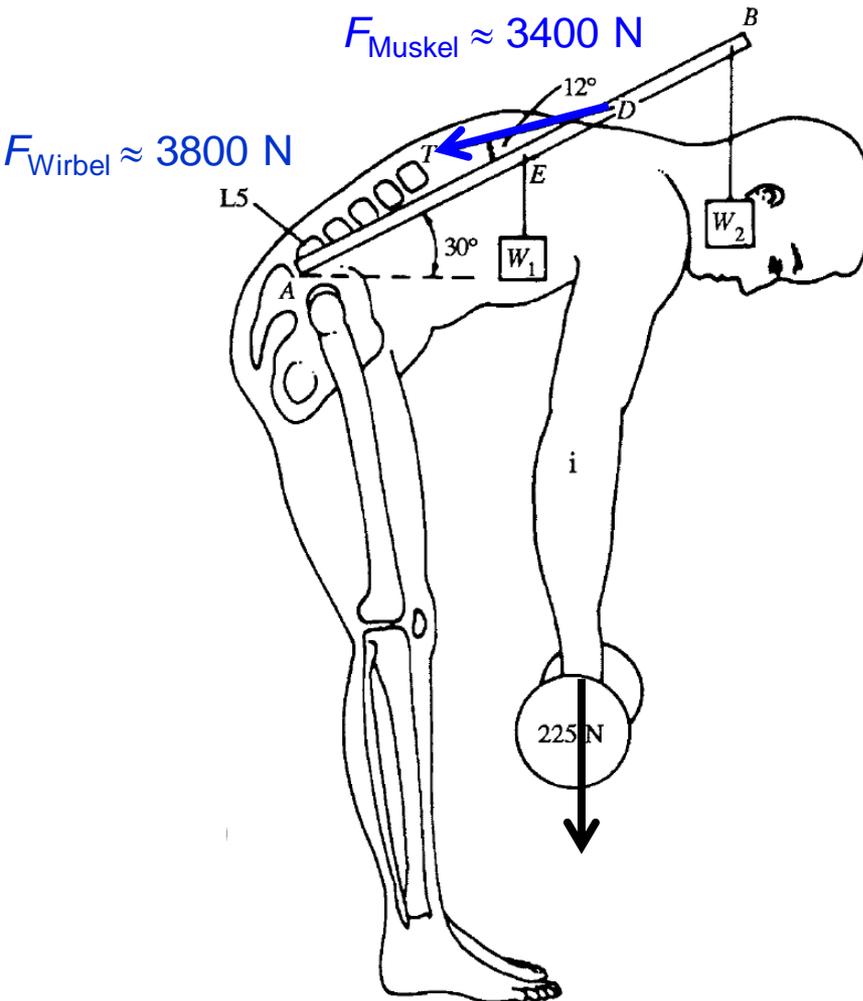


# Grundlagen der medizinischen Biophysik

3. Vorlesung 13. 09. 2023

Ádám Orosz

## Mechanik – Dynamik und Statik



1. Impuls
2. Wechselwirkungen
3. 1. newtonsches Gesetz
4. Kraft
5. 2. und 3. newtonsche Gesetze
6. Newtonsche Gesetze für Rotationsbewegungen
7. Verformung
8. Besondere Kräfte und Kraftgesetze
  - Gravitationskraft
  - Schwerkraft
  - Gewichtskraft
  - Federkraft
  - Reibungskraft

# Dynamik

Die Dynamik stellt eine neue Frage:  
Was ist die **Ursache** der **Bewegungsänderungen** oder **Verformungen**?



Die Antwort:  
Die **Wechselwirkung**  
des untersuchten  
Körpers **mit anderen**  
**Körpern!**

# Dynamik

Newton: **Bewegung** ist ein natürlicher **Zustand**.

Wie kann der mechanische **Bewegungszustand** eines Objekts charakterisiert werden?



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 20\,000 \text{ kg}$$



$$v = 10 \text{ km/h} = 2,78 \text{ m/s}$$

$$m = 8 \text{ kg} + ???$$



$$v = 4320 \text{ km/h} = 1200 \text{ m/s}$$

$$m = 0,005 \text{ kg}$$

$$\text{Impuls } (p): p = m \cdot v \quad \left( \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Vektor

Das Formelzeichen des Impulses ist meist  $p$  (von lateinisch *pello* „stoßen, treiben“) oder  $I$ .

In einem Bezugssystem, auf das keine äußeren Kräfte wirken, ist der Impuls eine **Erhaltungsgröße**.

