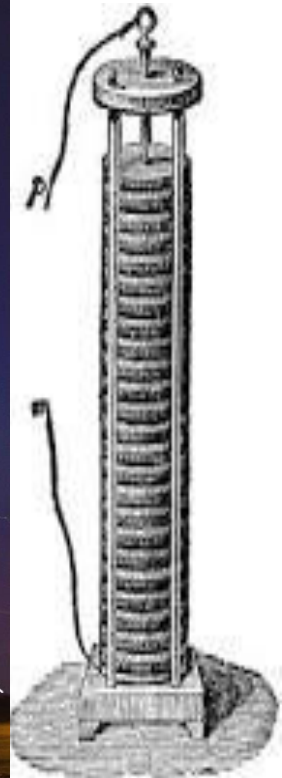
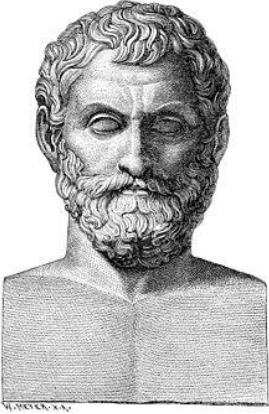


Elektromosság



Schay G.

Elektrosztatika: nyugvó töltések



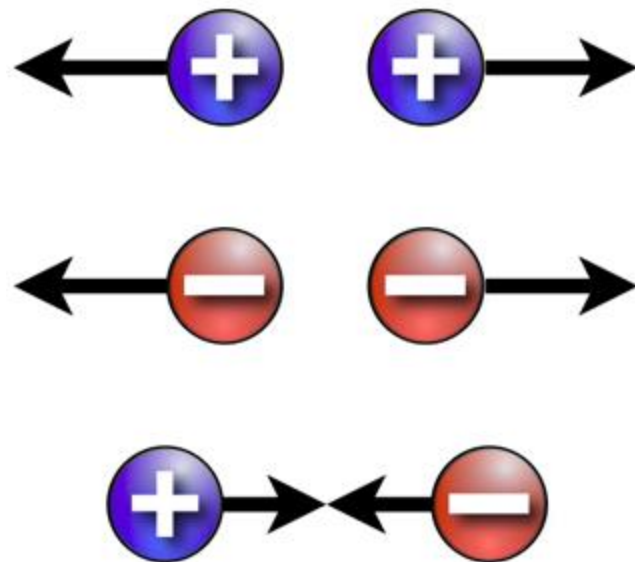
Thales (624BC-546BC)

Borostyánhoz hozzá
ragadhatnak kicsi tárgyak
(pl tollpihe)



“elektron” a borostyán régi görög neve 😊

Triboelektromos effektus:
Dörzselektromosság
Mechanikai hatásra szétváló töltések



Az elektroszkóp az azonos töltések közötti taszítás elvén működik

Csak az ellenkező töltések vonzzák egymást a természetben, semleges töltés pedig nincs is...

Triboelektromos sor:

Legjobban pozitív

+

Polyurethane foam
Hair, oily skin
Nylon, dry skin
Glass
Acrylic, Lucite
Leather
Rabbit's fur
Quartz
Mica
Lead
Cat's fur --- macskaszőr
Silk
Aluminium
Paper (Small positive charge)
Cotton
Wool (No charge)

0

Steel (No charge)
Wood (Small negative charge)

Amber --- borostyán

Sealing wax
Polystyrene
Rubber balloon
Resins
Hard rubber
Nickel, Copper
Sulfur
Brass, Silver
Gold, Platinum
Acetate, Rayon
Synthetic rubber
Polyester
Styrene and polystyrene
Orlon
Plastic wrap
Polyethylene (like Scotch tape)
Polypropylene
Vinyl (PVC)
Silicon
Teflon (PTFE)
Silicone rubber
Ebonite

-

Legjobban negatív



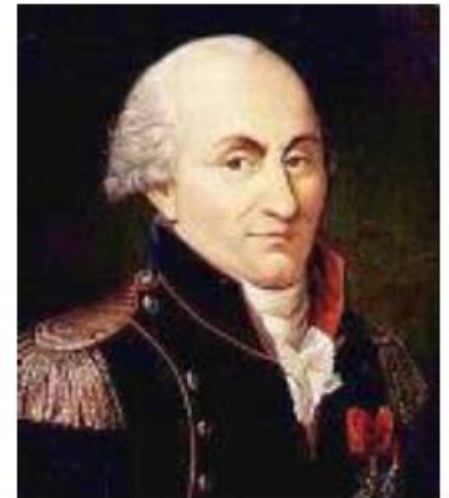
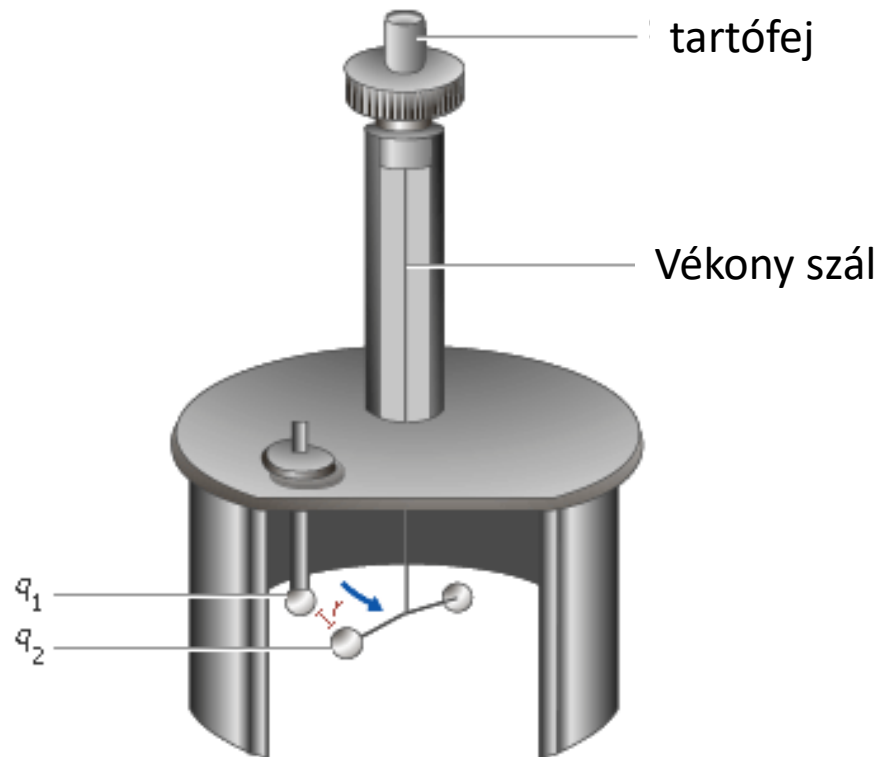
Az elektroszkóp

A középső rúd, és a mutató azonosan töltődik fel, azonban az azonos töltéssel taszítják egymást, ezért a mutató elfordul.

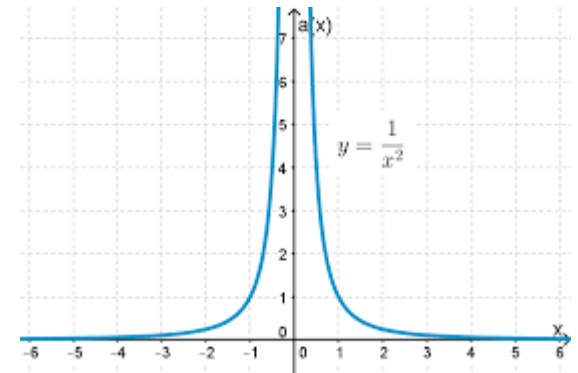
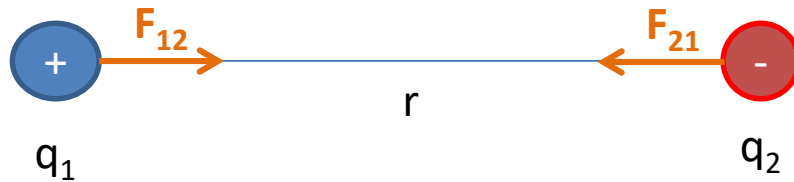
Ha pontosan függőlegesen áll, akkor akár kalibrálható is töltésmérésre.

