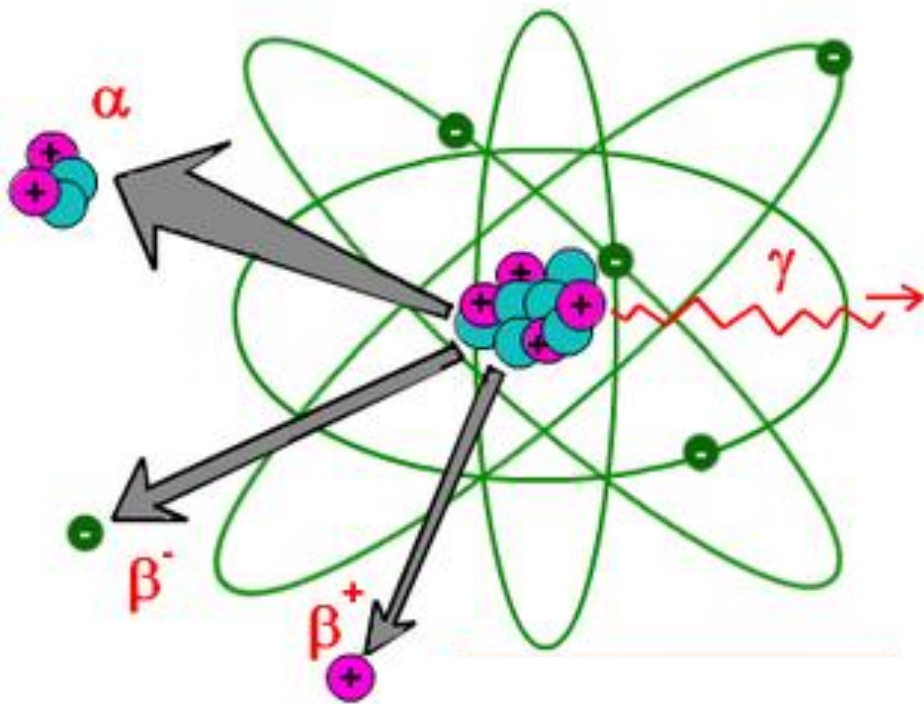
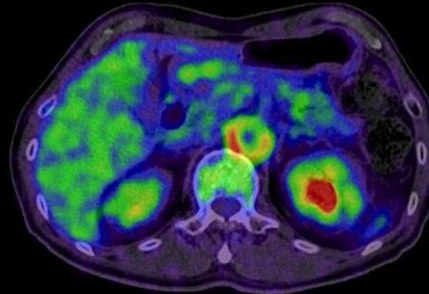
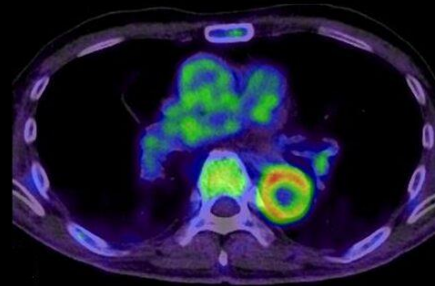
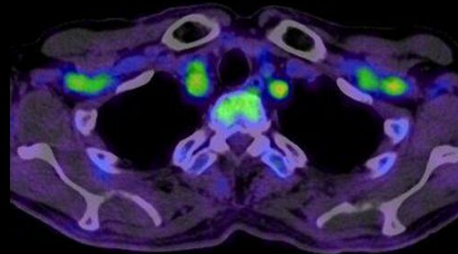
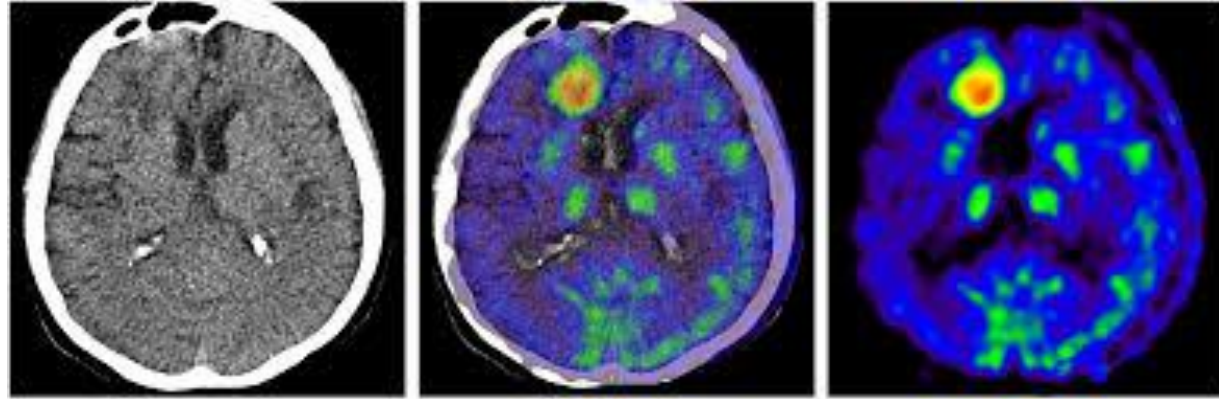


