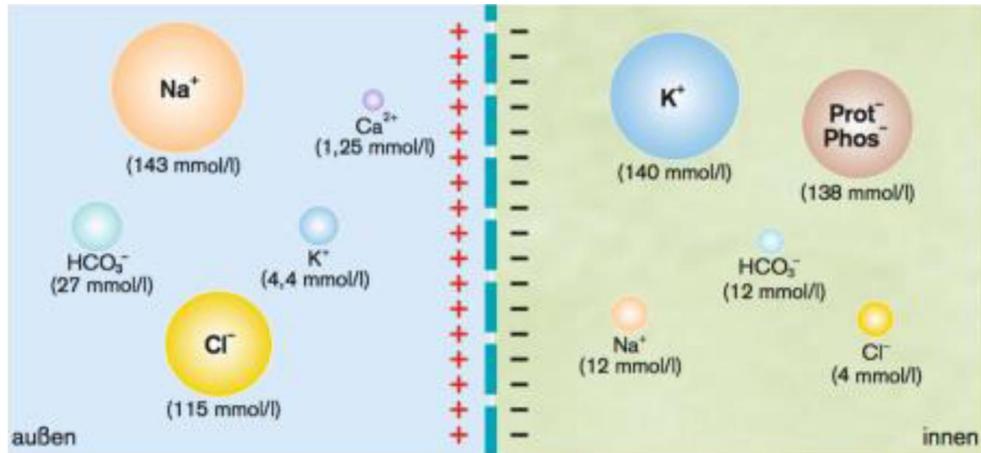
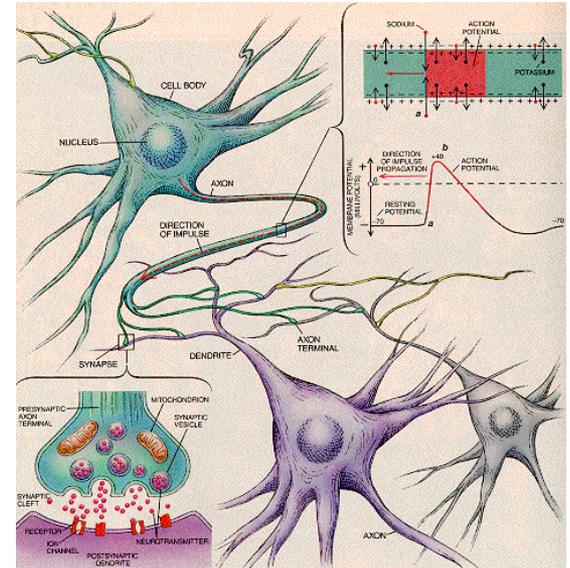


Grundlagen der medizinischen Biophysik

7. Vorlesung 29. 09. 2023

Ádám Orosz

Elektrizitätslehre



Elektrische Ladung und Ladungsträger

Elektrische Ladung

- Die elektrische **Ladung** ist **an Materie gebunden**, sie ist eine wesentliche Eigenschaft der Materie (wie die Masse)
- Es gibt **positive** und **negative** Ladungen
- **SI-Einheit** der Ladung: **Coulomb (C)**
- Die elektrische **Ladung** ist eine **gequantelte Größe** und die kleinste Ladungsmenge wird als **Elementarladung (e)** bezeichnet: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$

Elektrische Ladungsträger

- Ladungsträger sind Teilchen, die eine elektrische Ladung tragen, z. B.
 - das Elektron, seine Ladung ist $-e$
 - das Proton, seine Ladung ist $+e$

Faraday-Konstante (F)

- Die **Faraday-Konstante** entspricht der **Gesamtladung von 1 mol Protonen**:

$$F = N_A \cdot e = 6,03 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} = 96500 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

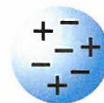
Aufladung eines Körpers

- Atome, Moleküle, makroskopische Objekte **sind im allgemeinen elektrisch neutral**, da diese gleich viele Elektronen wie Protonen enthalten
- Körper (Atome, Moleküle, makroskopische Körper) können durch **Entfernung** oder durch **Zuführen von Elektronen** **netto elektrische Ladung erhalten**

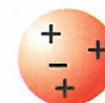
elektrisch neutraler Körper



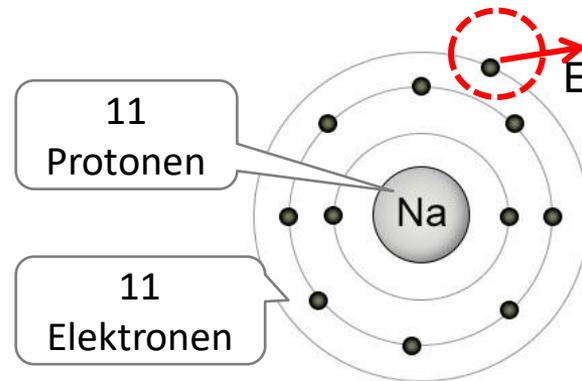
negativ geladener Körper (-)



positiv geladener Körper (+)



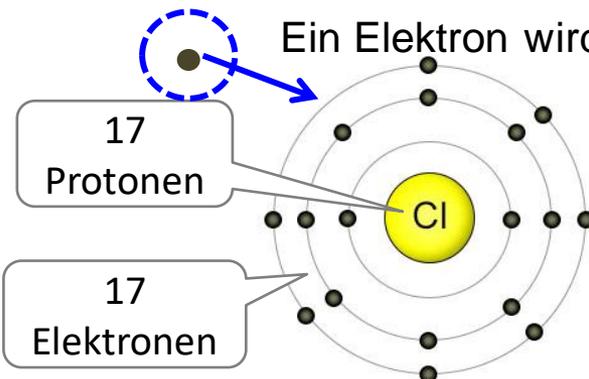
Z. B.:



Ein Elektron wird entfernt.



Na⁺: Positives **Kation** mit einer Ladung von 1e

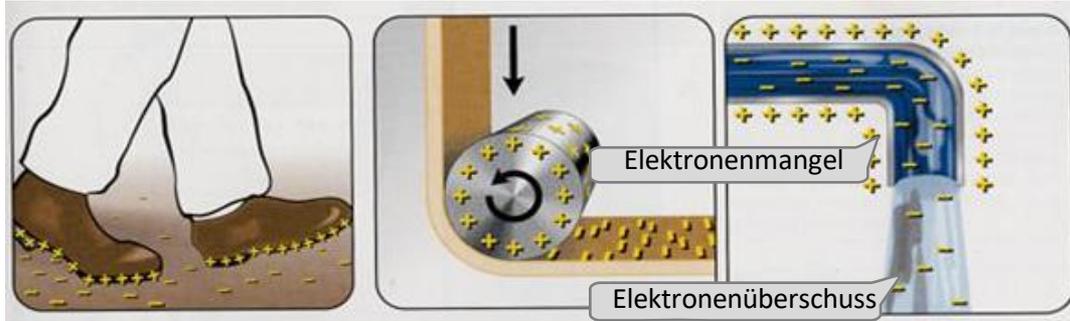


Ein Elektron wird zugeführt.