Első kvantitatív mérések:

Coulomb-erő



Charles A. de Coulomb
1736-1806



Nagyság: $F_{12}=F_{21}$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Gravitációhoz hasonlóan
1/négyzetes összefüggés

Létezik minimális töltés $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

Mincs töltés magában, csak anyaghoz kötötten

Ma inkább így adjuk meg a Coulomb-állandót:

(elektromos permittivitással vagy mágneses permeabilitással)

$$\begin{aligned} k_e &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{c_0^2 \mu_0}{4\pi} = c_0^2 \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \\ &= 8.987\,551\,787\,368\,176\,4 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \end{aligned}$$

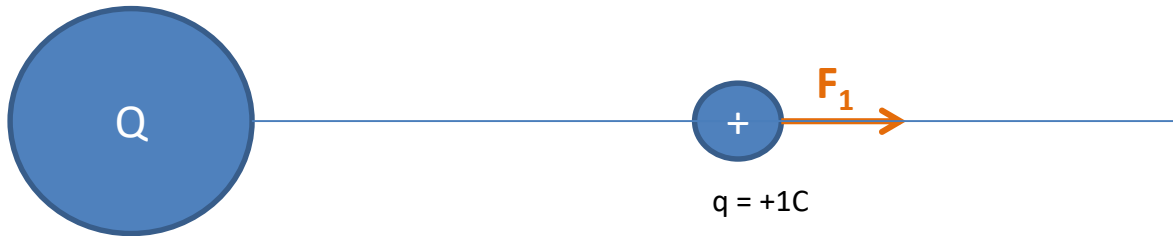
Mi közvetíti az erőt?

elektromos **ERŐTÉR**

Erőtér: olyan vektor-mező, ami a tér minden pontjában jelen van, de függhet a helytől. A vektor minden pontban arányos az ott esetlegesen jelen lévő testre ható erővel.

Definiáljuk az **elektromos teret** mint egy +1C el.töltésű próbatestre ható erőt.

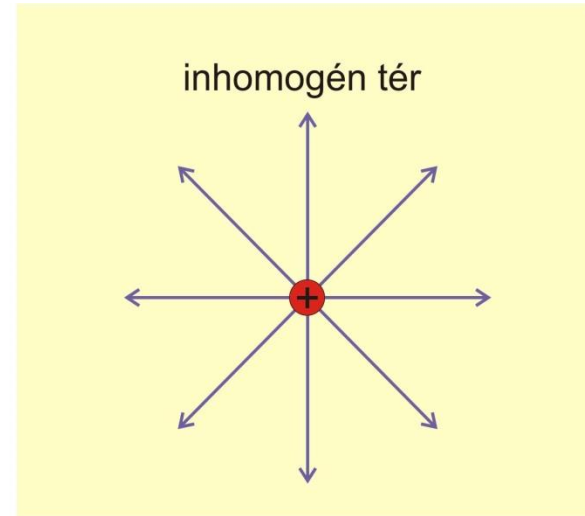
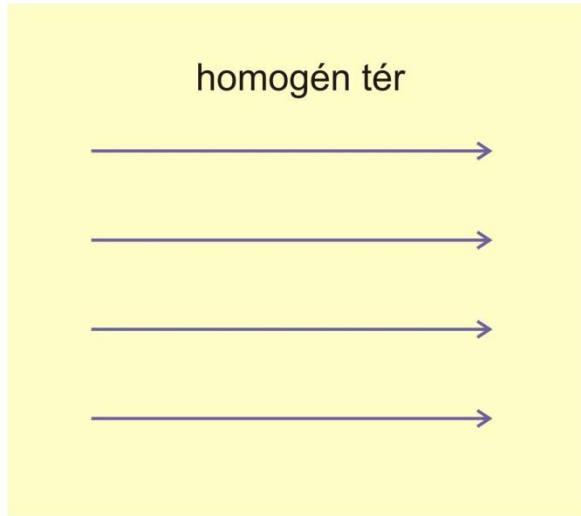
E



Ezzel $F = q \cdot E$
és $E = k \cdot Q / r^2$

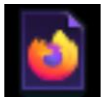
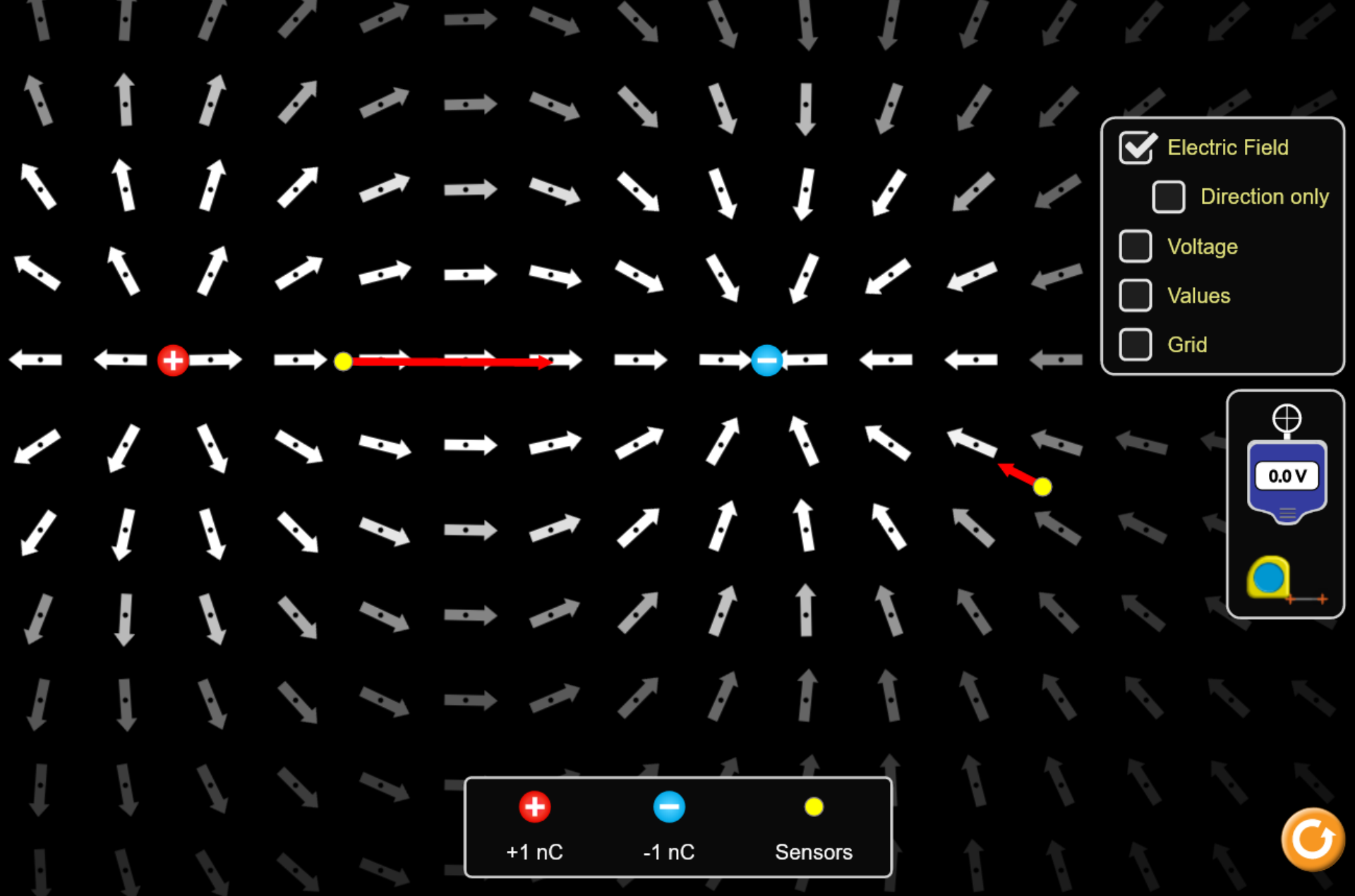
mértékegység: $[F]/[q] = \text{N/C}$

Egy erőterben megrajzolhatjuk az **ERŐVONALAKAT** melyek mindig párhuzamosak az erő irányával.



szabályok:

- 1: az erő minden pontban párhuzamos az adott erővonal érintőjével.
- 2: az erő nagysága az erővonalak sűrűségével (pl. vonal/cm²) egyenesen arányos.



