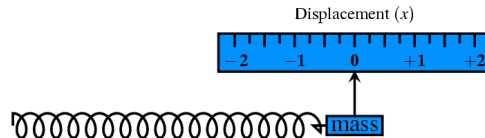


Grundlagen der medizinischen Biophysik

6. Vorlesung 29. 09. 2022

Ádám Orosz

Mechanik – Schwingungen

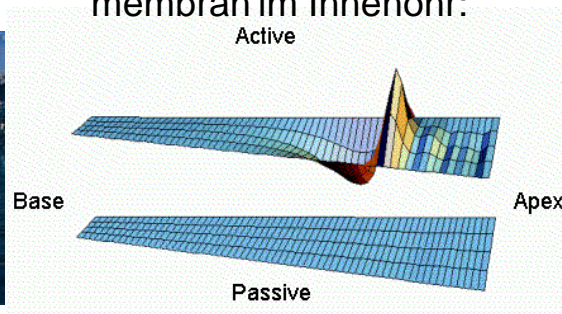


1. Grundbegriffe der Schwingungslehre
2. Schwingungstypen
3. Harmonische Schwingung
4. Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Rücktreibende Kraft
5. Eigenscheingung und Eigenfrequenz
6. Erzwungene Schwingung
7. Resonanz

Wellenlehre

1. Grundbegriffe der Wellenlehre
2. Wellenlänge, $c = \lambda \cdot f$
3. Transversal- und Longitudinalwellen
4. Mechanische Wellen - Schall
5. Elektromagnetische Wellen - Licht
6. (Lineare) Polarisation
7. Interferenz
8. Stehende Wellen
9. Beugung (Diffraktion)
10. Huygenssches Prinzip

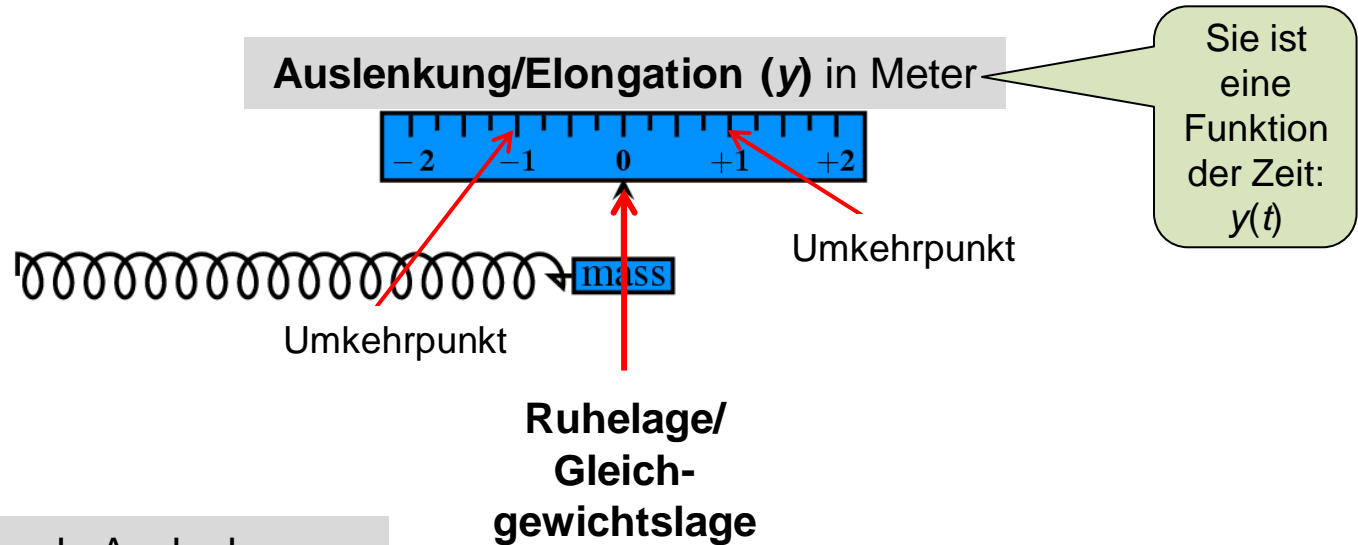
Wellen auf der Basilar-membran im Innenohr:



Grundbegriffe der Schwingungslehre

Oszillator: Physikalisches System, das Schwingungen ausführen kann (z.B. Federpendel)

Schwingung (mechanisch): Periodische Hin-und Herbewegung eines Körpers um eine Ruhelage



Amplitude (A): Maximale Auslenkung

Zur Erinnerung:

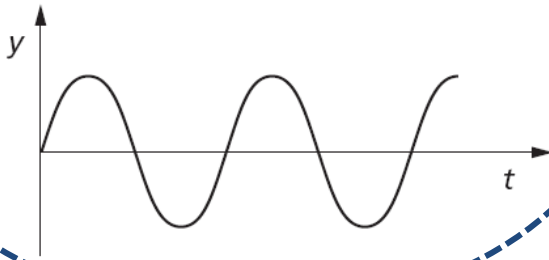
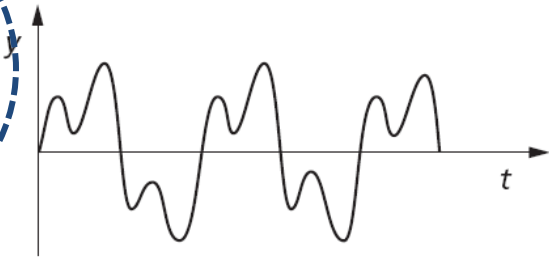
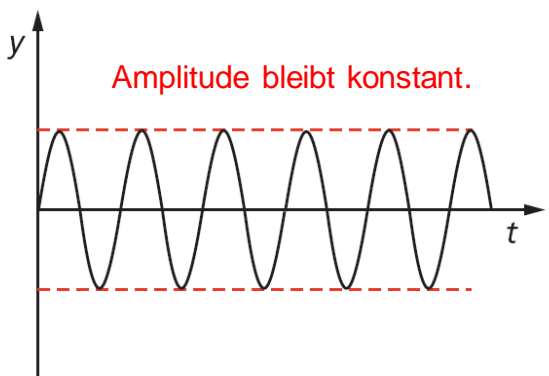
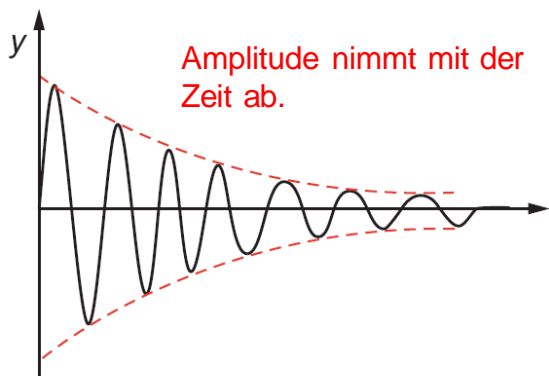
- **Periodenzeit/Periodendauer/Schwingungsdauer** (T): Zeitdauer einer Schwingung/Periode

- **Frequenz/Schwingungszahl** (f): Anzahl der Schwingungen pro Zeiteinheit. Es gilt:

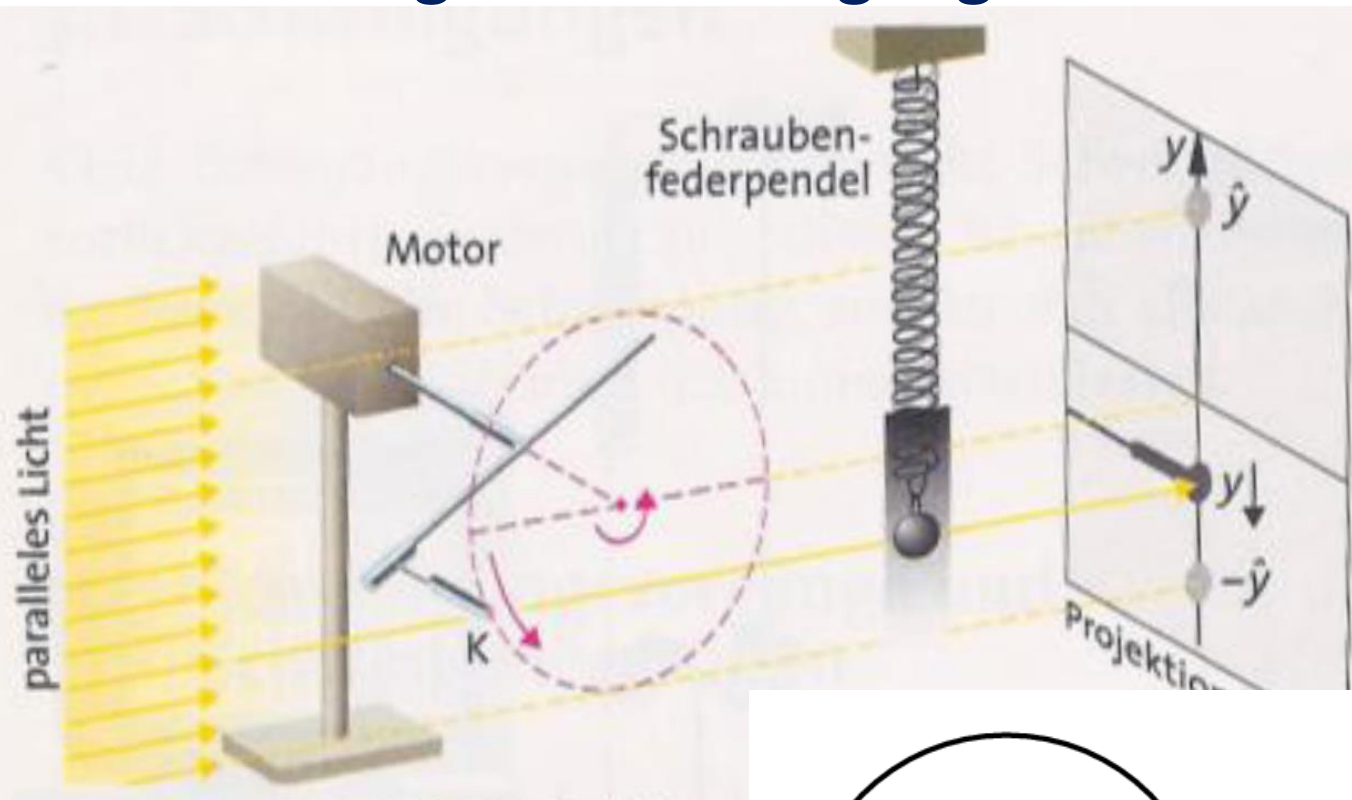
$$f = \frac{1}{T} \quad \left(\frac{1}{s} = \text{Hz} \right)$$

- **Kreisfrequenz** (ω): Anzahl der Schwingungen pro 2π . Es gilt: $\omega = 2\pi f$

Schwingungstypen

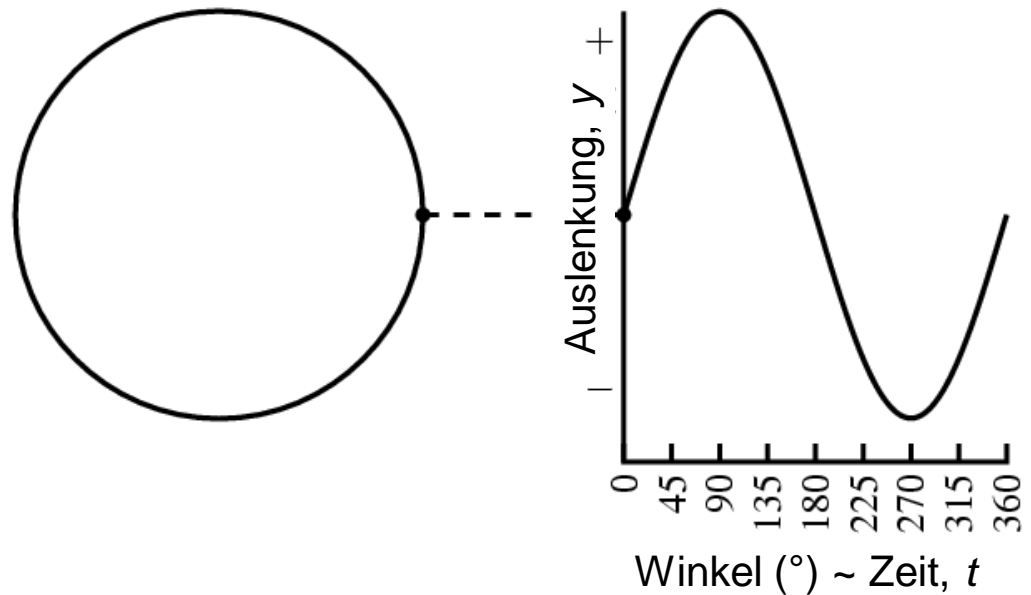
Harmonische Schwingung (sinusförmige Schwingung) 	Nicht harmonische Schwingung (nicht sinusförmige Schwingung) 
Uhrpendel, Fadenpendel, schwingende Wassersäule, Federschwinger	Stimmbänder beim Menschen, Schwingungsdämpfer beim Auto
Ungedämpfte Schwingung 	Gedämpfte Schwingung 
Membran eines Lautsprechers bei einem Ton bestimmter Lautstärke	Sich selbst überlassenes Fadenpendel, Schwingungsdämpfer

Gleichförmige Kreisbewegung – harmonische Schwingung



Allgemeine Formel für die Auslenkung-Zeit-Funktion:

$$y = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft

Eigenschwingung (freie Schwingung)

Voraussetzung:

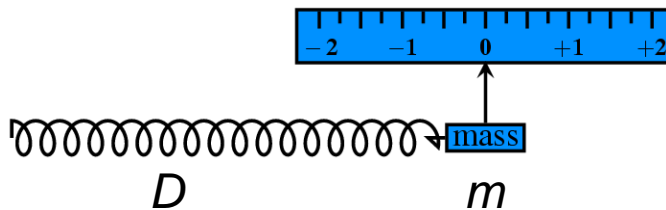
Durch eine einmalige Einwirkung wird ein Oszillator in Schwingung gebracht.

Eigenschwingung: ohne weitere Einwirkungen ablaufende Schwingung.

Eigenfrequenz: die Frequenz einer Eigenschwingung.

Sie wird durch die **Eigenschaften des Oszillators** (Masse, geometrische Größen, Materialeigenschaften usw.) bestimmt.

Federpendel



$$f_{\text{Eigen}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Bemerkung:

Die Formel gilt nur im Idealfall, wenn die Schwingung harmonisch (also nicht gedämpft) ist. In der Wirklichkeit gibt es immer Energieverluste (Reibung, Luftwiderstand, ...), und die Schwingung wird gedämpft.

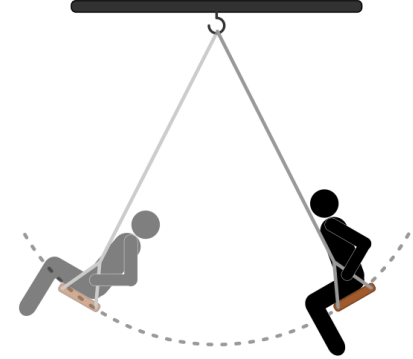
Übung

Die Aufgabe bezieht sich auf das Video „Bestimmung der Körpermasse im Weltraum“:

Die Periodenzeit des für die Messung verwendeten Federpendels mit einer Masse von 6,5 kg betrug 0,75 s. Mit dem Astronauten erhöhte sich diese Periodenzeit auf 2,7 s. Errechnen Sie die Körpermasse des Astronauten.

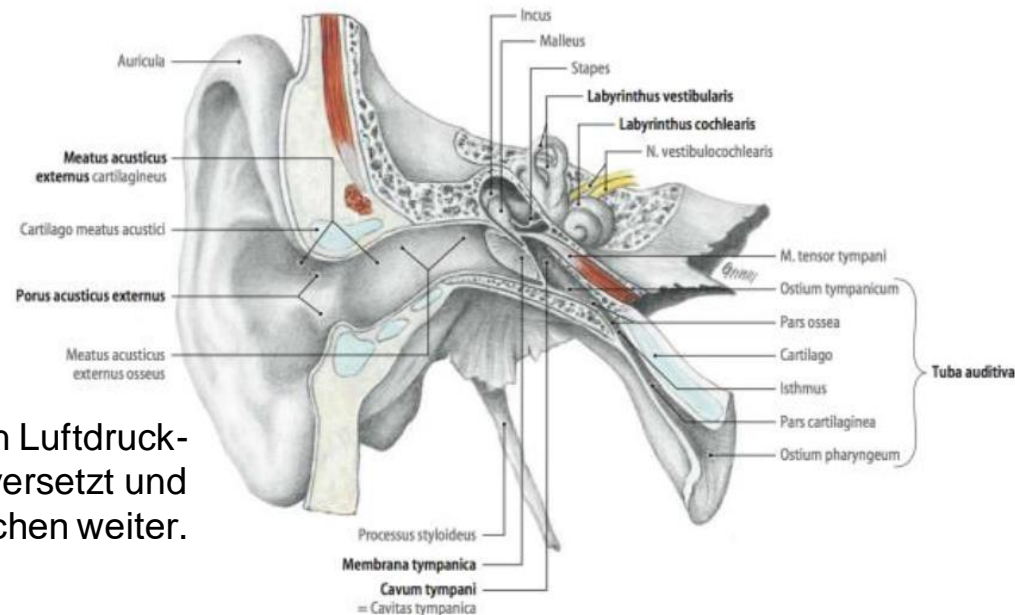
Erzwungene Schwingung

Schwingung unter dem Einfluss einer äußeren periodischen Erregungskraft.



