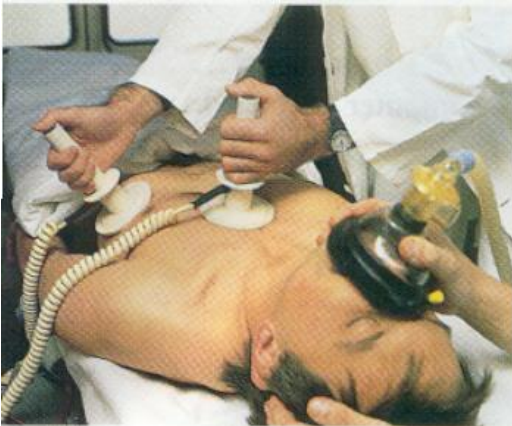
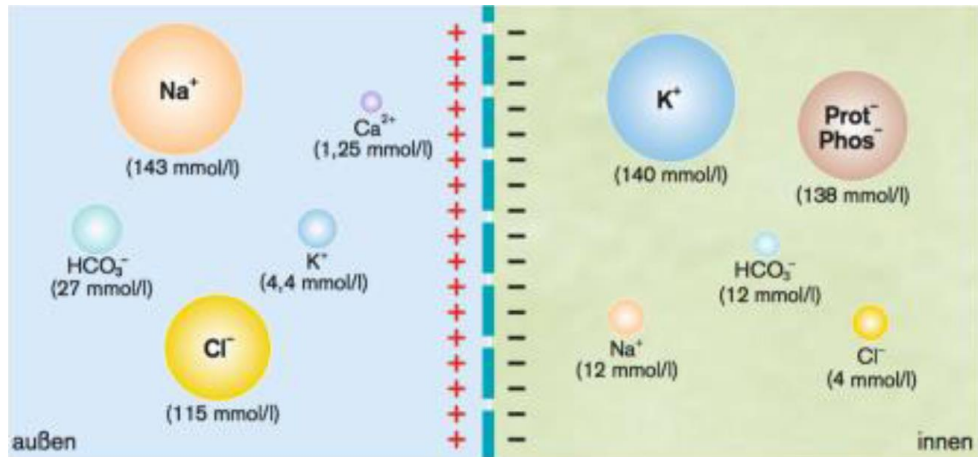
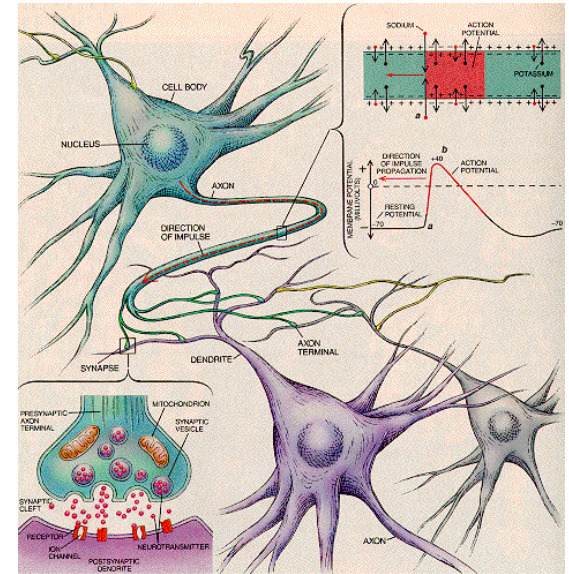


Grundlagen der medizinischen Biophysik

7. Vorlesung 25. 09. 2023 Elektrizitätslehre



Elektrische Ladung und Ladungsträger

Elektrische Ladung

- Die elektrische Ladung ist an Materie gebunden, sie ist eine wesentliche Eigenschaft der Materie (wie die Masse)
- Es gibt positive und negative Ladungen
- SI-Einheit der Ladung: **Coulomb (C)**
- Die elektrische Ladung ist eine gequantelte Größe und die kleinste Ladungsmenge wird als **Elementarladung (e)** bezeichnet: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

Elektrische Ladungsträger

- Ladungsträger sind Teilchen, die eine elektrische Ladung tragen, z. B.
 - das Elektron, seine Ladung ist $-e$
 - das Proton, seine Ladung ist $+e$

Faraday-Konstante (F)

- Die Faraday-Konstante entspricht der Gesamtladung von 1 mol Protonen:

$$F = N_A \cdot e = 6,03 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} = 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

Aufladung eines Körpers

- Atome, Moleküle, makroskopische Objekte sind im allgemeinen elektrisch neutral, da diese gleich viele Elektronen wie Protonen enthalten
- Körper (Atome, Moleküle, makroskopische Körper) können durch Entfernung oder durch Zuführen von Elektronen netto elektrische Ladung erhalten

z. B.:

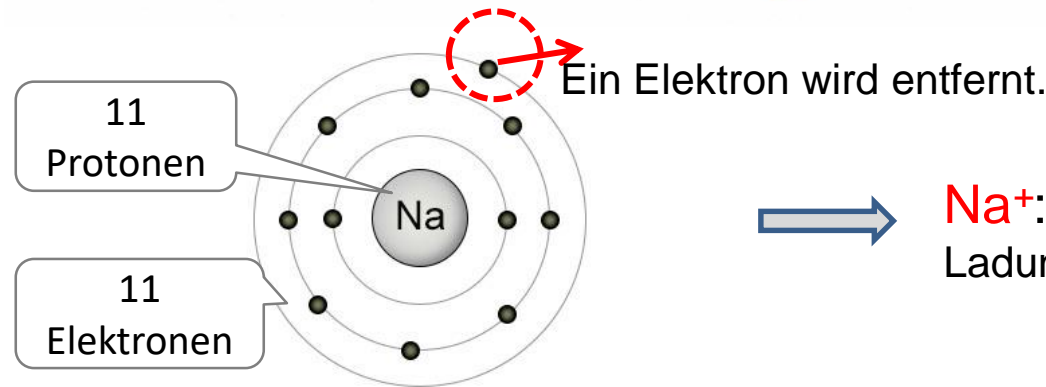
elektrisch neutraler Körper



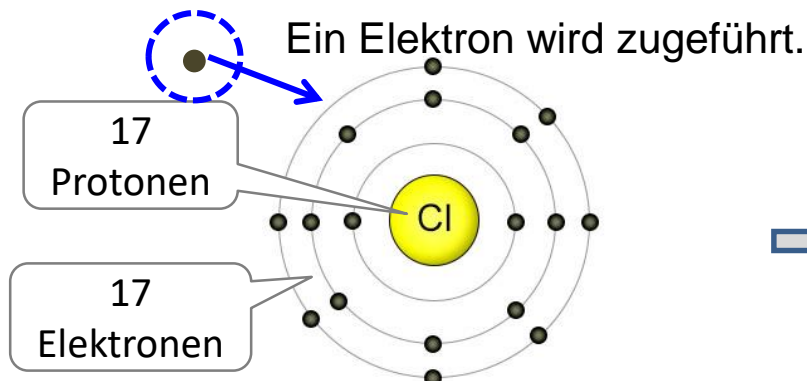
negativ geladener Körper (-)



positiv geladener Körper (+)