Munka elektromos térben:

$W=F*s$, így ha az erővonalakkal párhuzamosan mozgunk akkor munkavégzés lesz.

de $F=q*E$

azaz

$$W=q*E*s$$

Itt a célszerű bevezetni az **ELEKTROMOS POTENCIÁLT**: $W=q*\Delta\phi$
(pont mint a gravitációban a helyzeti energiát $E_{\text{pot}}=mgh$)

tehát $\phi =E*s$, DE kell egy 0-pont.

Legyen $\phi =0$ HA végtelen távolságban vagyunk (azaz $E=0$ is igaz)

Most azt mondhatjuk, hogy **az elektromos potenciál ϕ megadja hogy mennyi munkát kell végezni ha +1C töltést a végtelen távolból az adott pontba mozgatunk.**

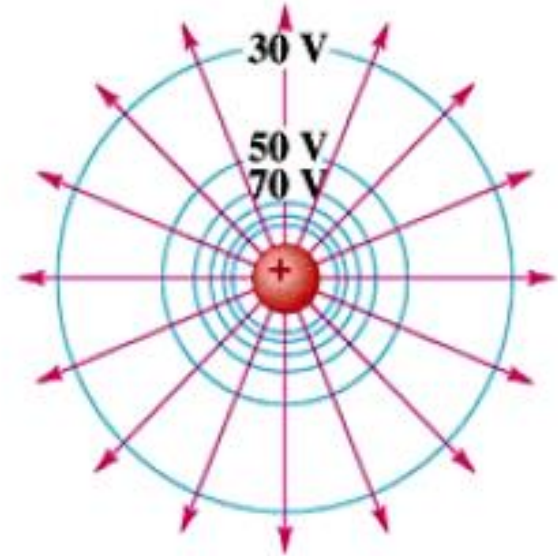
Mivel E is konzervatív erőter (zárt hurok mentén a munka 0), így ez a potenciál is csak a helytől függ, és az úttól nem, pont úgy mint a gravitációs térben a helyzeti energia.

$U= \Delta\phi$, ELEKTROMOS FESZÜLTSG, mért. egys.: $[W]/[q] = J/C = \text{Volt } [V]$.

Tehát **$W=q*U$**

Vannak tehát **erővonalak** és **ekvipotenciál-vonalak**

Vegyük észre hogy a kettő mindig merőleges!
($\Delta\phi = 0$ ha $F \cdot \Delta s = 0 \rightarrow \cos\alpha = 0$, azaz $\alpha = 90$ fok.)

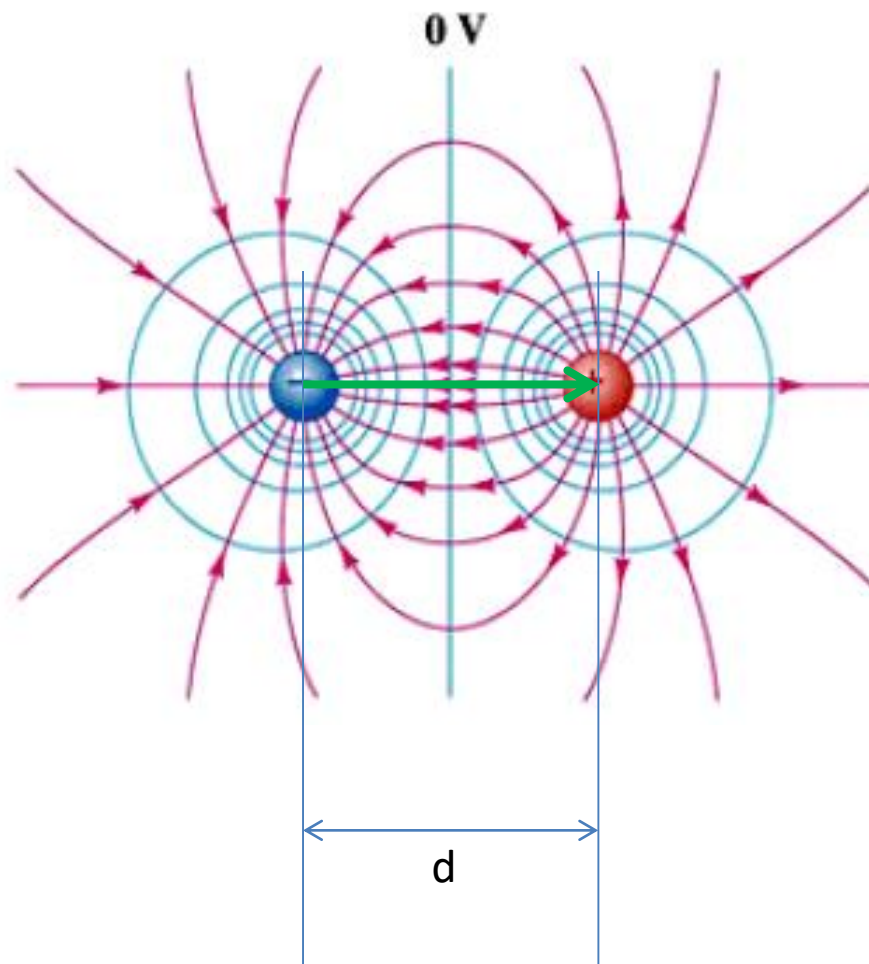
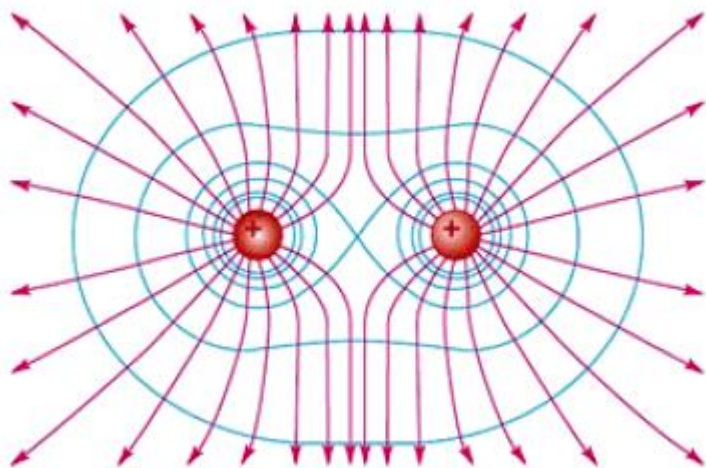


MONOPÓLUS : 1db töltés

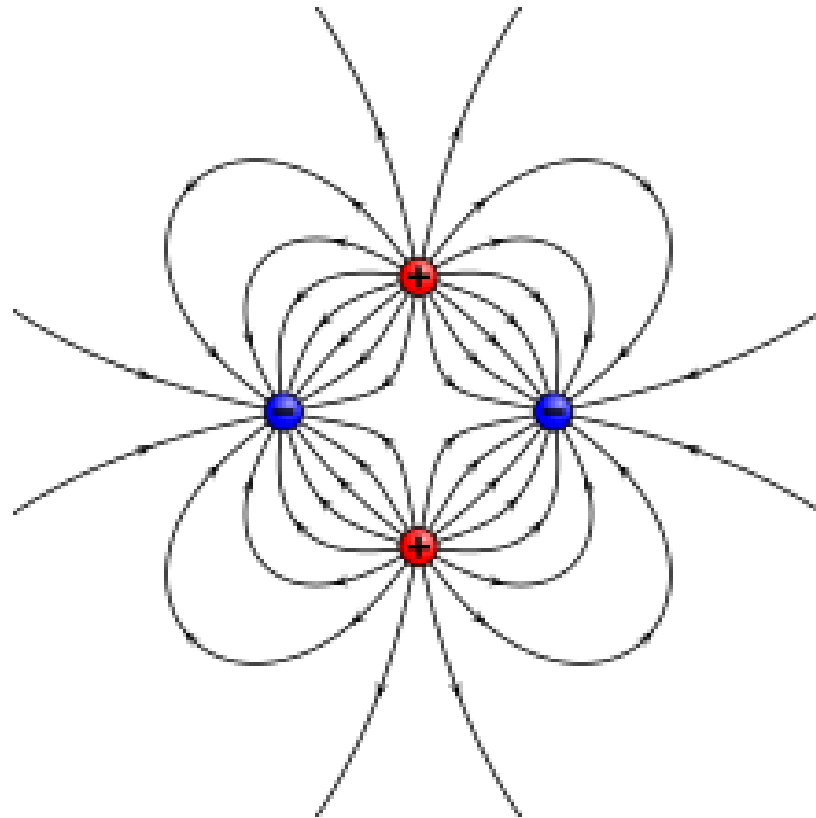
Csinálhatunk többféle geometriai konstrukciót...