Die eine Stimmgabel wird angeschlagen, die erzeugte Luftdruckschwankungen versetzen auch die andere Stimmgabel in Schwingung (falls beide auf die gleiche Tonhöhe abgestimmt sind).

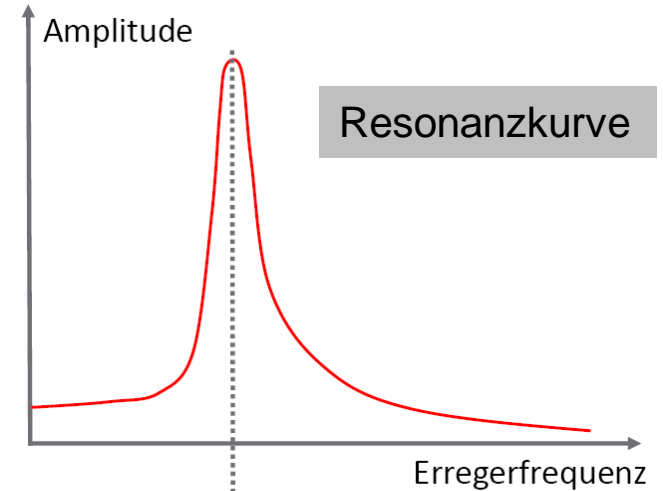
Das Trommelfell wird durch Luftdruckschwankungen in Schwingung versetzt und leitet diese über die Gehörknöchelchen weiter.



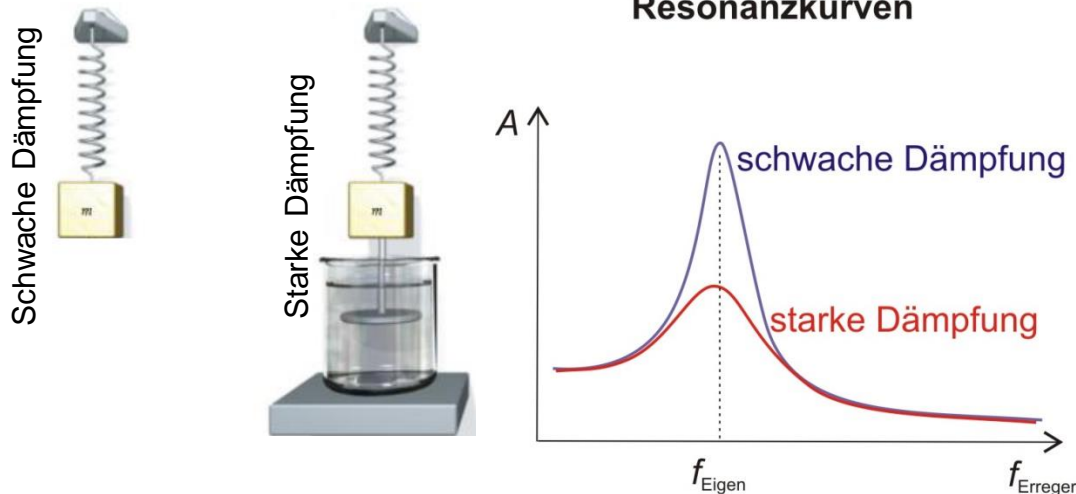
- Durch die erzwungene Schwingung kann die harmonische Schwingung mit einer konstanten Amplitude trotz der Energieverluste aufrechterhalten werden.
- Dabei nimmt das schwingende System die Frequenz des Erregers an.

Resonanz

- Wird einem schwingungsfähigen System von einem **äußeren Erreger** periodisch Energie zugeführt, so vollführt es, nach einer gewissen Einschwingzeit, eine **erzwungene Schwingung**
- Abhängig von der Erregerfrequenz treten **unterschiedlich große Schwingungsamplituden** auf
- Stimmt die Erregerfrequenz mit der Eigenfrequenz des schwingenden Systems überein, so tritt eine besonders starke erzwungene Schwingung mit sehr großen Amplituden auf
- Das Auftreten von besonders großen Amplituden bei einer bestimmten Frequenz wird als **Resonanz** bezeichnet, die Frequenz, bei der Resonanz auftritt, heißt **Resonanzfrequenz**

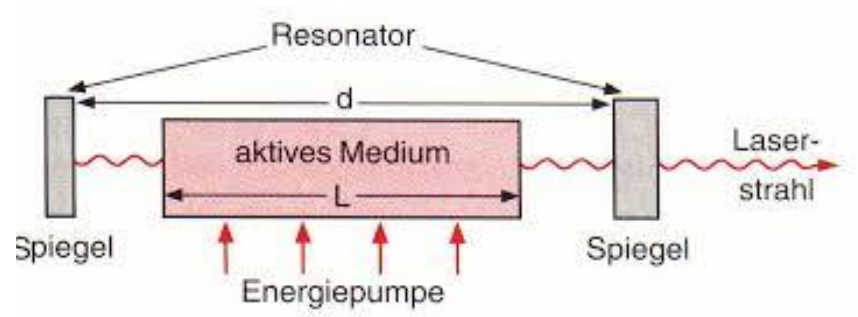
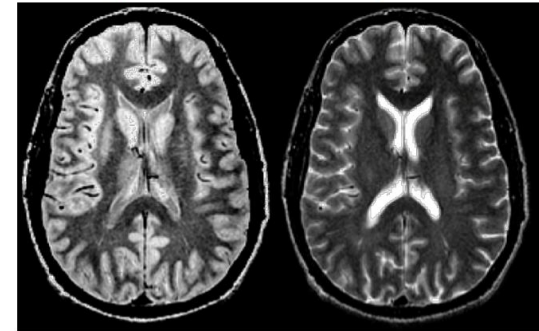
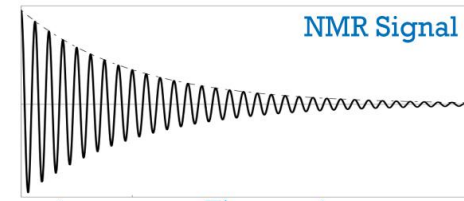


Resonanzfrequenz =
Eigenfrequenz des Oszillators



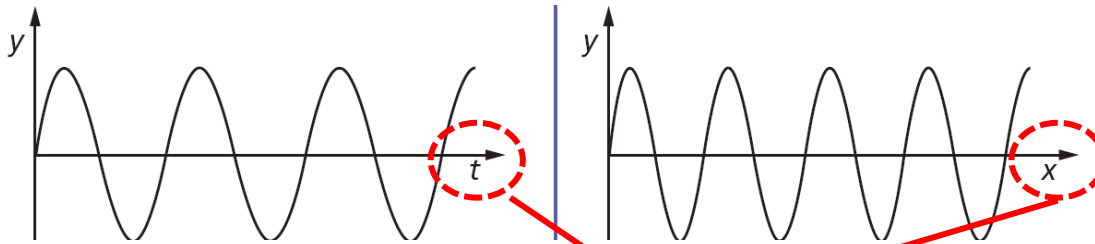
Bemerkung:
Das Phänomen der Resonanz wird in vielen technischen Geräten ausgenutzt (z. B. MRT, Laser, Rasterkraftmikroskop ...)

Magnetresonanztomographie (MRT)