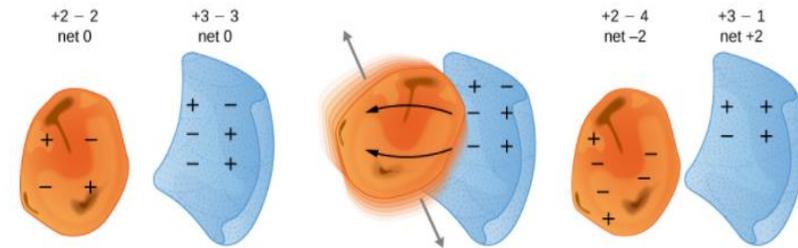


Cl⁻: Negatives **Anion** mit einer Ladung von -1e

Aufladung eines Körpers



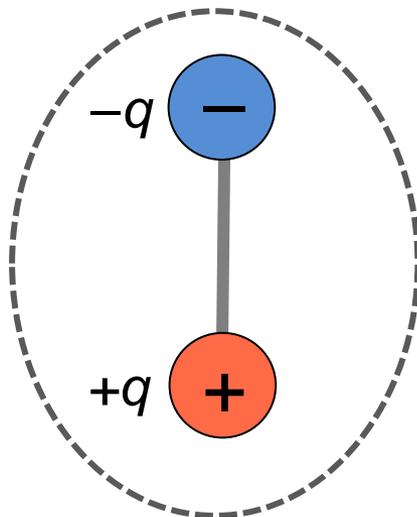
Reibungselektrizität



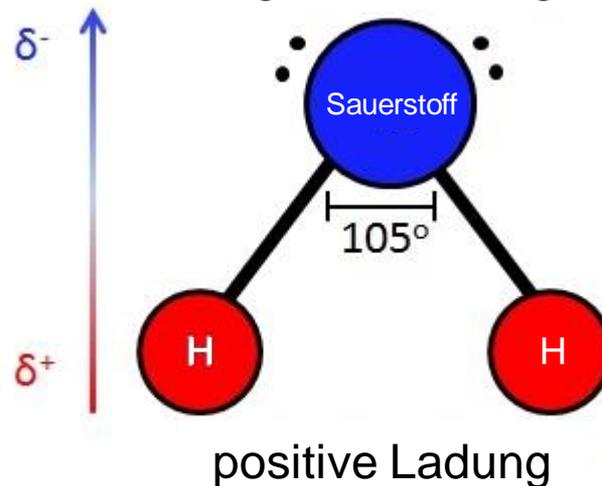
ἤλεκτρον - ēlektron - „Bernstein“

Elektrischer Dipol

- Die **Anordnung** von **zwei gleich großen ungleichnamigen Ladungen** q bei einem Abstand.
- Insgesamt bleibt der Körper **neutral**.



Z. B.:
Wasser-
molekül



Wechselwirkungen zwischen Ladungen

Gleichnamig geladene Körper stoßen einander ab.	Ungleichnamig geladene Körper ziehen einander an.
	
	

$$\text{Coulomb-Gesetz: } F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

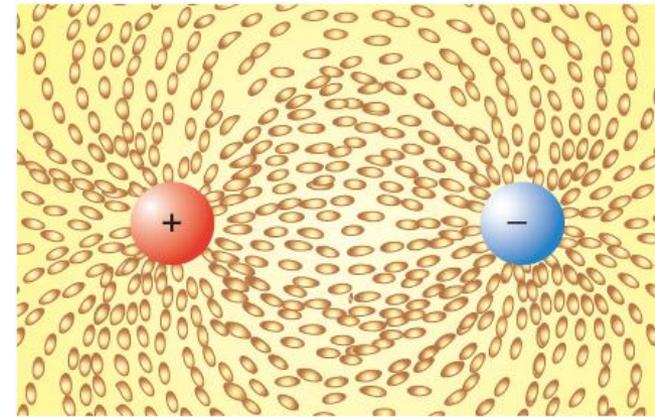
- Das Gesetz ist analog zum Gravitationsgesetz
- Die elektrische Anziehungskräfte zwischen dem Atomkern und den Elektronen halten das Atom zusammen!

Woher wissen zwei Ladungen von einer Entfernung, dass sie sich anziehen oder abstoßen müssen?

Das elektrische Feld dient als „Vermittler“ zwischen den Ladungen.

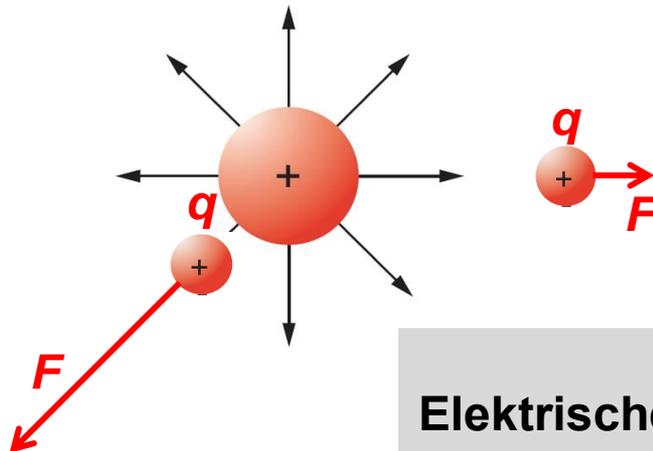
Elektrisches Feld

- Ein **Modell** für die Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Ladungen: **Ladungen erzeugen** um sich herum ein **elektrisches Feld** und üben nicht direkt **Kräfte** aufeinander aus, sondern **durch das elektrische Feld**.
- Das Feld wird durch **Feldlinien** veranschaulicht; dies sind Kurven, deren **Tangenten** an jedem Punkt die **Richtung des Feldes**, d. h. die Richtung der Kraftwirkung, anzeigen und deren **Dichte** zur **Stärke** des Feldes proportional ist.



1 Grießkörnchen im elektrischen Feld zwischen zwei ungleichnamig geladenen Elektroden

Elektrische Feldstärke



q - Probeladung (positiv)

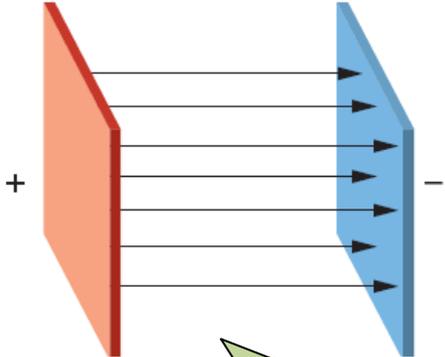
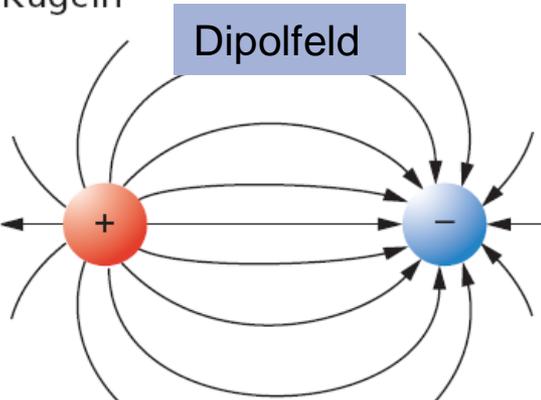
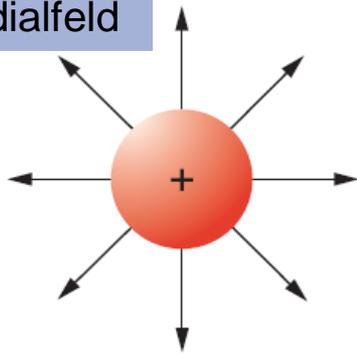
F - durch das Feld auf die Probeladung wirkende Kraft

$$\text{Elektrische Feldstärke (E): } E = \frac{F}{q} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \text{ oder } \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