Der **Impuls** eines Körpers charakterisiert ausschließlich die **Translation**.

# 1. newtonsches Gesetz/Trägheitsprinzip

Der **Impuls** ist eine **Erhaltungsgröße** (Impulserhaltung).

Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange der Körper keine Wechselwirkungen mit anderen Körpern hat.



Der Puck wird solange im Zustand der Ruhe bleiben, bis ihn eine Kraft zwingt, seinen Bewegungszustand zu ändern.



Der Puck ändert seinen Bewegungszustand, da auf ihn eine Kraft wirkt, die ihn beschleunigt.



Der Puck wird solange weiter gleiten, bis ihn eine Kraft abbremst.

Zur Erinnerung: Ruhe und gleichförmige geradlinige Bewegung können voneinander nicht unterschieden werden!

Die Wechselwirkungen können unterschiedlich stark sein. Man braucht eine neue Größe zur Beschreibung der **Stärke der Wechselwirkung** → „**Kraft**“.

# Kraft



Je stärker die Wechselwirkung, desto stärker wird der Puck beschleunigt  
⇒ die neue Größe Kraft ( $F$ ) muss **zur Beschleunigung proportional** sein:

$$F \sim a$$



Beim Werfen von Bowlingkugeln unterschiedlicher Masse fällt auf, dass, wenn der Wurf immer gleich stark ausgeführt wird, leichte Kugeln stärker beschleunigt werden als schwere Kugeln. Damit die schwere Kugel gleich stark beschleunigt wird, muss man einen stärkeren Wurf ausführen ⇒ die neue Größe Kraft ( $F$ ) muss **zur Masse auch proportional** sein:

$$F \sim m$$

$$\text{Kraft (F): } F = m \cdot a \quad \left( \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right)$$

Vektor

$$\text{und } F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad \left( \frac{\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \text{N} \right)$$

Newton

- Die Richtung der Kraft ist immer gleich der Richtung der Beschleunigung.

## 2. newtonsches Gesetz/Dynamisches Grundgesetz

Impulsänderung erfordert **Kraft** (F).

$$\Delta p = \Delta m \cdot v = F \cdot \Delta t$$

Falls mehrere Kräfte auf den untersuchten Körper wirken, kann man die Kräfte (vektoriell) addieren (**resultierende Kraft**):

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots = \sum F = ma$$

Bemerkung:

In den Rechenaufgaben werden nur Situationen behandelt, in welchen die Kräfte in einer Gerade liegen. Dann wird die vektorielle Addierung auf +/- vereinfacht.

Spezialfall: **Gleichgewicht**

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow a = 0, \text{ d. h. der Körper befindet sich in Ruhe } (v = 0) \text{ oder führt eine gleichförmige Bewegung } (v = \text{konstant}) \text{ durch}$$

das 1. newtonsche Gesetz ist ein **Spezialfall** des 2. Gesetzes

**Statik:** die resultierende Kraft ist 0 **und** der Körper ist in Ruhe

# Anwendung: Schwerkraft

Beim freien Fall ist  $a = g \Rightarrow$  Eine Kraft von  $F = m \cdot a = m \cdot g$  muss auf den Körper wirken.

$$\text{Schwerkraft } (F_S): F_S = m \cdot g$$

- Die Schwerkraft wirkt im **Gravitationsfeld der Erde** **auf jeden Körper** unabhängig davon ob der Körper frei fällt oder nicht ganz frei fällt oder schwebt oder irgendwo ruht.



Die gleiche Schwerkraft wirkt jedesmal, doch sind die Bewegungsänderungen unterschiedlich!  
Es gibt nämlich weitere Kräfte, die auf den Körper wirken!

# Übung

Analysieren wir die Kräfte:

↓  
+  
Willkürlich festgelegte positive Richtung

Freier Fall



Voraussetzung:  
freier Fall

$$a = g$$

$$\sum F = F_S$$

Kein freier Fall!