DIPÓLUS

Dipólus momentum: $\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d}$
(ráadásul ez **vektor** is,
ha \mathbf{d} -t vektorként adjuk meg)



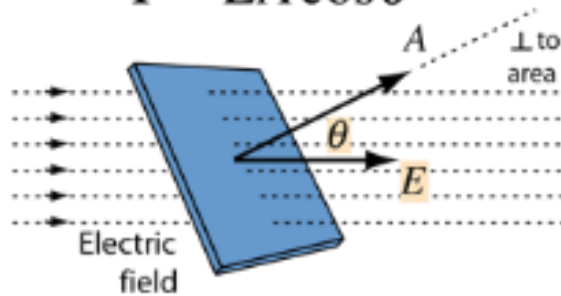
Quadrupól...



Mindenféle töltéseloszlás tere megadható, ha sokféle ...-pólust összeadunk. Ez a multipólus sorfejtés (ld.EKG jegyzet, gyakran megelégszünk a mono+dipólus-al)

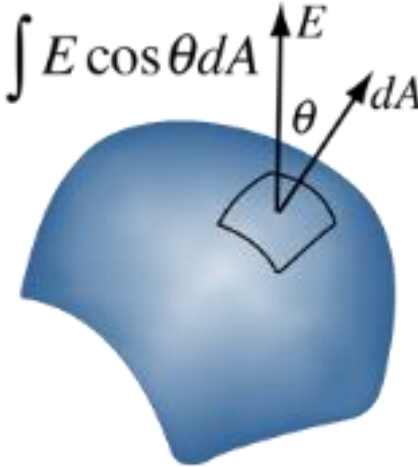
Fluxus és Gauss törvény

$$\text{flux} = \Phi = EA \cos \theta$$

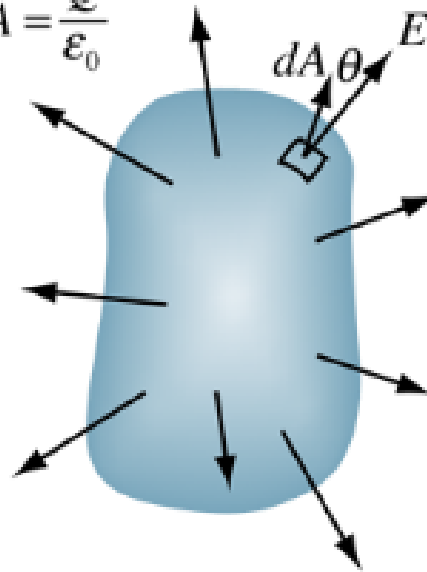


Electric flux:

$$\Phi = \int E \cos \theta dA$$

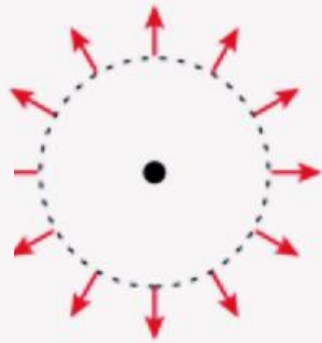


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Gauss törvény alkalmazásai

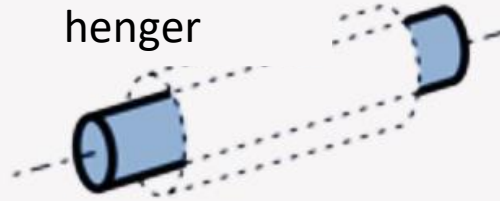
pont
for-
rás



vonal
forrás



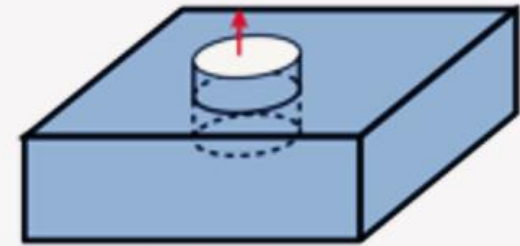
vezető
henger



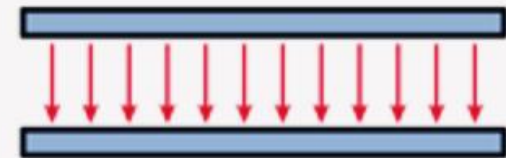
egyenletes
töltés-sűrűségű
henger



síkbeli
töltéssel
oszlás

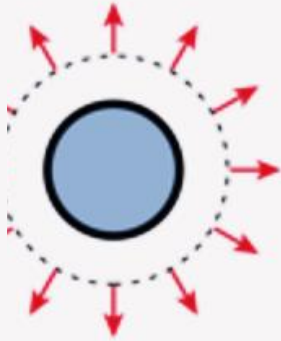


síkbeli
töltéssel
oszlás

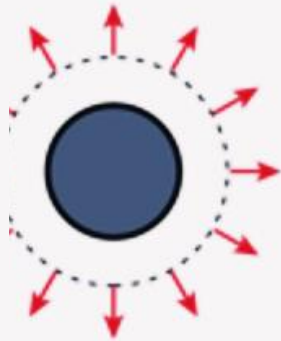


két
vezető
sík

vezető
gömb



egyenletes
töltés-
sűrűségű
gömb



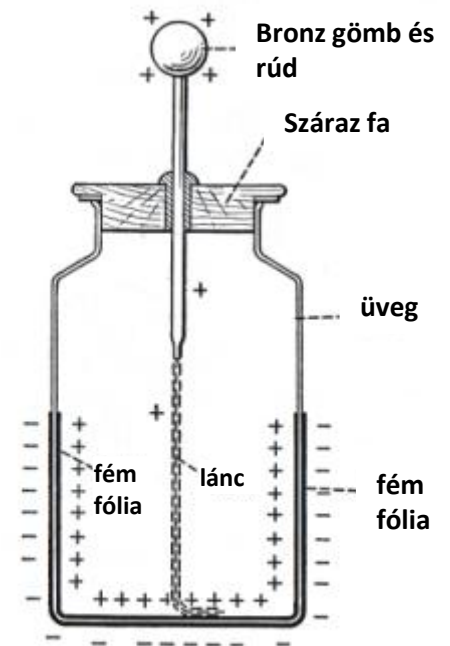
Töltések tárolása: kondenzátor

A töltések tárolásához munkát kell végezni
(mivel azonos töltések taszítják egymást...)

