dobást ugyanakkora erővel végezzük, a könnyebb golyót jobban fel tudjuk gyorsítani, mint a nehezebbet. Ahhoz, hogy a nehezebb golyó esetében azonos gyorsulást érzünk el, nagyobb erőt kell kifejtenünk. \Rightarrow az új mennyiségnek, az erőnek (F) a **tömeggel is arányosnak** kell lennie:

$$F \sim m$$

$$\text{Erő (F): } F = m \cdot a \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$

vektor

$$\text{és } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \text{N} \right)$$

Newton

- Az erő iránya mindig megegyezik a gyorsulás irányával.

Newton 2. törvénye/ a dinamika alaptörvénye

Az impulzus megváltoztatásához **erő** (F) szükséges.

$$\Delta p = \Delta m \cdot v = F \cdot \Delta t$$

Amennyiben egyszerre több erő is hat a vizsgált testre, ezeket az erőket (vektoriálisan) összeadhatjuk, így megkapjuk az **eredő erőt**:

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Megjegyzés:

A számolási feladatokban csak olyan helyzetekkel dolgozunk majd, ahol az erők egy egyenes mentén hatnak. Így a vektoriális összeadás +/- műveletekre egyszerűsödik.

Egyensúly esetén:

$$\sum F = 0 \Rightarrow a = 0, \text{ vagyis a test nyugalomban van } (v = 0) \text{ vagy egyenletes mozgást végez } (v = \text{áll.}).$$

Newton 1. törvénye tehát a 2. törvény speciális esete.

Statika: eredő erő nulla, és a test nyugalomban van

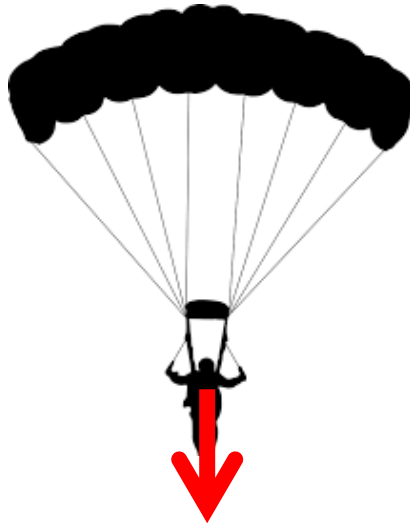
Alkalmazás: Nehézségi erő

Szabadesés esetén $a = g$ Tehát $F = m \cdot a = m \cdot g$ erőnek kell hatnia a testre.

⇒

$$\text{Nehézségi erő } (F_{\text{neh}}): F_{\text{neh}} = m \cdot g$$

- A nehézségi erő a **Föld gravitációs terében minden testre hat**, függetlenül attól hogy a test teljesen vagy részlegesen szabadon esik, vagy lebeg, esetleg valahol pihen.

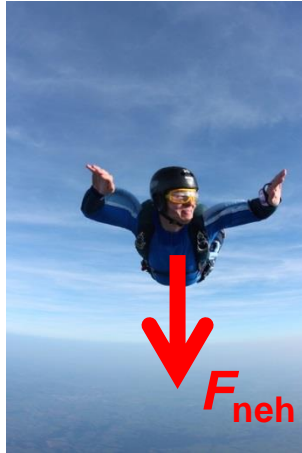


Minden esetben ugyanakkora nehézségi erő fejti ki hatását, a mozgásváltozások azonban különbözőek! ***Ugyanis további erők is hatnak a testekre.***

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

Szabadesés



előfeltétel:
szabadesés

$$a = g$$

$$\sum F = F_{\text{neh}}$$

Nem szabadesés!