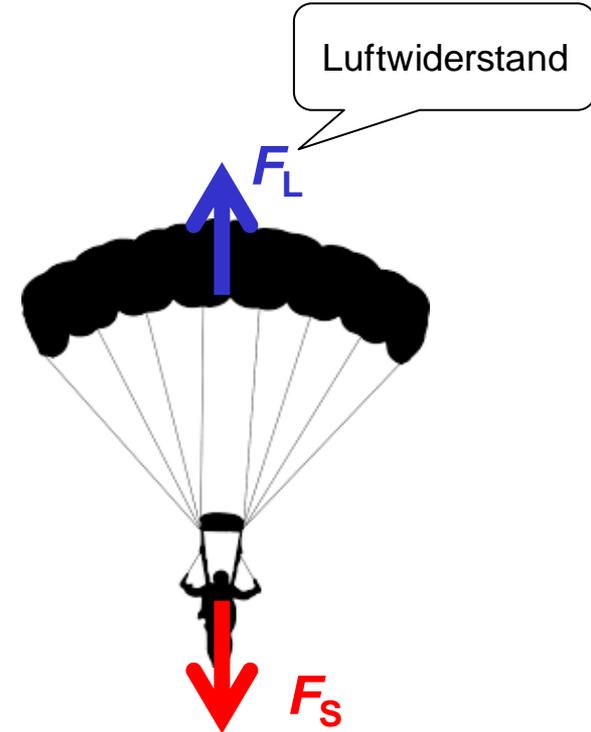


Der Mann hat eine  
Beschleunigung,  
nur kleiner als  $g$ .

$$a < g$$

$$\sum F = F_S - F_L = ma$$

$$F_L < F_S$$



Voraussetzung:  
gleichförmige Bewegung  
( $v = \text{konst.}$ )

$$a = 0$$

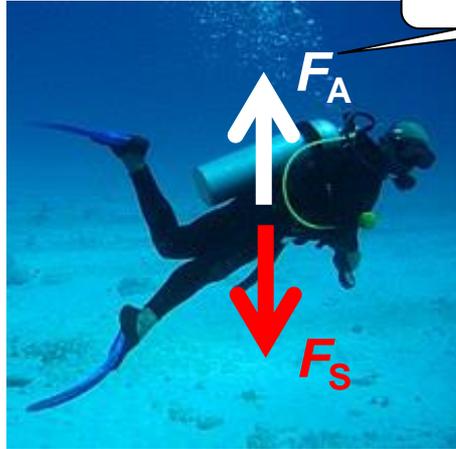
$$\sum F = F_S - F_L = 0$$

$$F_S = F_L$$

# Übung

Analysieren wir die Kräfte:

↓  
+  
Willkürlich festgelegte positive Richtung



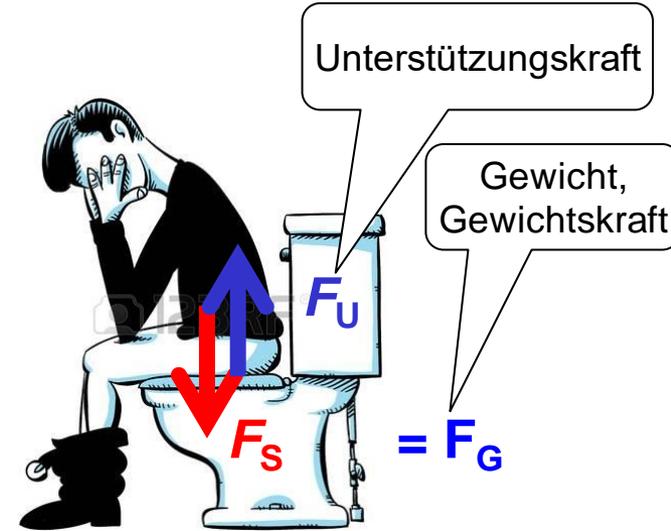
Auftriebskraft

Voraussetzung:  
Schweben  
( $v = 0$ )

$$a = 0$$

$$\sum F = F_S - F_A = 0$$

$$F_S = F_A$$



Unterstützungskraft

Gewicht,  
Gewichtskraft

$$v = 0$$

$$a = 0$$

$$\sum F = F_S - F_G = 0$$

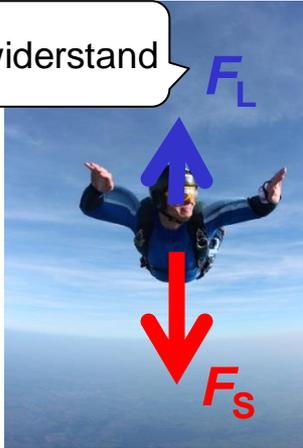
$$F_S = F_G = mg$$

# Übung

*Aufgabe 1:* Wie groß ist die Beschleunigung des Mannes, wenn  $m = 80 \text{ kg}$  und  $F_L = 720 \text{ N}$  sind?

Kein freier Fall!

Luftwiderstand



+  
Willkürlich festgelegte positive Richtung

Der Mann hat eine Beschleunigung, nur kleiner als  $g$ .