A **KAPACITÁS** (C) annak mérőszáma, hogy
mennyi töltést lehet tárolni adott munka
(feszültség) mellett: $Q = C \cdot U$ avagy

$$C = Q/U$$

egység: $C/V = F$ (Farad)



Leydeni palack

Legegyszerűbb eset:

Sík-kondenzátor (azaz sík lemezekből álló kondenzátor)

itt E állandó, homogén tér van.

azaz $U = E \cdot d$

De $E = \sigma / \epsilon_0$, ahol σ a felületi töltéssűrűség ($\sigma = Q/A$)

és ϵ_0 a vákuum permittivitása. (ezzel lesz rendben a mértékegység)

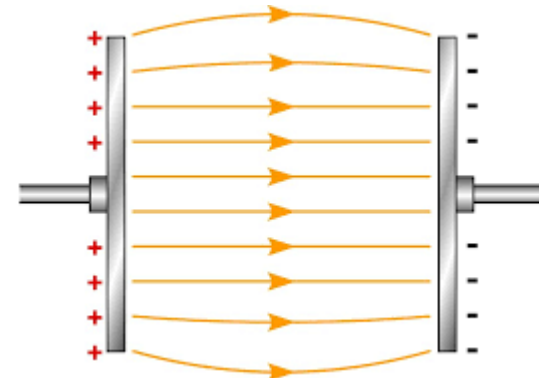
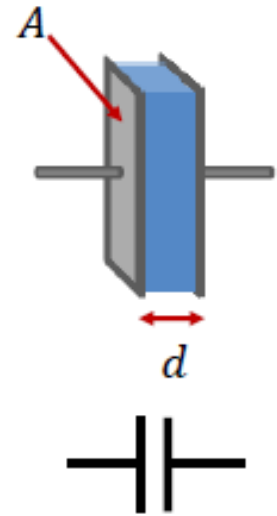
Ezzel tehát $C = Q/U = Q / (Q/A \cdot 1/\epsilon_0 \cdot d) = \epsilon_0 \cdot A/d$

Ha van valamilyen anyag a két lemez között, akkor ez módosít:

$C = \epsilon_0 \epsilon_r \cdot A/d$

ahol ϵ_r az adott anyag permittivitása.

(a szokásos trükk: bevezetünk egy szorzót, és kész 😊)



Kitérő: elektromos tér anyagokban

Az „eredeti” elektromos tér az anyagban töltéseket választ szét (Coulomb erő), emiatt dipólusok keletkeznek, amiknek a tere az eredetihez hozzáadandó

$$D = P + \varepsilon_0 * E$$

itt D az elektromos eltolás vektor, és P a polarizáció.

Többször $P \sim E$ ($P = \varepsilon_0 * \chi * E$), azaz

$$D = \varepsilon_r * \varepsilon_0 * E \text{ (tehát } \varepsilon_r = 1 + \chi \text{)}$$

Ha csak vákuum van, akkor persze $D = \varepsilon_0 * E$.

(tehát a kondenzátort D-vel is felírhatnánk, egyszerűbben is nézne ki...)

Permittivitás: mennyi töltés kell adott fluxus létrehozásához.
(az elektromos fluxus az erővonalak sűrűségét adja meg,
merőleges felületre vonatkoztatva)

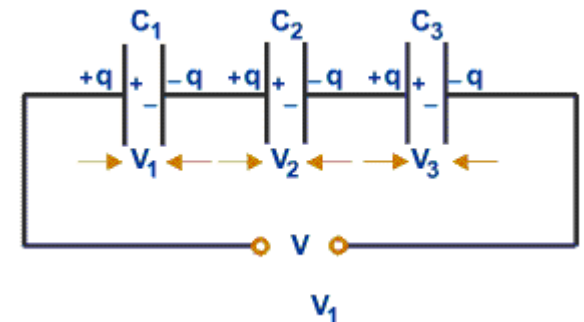
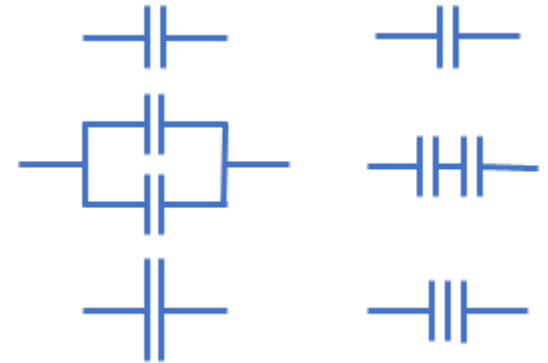
Kapcsolások kondenzátorral:

párhuzamos: nagyobb felület, persze nagyobb kapacitás

$$C_{\text{tot}} = C_1 + C_2$$

soros: nagyobb távolság, kisebb kapacitás

$$1/C_{\text{tot}} = 1/C_1 + 1/C_2$$



Mennyi munka kell egy kondenzátor feltöltéséhez?

Ki tudjuk számítani:

$$\Delta W = U \cdot \Delta q$$

de

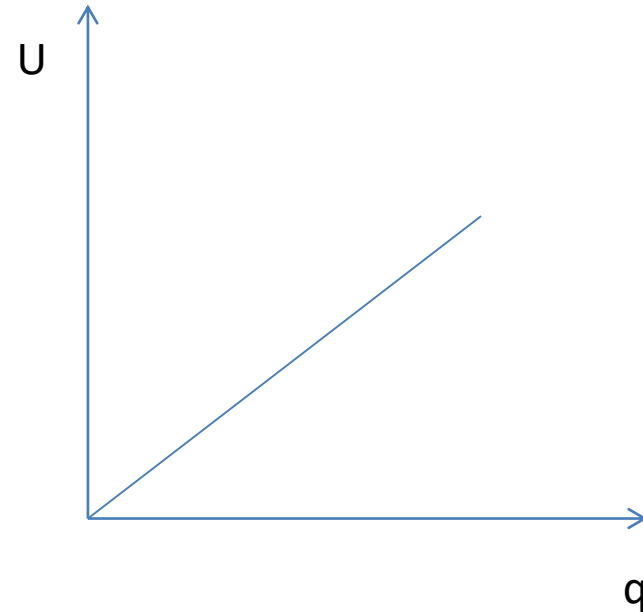
$C = Q/U$, azaz a meredekség $1/C$.

Az összes munka

$U_{\text{átlag}} \cdot Q$, de $U = Q/C$, az átlag pedig $U_{\text{max}}/2$

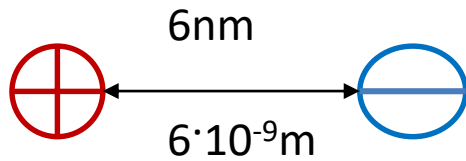
Tehát a kinetikus energia, vagy a rugalmas energia mintájára

$$\frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2$$



Van jó sok egyszerű számolás a jegyzetben....

pl.: Egy Cl⁻-ion és egy Na⁺-ion egy sejtmembrán két oldalán éppen egymással szemben helyezkedik el. Mekkora erővel vonzzák egymást, ha a sejtmembrán vastagsága 6 nm?



$$q_1 = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

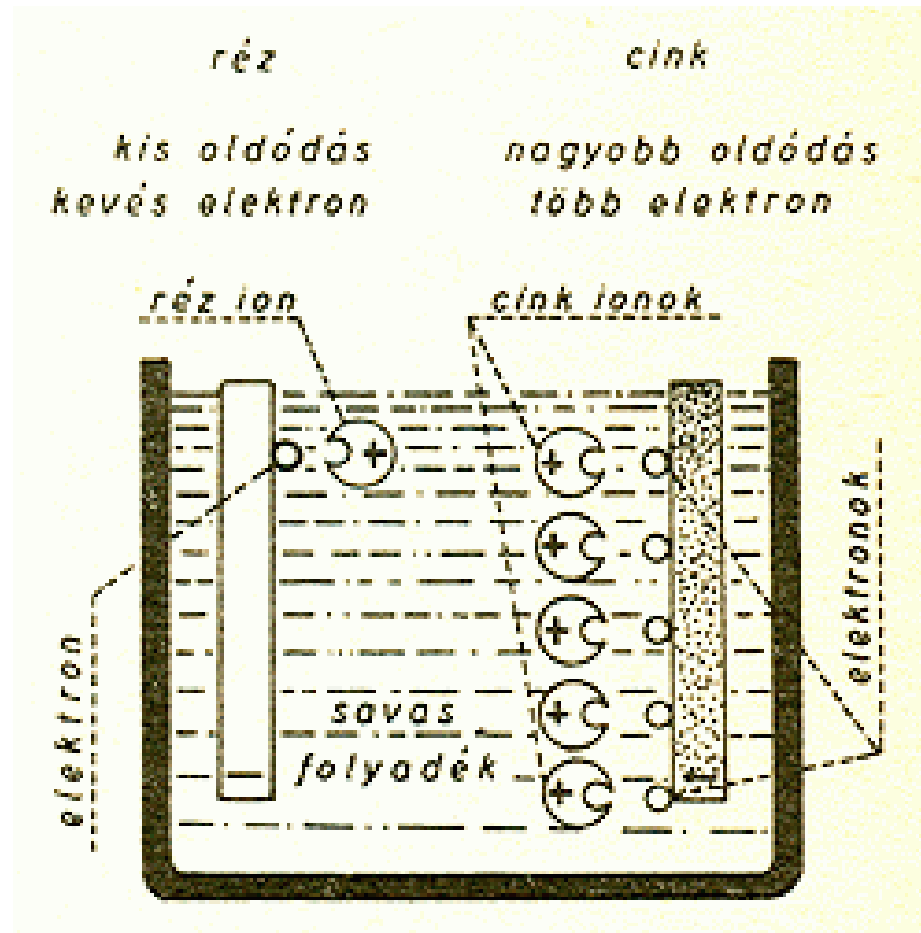
$$q_2 = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{c_0^2 \mu_0}{4\pi} = c_0^2 \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \\ = 8.987\,551\,787\,368\,176\,4 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

vagy: Két, egyenként 10 nF kapacitású kondenzátort összekapcsolunk. Mekkora az eredő kapacitás a) párhuzamos és b) soros kapcsolás esetén?