Homogene und inhomogene elektrische Felder

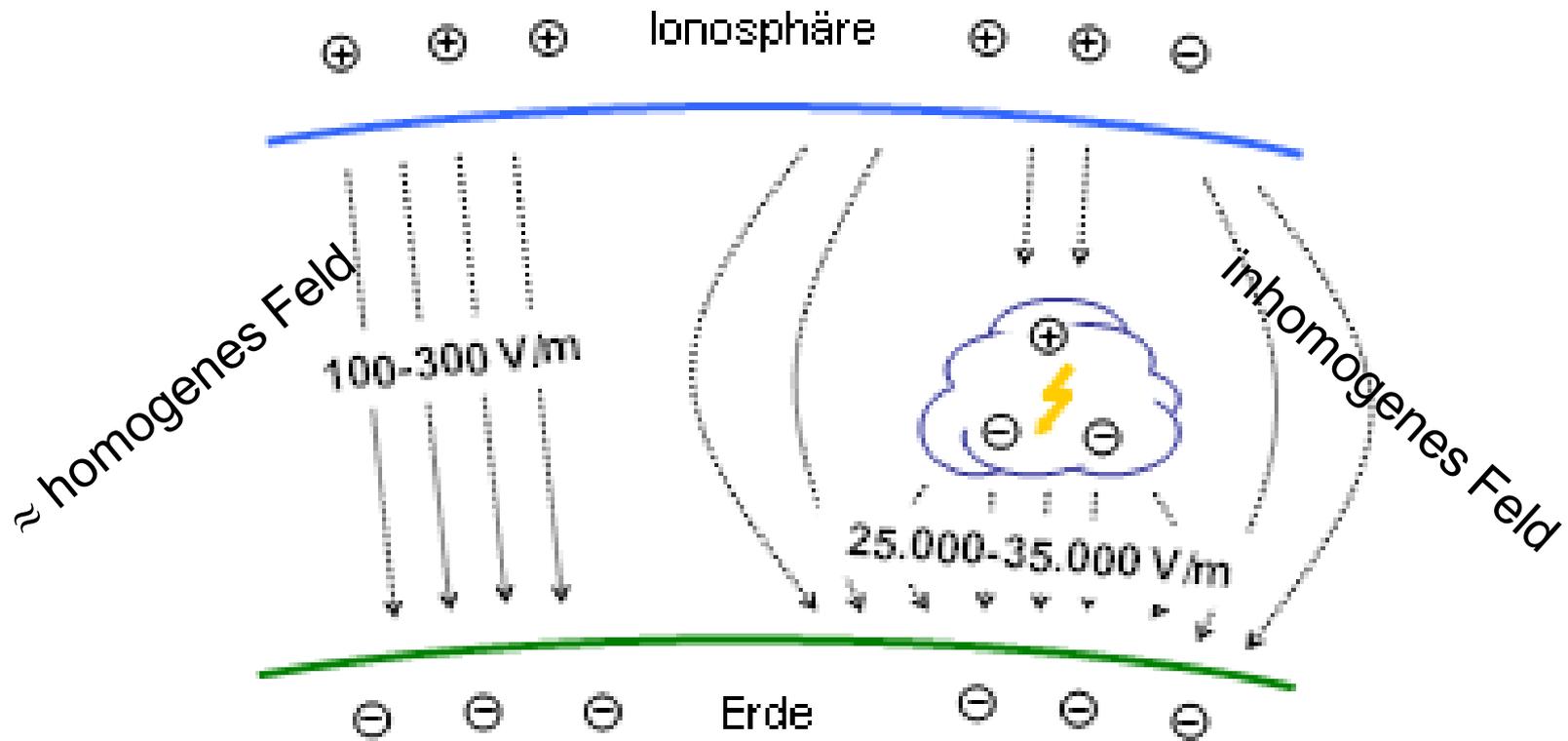
- Elektrische Feldstärke ist **an jedem Ort gleich**.
- Die Feldlinien laufen parallel und in gleichem Abstand voneinander.

- Elektrische Feldstärke (Richtung oder Größe oder beide) ist **von Ort zu Ort unterschiedlich**.

Homogenes Feld	Inhomogene Felder	
<p>Feld zwischen zwei ungleichnamig geladenen Platten</p>  <p>+ -</p>	<p>Feld zwischen zwei geladenen Kugeln</p> <p>Dipolfeld</p> 	<p>Feld um eine geladene Kugel (Radialfeld)</p> <p>Radialfeld</p> 

z. B. Plattenkondensator
(zwei leitende Platten durch einen Isolator voneinander getrennt)

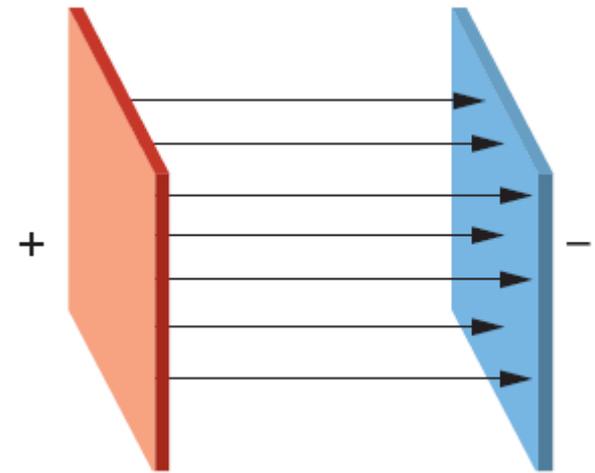
Elektrisches Feld der Erde



Übung

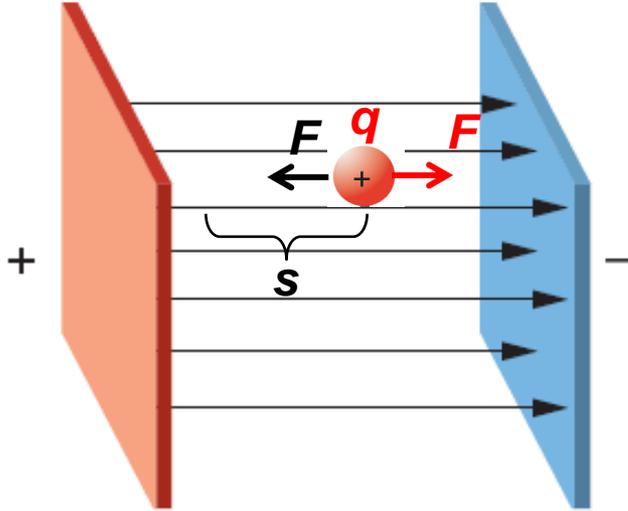
Die Feldstärke des homogenen Feldes in der Abbildung beträgt 2400 N/C .

a) Man platziert eine Probeladung $q = 0,05 \text{ C}$ in das Feld. Welche Kraft wirkt auf die Probeladung (Betrag und Richtung)?