*Aufgabe 2:* Der Mann ( $m = 80 \text{ kg}$ ) fällt mit einer Beschleunigung von  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Wie groß ist der Luftwiderstand?

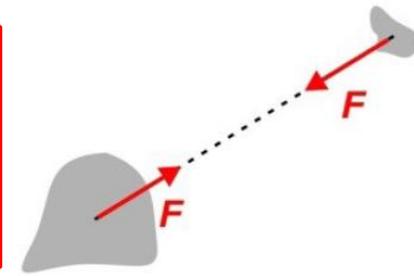
$$a < g$$

$$\sum F = F_S - F_L = ma$$

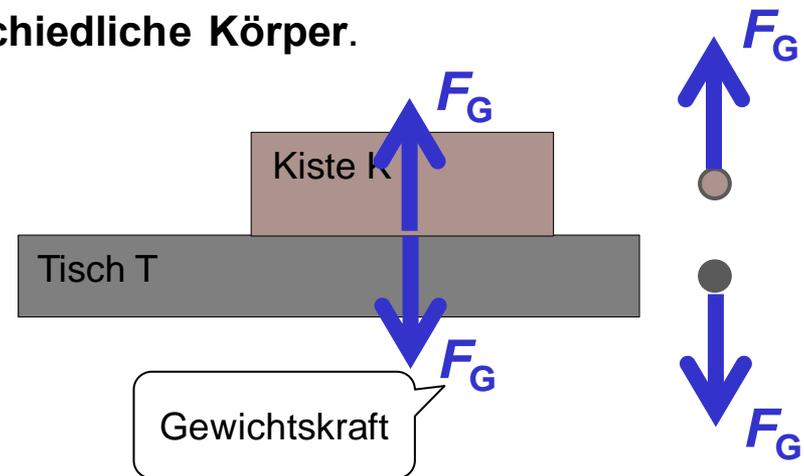
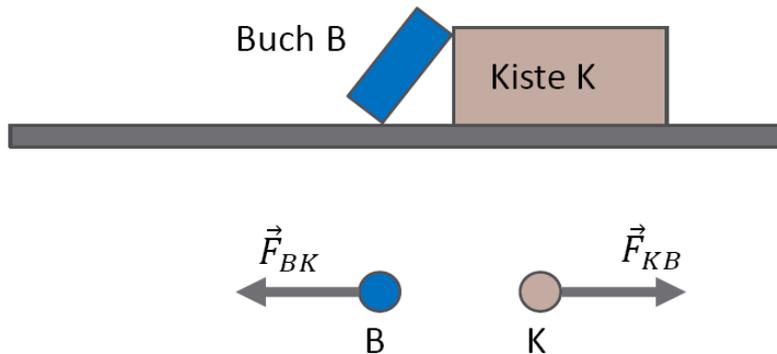
$$F_L < F_S$$

# 3. newtonsches Gesetz/Wechselwirkungsgesetz

- Wenn zwei Körper miteinander **wechselwirken**, dann üben beide **je eine Kraft auf den anderen aus**.
- Die **Kräfte**, die die Körper aufeinander ausüben, **besitzen denselben Betrag**, aber die **entgegengesetzte Richtung**.
- Die **Kräfte** treten also **immer paarweise** auf und werden als Kraft-Gegenkraft-Paar (Aktions-Reaktions-Paar) bezeichnet.
- Kraft und Gegenkraft wirken immer **auf unterschiedliche Körper**.



$$F = -F_{\text{gegen}}$$



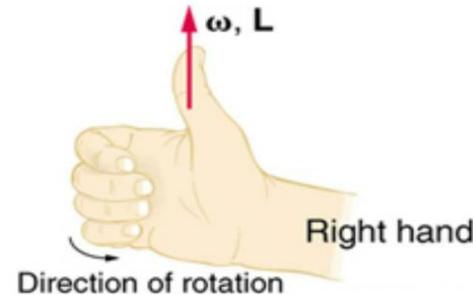
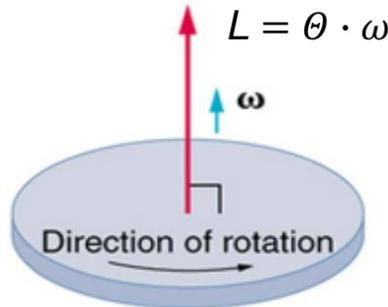
Im Gleichgewicht:  $F_G = mg$

# Newtonsche Gesetze für Rotationsbewegungen

Wie lässt sich der Bewegungszustand eines **rotierenden Objekts** charakterisieren?