# Physikalische Grundlagen der Nuklearmedizin. Radioaktivität und Kernstrahlungen.

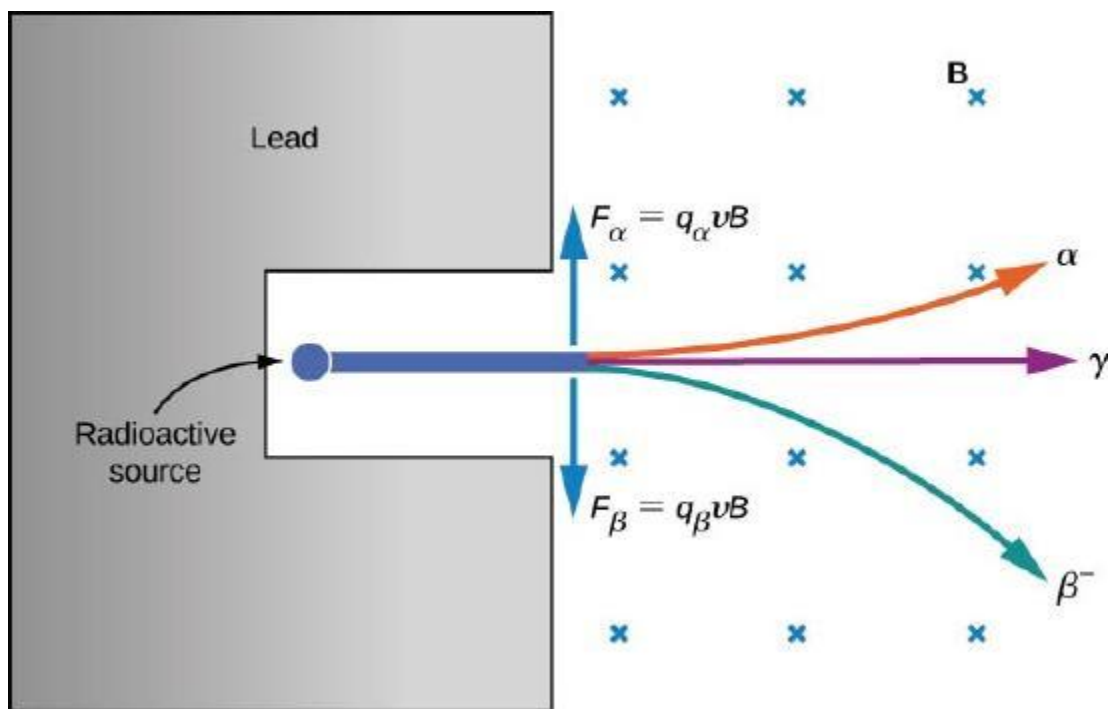
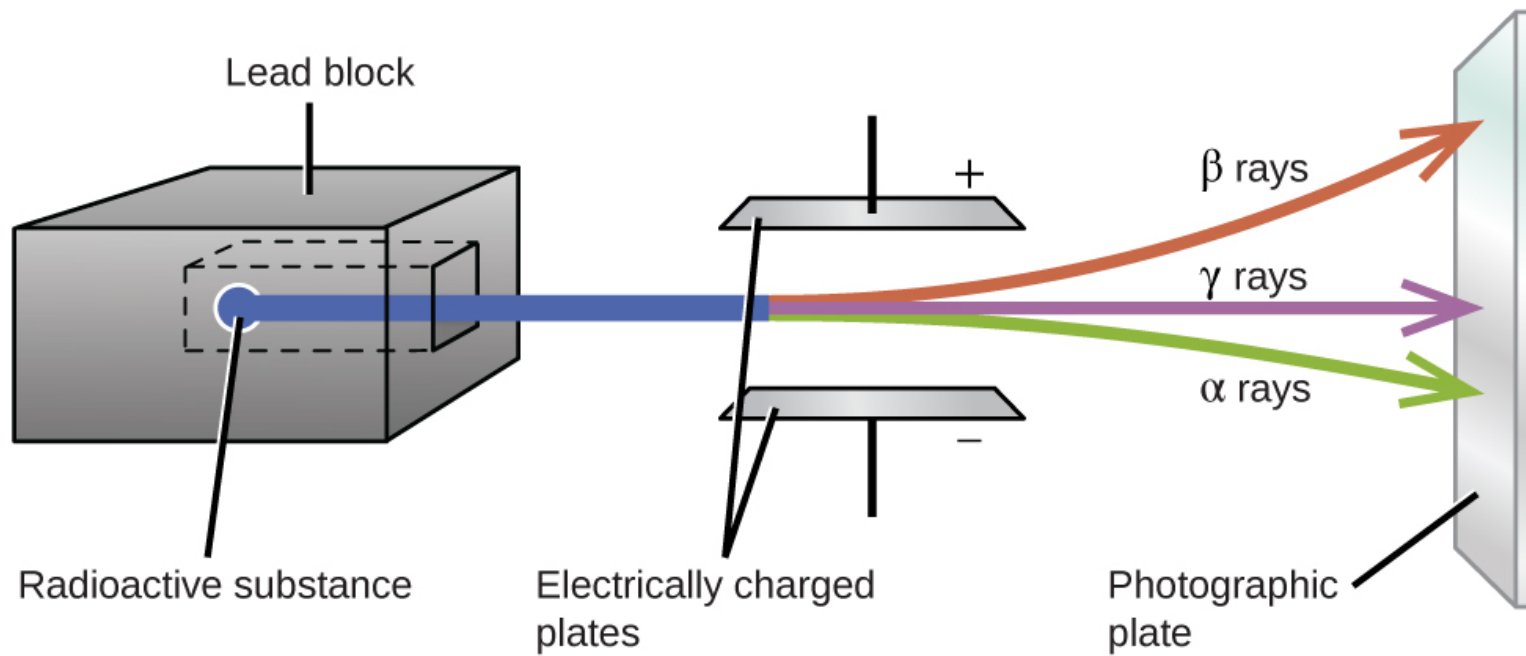