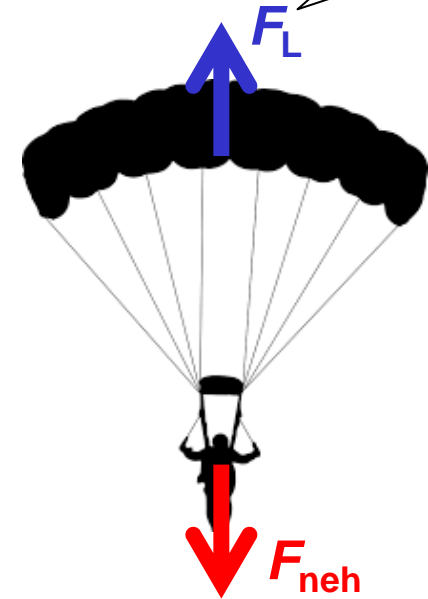


A férfi gyorsul, de
gyorsulása kisebb
mint g .

$$a < g$$

$$\sum F = F_{\text{neh}} - F_L = ma$$

$$F_L < F_{\text{neh}}$$



előfeltétel:
egyenletes mozgás
($v = \text{áll.}$)

$$a = 0$$

$$\sum F = F_{\text{neh}} - F_L = 0$$

$$F_{\text{neh}} = F_L$$

légellenállás

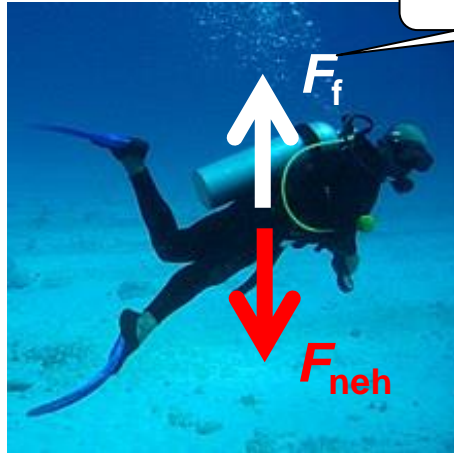
légellenállás

↓
+
önkéntesen kiválasztott pozitív irány

Gyakorlás

Elemezzük az erőket az alábbi esetekben:

↓
+
önkéntesen kiválasztott pozitív irány



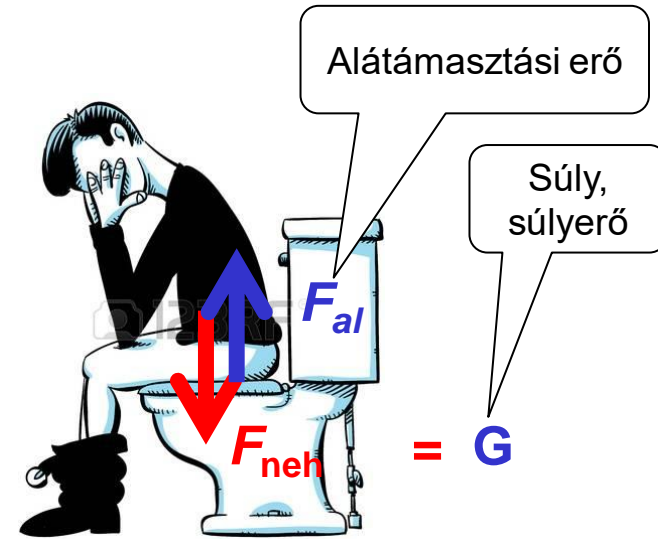
felhajtóerő

előfeltétel:
lebegés
($v = 0$)

$$a = 0$$

$$\sum F = F_{neh} - F_f = 0$$

$$F_{neh} = F_f$$



$$v = 0$$

$$a = 0$$

$$\sum F = G - F_{al} = 0$$

$$F_{neh} = F_{al} = G = mg$$

Feladat

1. feladat: Mekkora a férfi gyorsulása, ha $m = 80 \text{ kg}$ és $F_L = 720 \text{ N}$?

Nem szabadesés!



A férfi gyorsul, de
gyorsulása kisebb
mint g .