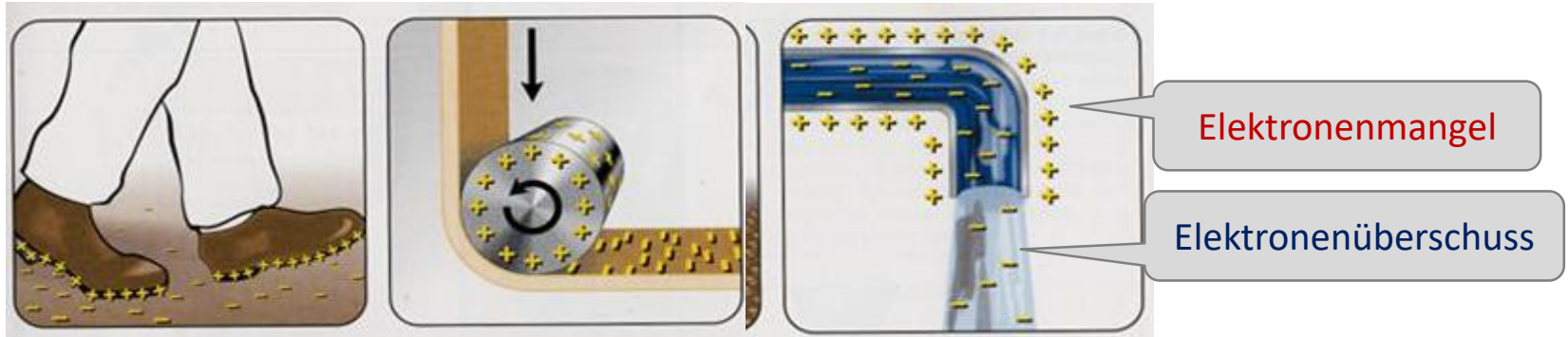


Na^+ : Positives **Kation** mit einer Ladung von $1e$



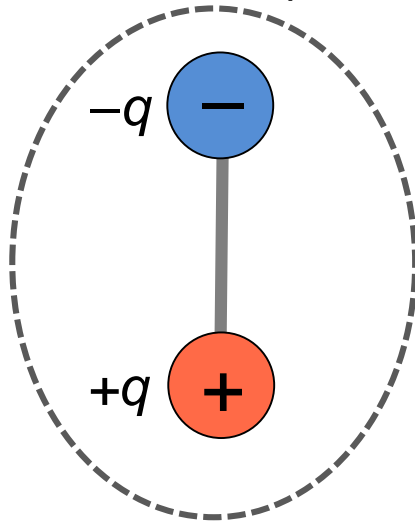
Cl^- : Negatives **Anion** mit einer Ladung von $-1e$

Aufladung eines Körpers

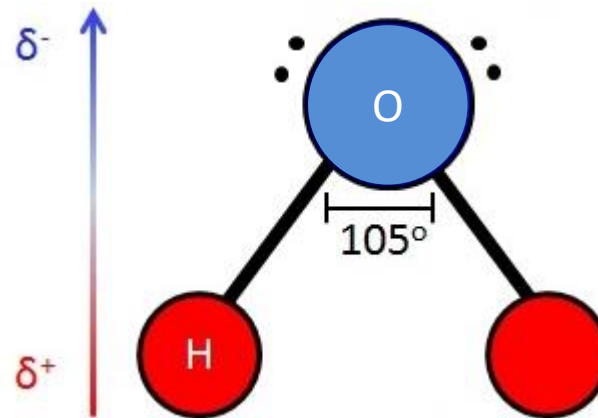


Elektrischer Dipol

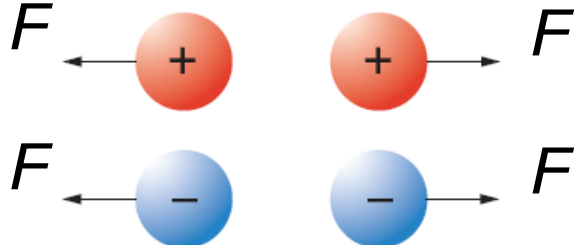

- Die Anordnung von zwei gleich großen ungleichnamigen Ladungen q bei einem Abstand.
- Insgesamt bleibt der Körper neutral.



z. B.:
Wasser-
molekül



Wechselwirkungen zwischen Ladungen

Gleichnamig geladene Körper stoßen einander ab.	Ungleichnamig geladene Körper ziehen einander an.
	

$$\text{Coulomb-Gesetz: } F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

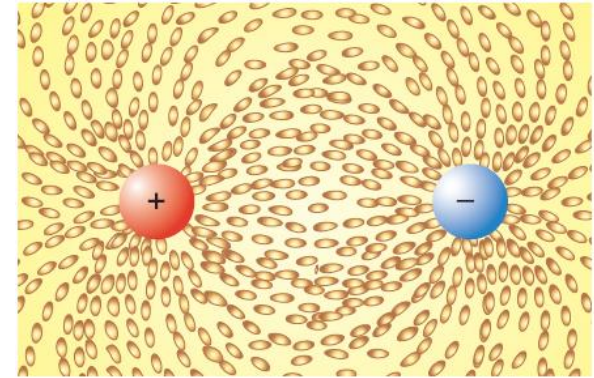
- Das Gesetz ist analog zum Gravitationsgesetz
- **Die elektrische Anziehungskräfte zwischen dem Atomkern und den Elektronen halten das Atom zusammen!**

Woher wissen zwei Ladungen von einer Entfernung, dass sie sich anziehen oder abstoßen müssen?

Das elektrische Feld dient als „Vermittler“ zwischen den Ladungen.

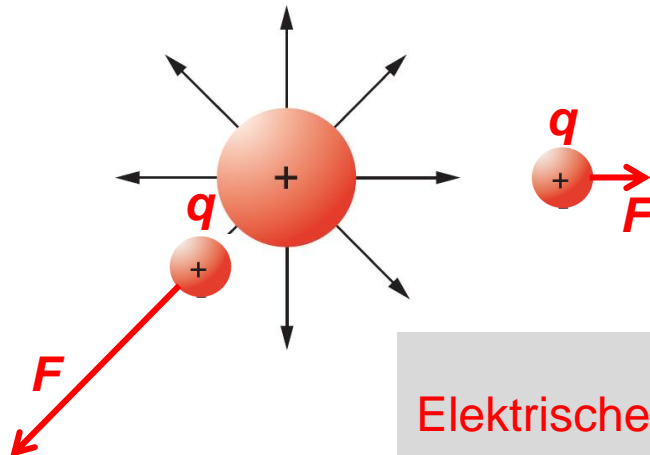
Elektrisches Feld

- Ein Modell für die Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Ladungen: Ladungen erzeugen um sich herum ein elektrisches Feld und üben nicht direkt Kräfte aufeinander aus, sondern durch das elektrische Feld.
- Das Feld wird durch **Feldlinien** veranschaulicht; dies sind **Kurven, deren Tangenten an jedem Punkt die Richtung des Feldes**, d. h. die Richtung der Kraftwirkung, **anzeigen** und deren Dichte zur Stärke des Feldes proportional ist.



Grieskörner im elektrischen Feld zwischen zwei ungleichnamig geladenen Elektroden

Elektrische Feldstärke



q - Probeladung (positiv)

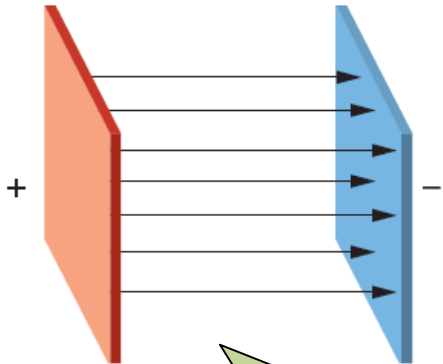
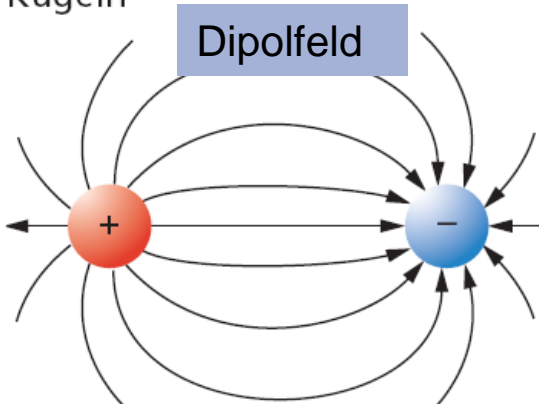
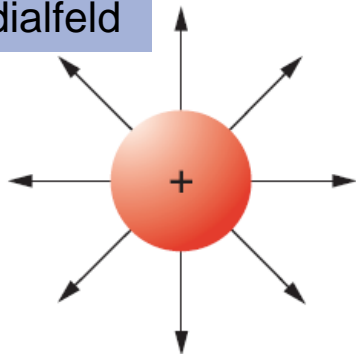
F - durch das Feld auf die Probeladung wirkende Kraft

$$\text{Elektrische Feldstärke (E): } E = \frac{F}{q} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