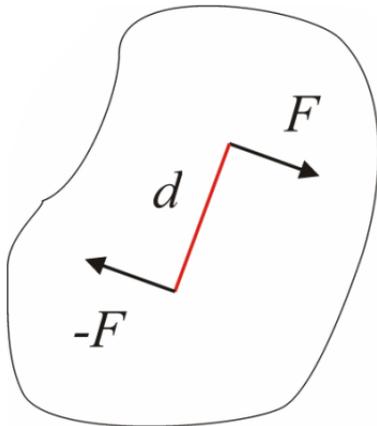
$$\text{Drehimpuls (L): } L = \Theta \cdot \omega \quad \left( \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right)$$

Vektor



I.  $\Theta \cdot \omega = \text{konstant}$  (Drehimpulserhaltung) (siehe: [Pirouetteneffekt](#))

II. Die **Änderung** des Drehimpulses erfordert ein **Drehmoment** ( $M$ ):  $\frac{\Delta \Theta \omega}{\Delta t} = M$



$$F_{\text{resultant}} = 0$$

$$M = Fd$$

Gleichgewicht, wenn  $F_{\text{resultierend}} = 0$  **und**  $M_{\text{resultierend}} = 0$  gleichzeitig erfüllt ist.

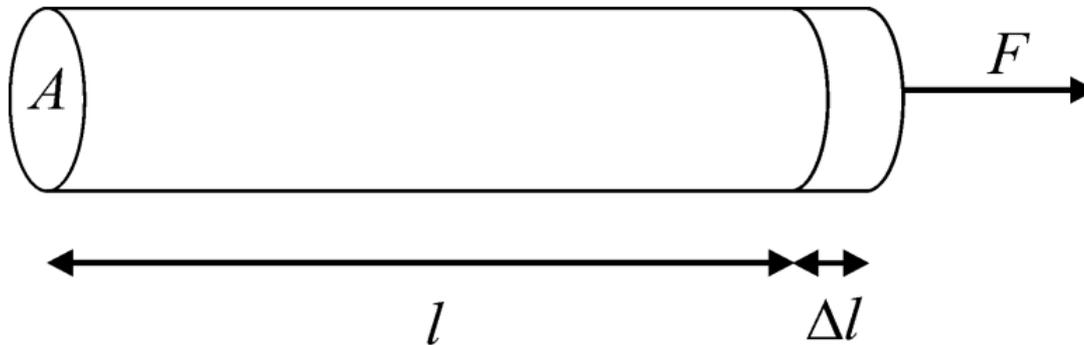
Dann:  $m \cdot v = \text{konstant}$  und  $\Theta \cdot \omega = \text{konstant}$

# Verformung

Die **Kraft** kann auch **Verformungen** (Deformation) verursachen.

Die einfachste Verformung ist die **Dehnung**.

(Relative) Dehnung:  $\Delta l/l$



**Hookesches Gesetz**

$$F = AE \frac{\Delta l}{l}$$

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

$F/A$  ist die **mechanische Spannung** oder **Zugspannung** ( $\sigma$  [Pa]),  
aber es kann **Druckspannung** oder **Druck** ( $p$  [Pa]) sein.

Der Koeffizient: **Youngscher Modul** oder **Elastizitätsmodul** ( $E$ [Pa])

zB.: **Kollagenfaser** 0,3–2,5 GPa, **Knochen** 10–20 GPa

Allgemeiner - **Kompression**: 
$$\Delta p = -K \frac{\Delta V}{V}$$

$K$  ist der **Kompressionsmodul**,

$1/K = \kappa$  ist die **Kompressibilität** (Zusammendrückbarkeit) (zB.  $\kappa_{\text{Stahl}} = 0,006 \text{ GPa}^{-1}$ )

# Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Federkraft und hookeches Gesetz

Das Ergebnis einer Kraftwirkung (Wechselwirkung) kann neben der Bewegungsänderung auch eine **Formänderung (Deformation)** sein.