$$a < g$$

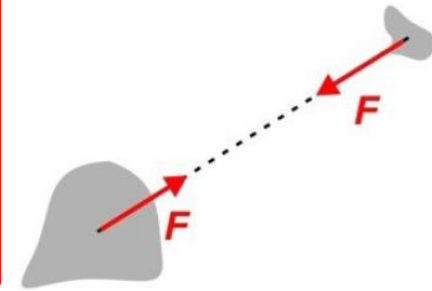
$$\sum F = F_{\text{neh}} - F_L = ma$$

$$F_L < F_{\text{neh}}$$

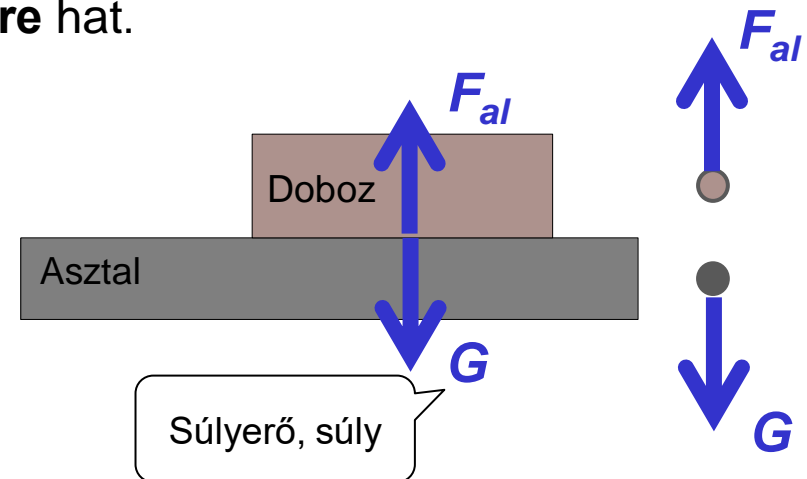
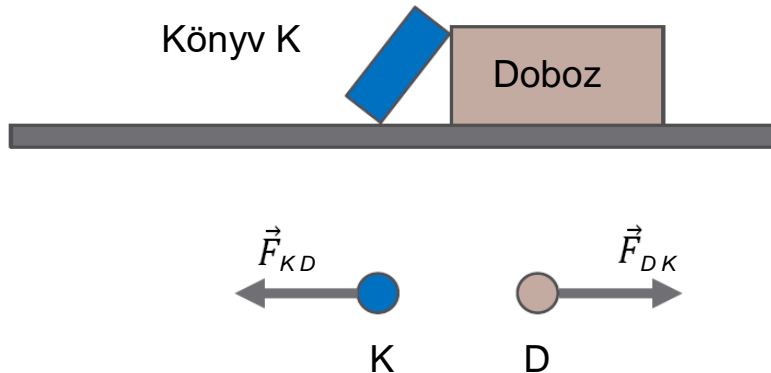
2. feladat: A férfi ($m = 80 \text{ kg}$) $a = 2,5 \text{ m/s}^2$ gyorsulással esik. Mekkora a légellenállás?

Newton 3. törvénye / a kölcsönhatás törvénye

- Ha két test **kölcsönhatásba** lép egymással, **mindketten erőt fejtenek ki a másikra**.
- Az egymásra kifejtett **erők nagysága ugyanaz**, de **ellentétes irányba** mutatnak: $F = -F_{\text{ellen}}$



- Az **erők** tehát **mindig párosan** lépnek fel, így erő-ellenerő (hatás-ellenhatás) párokat alkotnak.
- Az erő és ellenerő mindig **különböző testre** hat.



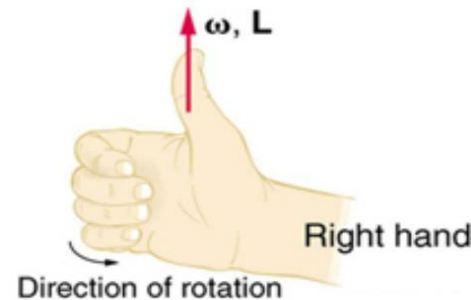
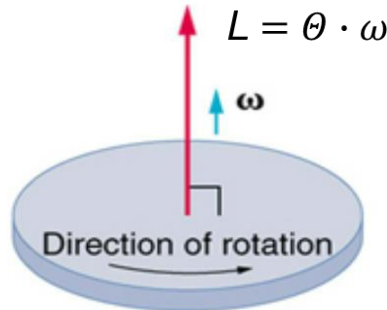
Egyensúlyban: $G = mg$

Newton törvényei forgó mozgás esetében

Hogyan jellemezhetjük egy **forgó test** mozgásállapotát?