Biophysik I.  
**Fakultät für Zahnheilkunde**

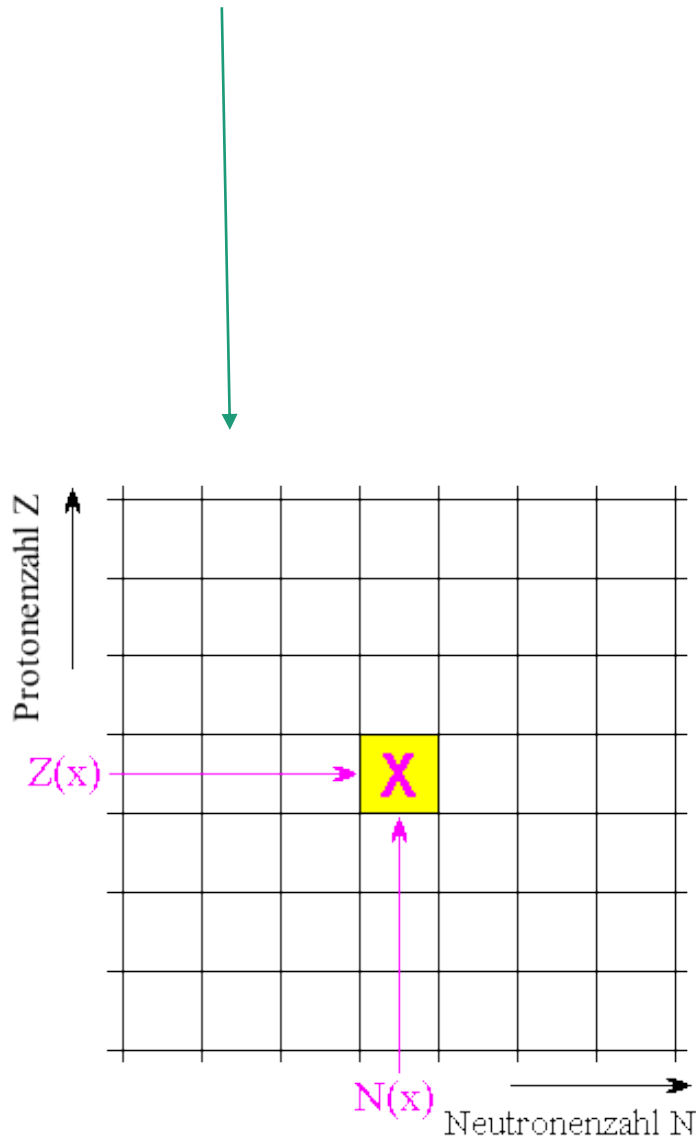
Warum?