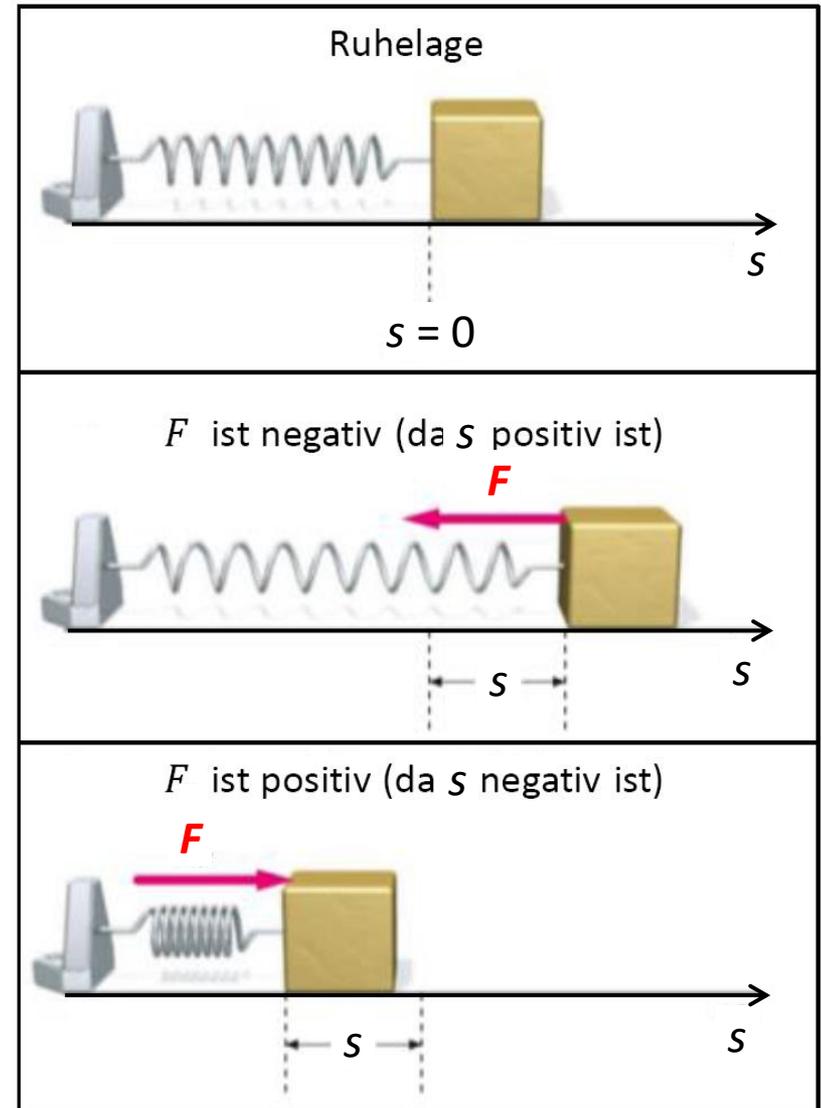
$$F = D \cdot s$$

**Federkonstante**  
(N/m)

Sie hängt von den Eigenschaften der Feder (Material, Geometrie) ab.

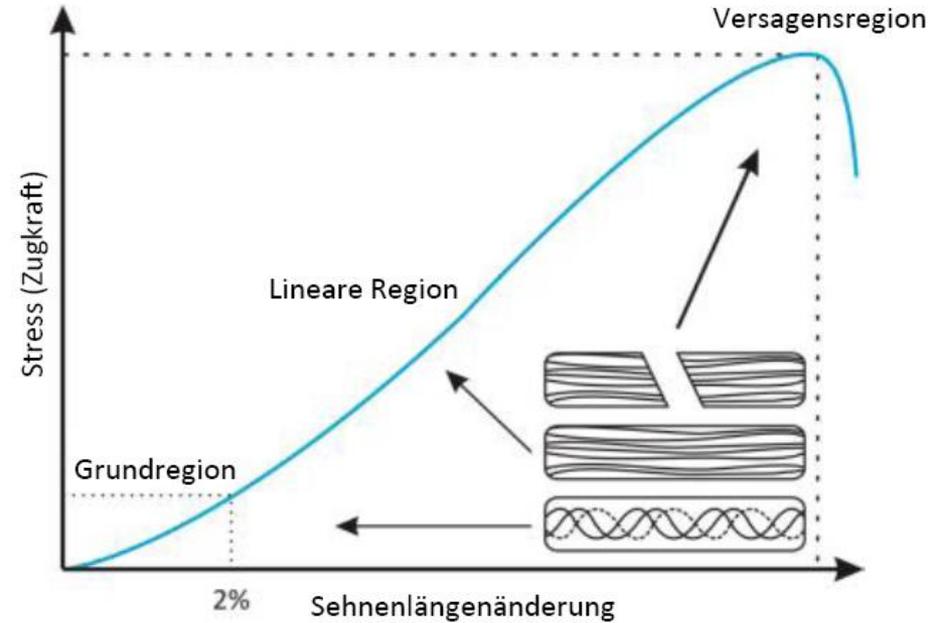
$$F = -D \cdot s$$

Diese Kraft wird auch **Rückstellkraft** genannt.