Homogene und inhomogene elektrische Felder

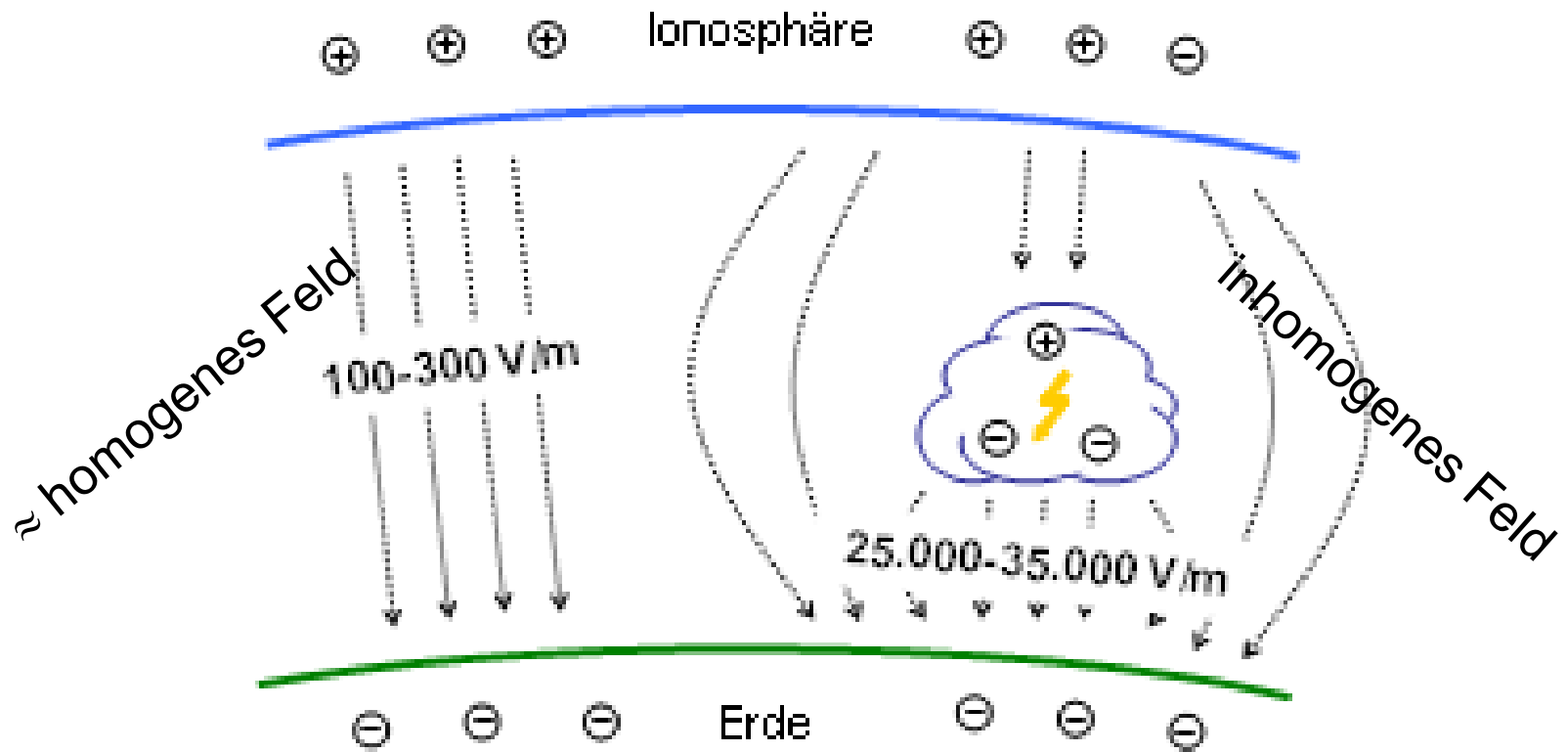
- Elektrische **Feldstärke** ist an jedem Ort **gleich**.
- Die **Feldlinien** laufen **parallel** und in gleichem Abstand voneinander.

- Elektrische **Feldstärke** (Richtung oder Größe oder beide) ist von Ort zu Ort **unterschiedlich**.

Homogenes Feld	Inhomogene Felder	
Feld zwischen zwei ungleichnamig geladenen Platten	Feld zwischen zwei geladenen Kugeln	Feld um eine geladene Kugel (Radialfeld)
		

z. B. Plattenkondensator
(zwei leitende Platten durch einen Isolator voneinander getrennt)

Elektrisches Feld der Erde

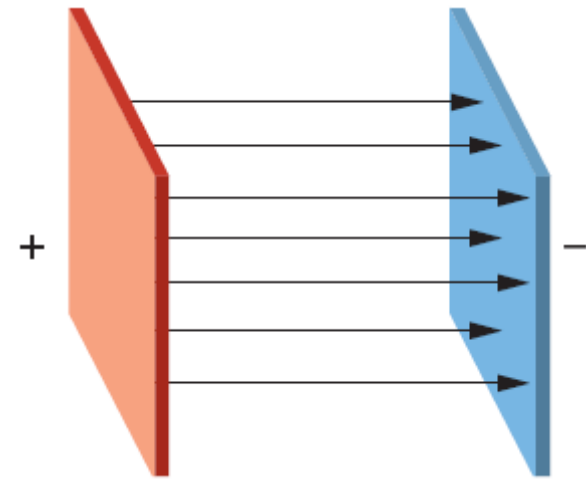


Übung

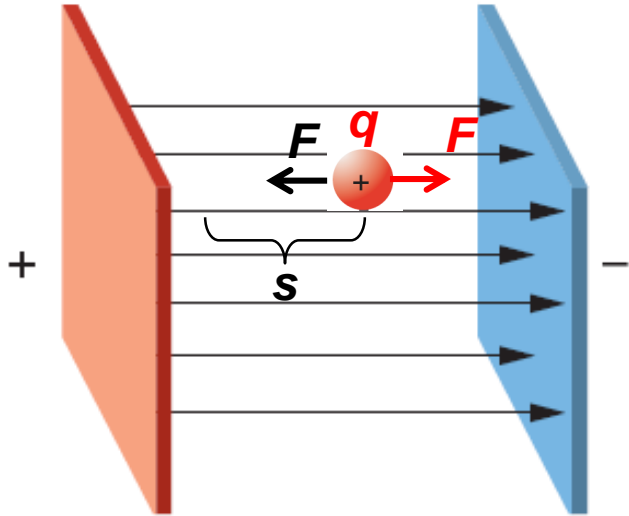
Die Feldstärke des homogenen Feldes in der Abbildung beträgt 2400 N/C.

a) Man platziert eine Probeladung $q = 0,05 \text{ C}$ in das Feld. Welche Kraft wirkt auf die Probeladung (Betrag und Richtung)?

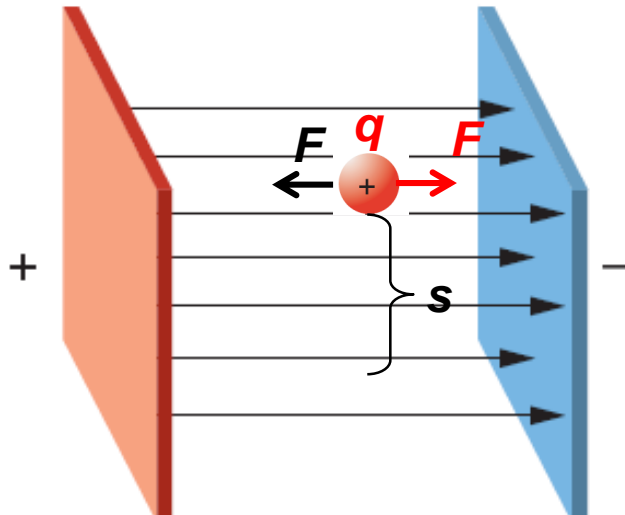
b) Man platziert ein Elektron in das Feld. Welche Kraft wirkt auf das Elektron (Betrag und Richtung)?