Áramforrás, telep nélkül nincs kísérlet... (vagy nagyon kevés)
Mérés nélkül nincs igazi tudomány...



Mozgó töltések – áram, áramlás

Mennyi töltés folyik át egységnyi idő alatt:
ÁRAMERŐSSÉG

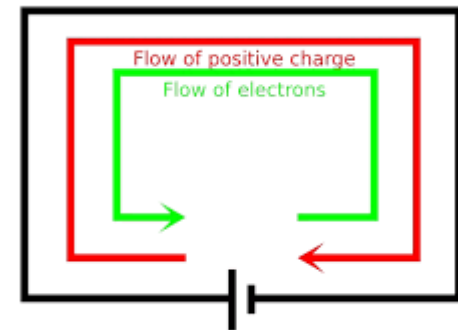
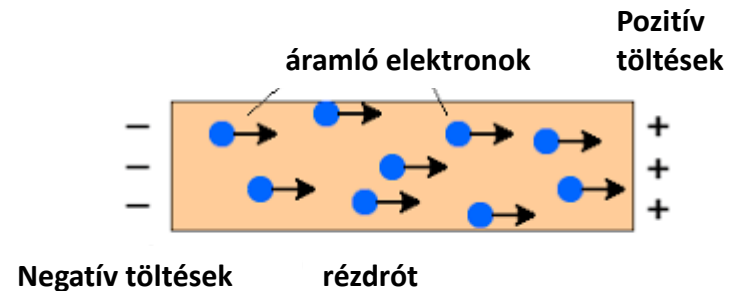
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad [\text{A}] \text{ Amper}$$

$$1\text{A} = 1\text{C}/1\text{s}$$

Történelmi okból megmaradt a technikai áramirány,
ami a pozitív töltések mozgási iránya lenne.
(de az csak a negatív hiánya)

Tehát a valódi áramlás pont ellentétes irányú

Vezető: könnyen áramló elektronok
Szigetelő: az áramlás gátolt.



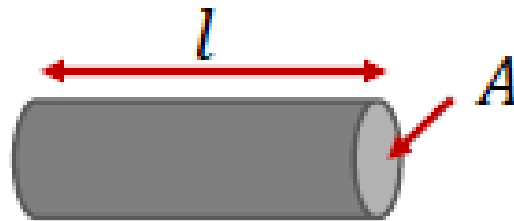
Ellenállás

Áramlás közben az elektronok fékeződnek a surlódás miatt.

Ohm törvény: az áramlást a feszültség és az anyag szabja meg.

$$I = U/R$$

$$R = \frac{U}{I} \quad [\Omega] \text{ Ohm}$$



$$R = \rho \frac{l}{A}$$

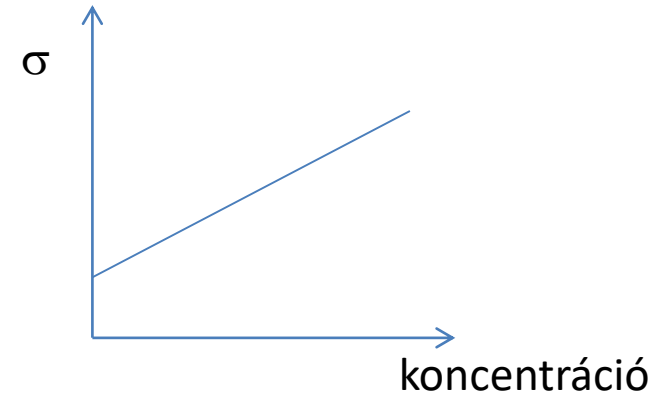
fajlagos ellenállás

Vezetőképesség: $1/R$

$G = 1/R$ ($1/\text{Ohm} = \text{Siemens}$)

$\sigma = 1/\rho$: fajlagos vezetőképesség

Többnyire elektrolitok esetében használjuk,
itt a vezetőképesség függ a koncentrációtól.



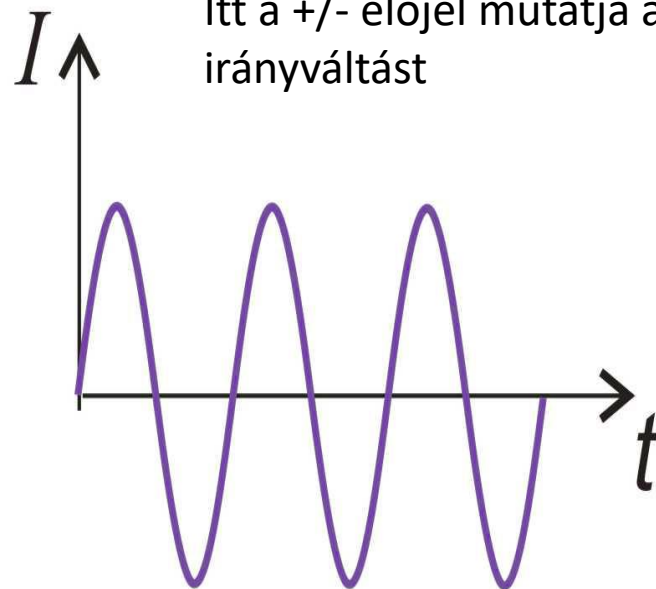
Az áramlás lehet egyirányú vagy váltakozó irányú

DC: egyenáram



AC: váltakozó áram

Itt a +/- előjel mutatja az irányváltást



Ha sin-os az áramerősség, akkor:

$$I = I_{max} \cdot \sin \omega t$$

$$U = U_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$

Amúgy csak az rms érték van, azt ki kell számolni vagy mérni

I_{rms}

U_{rms}

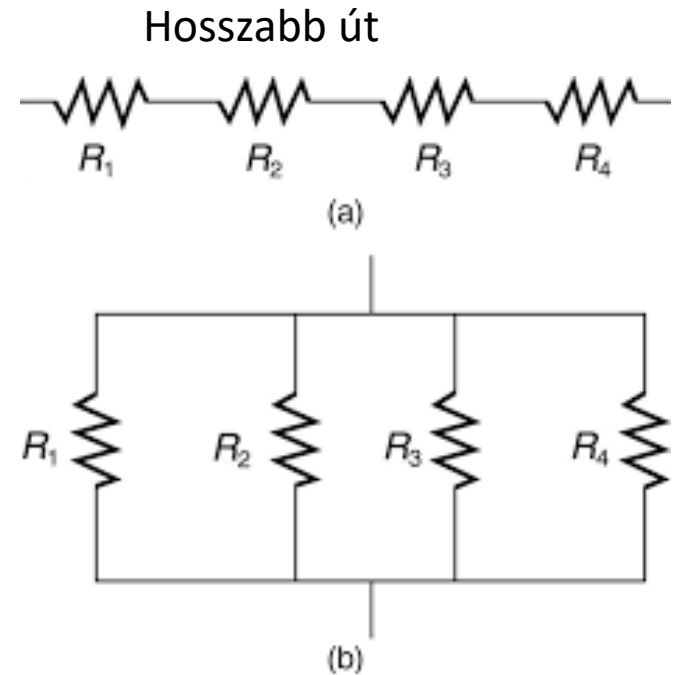
Ellenállás áramkörök:

soros: növekvő hossz => növekvő R

$$R = R_1 + R_2$$

párhuzamos: növekvő felület => csökkenő R

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$



Nagyobb felszín

A súrlódás hőt termel: Joule-hő, az áram munkája

$$W = U \cdot I \cdot t \quad \text{egység : Joule (J)}$$

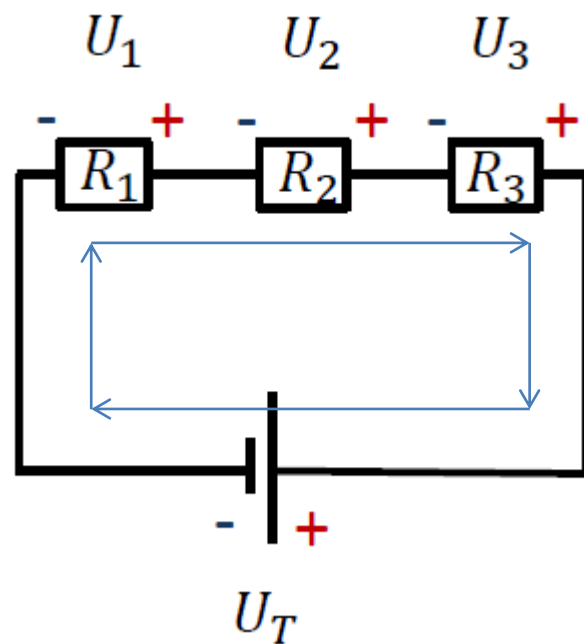
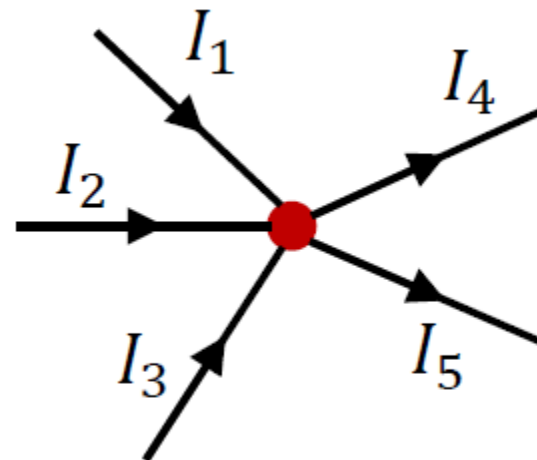
A munka amit az elektromos tér végez egy ellenálláson hővé alakul, de más eszközben más energia típusú is alakulhat...

Ne feledjük az energiamegmaradást!

$$\text{teljesítmény: } P = U \cdot I \quad \text{egység: Watt (W)}$$

Kirchoff törvények

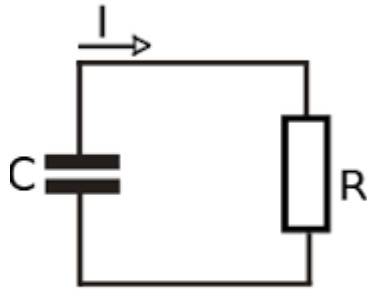
- I. Csomóponti tv. Az áramok összege a tárolt töltés (ami pl lehet 0 is)
- II. Hurok tv. Egy zárt hurokra a feszültségek összege 0, de figyelembe kell venni a körüljárási irányt is!



Gustav Robert Kirchhoff
1824-1887

Kondenzátor kisülése ellenálláson keresztül

RC áramkör



$$U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$C=Q/U_C$, azaz $U_C=Q/C$, de $Q=I \cdot t$, és $I=U_C/R$.

A huroktörvényből

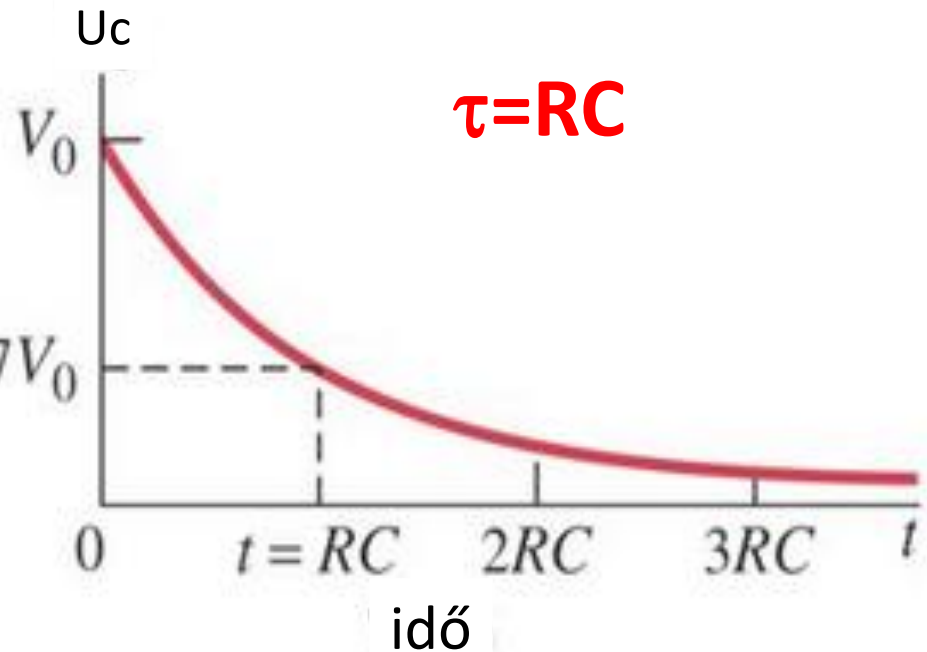
$$I \cdot R + U_C = 0$$

tehát

$$\Delta Q / \Delta t = -Q / RC$$

Ennek megoldása egy exponenciális függvény

$$1/e \cdot V_0 \approx 0.37 V_0$$



példa:

$R=1 \text{ M}\Omega$ és $C=1 \text{ }\mu\text{F}$

akkor $\tau = (1 \cdot 10^6 \text{ }\Omega) \cdot (1 \cdot 10^{-6} \text{ F}) = 1 \text{ s}$

feltöltés

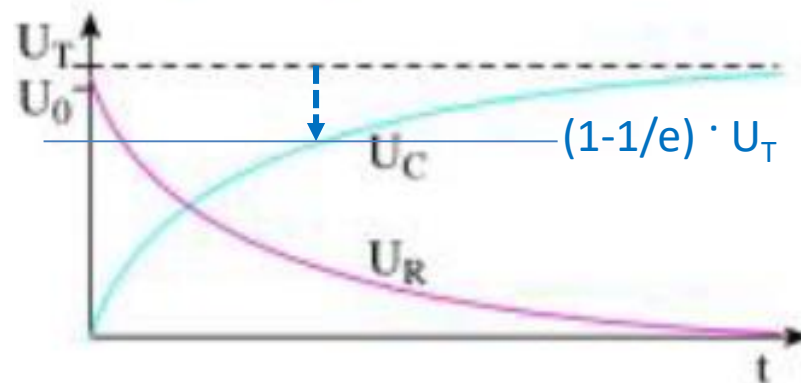
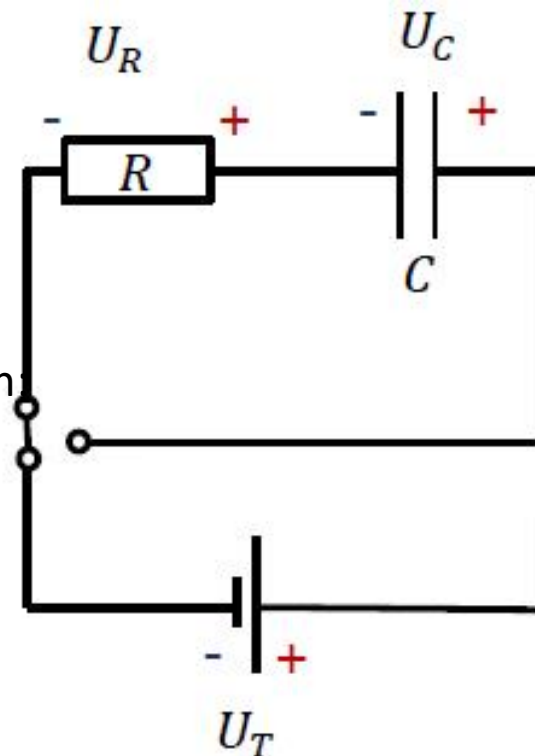
Itt a huroktörvényben a feszültségforrás is benne van