# Biomechanik von Sehnen und Bändern

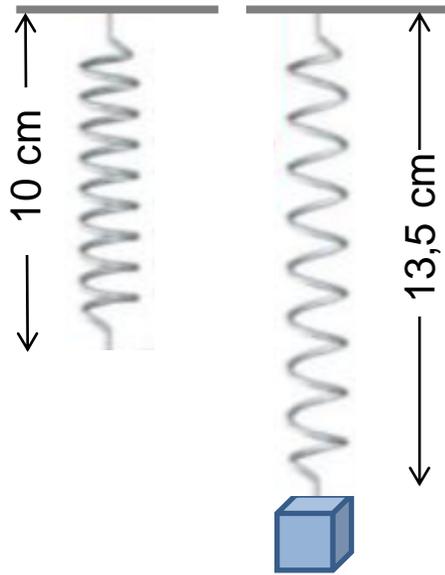
Achillessehne



➔ Das hookesche Gesetz gilt annähernd für die Achillessehne, sie kann mit einer Feder modelliert werden

Zu einer 2%-igen Dehnung der Achillessehne mit der Länge von 10 mm braucht man eine Kraft von 1200 N. Berechnen Sie die Federkonstante der Sehne.

# Übung



Die Federkonstante der Feder beträgt 500N/m. Berechnen Sie die Masse des Gewichts.

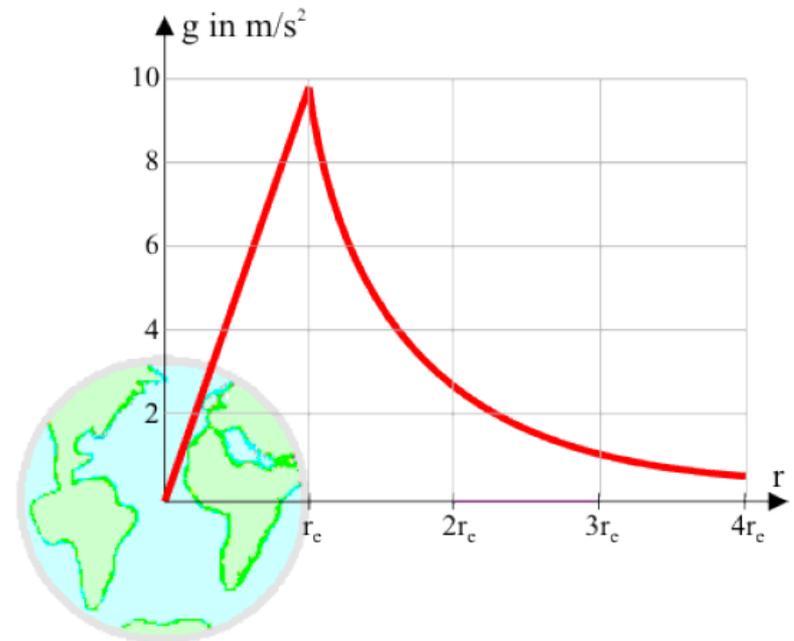
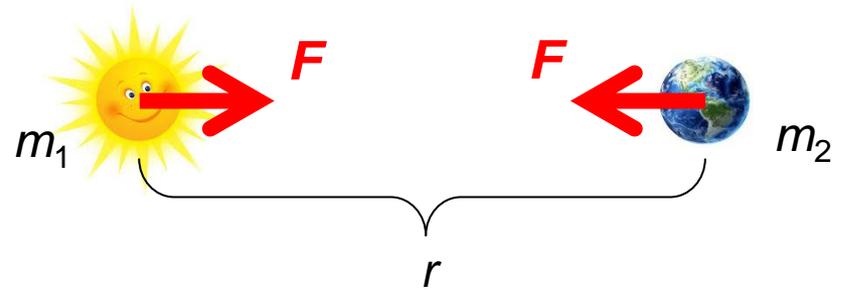
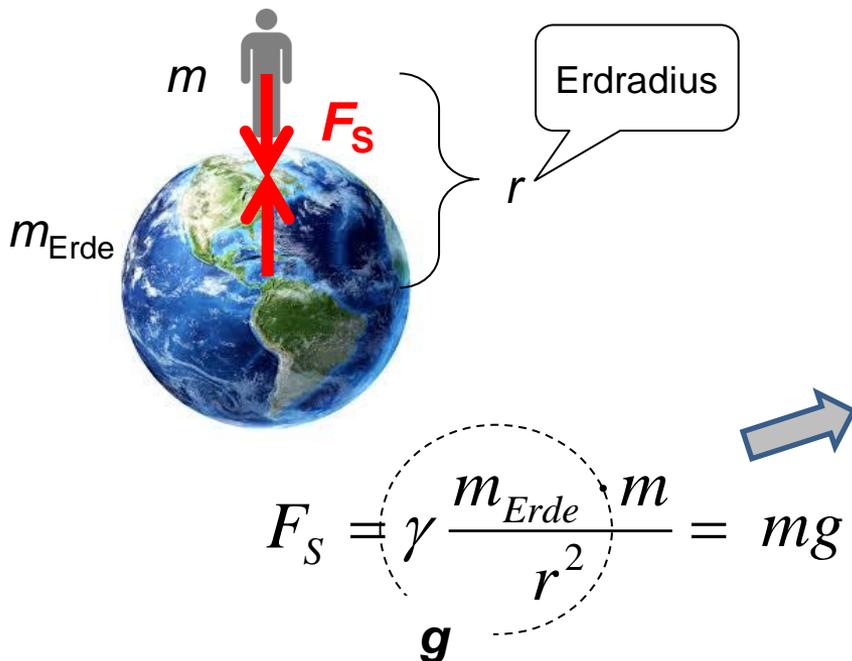
# Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze – Gravitationskraft und Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