Arbeit im elektrischen Feld



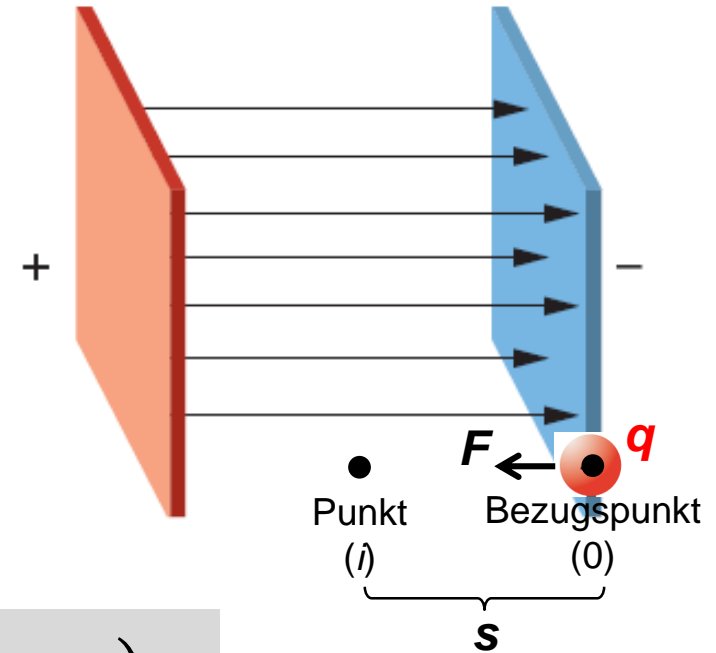
- Auf eine sich in einem elektrischen Feld befindende Ladung wirkt eine Kraft, die elektrische Kraft: $F = E \cdot q$
- Um das Teilchen entgegen der elektrischen Kraft entlang des Weges s zu bewegen, muss die Arbeit W verrichtet werden: $W = F \cdot s = E \cdot q \cdot s$



- Wird das Teilchen **senkrecht zu den Feldlinien bewegt**, so muss **keine Arbeit** verrichtet werden: $W = E \cdot q \cdot s \cdot \cos(90^\circ) = 0$
- Eine schräge Bewegung im Feld kann aus einer waagerechten und einer senkrechten Bewegung zusammengesetzt werden.

Elektrisches Potenzial

- Jedem Punkt eines elektrischen Feldes kann ein Potenzial (φ) zugeordnet werden.
- Dieses Potenzial entspricht der Arbeit, die man verrichten müsste, um eine Ladung von 1 C vom (willkürlich gewählten) Bezugspunkt (0) zum entsprechenden Punkt des Feldes (i) zu befördern.
- Zum Bezugspunkt wird das Potenzial von 0 willkürlich zugeordnet.



$$\text{Elektrisches Potenzial } (\varphi): \varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V (Volt)} \right)$$

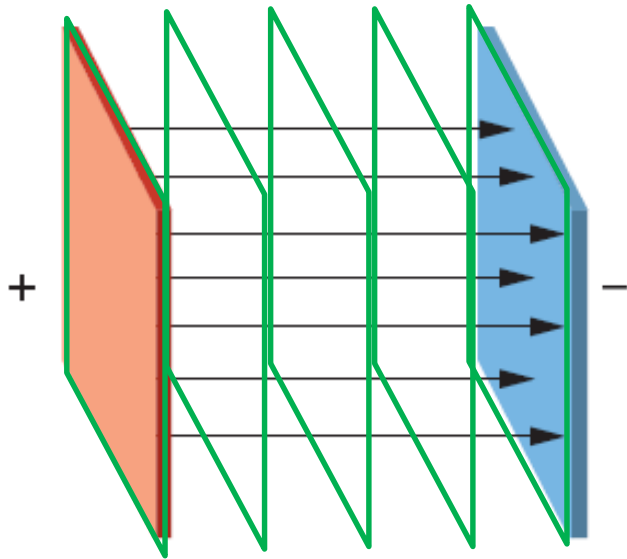
$$W_{0 \rightarrow i} = F \cdot s = E \cdot q \cdot s$$

$$\text{Im Falle eines homogenen Feldes: } \varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} = \frac{E \cdot q \cdot s}{q} = E \cdot s$$

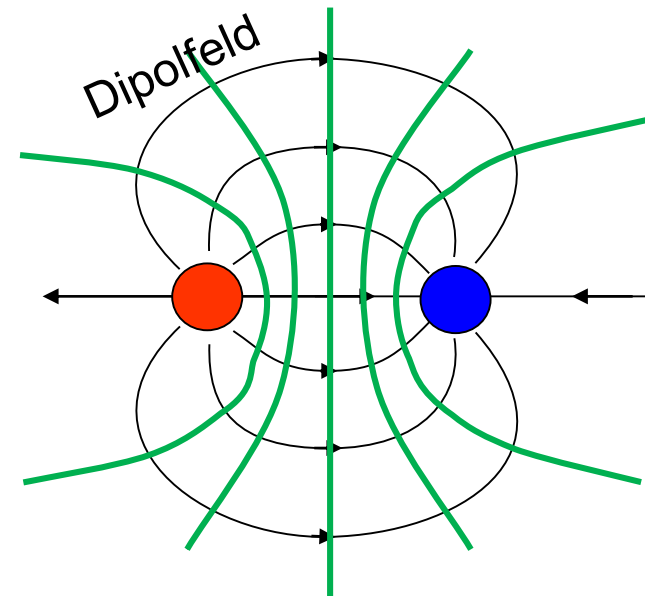
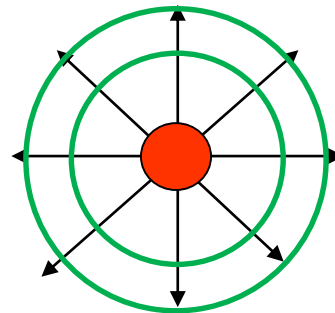
Äquipotenzialflächen

- Alle Punkte, die das gleiche Potenzial besitzen, liegen auf einer Fläche, der Äquipotenzialfläche.
- Die Feldlinien verlaufen senkrecht zu den Äquipotenzialflächen.
- Bewegt man eine Ladung innerhalb einer Äquipotenzialfläche, so wird keine Arbeit verrichtet.
- In homogenen Feldern sind die Äquipotenzialflächen Ebenen, in inhomogenen Feldern beliebig gekrümmte Flächen.

Äquipotenzialflächen



Radialfeld



Elektrische Spannung

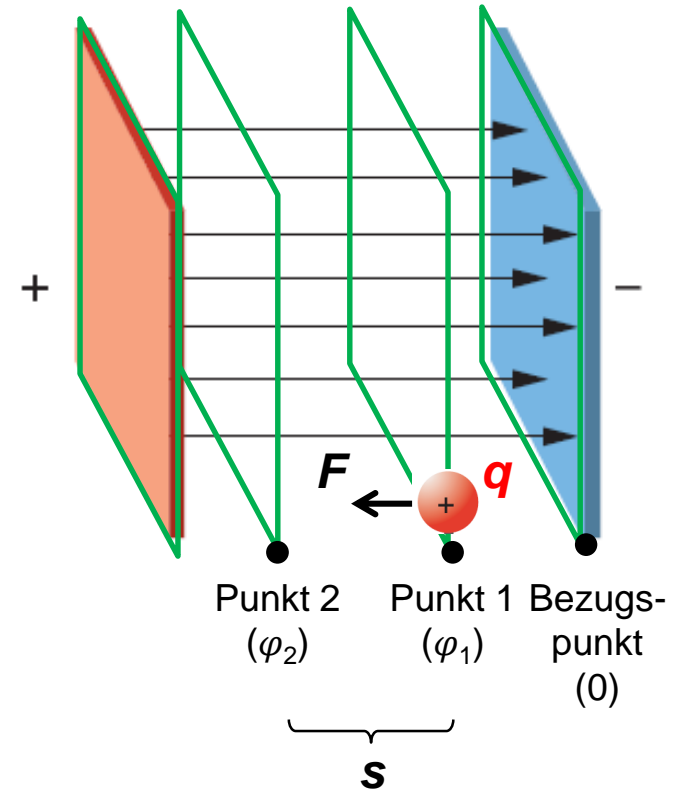
- Die elektrische Spannung entspricht der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten.
- Dies entspricht der Arbeit, die geleistet werden muss, um eine Ladung der Größe 1 C von einem „Punkt 1“ zu einem anderen „Punkt 2“ in dem elektrischen Feld zu bringen:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

- Muss **gegen das Feld** Arbeit verrichtet werden, so ist die Arbeit und auch die **Spannung positiv** – „Punkt 2“ hat also ein höheres elektrisches Potential als „Punkt 1“.
- Ist die Arbeit und damit auch die Spannung negativ, so hat „Punkt 2“ ein niedrigeres elektrisches Potential als „Punkt 1“.