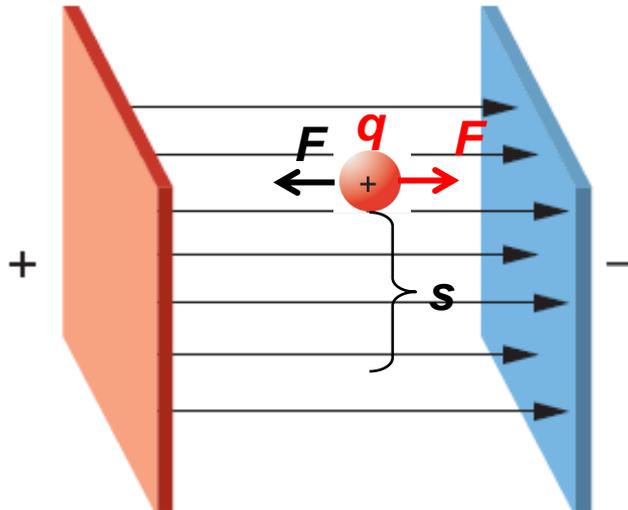


b) Man platziert ein Elektron in das Feld. Welche Kraft wirkt auf das Elektron (Betrag und Richtung)?

Arbeit im elektrischen Feld



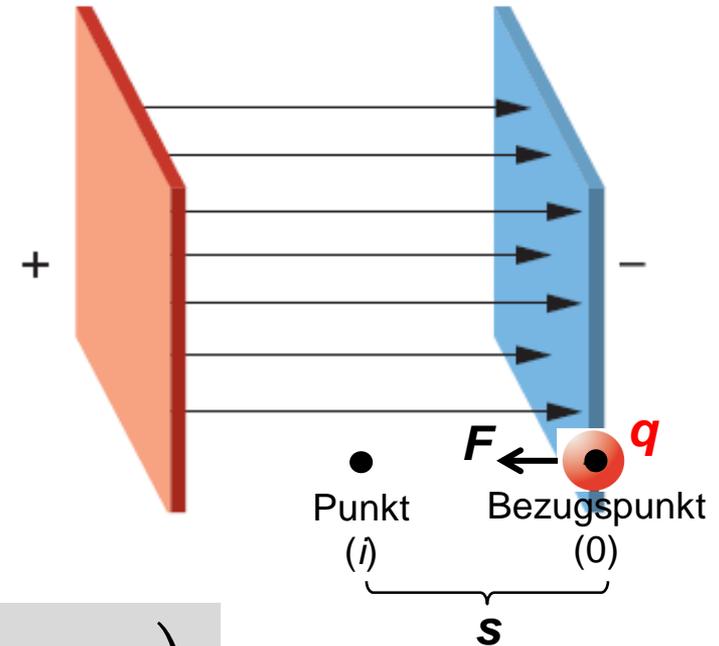
- Auf eine sich in einem elektrischen Feld befindende Ladung wirkt eine Kraft, die **elektrische Kraft**: $F = E \cdot q$
- Um das Teilchen **entgegen der elektrischen Kraft** entlang des **Weges s** zu **bewegen**, muss die **Arbeit W** verrichtet werden: $W = F \cdot s = E \cdot q \cdot s$



- Wird das Teilchen **senkrecht zu den Feldlinien** bewegt, so muss **keine Arbeit** verrichtet werden:
 $W = E \cdot q \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0$
- Eine schräge Bewegung im Feld kann aus einer wagrechten und einer senkrechten Bewegung zusammengesetzt werden

Elektrisches Potenzial

- Jedem Punkt eines elektrischen Feldes kann ein **Potenzial** (φ) zugeordnet werden
- Dieses Potenzial entspricht der **Arbeit**, die man verrichten müsste, um **eine Ladung von 1 C** vom (willkürlich gewählten) Bezugspunkt (0) zum entsprechenden Punkt des Feldes (i) zu befördern
- Zum Bezugspunkt wird das Potenzial von 0 **willkürlich** zugeordnet



Elektrisches Potenzial (φ): $\varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} \left(\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V (Volt)} \right)$

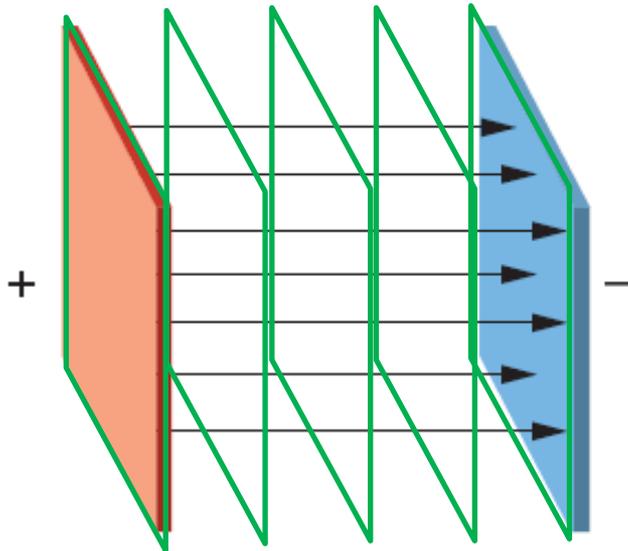
$$W_{0 \rightarrow i} = F \cdot s = E \cdot q \cdot s$$

Im Falle eines homogenen Feldes: $\varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} = \frac{E \cdot q \cdot s}{q} = E \cdot s$

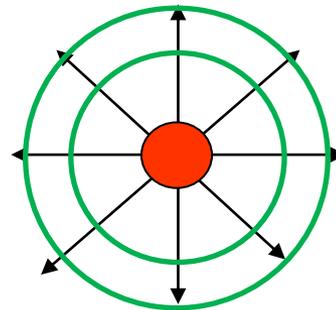
Äquipotenzialflächen

- **Alle Punkte**, die das **gleiche Potenzial** besitzen, liegen auf einer Fläche, der **Äquipotenzialfläche**
- Die **Feldlinien** verlaufen **senkrecht** zu den Äquipotenzialflächen
- Bewegt man eine Ladung **innerhalb** einer Äquipotenzialfläche, so wird **keine Arbeit** verrichtet
- In **homogenen Feldern** sind die Äquipotenzialflächen **Ebenen**, in **inhomogenen Feldern** beliebig **gekrümmte** Flächen