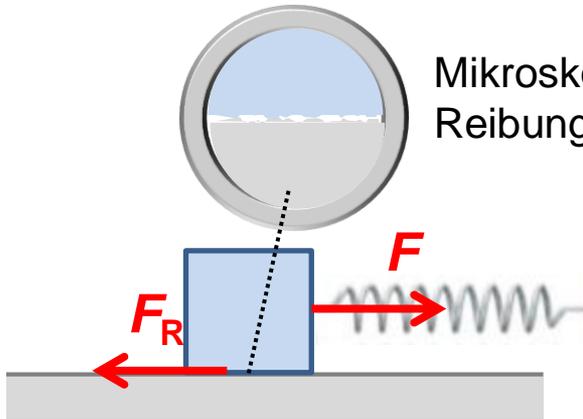
Gravitationskonstante



Schwerkraft auf der Erde:



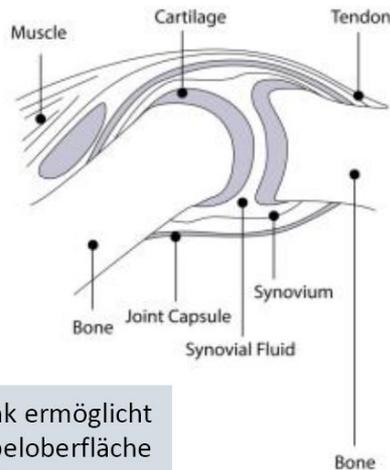
# Besondere Kräfte – Reibungskraft



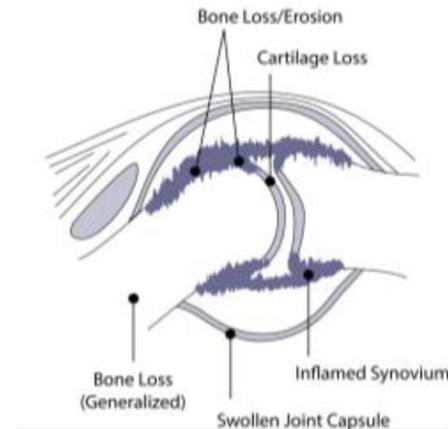
Mikroskopische Kontaktfläche – molekulare Anziehungskräfte ⇒  
Reibungskraft

Die konstante Federkraft beträgt 20 N und der Körper gleitet gleichförmig. Wie groß ist die Reibungskraft ?

**NORMAL JOINT**



**JOINT AFFECTED BY RHEUMATOID ARTHRITIS**



Die Zerstörung des Gelenkknorpels z.B. im Rahmen der rheumatoiden Arthritis erhöht die Reibung im Gelenk.

In einem gesunden Gelenk ermöglicht u.a. eine intakte Knorpeloberfläche die nahezu reibungsfreie Bewegung.

# Wenn die newtonsche Beschreibung nicht ausreicht

- Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit  
→ spezielle Relativitätstheorie
- Für Körper von atomarer Größe  
→ Quantenmechanik
- Bei den beschleunigenden Bezugssystemen (z. B. beschleunigendes Flugzeug) brauchen wir andere Gleichungen

# Gewichtskraft



Hausaufgaben: Grundschrift Kapitel 4