- Im Falle eines homogenen Feldes: $U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = \frac{E \cdot q \cdot s}{q} = E \cdot s$

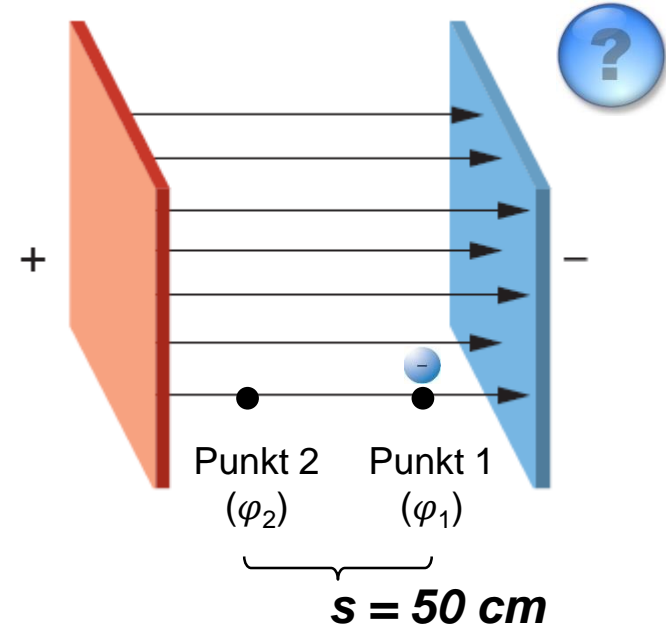
$$U_{21} = E \cdot s$$



Übung

1. Die Feldstärke des Feldes in der Abbildung beträgt 2400 N/C .

a) Berechnen Sie die Potenzialwerte der Punkte 1 und 2.



b) Berechnen Sie die Spannung zwischen den Punkten 1 und 2.

2. Man platziert ein Elektron in den Punkt 1. $m_{e^-} = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

a) Wie groß ist die Arbeit, die das Feld an dem Elektron vom Punkt 1 bis zum Punkt 2 verrichtet?

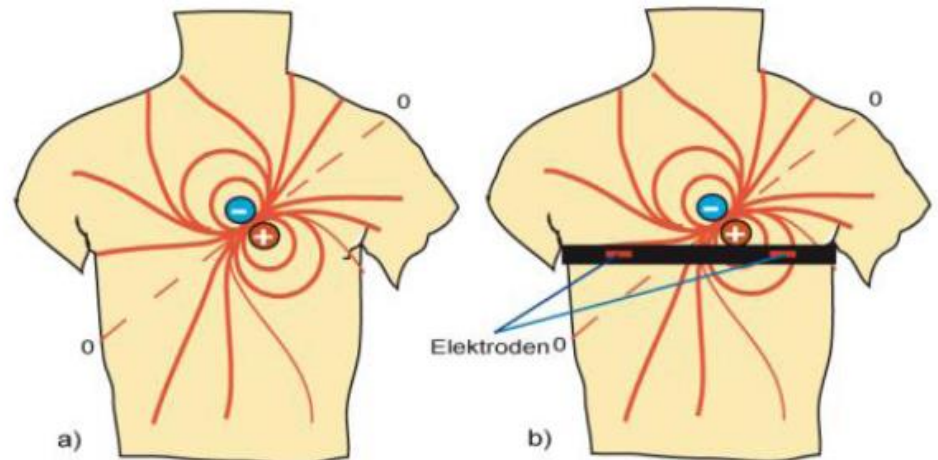
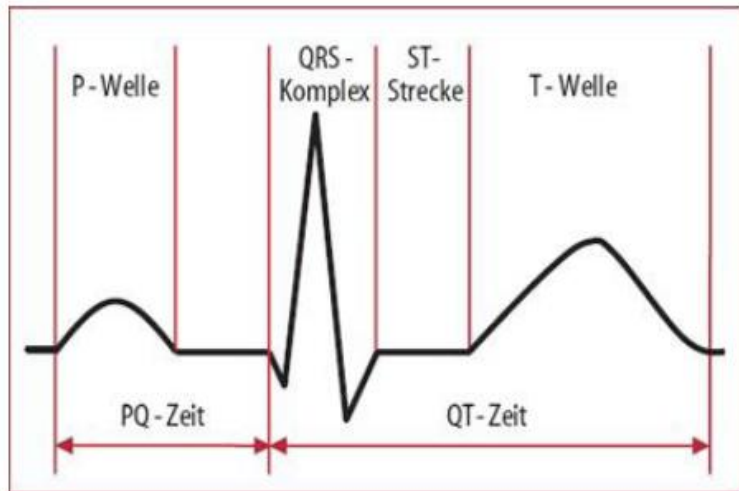
b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Elektrons im Punkt 2, wenn es im Punkt 1 aus Ruhe startet?

Übung



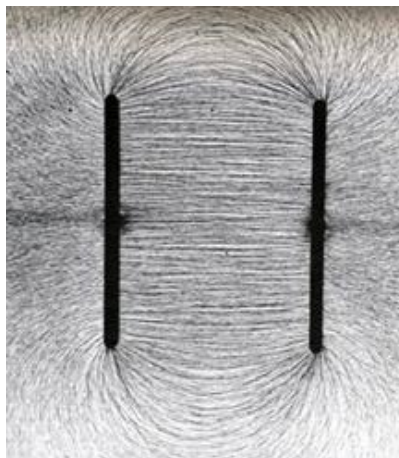
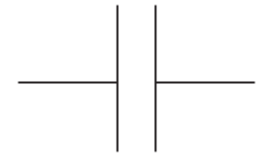
Äquipotenzialflächen bei EKG

- Beim EKG werden zwischen verschiedensten Punkten (Elektroden) Potentialdifferenzen gemessen (Ableitungen).
- Sitzen zwei Elektroden auf einer ÄP, so ist die Potentialdifferenz: $U = 0 \text{ V}$.
- Anhand der gemessenen Potentialdifferenzen und deren zeitlichem Verlauf kann auf die Herzaktivität und pathologische Prozesse zurückgeschlossen werden.

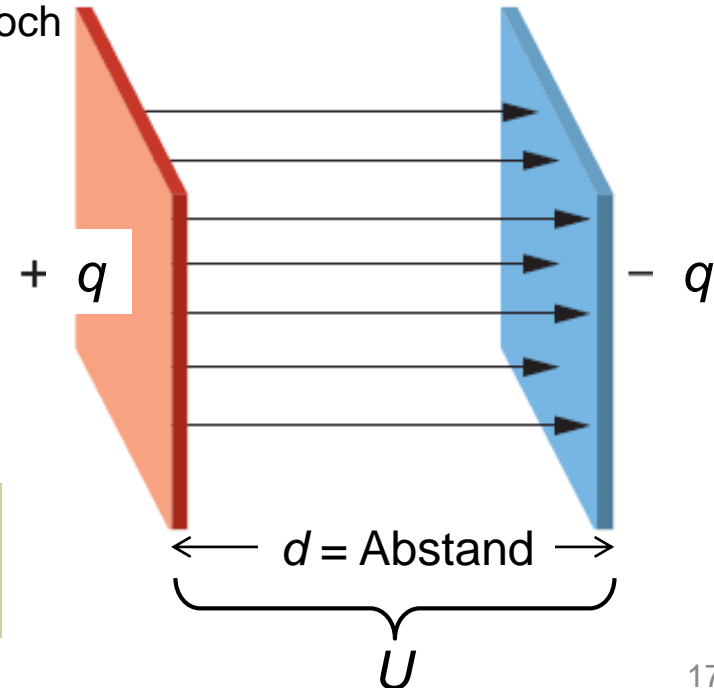


Kondensator

- Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das **elektrische Ladung und Energie speichern kann**.
- In seiner einfachsten Bauform besteht er aus **elektrisch leitenden Platten**, die gegeneinander **isoliert** sind (meist durch Luft) und heißt dann Plattenkondensator.
- Wird ein Kondensator geladen, so erhalten seine beiden Platten betragsgleiche und ungleichnamige Ladungen $+q$ und $-q$.
- $+q = Q$ wird als Ladung des Kondensators bezeichnet, wobei die effektive Ladung des Kondensators null ist.
- Das **elektrische Feld zwischen den beiden Platten** ist ein **homogenes** Feld, außerhalb der beiden Platten ist es jedoch inhomogen.
- Die Platten des Kondensators sind Äquipotenzialflächen.