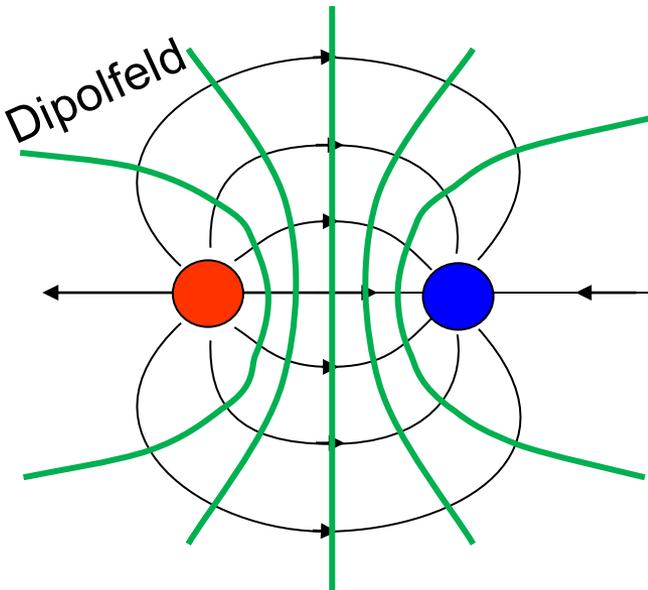
Äquipotenzialflächen



Radialfeld



Dipolfeld

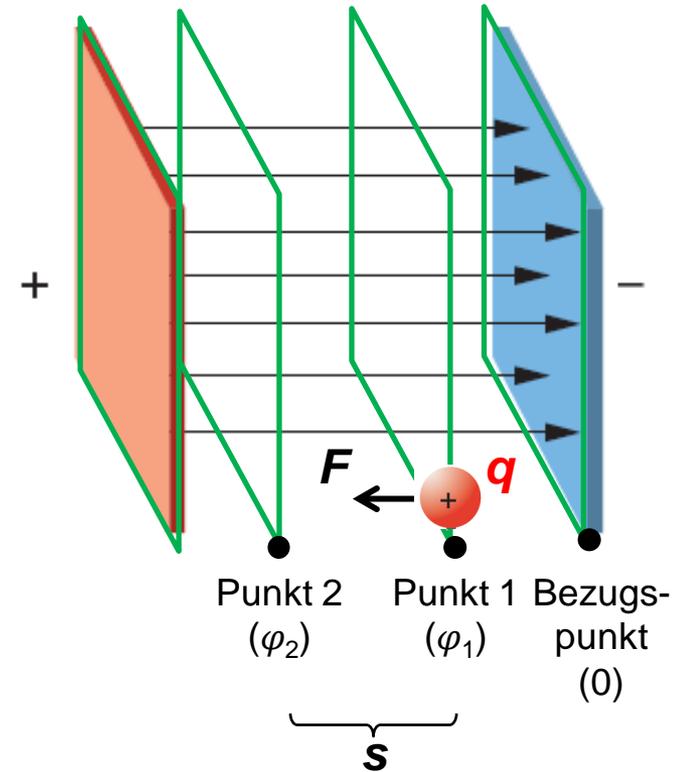


Elektrische Spannung

- Die elektrische **Spannung** entspricht der **Potenzialdifferenz** zwischen zwei Punkten
- Dies entspricht der Arbeit, die geleistet werden muss, um eine Ladung der Größe 1 C von einem „Punkt 1“ zu einem anderen „Punkt 2“ in dem elektrischen Feld zu bringen:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

- Muss **gegen das Feld** Arbeit verrichtet werden, so ist die Arbeit und auch die Spannung **positiv** – „Punkt 2“ hat also ein höheres elektrisches Potenzial als „Punkt 1“
- Ist die Arbeit und damit auch die Spannung **negativ**, so hat „Punkt 2“ ein niedrigeres elektrisches Potenzial als „Punkt 1“

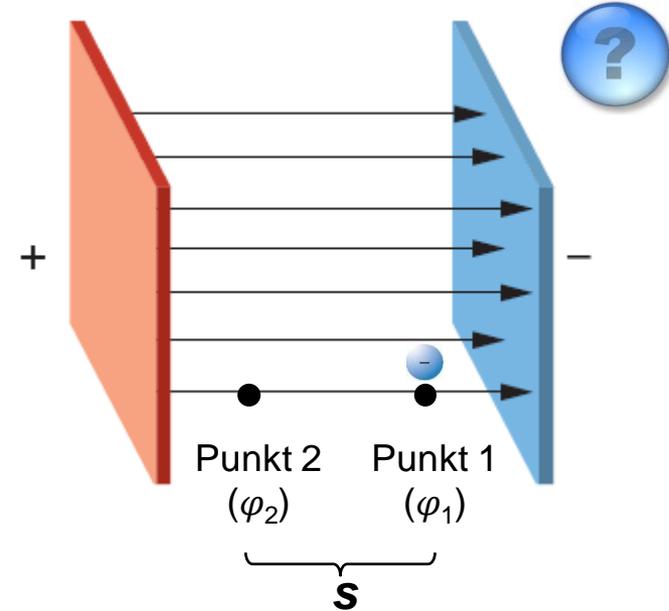


Im Falle eines homogenen Feldes: $U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = \frac{E \cdot q \cdot s}{q} = E \cdot s$

$$U_{21} = E \cdot s$$

Übung

1. Die Feldstärke des Feldes in der Abbildung beträgt 2400 N/C .
- b) Berechnen Sie die Potenzialwerte der Punkte 1 und 2.



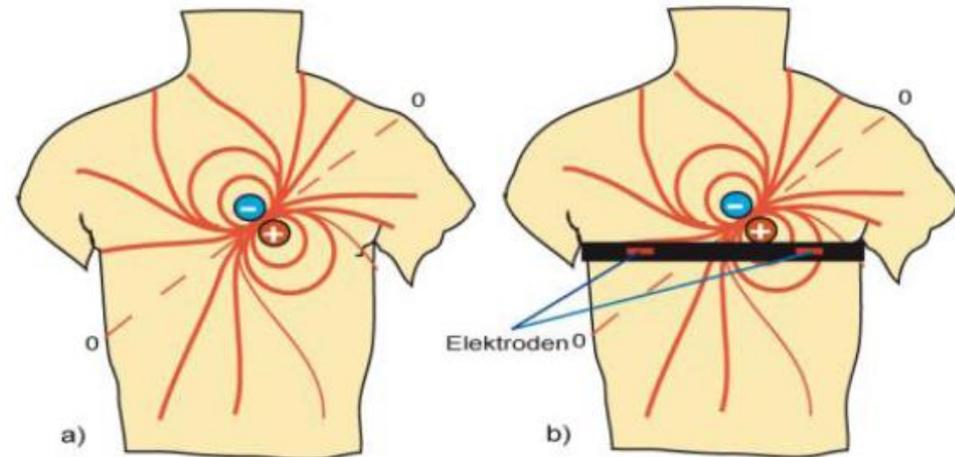
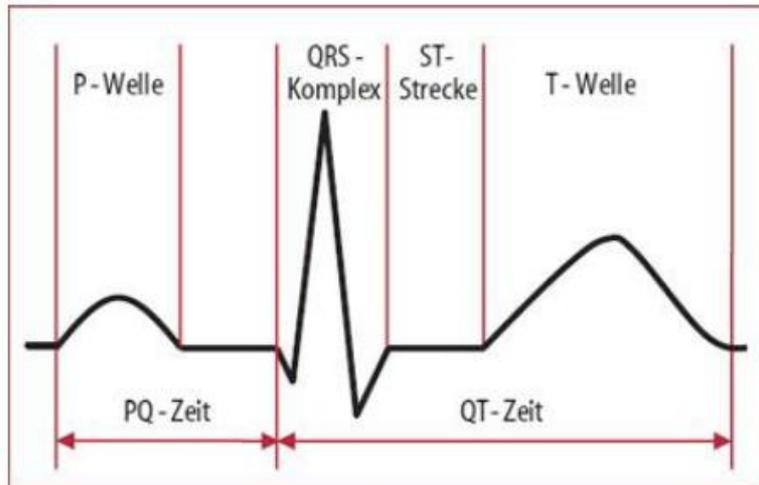
- a) Berechnen Sie die Spannung zwischen den Punkten 1 und 2.

2. Man platziert ein Elektron in den Punkt 1.

- a) Wie groß ist die Arbeit, die das Feld an dem Elektron vom Punkt 1 bis zum Punkt 2 verrichtet?
- b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Elektrons im Punkt 2, wenn es im Punkt 1 aus Ruhe startet?