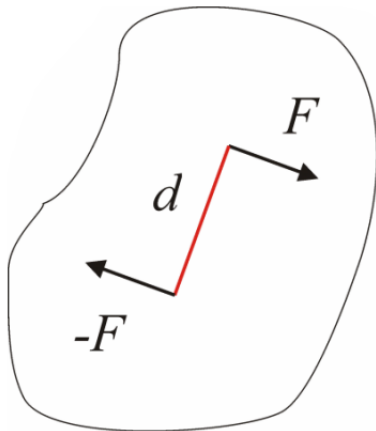
Impulzusmomentum (perdület) (L): $L = \Theta \cdot \omega \quad \left(\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right)$

vektor



I. $\Theta \cdot \omega = \text{állandó}$ (perdület megmaradás; lásd: [forgó jégtáncos](#))

II. Megváltoztatásához **forгатónyomaték** (M) szükséges $\frac{\Delta \Theta \omega}{\Delta t} = M$



$$F_{\text{eredő}} = 0$$

$$M = Fd$$

Egyensúly csak akkor, ha
 $F_{\text{eredő}} = 0$ és $M_{\text{eredő}} = 0$
egyszerre teljesül.

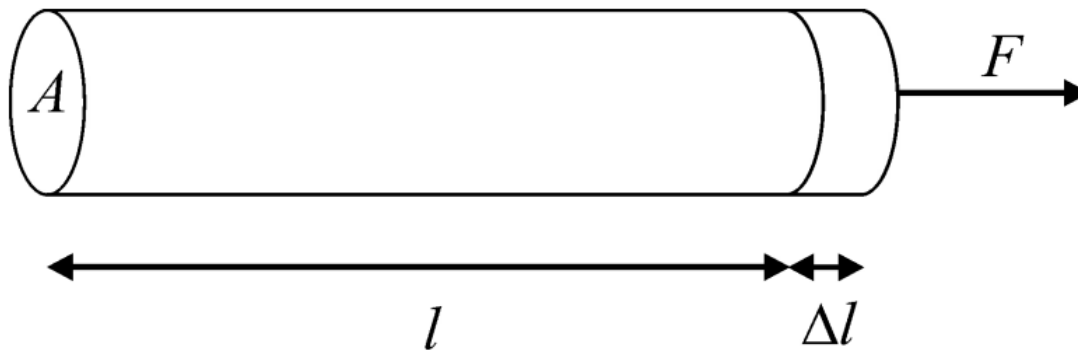
Ekkor: $m \cdot v = \text{állandó}$ és $\Theta \cdot \omega = \text{állandó}$

Alakváltozás

Az **erő** alakváltozást (deformációt) is eredményezhet.

A legegyszerűbb alakváltozás a **megnyúlás**.

relatív megnyúlás: $\Delta l/l$



Hooke-törvény

$$F = AE \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

F/A a **mechanikai feszültség** vagy **húzófeszültség** (σ [Pa]),
de lehet **nyomófeszültség** vagy **nyomás** (p [Pa])

Az együttható: **rugalmassági**, vagy **Young modulus** (E [Pa])

Pl.: **Kollagén rost** 0,3–2,5 GPa, **csont** 10–20 GPa

Általánosabban - **összenyomás**:

$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

K a **kompresziómodulus**,

$1/K = \kappa$ a **kompreszibilitási együttható** (pl. $\kappa_{\text{acél}} = 0,006 \text{ GPa}^{-1}$)

Erőtörvények – rugóerő és a Hooke-törvény

$$F = AE \frac{\Delta l}{l} \quad \text{a rugó esetére alkalmazva: } s \equiv \Delta l \text{ és } D \equiv A \cdot \frac{E}{l}$$