Beobachtung:
 $Q \sim U$



Kapazität eines Kondensators

$$\text{Kapazität (C): } C = \frac{Q}{U} \left(\frac{C}{V} = F \text{ (Farad)} \right)$$

- Je größer die Kapazität, desto mehr Ladung kann bei einer bestimmten Spannung gespeichert werden.
- Die Kapazität kann erhöht werden durch:
 - *Vergrößerung der Kondensatorplatten A*
 - *Verkleinerung des Abstands d zwischen den Kondensatorplatten*
 - *Erhöhung der relativen Permittivität ϵ_r durch ein Dielektrikum*

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{A}{d}$$

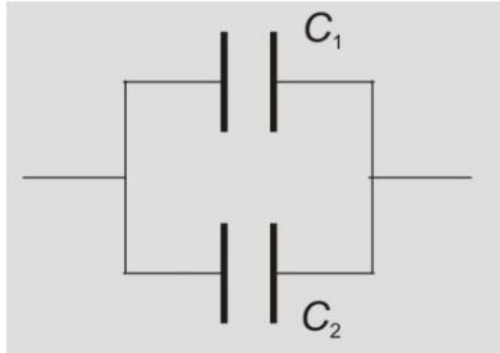
- Damit ein Kondensator geladen werden kann, muss eine äußere Spannungsquelle Arbeit verrichten
- Die zum Aufladen des Kondensators verrichtete Arbeit speichert der Kondensator in Form von elektrischer Energie

$$W(= E) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

- Beim Entladen des Kondensators wird diese Energie wieder abgegeben

Schaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung



$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

Reihenschaltung

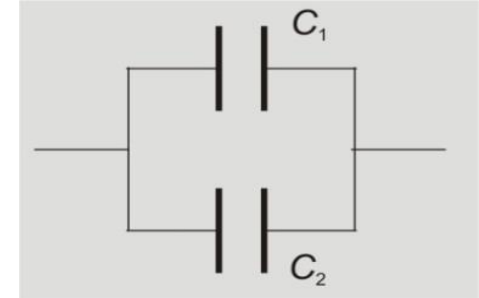


$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

Übung



1. Berechnen Sie die Gesamtkapazität, wenn $C_1 = 1 \text{ mF}$ und $C_2 = 4 \text{ mF}$



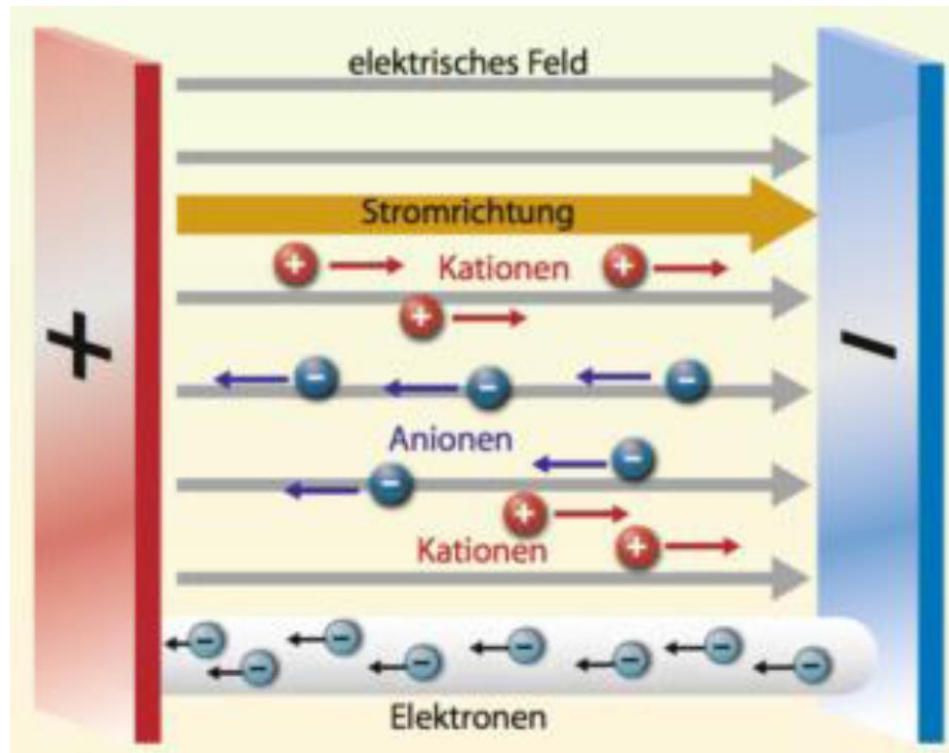
2. Berechnen Sie die Gesamtkapazität, wenn $C_1 = 1 \text{ mF}$ und $C_2 = 4 \text{ mF}$



3. Berechnen Sie die Gesamtkapazität von 10 in Reihe geschalteten Kondensatoren mit je 10 mF

Elektrischer Strom

- Ein elektrischer Strom beschreibt einen gezielten und gerichteten Ladungstransport durch eine gegebene Fläche hindurch
- Voraussetzung dazu: freie (quasifreie) Ladungsträger (bewegliche Ladungsträger)
- Als **Ladungsträger** dienen typischerweise **Elektronen oder Ionen**
- Nicht jede Bewegung von Ladungsträgern ist zwangsläufig ein Strom



Bemerkung:

Die **technische/konventionelle Stromrichtung** entspricht der Richtung, in die positive Ladungen fließen: **von plus nach minus**.

Biologische Wirkung von Strom

- Der elektrische Strom ruft biologische Wirkungen hervor, die in der Medizin eingesetzt werden, z.B.:
 - Nerven-und Muskelstimulation
 - Gewebeerwärmung
 - Gewebezerstörung



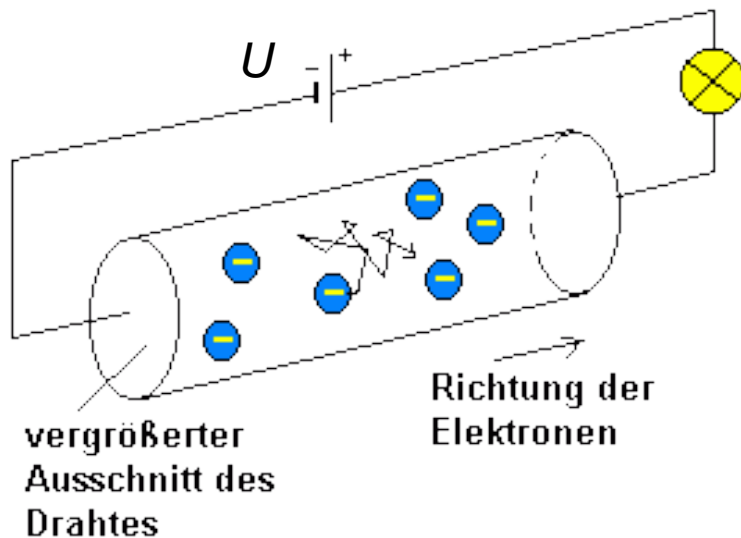
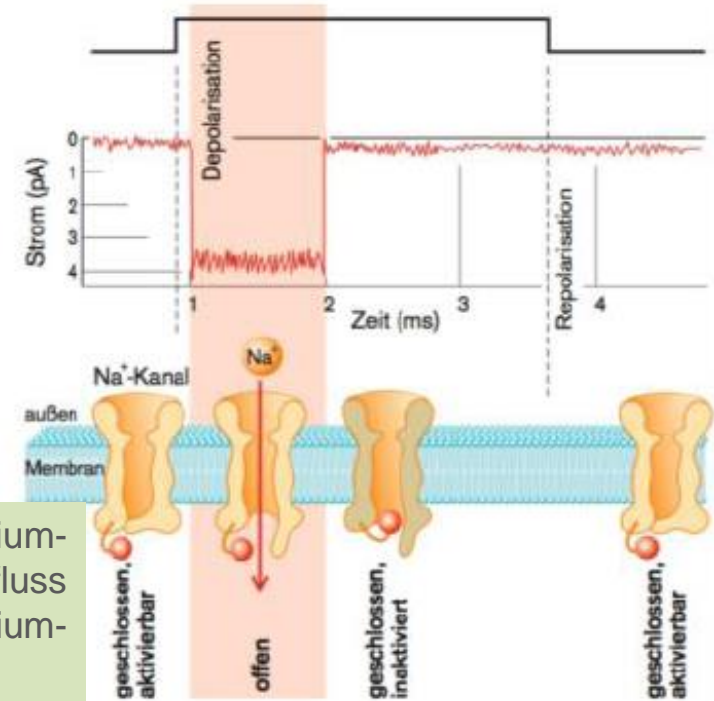
Elektrische Stromstärke

Die elektrische Stromstärke ist definiert als die Ladungsmenge Δq , die während der Zeit Δt durch eine gedachte Querschnittsebene eines Leiters tritt:

Elektrische Stromstärke (I):

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \left(\frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A (Amper)} \right)$$

Natrium-Ionen, die während des Aktionspotenzials durch Natriumkanäle in der Zellmembran fließen, stellen einen elektrischen Stromfluss dar. Die Anzahl der pro Zeiteinheit durch den Kanal fließenden Natrium-Ionen bestimmt dabei die Größe dieses Stromflusses.