Äquipotenzialflächen bei EKG

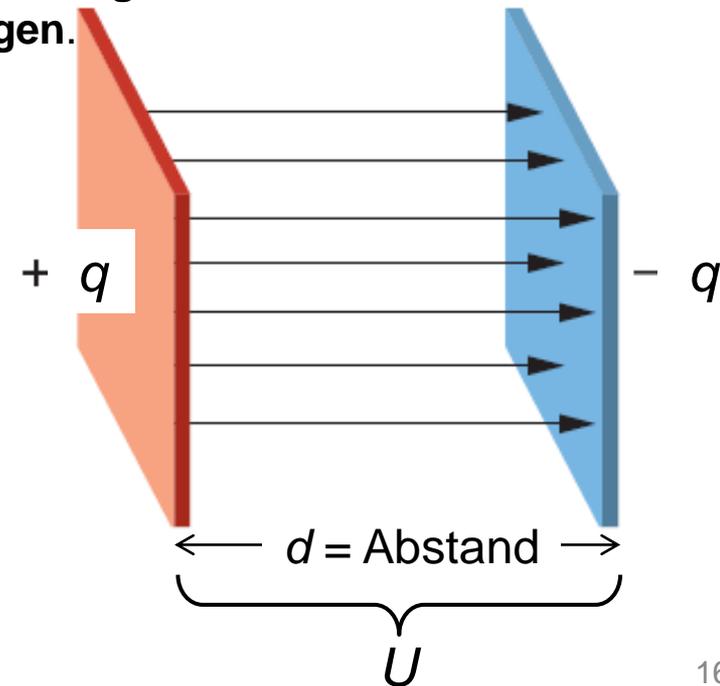
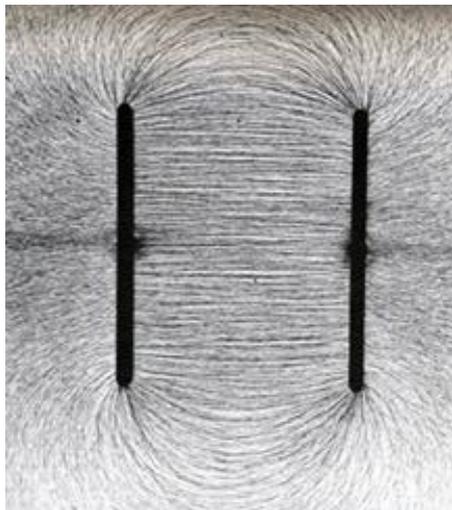
- Beim EKG werden zwischen verschiedensten Punkten (Elektroden) **Potentialdifferenzen** gemessen (Ableitungen)
- Sitzen zwei Elektroden auf einer ÄP, so ist die Potentialdifferenz: $U = 0 \text{ V}$
- Anhand der gemessenen Potentialdifferenzen und deren **zeitlichem Verlauf** kann auf die Herzaktivität und pathologische Prozesse zurückgeschlossen werden



Kondensator



- Ein **Kondensator** ist ein **elektrisches Bauteil**, das elektrische **Ladung** und **Energie speichern** kann
- In seiner einfachsten Bauform besteht er aus **elektrisch leitenden Platten**, die **gegeneinander isoliert sind** (meist durch Luft) und heißt dann Plattenkondensator
- Wird ein Kondensator **geladen**, so erhalten seine beiden Platten **betragsgleiche und ungleichnamige Ladungen** $+q$ und $-q$
- $+q = Q$ wird als **Ladung des Kondensators** bezeichnet, wobei die **effektive Ladung** des Kondensators **null** ist
- Das elektrische Feld **zwischen** den beiden Platten ist ein **homogenes Feld**, **außerhalb** der beiden Platten ist es jedoch **inhomogen**.
- Die Platten des Kondensators sind **Äquipotenzialflächen**



Beobachtung:
 $Q \sim U$

Kapazität eines Kondensators

$$\text{Kapazität (C): } C = \frac{Q}{U} \left(\frac{C}{V} = \text{F (Farad)} \right)$$

- Je **größer** die Kapazität, desto **mehr Ladung** kann **bei einer bestimmten Spannung** gespeichert werden
- Die **Kapazität** kann **erhöht** werden durch:
 - **Vergrößerung** der Kondensatorplatten A
 - **Verkleinerung** des **Abstands** d zwischen den Kondensatorplatten
 - **Erhöhung** der relativen **Permittivität** ϵ_r durch ein Dielektrikum

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

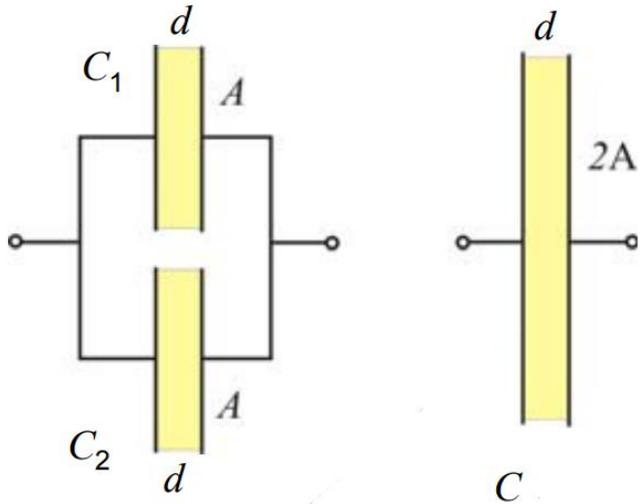
- Damit ein Kondensator **geladen** werden kann, muss eine äußere Spannungsquelle **Arbeit** verrichten
- Die zum Aufladen des Kondensators verrichtete Arbeit **speichert der Kondensator** in Form von **elektrischer Energie**

$$W(= E) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

- Beim Entladen des Kondensators wird diese Energie wieder abgegeben

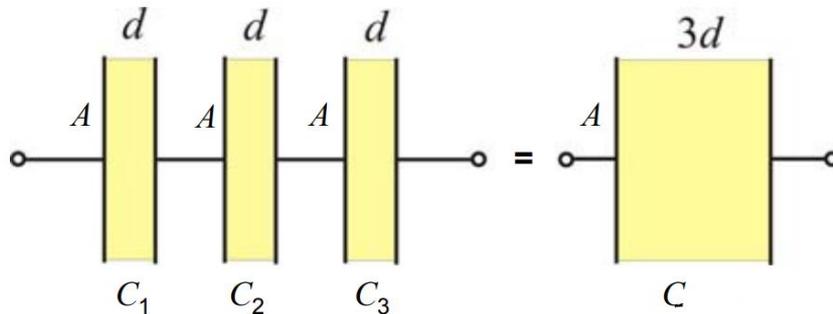
Schaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung



$$C = C_1 + C_2 + \dots$$

Reihenschaltung

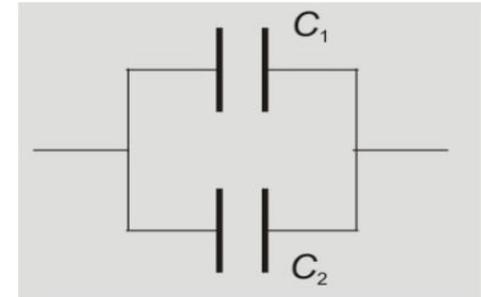


$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

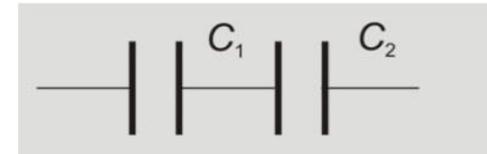
Übung



1. Berechnen Sie die Gesamtkapazität, wenn $C_1 = 1 \text{ mF}$ und $C_2 = 4 \text{ mF}$



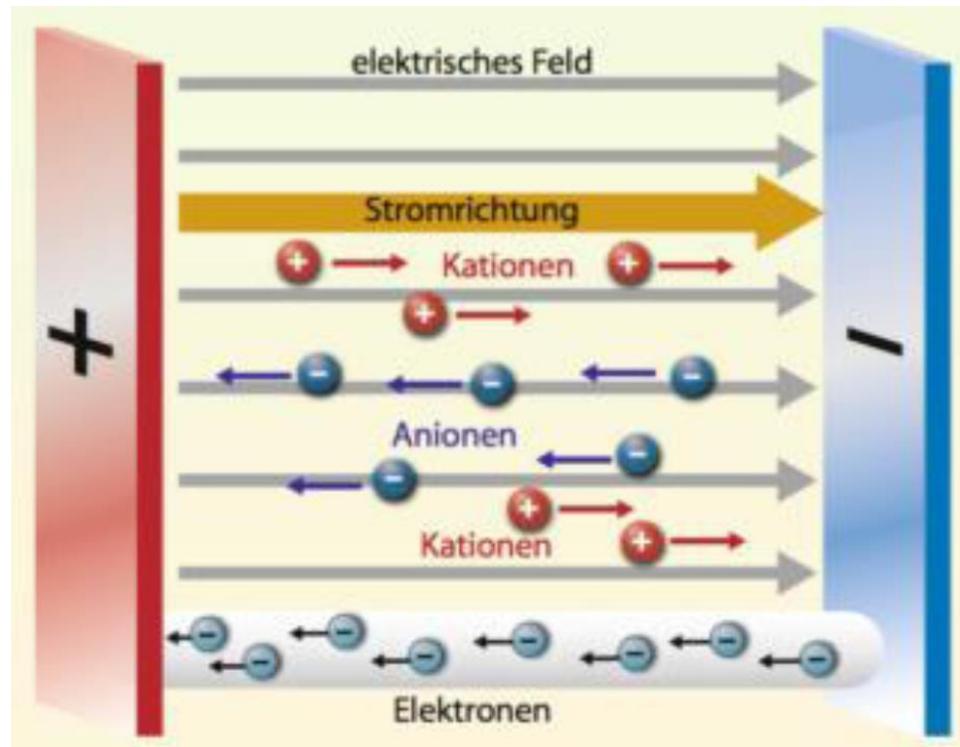
2. Berechnen Sie die Gesamtkapazität, wenn $C_1 = 1 \text{ mF}$ und $C_2 = 4 \text{ mF}$



3. Berechnen Sie die Gesamtkapazität von 10 in Reihe geschalteten Kondensatoren mit je 10 mF

Elektrischer Strom

- Ein **elektrischer Strom** beschreibt einen gezielten und gerichteten **Ladungstransport** durch eine gegebene **Fläche** hindurch
- Voraussetzung dazu: **freie** (quasifreie) **Ladungsträger** (bewegliche Ladungsträger)
- Als Ladungsträger dienen typischerweise **Elektronen** oder **Ionen**
- Nicht jede Bewegung von Ladungsträgern ist zwangsläufig ein Strom



Bemerkung:

Die **technische/konventionelle Stromrichtung** entspricht der Richtung, in die **positive** Ladungen fließen: von plus nach minus.

Biologische Wirkung von Strom

- Der elektrische Strom ruft biologische Wirkungen hervor, die in der Medizin eingesetzt werden, z.B.:
 - Nerven- und Muskelstimulation
 - Gewebeerwärmung
 - Gewebeerstörung



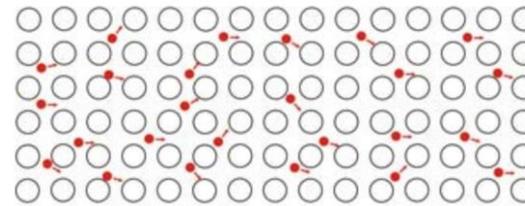
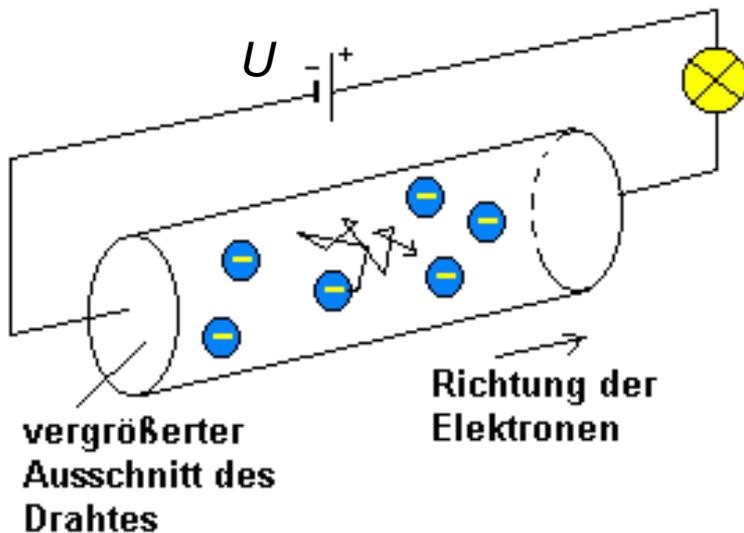
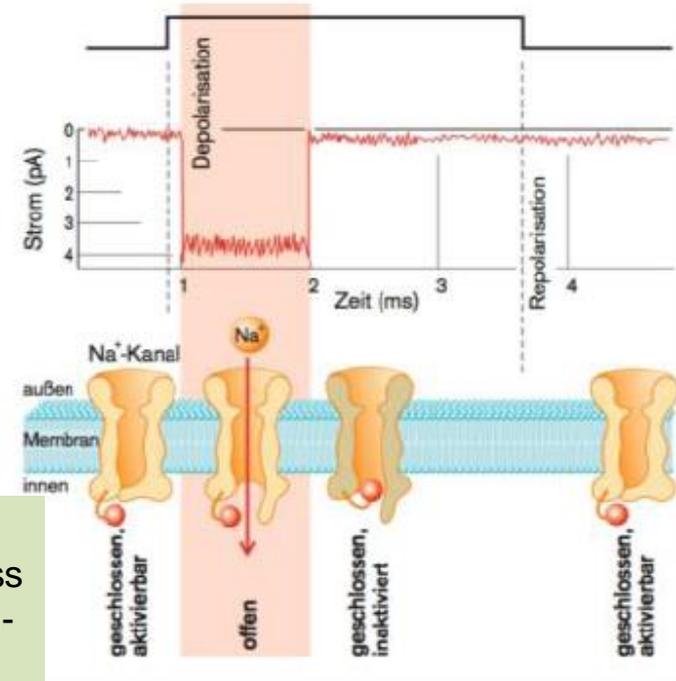
Elektrische Stromstärke

Die **elektrische Stromstärke** ist definiert als die **Ladungsmenge** Δq , die **während der Zeit** Δt durch eine gedachte Querschnittsebene eines Leiters tritt:

Elektrische Stromstärke (I):

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \left(\frac{C}{s} = A \text{ (Amper)} \right)$$

Natrium-Ionen, die während des Aktionspotenzials durch Natriumkanäle in der Zellmembran fließen, stellen einen elektrischen Stromfluss dar. Die Anzahl der pro Zeiteinheit durch den Kanal fließenden Natrium-Ionen bestimmt dabei die Größe dieses Stromflusses.