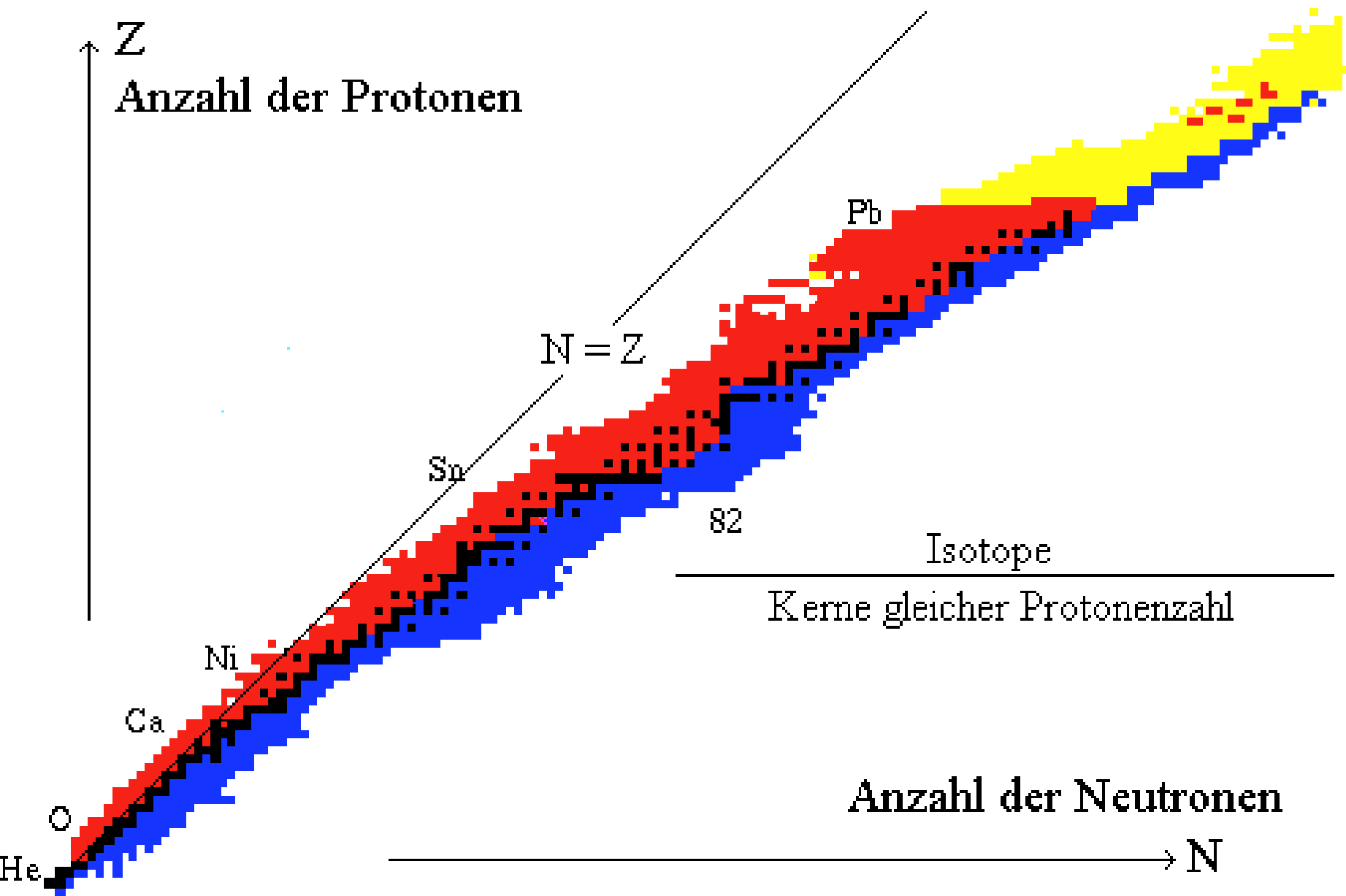




# Iso-topos

[illegible]