- Die Bewegung der Elektronen ist nicht unverhindert:
 - Kollisionen untereinander
 - Kollisionen mit den Atomen des Metallgitters
- Die elektrische Stromstärke ist proportional zur angelegten Spannung: $I \sim U$

Ohmsches Gesetz, Widerstand, Leitwert, spez. Widerstand, Leitfähigkeit

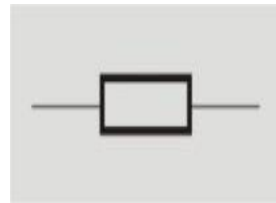
$$I \sim U$$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

$$I = G \cdot U$$

Elektrischer Widerstand (R):

$$R = \frac{U}{I} \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega \text{ (Ohm)} \right)$$



Elektrischer Leitwert (G):

$$G = \frac{I}{U} \left(\frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{S (Siemens)} \right)$$

- Der elektrische Widerstand eines Leiters hängt u.a. von dessen Geometrie ab:

- Je größer die Querschnittsfläche A , desto geringer ist der Widerstand
- Je länger der Leiter l , desto größer ist der Widerstand

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

- ρ ist der spezifische Widerstand und ein von der Temperatur abhängiger stoffspezifischer Koeffizient mit einer Maßeinheit von $\Omega \cdot \text{m}$

- Der elektrische Leitwert eines Leiters hängt u.a. von dessen Geometrie ab:

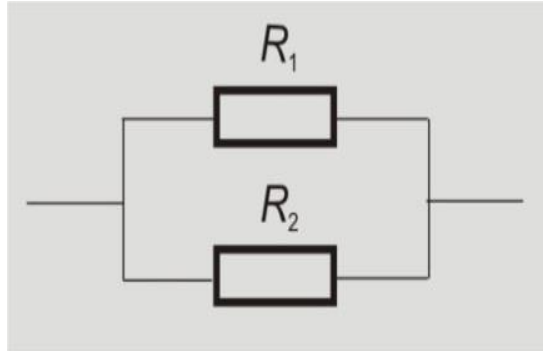
- Je größer die Querschnittsfläche A , desto größer ist der Leitwert
- Je länger der Leiter l , desto kleiner ist der Leitwert

$$G = \sigma \cdot \frac{A}{l}$$

- σ ist die elektrische Leitfähigkeit und ein von der Temperatur abhängiger stoffspezifischer Koeffizient mit einer Maßeinheit von S/m

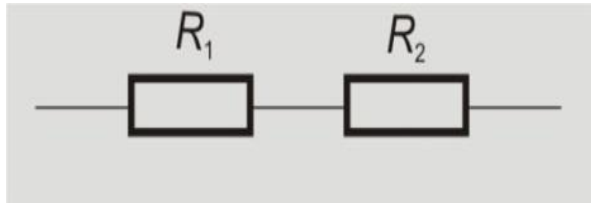
Schaltung von Widerständen

Parallelschaltung



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Reihenschaltung

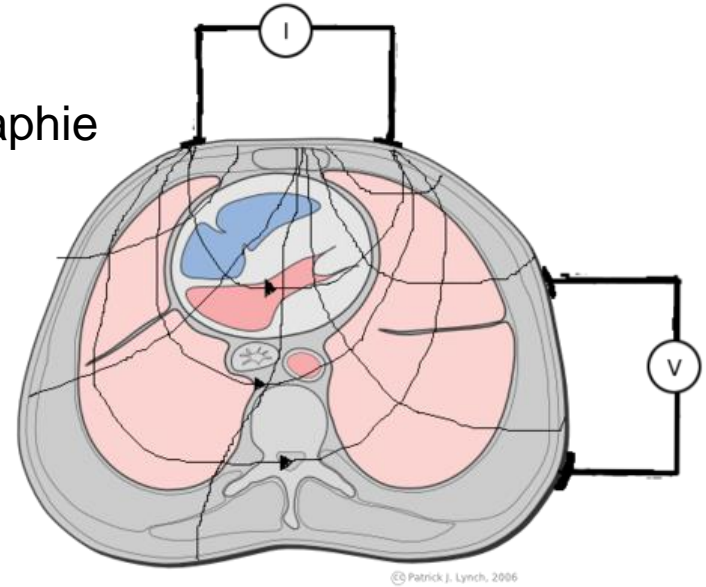


$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

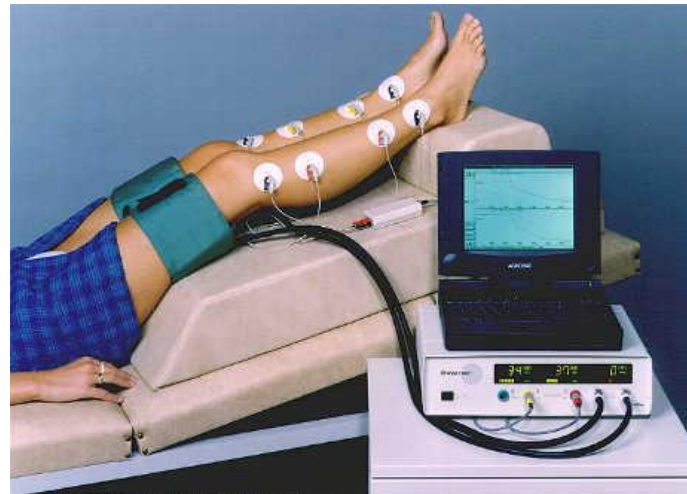
Elektrische Leitfähigkeit in der Diagnostik

Gewebe	σ (mS/m)
Blut	700
graue Hirnmasse	300
weiße Hirnmasse	150
Haut	100
Fett	40
Knochen	10

Elektrische
Impedanztomographie
(EIT)



Impedanzplethysmographie
(IPG)



Das joulesche Gesetz

- Bei der Abbremsung von Ladungsträgern durch Widerstände verlieren diese Energie, die in Form von joulescher Wärme (elektrische Arbeit, Stromarbeit) frei wird:

$$W_{\text{Strom}} = U \cdot I \cdot t$$

$$\text{Elektrische Leistung (P): } P = U \cdot I$$

Elektrokauter (Hitzekauter):



Übung



In einer elektrotherapeutischen Behandlung fließt ein Strom mit einer Stromstärke von 5 mA durch die Haut. Der elektrische Widerstand der Haut beträgt $2000\ \Omega$. Berechnen Sie

a) den Leitwert der Haut

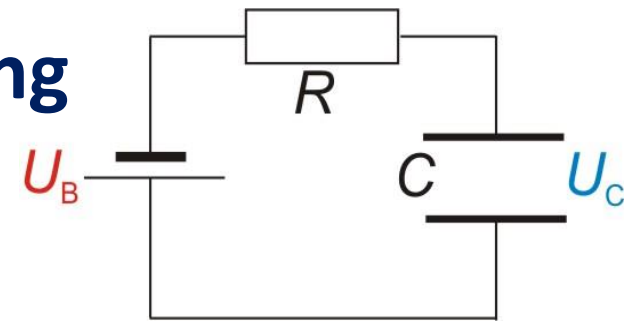
b) die Spannung, die zu dieser Stromstärke nötig ist

c) die Ladungsmenge, die während einer 5 Minuten langen Behandlung durch die Haut hindurchfließt