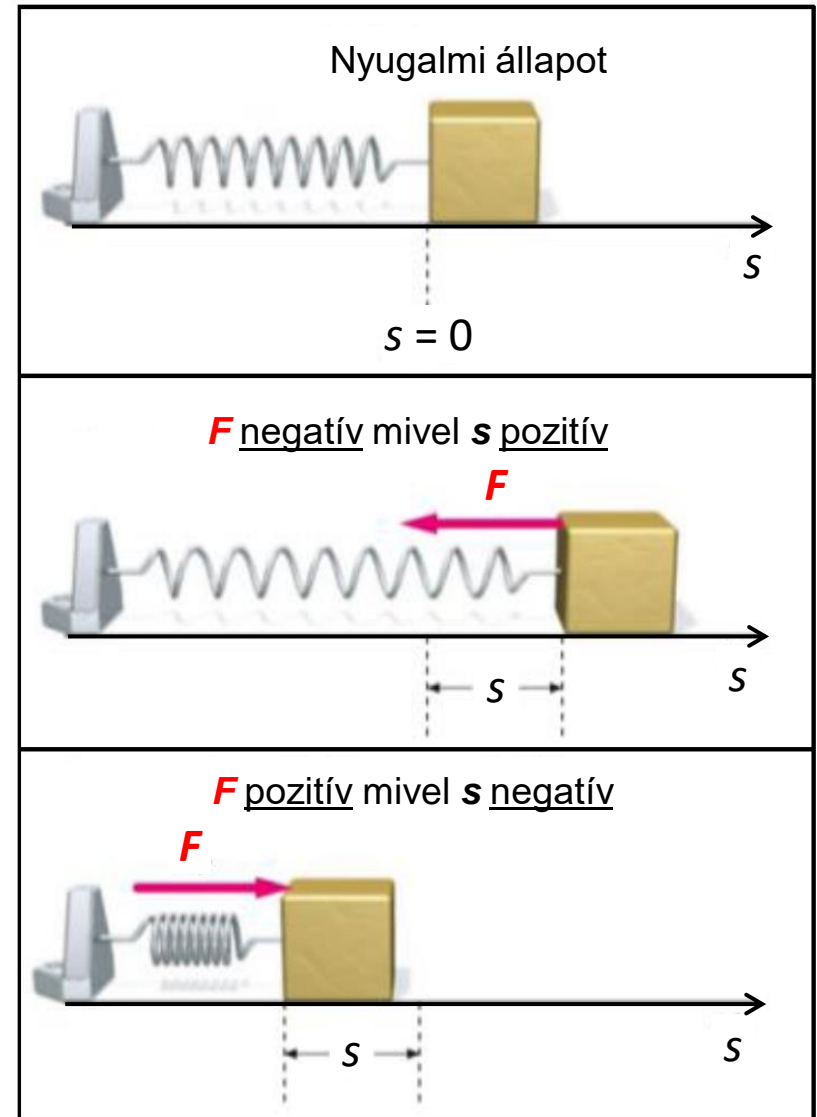
$$F_{ki} = D \cdot s$$

rugóállandó
(N/m)

A rugó tulajdonságaitól (anyag, geometria) függ.

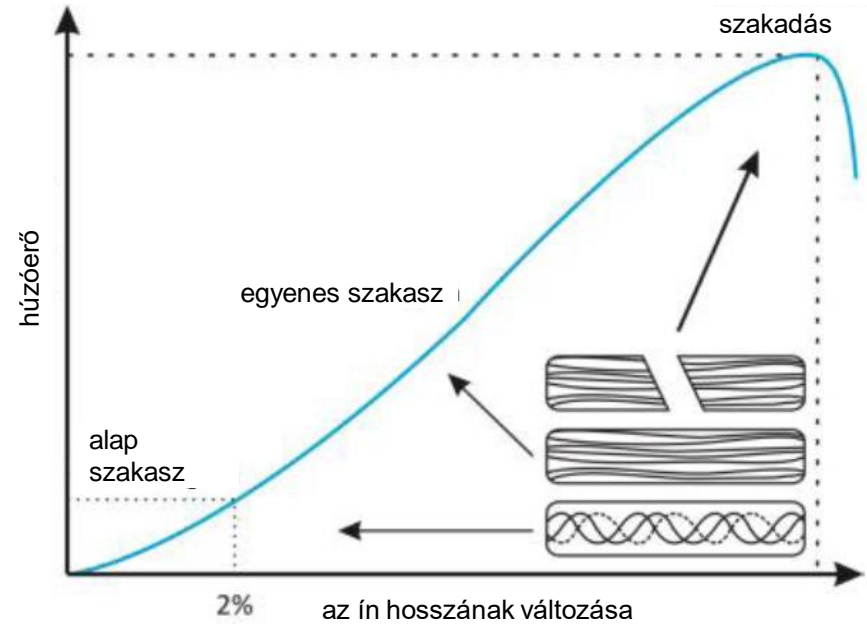
$$F_{vissza} = -D \cdot s$$

Ezt az erőt **visszatérítő erő**nek is nevezik.