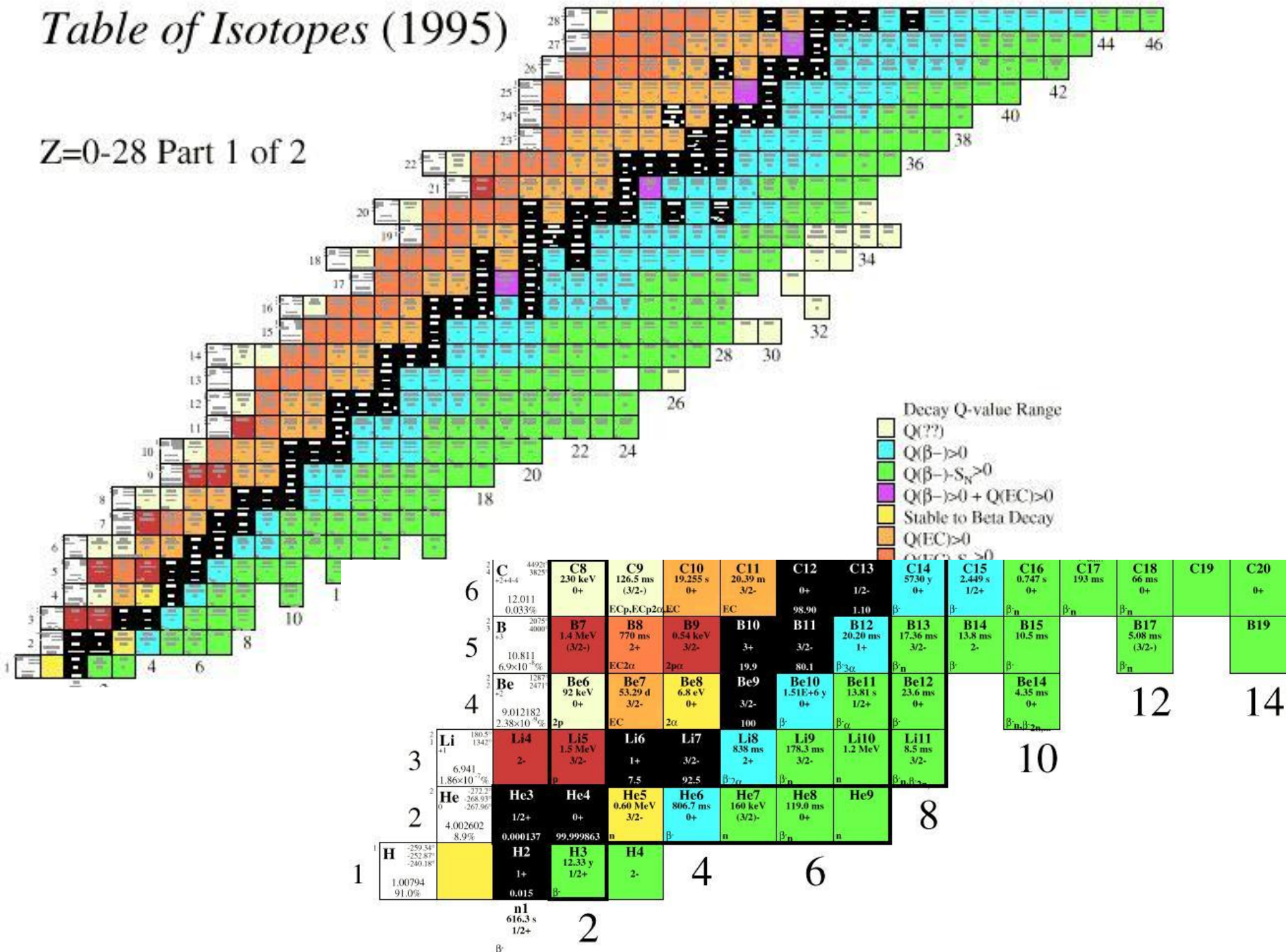
# Nuklidkarte (Karlsruher Nuklidkarte)