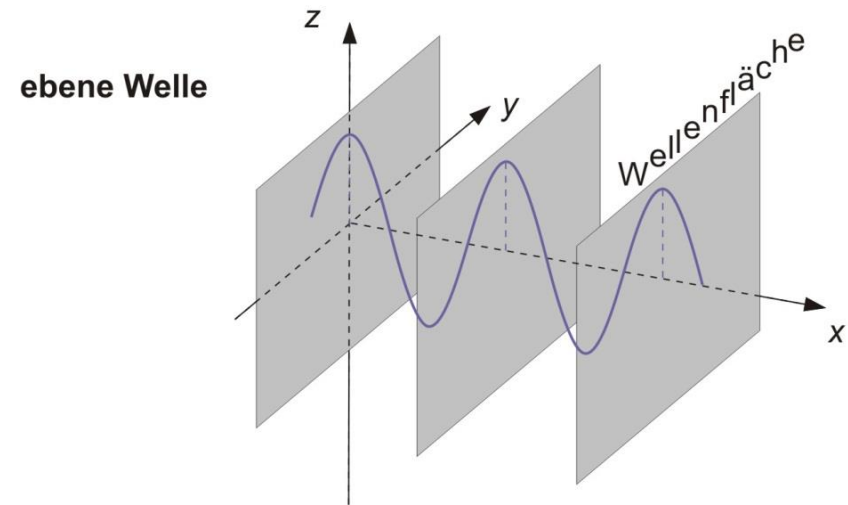
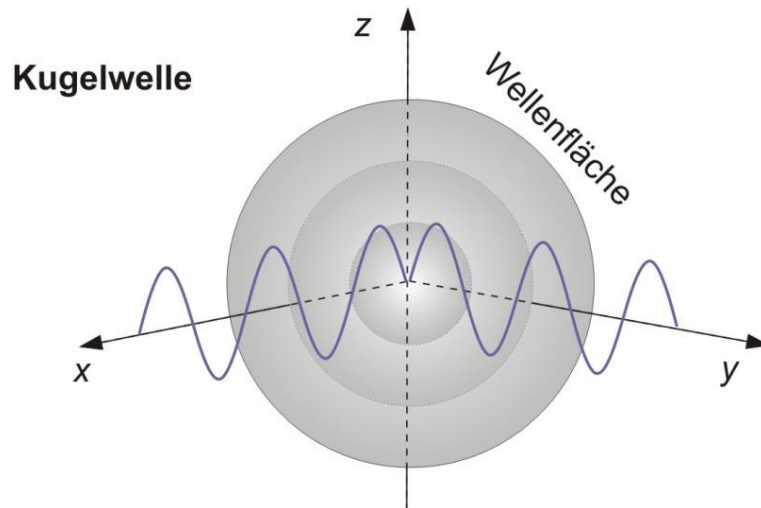
Grundbegriffe der Wellenlehre

- **Ausbreitung eines Schwingungszustandes** in einem schwingungsfähigen Medium
- Eine **zeitlich** und **räumlich** periodische Änderung einer physikalischen Größe



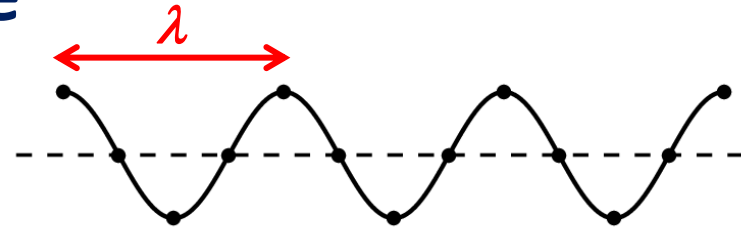
$$y = A \sin(\omega t + kx)$$

Wellenfläche oder **Wellenfront**: Eine Fläche, auf der sich alle Punkte in gleicher Phase, d. h. im selben Schwingungszustand, befinden.

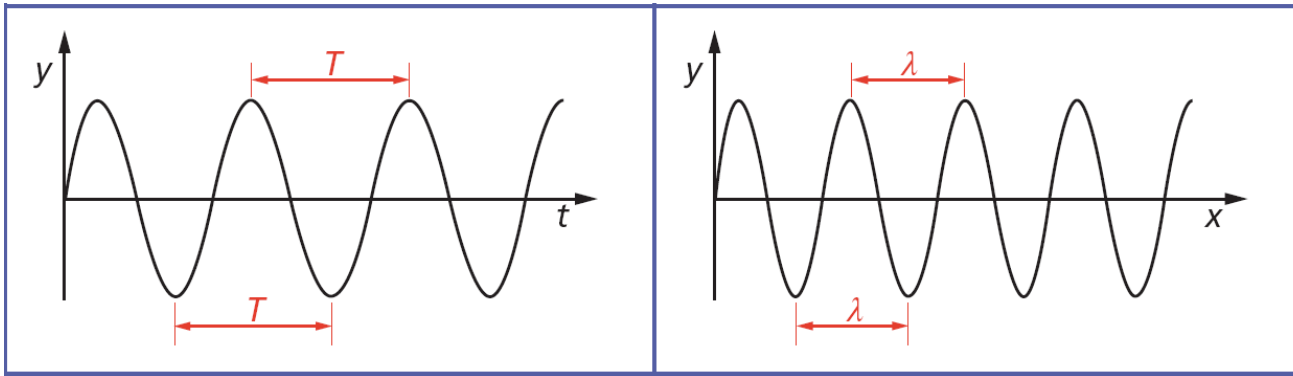


Wellenlänge

Wellenlänge (λ): Die Länge einer Welle, der Abstand zwischen gleichphasigen Punkten



- Die **Wellenlänge** ist analog zur Periodenzeit, sie beschreibt die **räumliche Periodizität**, während die **Periodenzeit** die **zeitliche Periodizität** charakterisiert.



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Periodenzeit (bzw. Frequenz):

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

celeritas - Schnelligkeit

Ausbreitungsgeschwindigkeit
der Welle

Bemerkung:

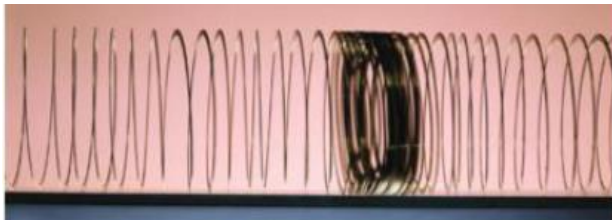
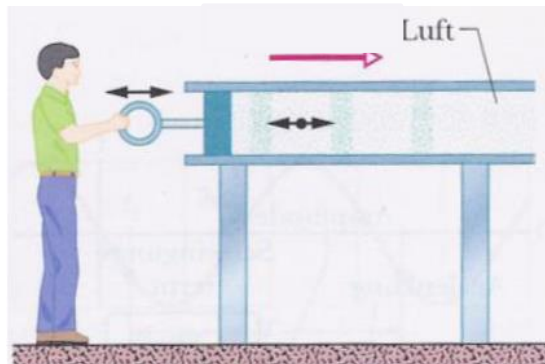
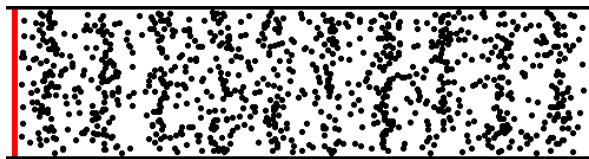
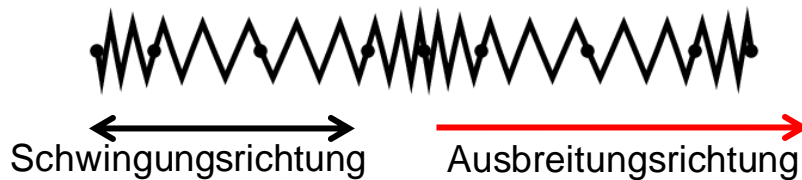
Der Zusammenhang hat allgemeine Gültigkeit, er gilt für jegliche Wellen (für mechanische, elektromagnetische Wellen, auch für Materiewellen)

Longitudinal- und Transversalwellen

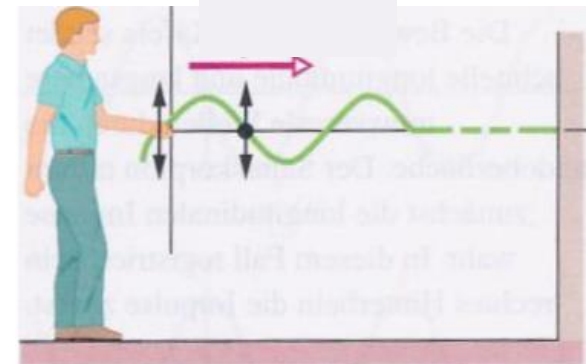
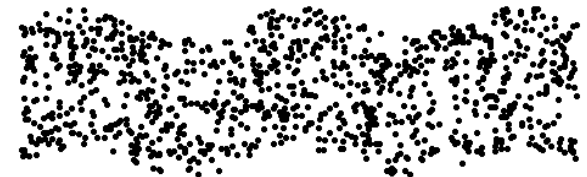
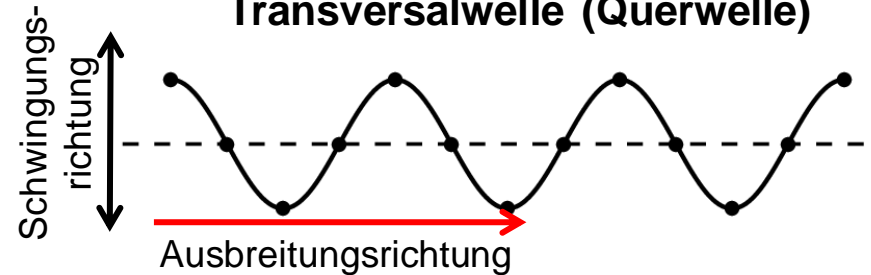
Abhängig davon, wie die **Auslenkungsrichtung** (Schwingungsrichtung) und die **Wellenausbreitungsrichtung** zueinander stehen, unterscheidet man Longitudinal- und Transversalwellen:

- **L**ongitudinalwellen: Schwingungsrichtung **paralle** zur Ausbreitungsrichtung
- **T**ransversalwellen: Schwingungsrichtung **senkrech**t zur Ausbreitungsrichtung

Longitudinalwelle (Längswelle)



Transversalwelle (Querwelle)

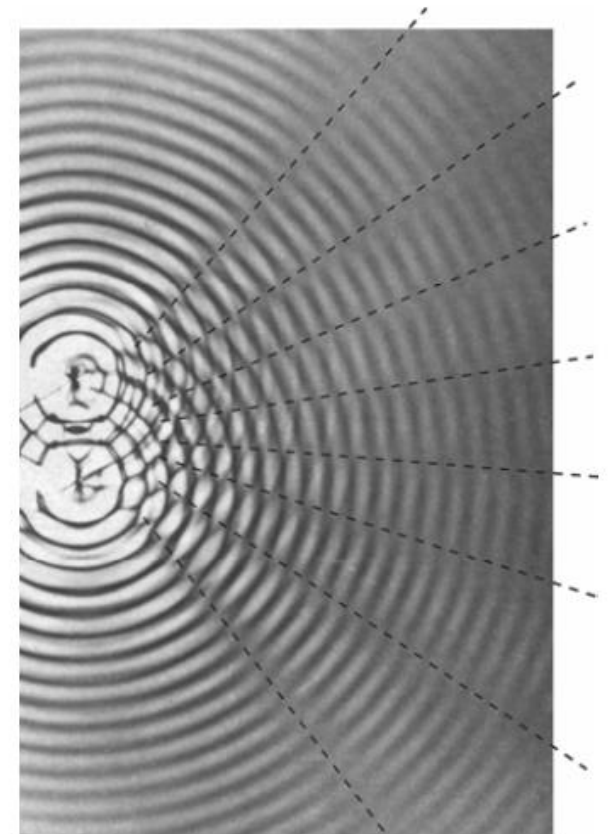


Wellenerscheinungen

Die "Wasserwelle": direkt beobachtbar, weil sie sich langsam genug ändert (klein f) und groß genug ist (groß λ).

Aber z.B. "Lichtwelle" ist nicht so.

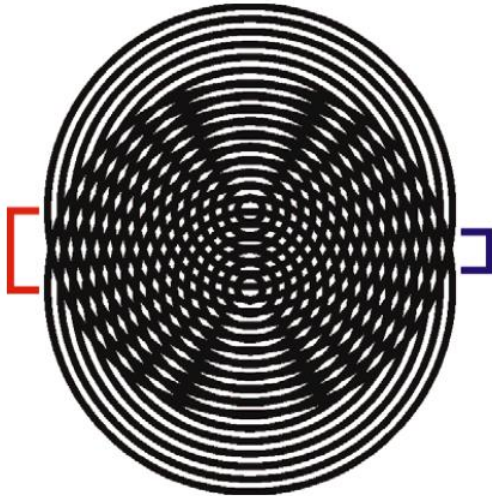
Unter bestimmten Bedingungen können jedoch **Muster** entstehen, die sich im Laufe der Zeit **wenig** oder **gar nicht verändern** und deren Größe deutlich größer sein kann als λ .



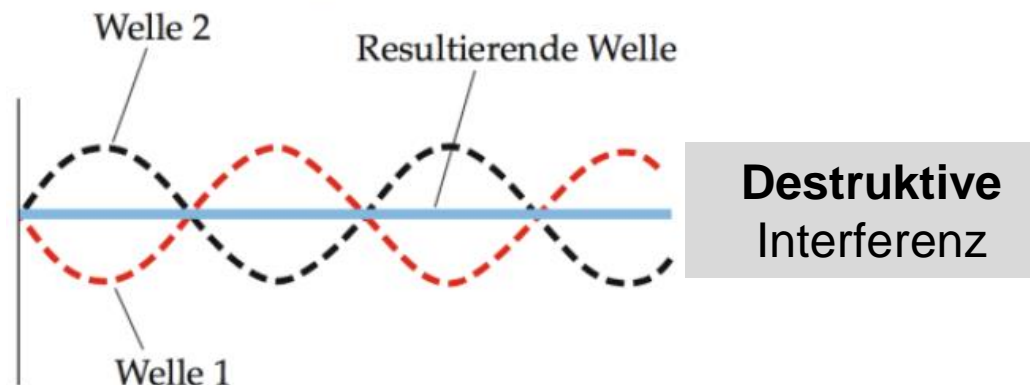
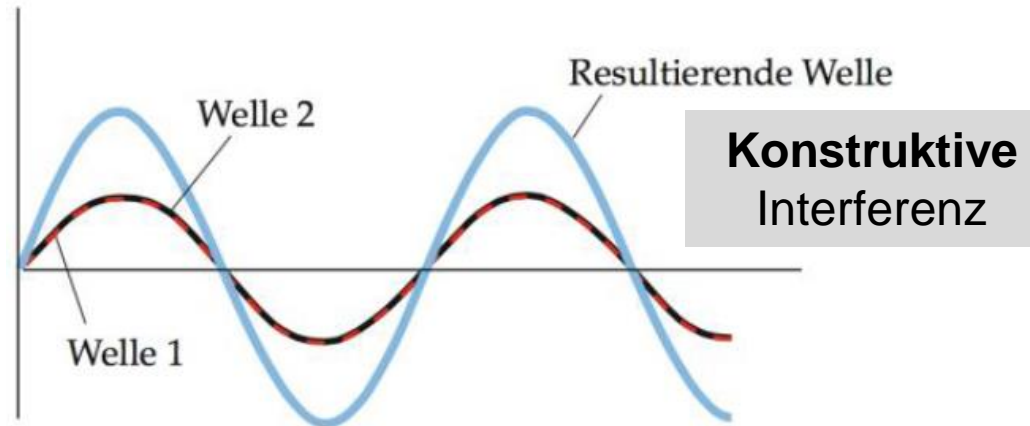
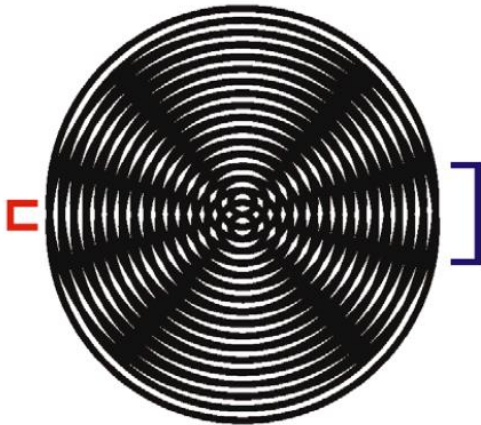
Interferenz

Die wichtigste Wellenerscheinung ist die **Interferenz**. Sie entsteht, wenn zwei oder mehr Wellen aufeinander treffen. Bedingungen für die Sichtbarkeit von Mustern:

- Kohärente Wellen (z. B. konstante Phasendifferenz, $\Delta\phi = k$)
- Die Entfernung der Quellen kann mit der Wellenlänge verglichen werden



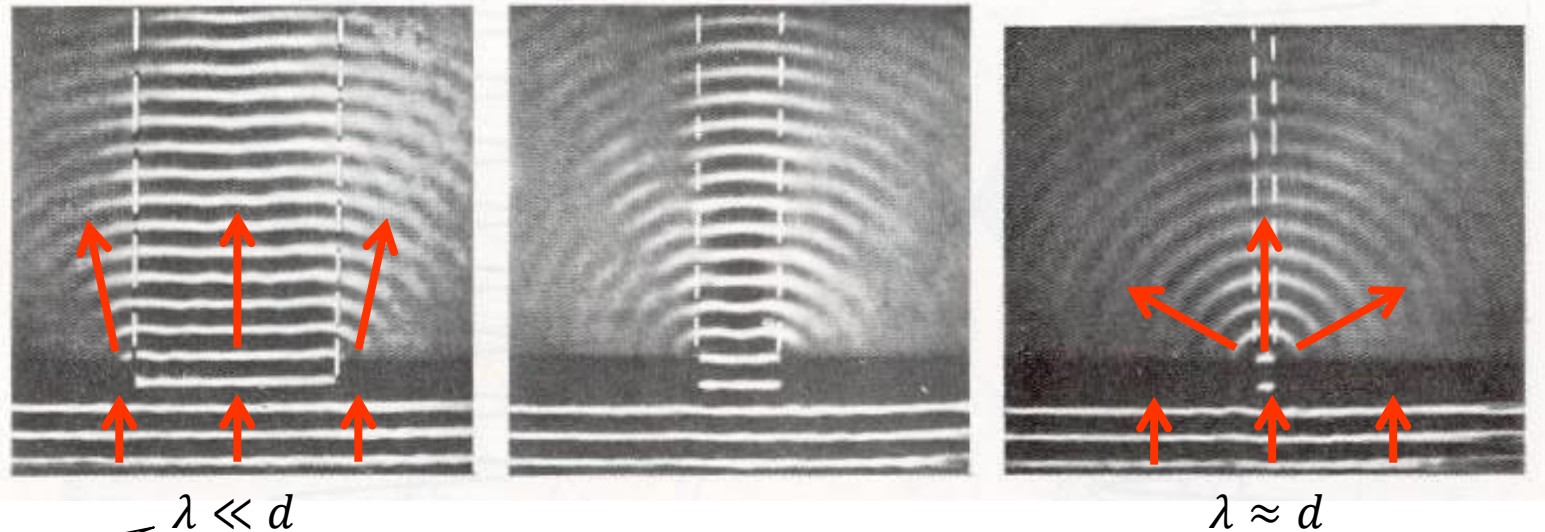
Kleinerer Quellenabstand (**rote Markierung**), größere Mustergröße (**blaue Markierung**).