$$I \cdot R + U_C = U_T$$

azaz

$$\Delta Q / \Delta t = -Q / RC + U_T / R$$

$$\tau = R \cdot C$$



Kondenzátor váltakozó áramú áramkörben

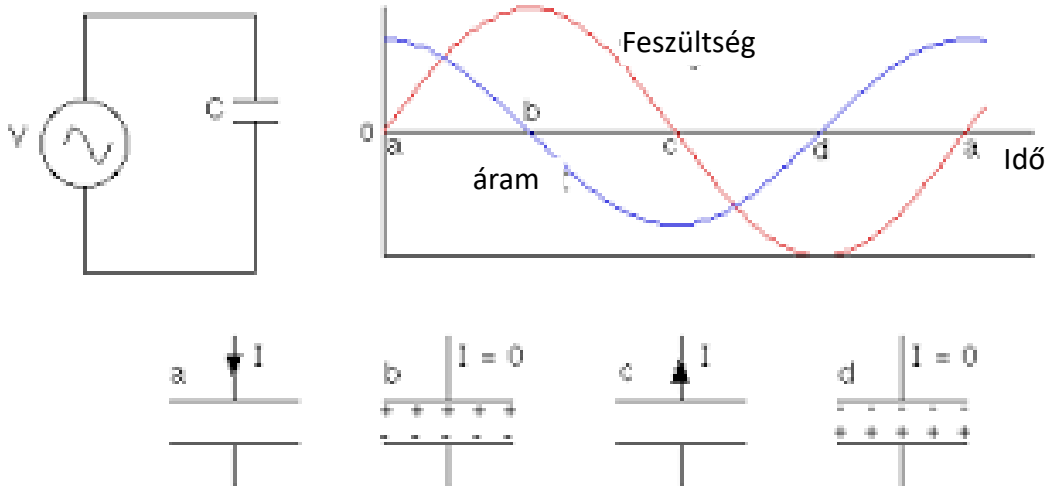
Feltöltés vagy kisütés után DC áramkörben a kondenzátor szakadásként viselkedik ($I=0$)

AC áramkörben viszont **fáziskésés** tapasztalható, a töltés-kisülés miatt.

Kapacitív ellenállás (reaktancia, kapacitív impedancia)

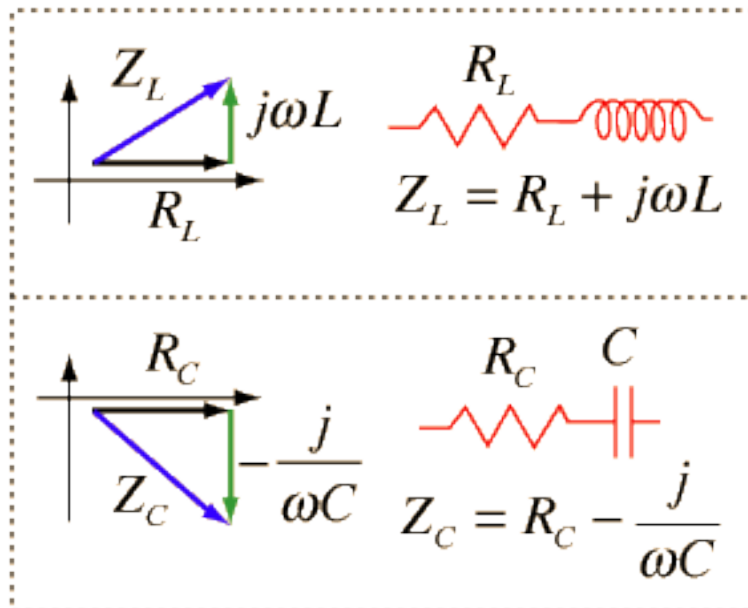
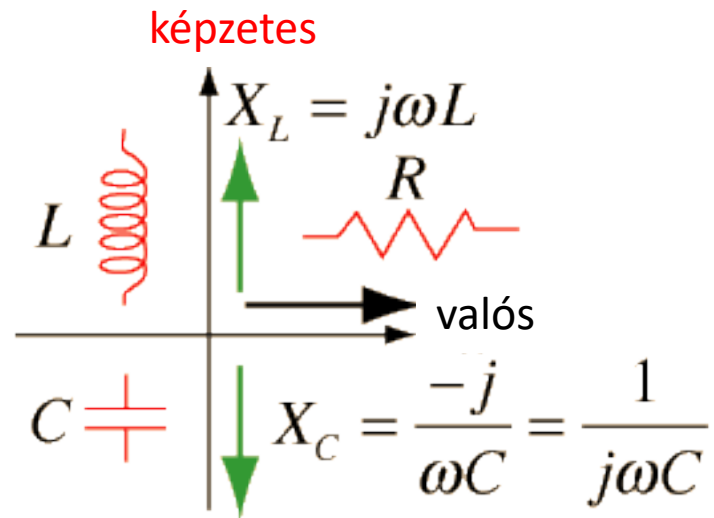
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

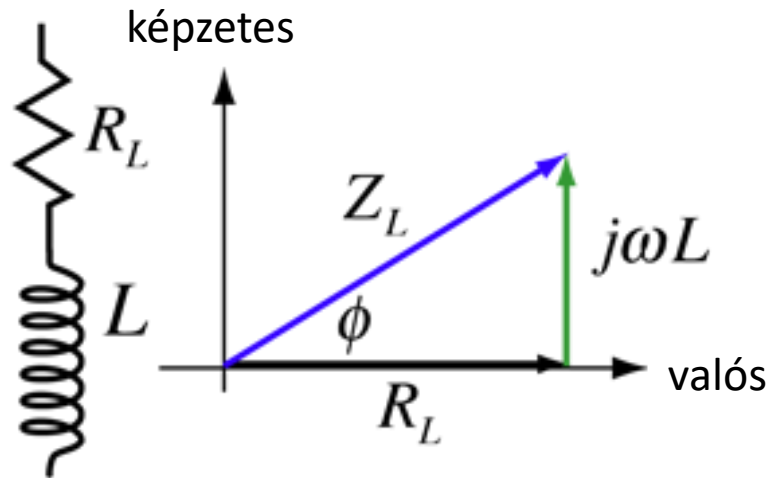
$$1/C, \text{ és } 1/f!$$
$$\omega = 2\pi f$$



Kiegészítés: ha az ellenállást vektorként **képzeliük el** egy síkon, akkor a fázistolás könnyen kezelhető

KIEG





derékszögű

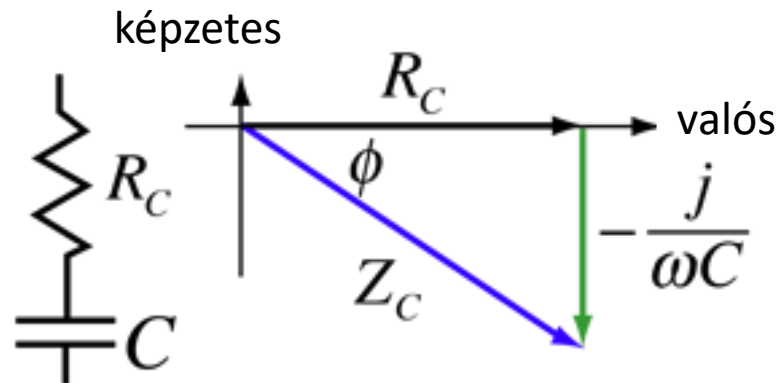
$$Z_L = R_L + j\omega L$$

polár

$$Z_L = |Z_L| e^{j\phi}$$

$$|Z_L| = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R_L}$$



derékszögű

$$Z_C = R_C - \frac{j}{\omega C}$$

polár

$$Z_C = |Z_C| e^{j\phi}$$

$$|Z_C| = \sqrt{R_C^2 + \left[\frac{-1}{\omega C} \right]^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{-1}{\omega C R_C}$$