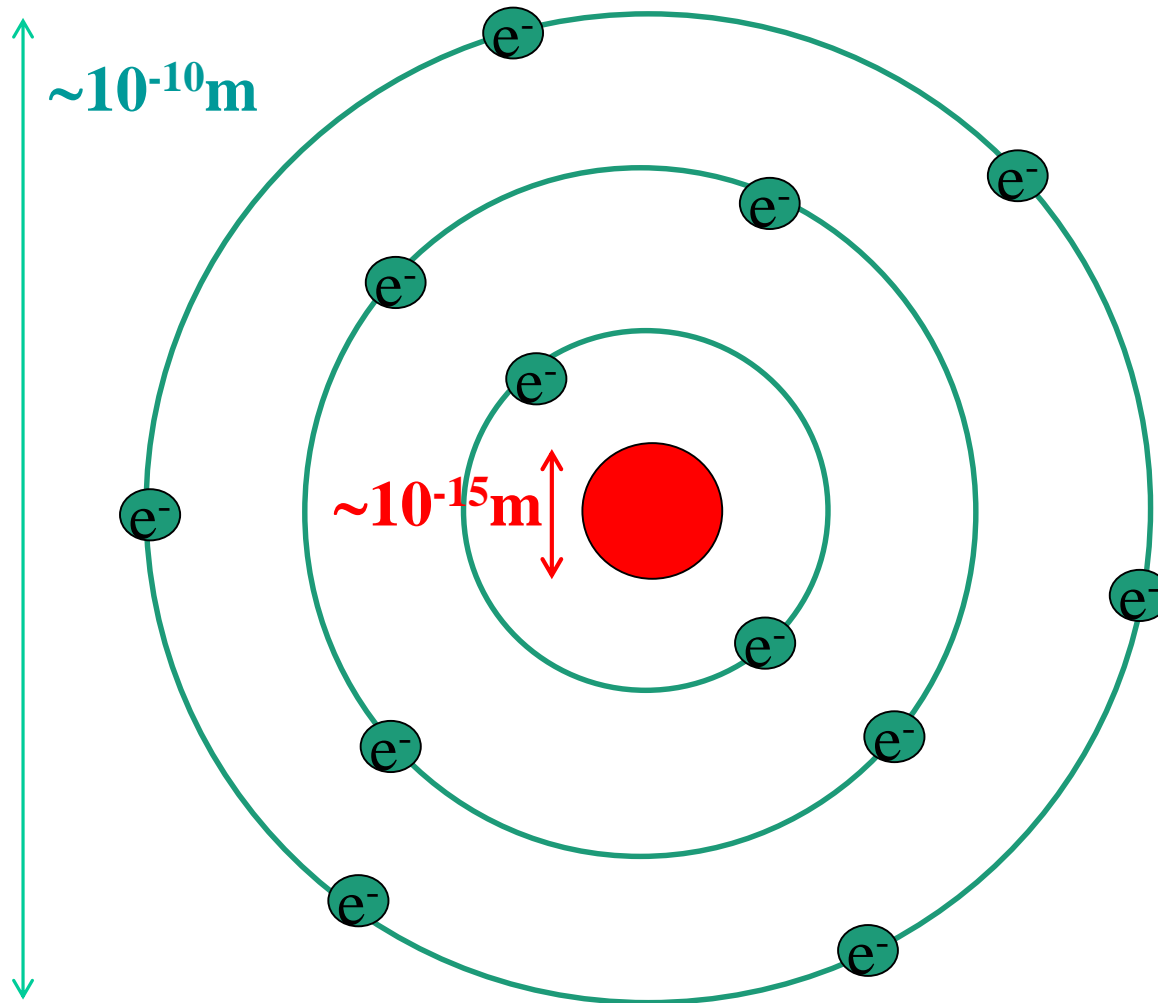


# Table of Isotopes (1995)

Z=0-28 Part 1 of 2

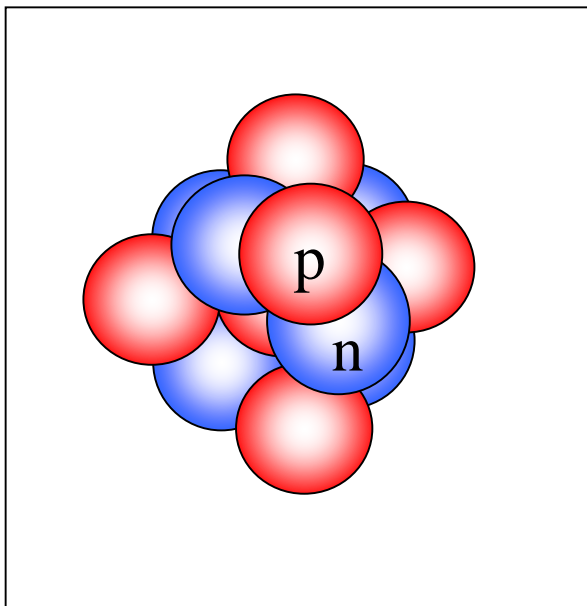


Atomäre größen





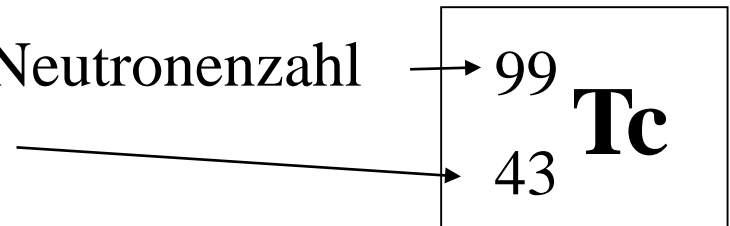
# Aufbau des Atomkerns



	Ladung	Masse
<b>Proton</b>	<b>+1 e</b>	<b>1 a.u.</b>
<b>Neutron</b>	<b>0</b>	<b>1 a.u.</b>