Beugung (Diffraktion)

Abweichung von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung einer Welle am **Rand einer Öffnung** oder eines **Hindernisses** (nicht an der Grenze von zwei Medien!)

Z. B. Beugung an einer Öffnung:

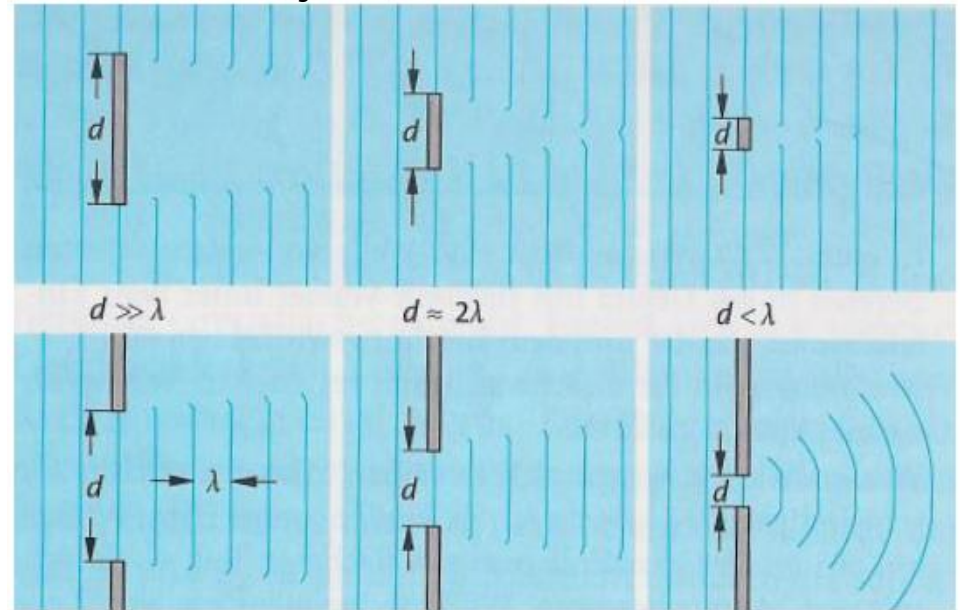


Wellenlänge

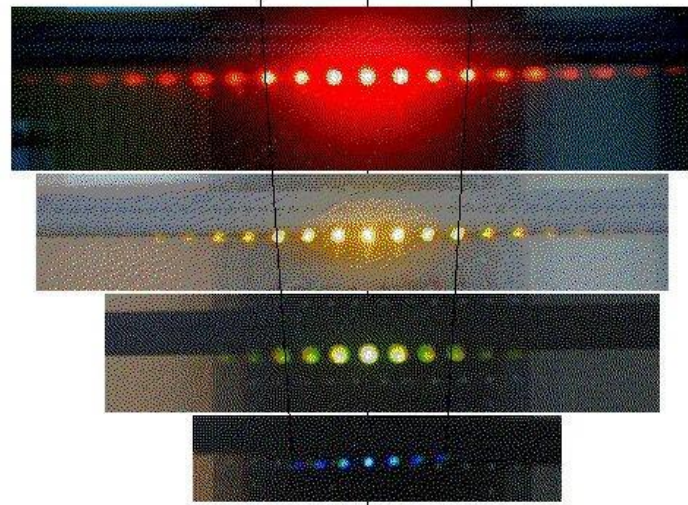
Breite der
Öffnung

Eindringen von Wellen in den **geometrischen „Schattenraum“** hinter **Hindernissen oder Öffnungen**

- **Abhängig** von dem Verhältnis der **Größe** des **Hindernisses** bzw. der **Öffnung** und der **Wellenlänge** ist die Beugung **mehr oder weniger stark** ausgeprägt
- Das Phänomen der Beugung tritt **umso deutlicher** auf, **je**:
 - **kleiner** das **Hindernis** oder die **Öffnung** sind (bei konstanter Wellenlänge)



- **größer** die **Wellenlänge** ist (bei konstanter Öffnung)



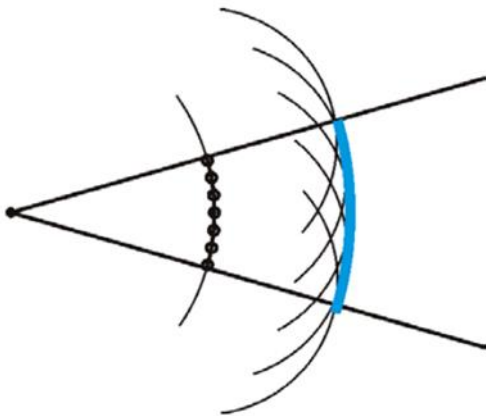
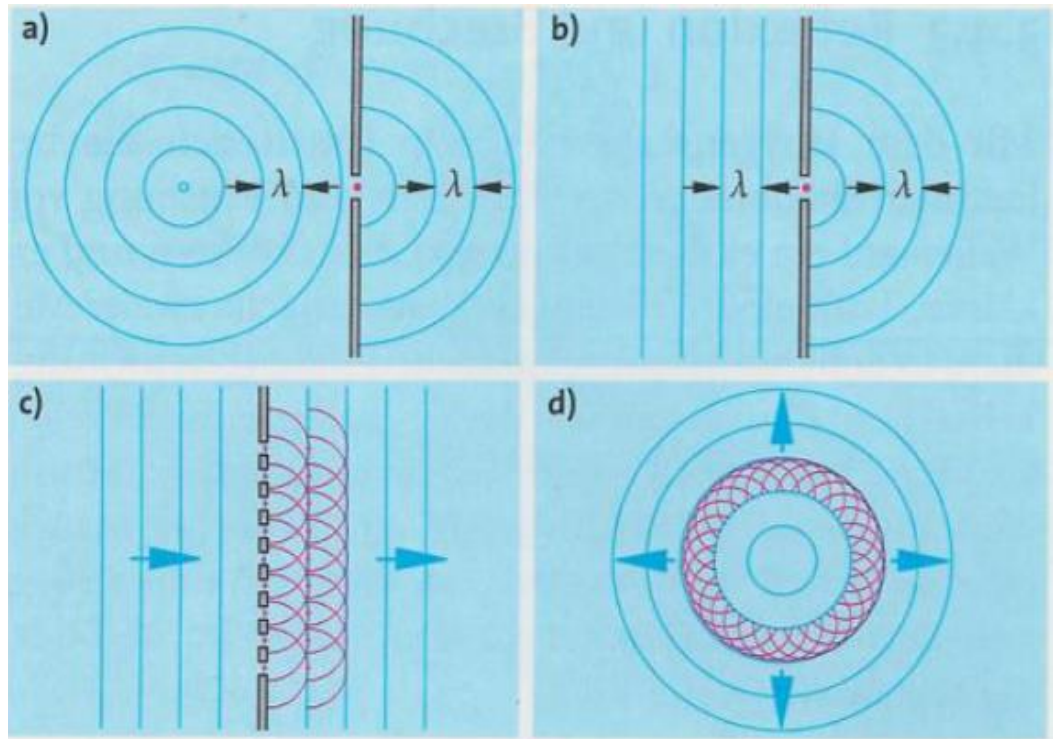
Bemerkung:

Diffraktionsmethoden

Die Beugung des Lichts limitiert die Auflösung von optischen Geräten, wie Mikroskop, Auge usw. 17

Huygens-Fresnelsches Prinzip

- Ein **Modell** zur Beschreibung der Wellenausbreitung
- Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Welle, der sogenannten Elementarwelle, betrachtet werden
- Die **Elementarwelle** breitet sich mit gleicher Geschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Welle aus
- Die **Einhüllende** einer Wellenfront ergibt die neue Wellenfront. wenn neue Einhüllende entstehen, gilt das Superpositionsprinzip, sie durchdringen sich gegenseitig - sie **interferieren**