- Die Bewegung der Elektronen ist nicht unverhindert:
 - Kollisionen untereinander
 - Kollisionen mit den Atomen des Metallgitters
- Die elektrische **Stromstärke** ist **proportional** zur angelegten **Spannung**: $I \sim U$

Ohmsches Gesetz, Widerstand, Leitwert, spez. Widerstand, Leitfähigkeit

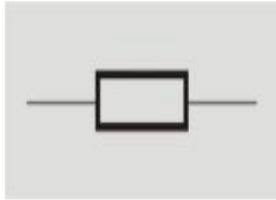
$$I \sim U$$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

$$I = G \cdot U$$

Elektrischer Widerstand (R):

$$R = \frac{U}{I} \left(\frac{\text{V}}{\text{A}} = \Omega \text{ (Ohm)} \right)$$



Elektrischer Leitwert (G):

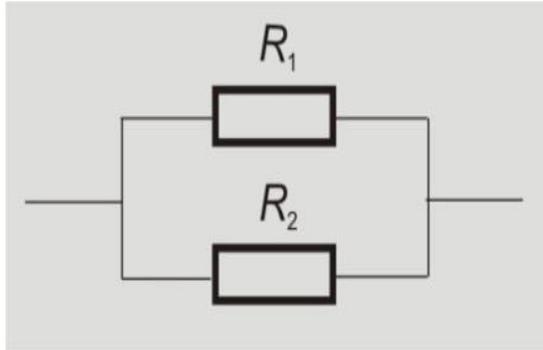
$$G = \frac{I}{U} \left(\frac{\text{A}}{\text{V}} = \text{S (Siemens)} \right)$$

- Der elektrische Widerstand eines Leiters hängt u.a. von dessen **Geometrie** ab:
 - Je **größer** die Querschnittsfläche A , desto **geringer** ist der Widerstand
 - Je **länger** der Leiter l , desto **größer** ist der Widerstand
- $$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$
- ρ ist der **spezifische Widerstand** und ein von der **Temperatur** abhängiger **stoffspezifischer** Koeffizient mit einer Maßeinheit von $\Omega \cdot \text{m}$

- Der elektrische Leitwert eines Leiters hängt u.a. von dessen **Geometrie** ab:
 - Je **größer** die Querschnittsfläche A , desto **größer** ist der Leitwert
 - Je **länger** der Leiter l , desto **kleiner** ist der Leitwert
- $$G = \sigma \cdot \frac{A}{l}$$
- σ ist die **elektrische Leitfähigkeit** und ein von der **Temperatur** abhängiger **stoffspezifischer** Koeffizient mit einer Maßeinheit von S/m

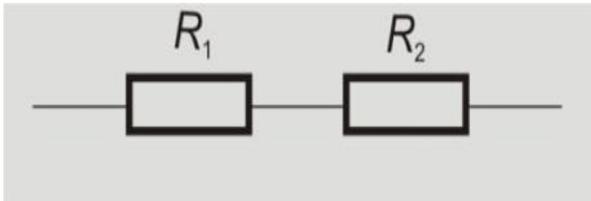
Schaltung von Widerständen

Parallelschaltung



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Reihenschaltung

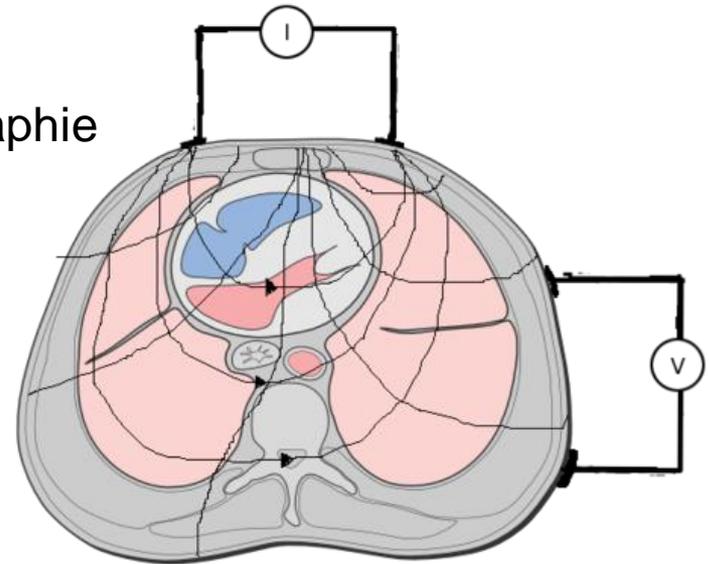


$$R = R_1 + R_2 + \dots$$

Elektrische Leitfähigkeit in der Diagnostik

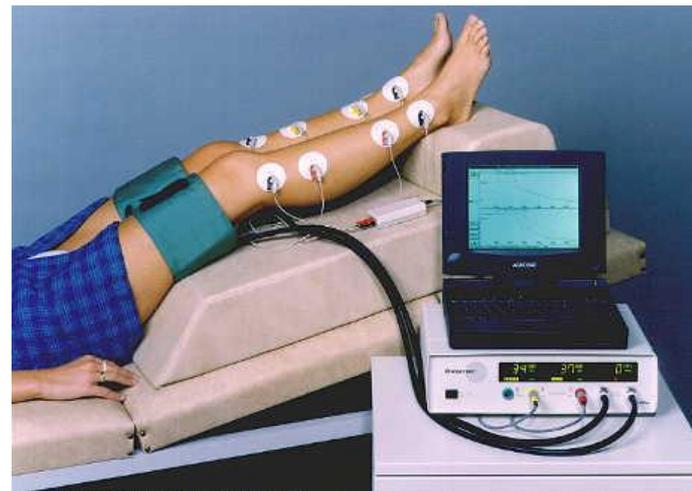
Gewebe	σ (mS/m)
Blut	700
graue Hirnmasse	300
weiße Hirnmasse	150
Haut	100
Fett	40
Knochen	10

Elektrische Impedanztomographie (EIT)



© Patrick J. Lynch, 2006

Impedanzplethysmographie (IPG)



Das joulesche Gesetz

- Bei der **Abbremsung** von Ladungsträgern durch Widerstände verlieren diese Energie, die in Form von **joulescher Wärme** (elektrische Arbeit, **Stromarbeit**) frei wird:

$$W_{\text{Strom}} = U \cdot I \cdot t$$

$$\text{Elektrische Leistung (P): } P = U \cdot I$$

Elektrokauter (Hitzekauter):





Übung

In einer elektrotherapeutischen Behandlung fließt ein Strom mit einer Stromstärke von 5 mA durch die Haut. Der elektrische Widerstand der Haut beträgt 2000Ω . Berechnen Sie

a) den Leitwert der Haut



b) die Spannung, die zu dieser Stromstärke nötig ist

c) die Ladungsmenge, die während einer 5 Minuten langen Behandlung durch die Haut hindurchfließt

d) die Wärme, die während der Behandlung in der Haut entsteht

Hausaufgaben: Grundschrift Kapitel 9 und 10