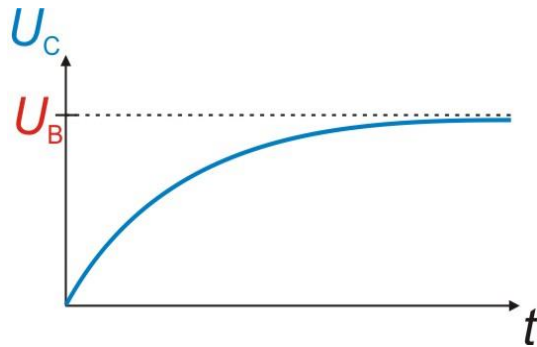
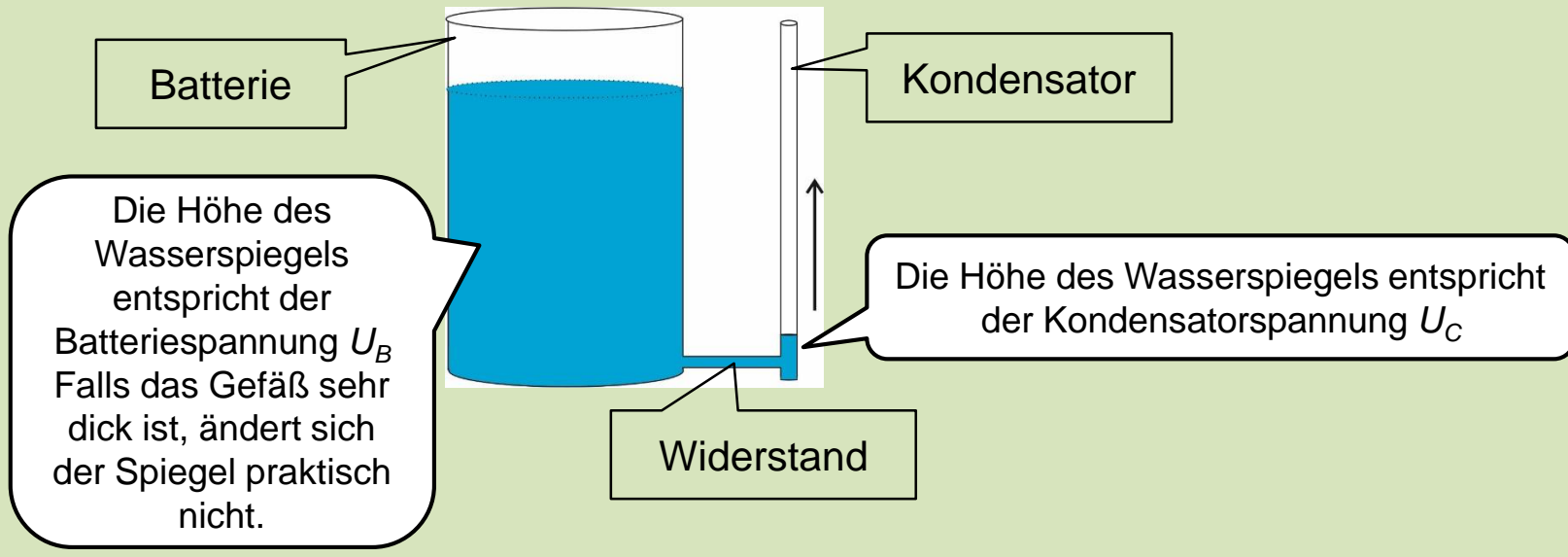
d) die Wärme, die während der Behandlung in der Haut entsteht



RC-Kreis - Ladevorgang



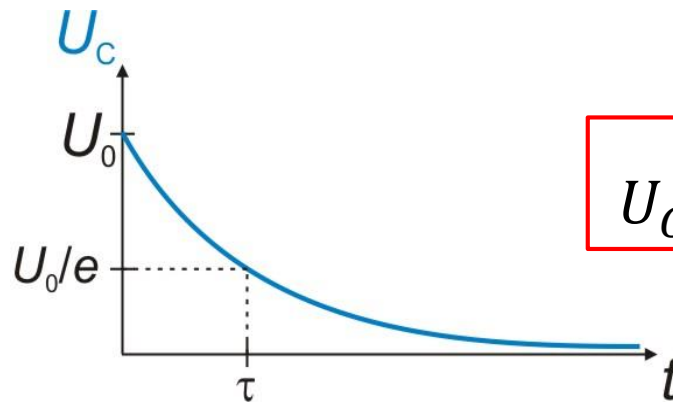
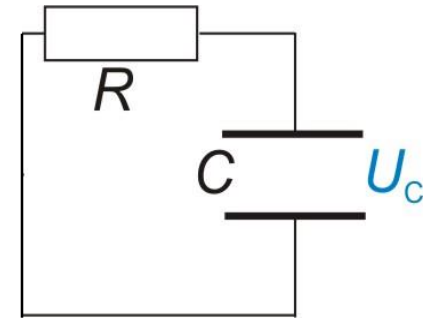
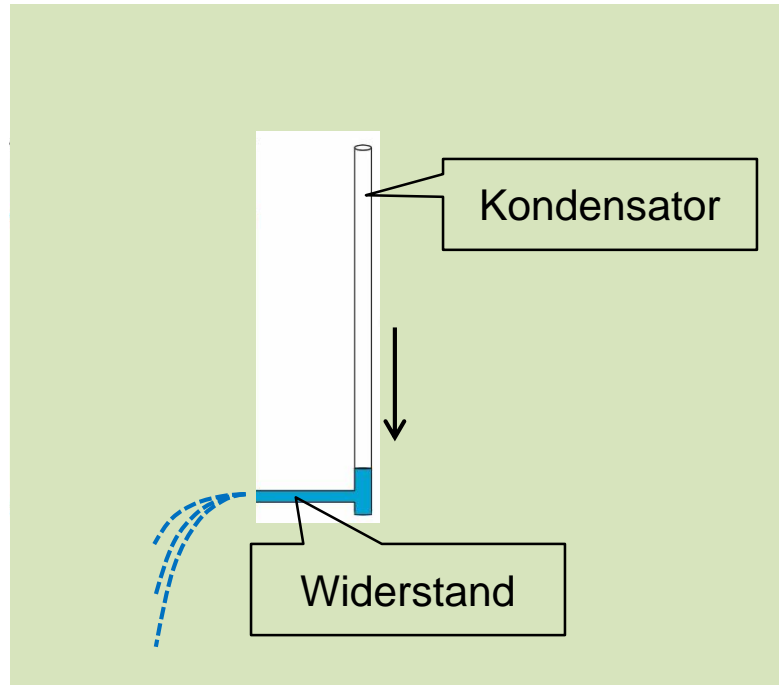
Analogie: Ausgleich der Wasserspiegel in den Gefäßen



$$U_C = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

RC-Kreis - Entladevorgang

Analogie: Senkung des Wasserspiegels im dünnen Rohr



$$U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Übung

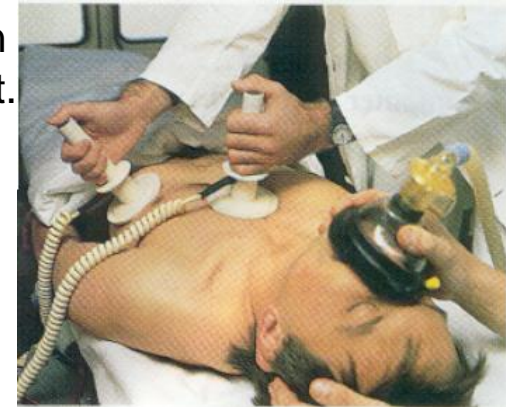


Man lädt den Kondensator eines Defibrillators vor der Anwendung 0,5 s lang mit einer Spannungsquelle von 5000 V. (Die Zeitkonstante des Ladekreises beträgt 100 ms.) Berechnen Sie die Spannung des Kondensators am Ende der Aufladung.

Nach der Aufladung wird der Kondensator des Defibrillators ($C = 20 \mu\text{F}$) in der Anwendung mit Hilfe von zwei Elektroden an den Patienten geschaltet. Der Körper stellt einen Widerstand von etwa 2000Ω dar. Berechnen Sie

a) die Zeitkonstante des Kreises

b) die Zeit, während welcher die Spannung auf 1% sinkt



Hausaufgaben: Grundschrift Kapitel 12