$A$  (Massenzahl) = Protonenzahl + Neutronenzahl

$Z$  (Ordnungszahl) = Protonenzahl

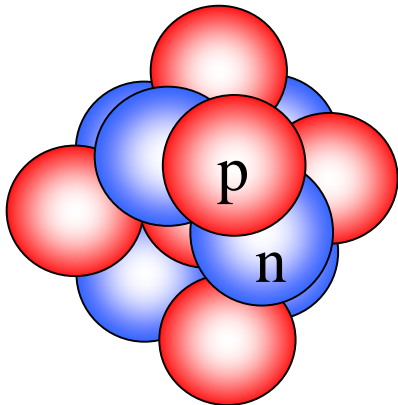


99 Nukleon: 43 Proton és 56 Neutron

# Kräfte

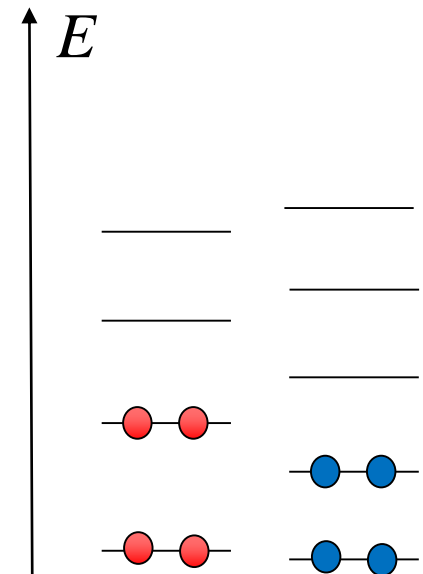
Materienwellen → Diskrete Energiewerte  
(Quantenphysik)

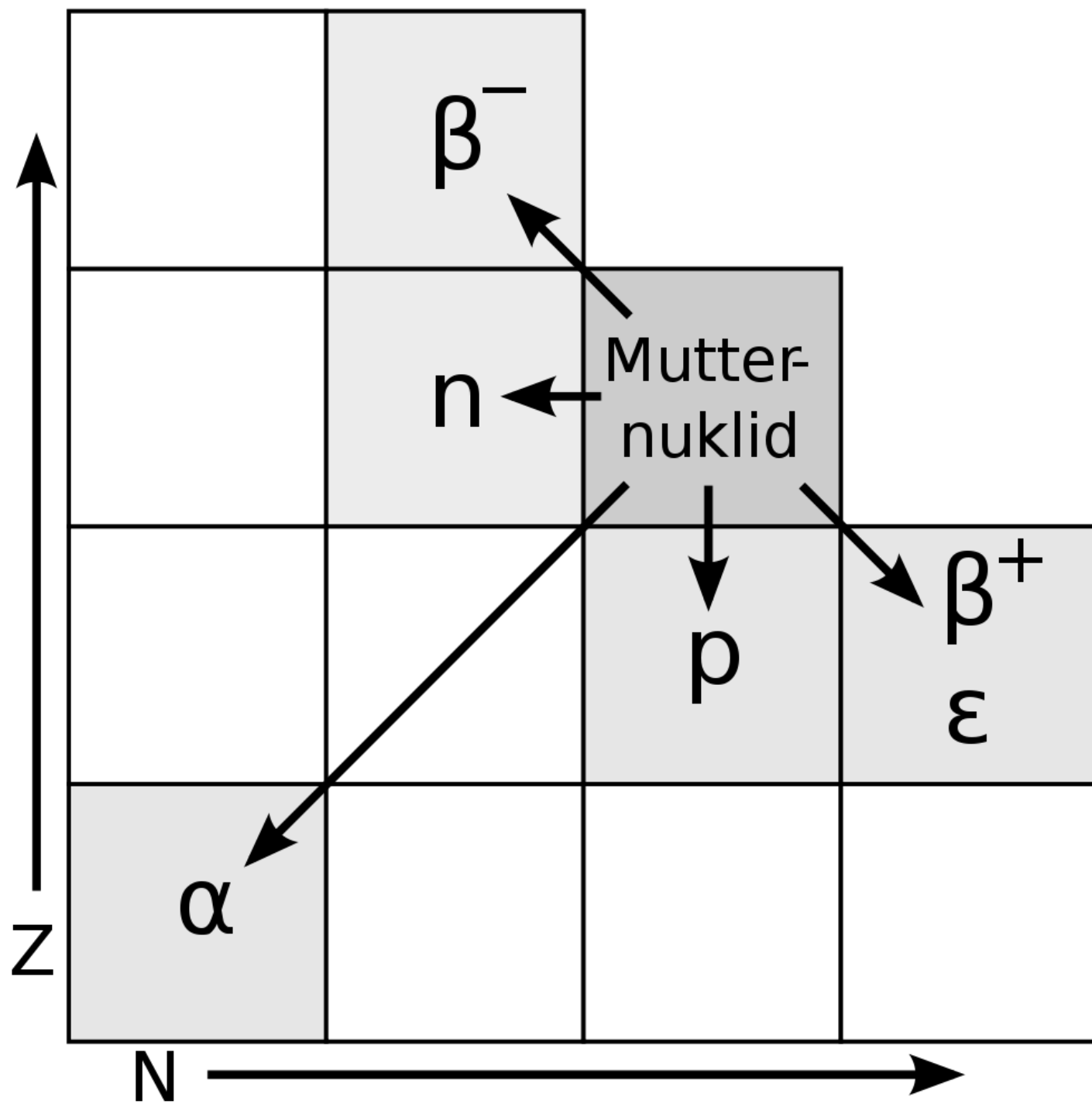
Coulomb-Kraft → Abstoßung zw. Protonen → destabilisiert  
Kernkraft → Ladungsunabhängig → stabilisiert  
kurze Reichweite