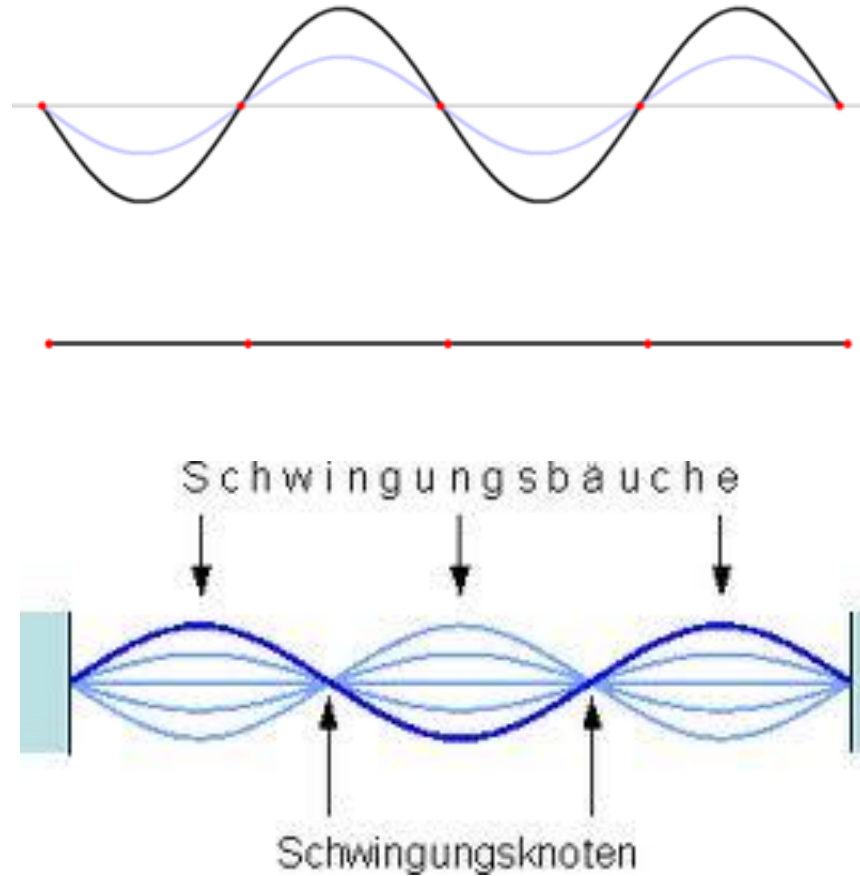
Stehende Wellen

Reflexion einer Welle

- am freien Ende

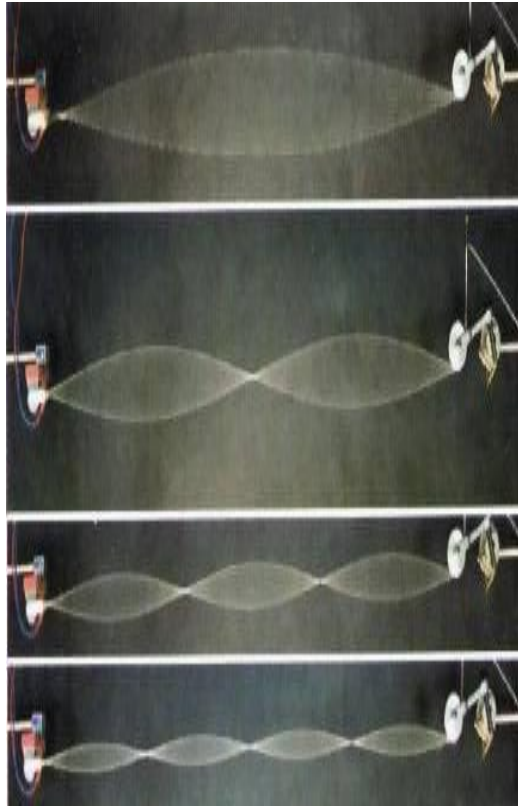


- am festen Ende



- Entstehen durch **Überlagerung zweier gegenläufiger ebener Wellen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude** (z.B. Überlagerung von reflektierter und einfallender Welle)
- Alle Punkte schwingen mit gleicher Phase, aber unterschiedlicher Amplitude
- An einem festen Ende befindet sich ein Knotenpunkt
- An einem freien Ende befindet sich ein Schwingungsbauch

Z. B.: Ein System mit zwei festen Enden (beide sind Knotenpunkte)



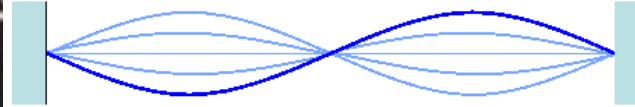
Grundschiwingung



$$\lambda_0 = 2 \cdot l \Rightarrow f_0 = \frac{c}{2l}$$

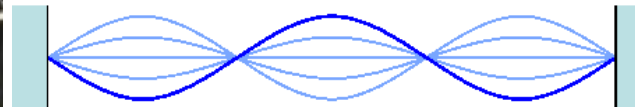
f_0 - Grundfrequenz

1. Oberschiwingung

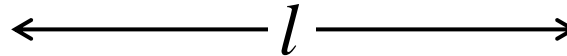


$$\lambda_1 = l \Rightarrow f_1 = \frac{c}{l} = 2 \cdot f_0$$

2. Oberschiwingung



$$\lambda_2 = \frac{2}{3} \cdot l \Rightarrow f_2 = \frac{3c}{2l} = 3 \cdot f_0$$



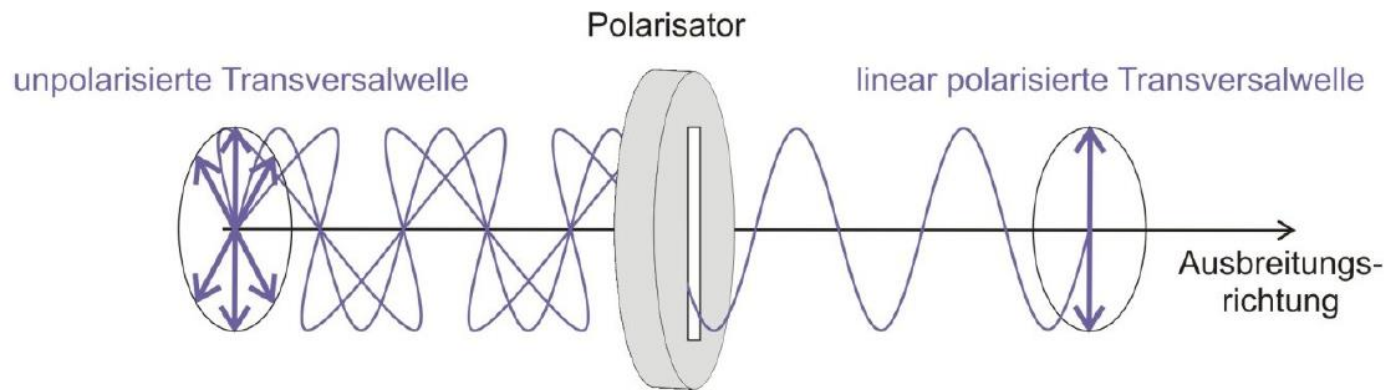
Bemerkung:

Die Grundfrequenz einer Geigesaite z. B. kann eingestellt werden durch

- die Variierung der Länge der Saite
- die Variierung des Spannungszustandes der Saite (\rightarrow Ausbreitungsgeschwindigkeit)

(Lineare) Polarisation

- Bei Transversalwellen stehen Schwingungs-und Ausbreitungsrichtung senkrecht zueinander
- Die Schwingungsrichtung ist dabei aber **noch nicht genau definiert**, obwohl sie die ganze Zeit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung steht (= unpolarisierte Welle)
- Die „Auswahl“ **einer** Schwingungsrichtung (Schwingungsebene) mit Hilfe eines Polarisators wird lineare Polarisation genannt