Az ínak és szalagok biomechanikája

Achilles-ín



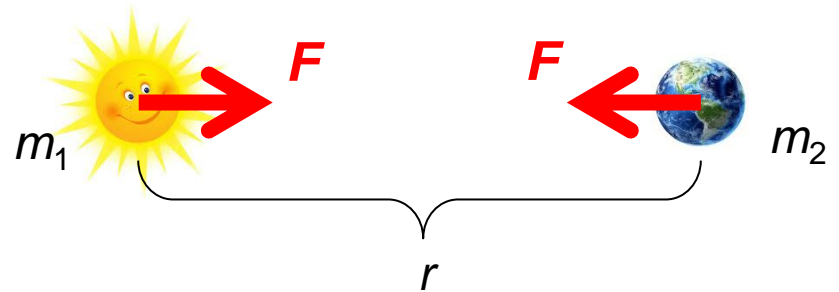
➡ A Hooke-törvény közelítőleg érvényes az Achilles-ínra, amelyet ezért egy rugóval modellezhetünk.

A 10 cm-es Achilles-ín 2%-os megnyúlásához 1200 N erőre van szükség. Számítsa ki az ín rugóállandóját!

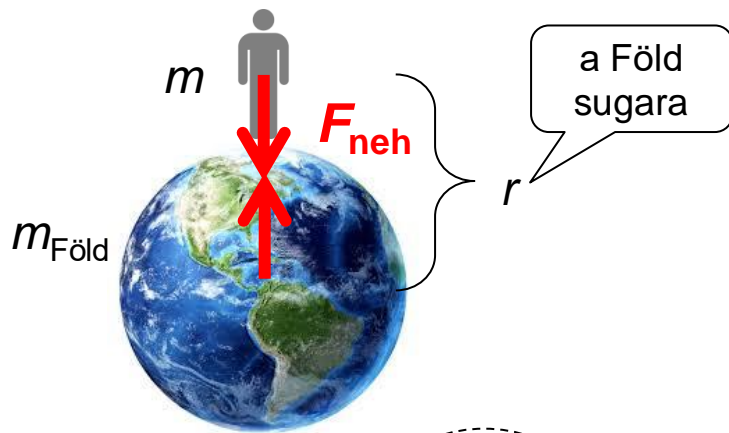
Erőtvörvények – gravitációs erő és a gravitáció törvénye

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Gravitációs állandó

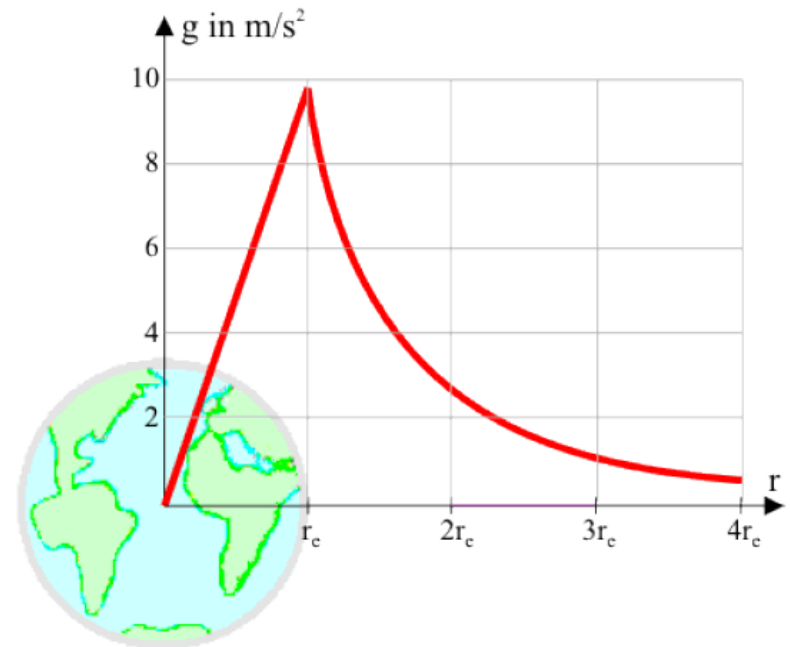


Nehézségi erő a Földön:

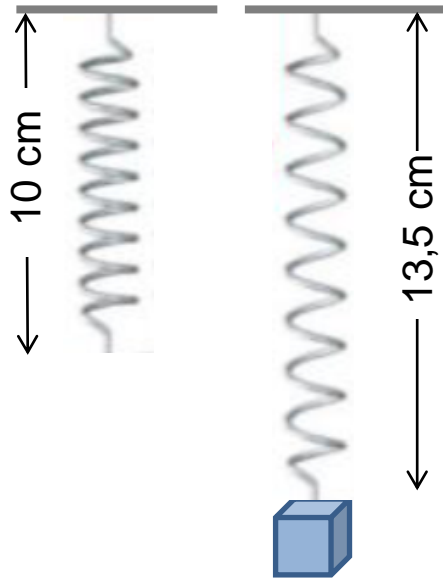


$$F_{neh} = \gamma \frac{m_{Föld} \cdot m}{r^2} = mg$$

g



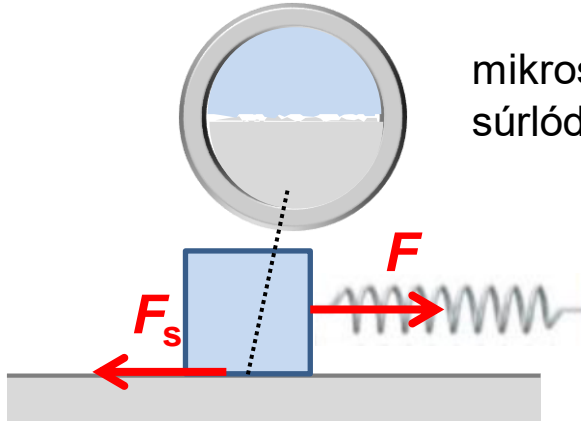
Feladat



Az ábrán látható rugó rugóállandója 500 N/m. Számítsa ki a rá helyezett súly tömegét!

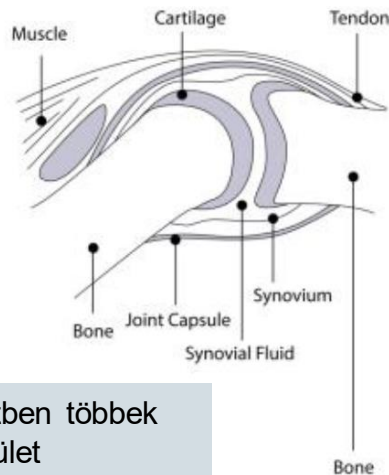
Súrlódási erő

mikroszkopikus érintkezési felület – molekuláris vonzóerők \Rightarrow súrlódási erő



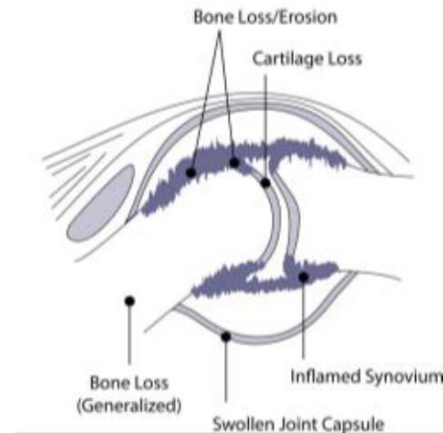
Az állandó rugóerő nagysága 20 N és a test egyenletesen siklik. Mekkora a súrlódási erő?

egészséges ízület



Az egészséges ízületben többek közt az intakt porcfelület közelítőleg súrlódás mentes mozgást tesz lehetővé.

ízület rheumatoid arthritis esetén



Az ízületi porcfelület sérülése pl. rheumatoid arthritis esetén növeli a súrlódást az ízületben.

Amikor az eddigi leírás nem elegendő

- Fénysebességhez közeli sebességeknél
→ speciális relativitáselmélet
- Atomi méretű testek esetén
→ kvantummechanika
- Nem inerciarendszerben (pl. gyorsuló repülőgép) más alakú egyenletek kellenek

Súlyerő



Normál
súly



Normálisnál
nagyobb súly



Normálisnál
kisebb súly



Súlytalanság

Házi feladat: Jegyzet 4. fejezet