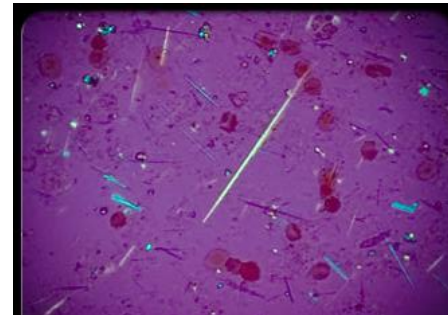


Polarisation von Licht

Ein Anwendungsbeispiel: **Polarisationsmikroskop**



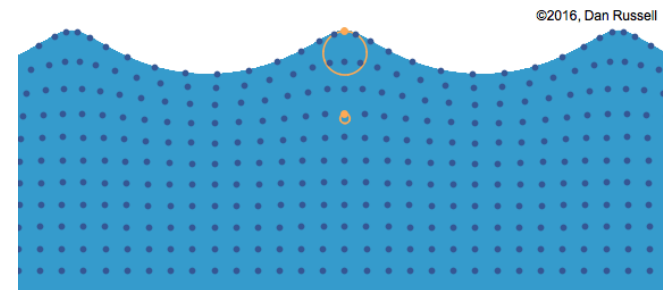
Gicht



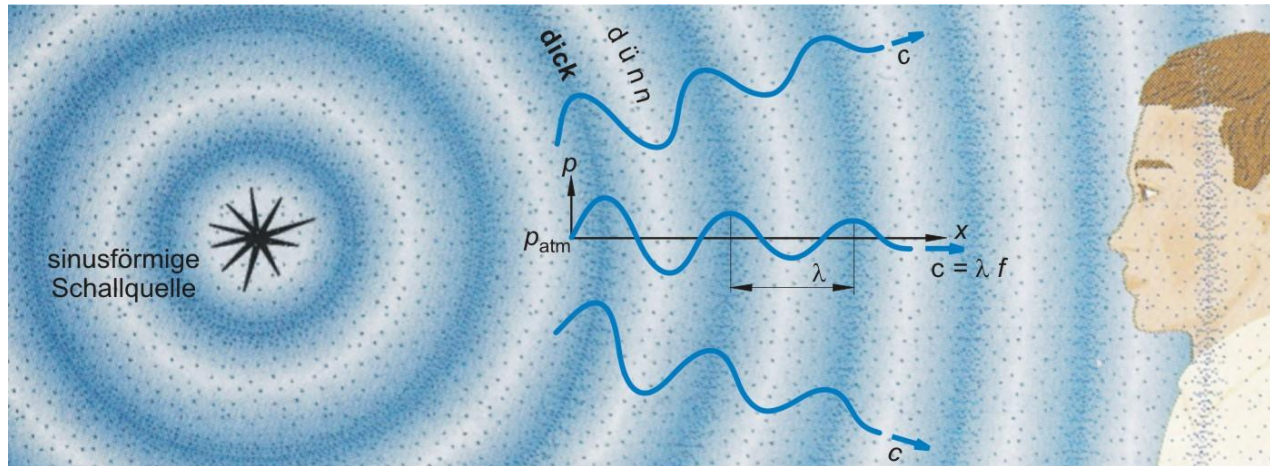
Ablagerung von Harnsäure-Kristalle

Mechanische Wellen

- Sind an die Bewegung von Materie gebunden (**benötigen einen Träger**)
- Bewegung von Materiestücken z.B.:
 - Wasserwellen (Wasser)
 - Schallwellen (Luft)
- Können sowohl Longitudinal- als auch Transversalwellen darstellen
- **Mechanische Longitudinalwellen** können sich in **jedem Medium** ausbreiten, **mechanische Transversalwellen** nur in **Festkörpern**. (Die Oberflächenwellen des Wassers sind jedoch teilweise Transversalwellen.)
- Mit der Ausbreitung der Wellen ist ein **Energietransport**, aber **kein Materietransport** verbunden



Schall



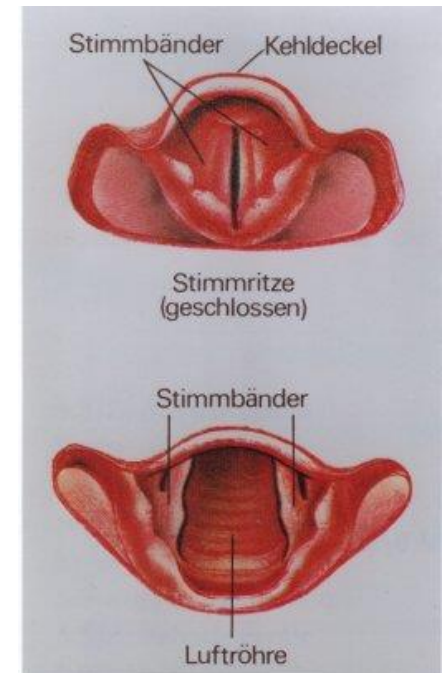
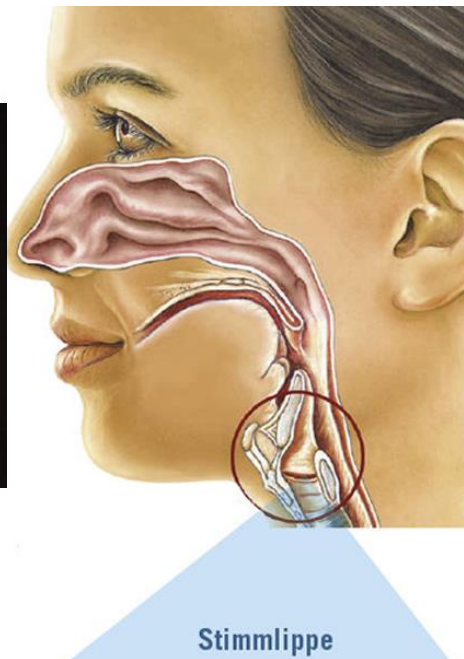
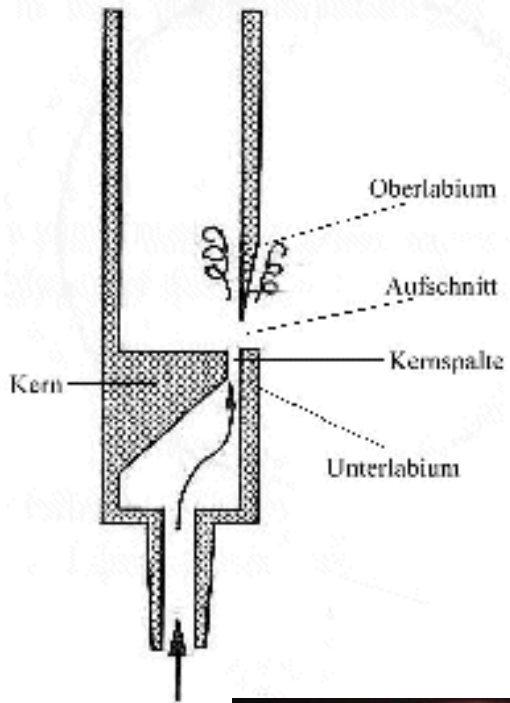
- Schallwellen sind mechanische Wellen und können auf Grundlage des menschlichen Hörens in vier Bereiche eingeteilt werden:

Schallbereiche	Infraschall	Hörschall	Ultraschall	Hyperschall
Frequenzwerte (Hz)	< 20	20–20 000	20 000– 10^9	$10^9 <$

- Die Schallgeschwindigkeit ist im Allgemeinen **in Gasen kleiner als in Flüssigkeiten und in Flüssigkeiten kleiner als in Festkörpern**

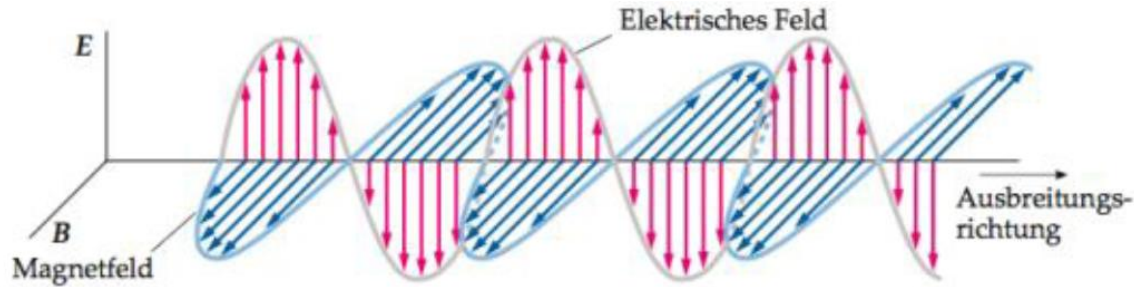
Stoff	c_{Schall} (m/s)
Luft (0°C, 101 kPa)	330
Helium (0°C, 101 kPa)	965
Wasser (20°C)	1483
Fettgewebe	1470
Muskelgewebe	1568
Knochen (kompakt)	3600
Eisen	5950

Erzeugung von Schallwellen



Elektromagnetische Wellen

- Wellen aus gekoppelten elektrischen und magnetischen Feldern



- Das elektromagnetische Feld ist das schwingungsfähige Medium, sodass sich diese Wellen **auch im Vakuum ausbreiten können**
- Beschreiben **Transversalwellen** (die somit **polarisiert werden können**)
- Alle elektromagnetischen Wellen **breiten sich im Vakuum mit derselben Geschwindigkeit, der Lichtgeschwindigkeit aus:**

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Licht – die bekannteste elektromagnetische Welle

- Das **sichtbare Spektrum des Lichts** umfasst den Wellenlängenbereich von ca. 380 nm–780 nm (VIS-Bereich) → **400 nm–800 nm**