Diskrete Energieniveaus

Typische Übergangsenergie-  
werte: einige MeV

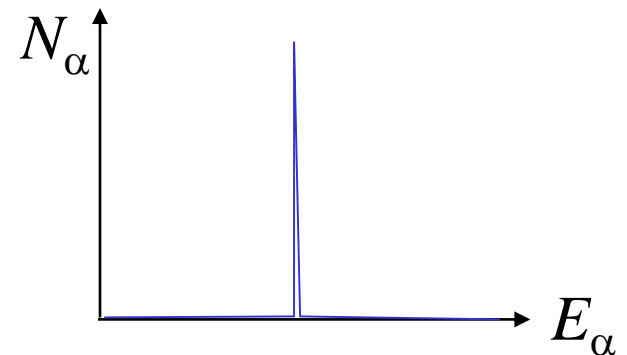
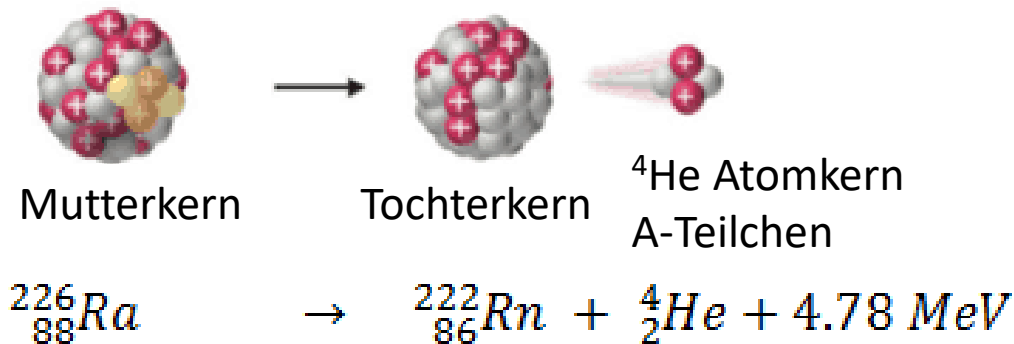
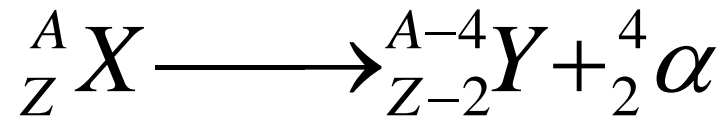
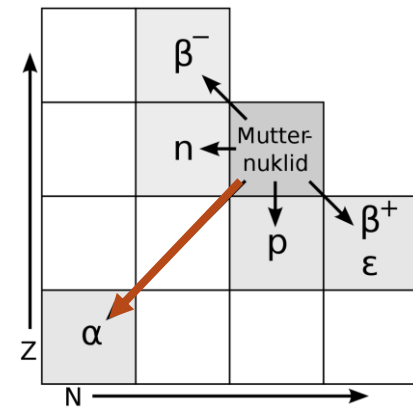


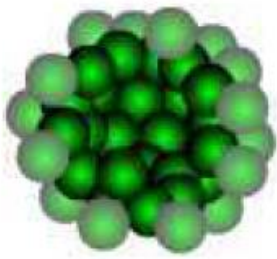


# $\alpha$ - Zerfall

Hierbei treten  ${}^4\text{He}$  Atomkerne aus dem Atomkern aus. Damit erhöht sich die Stabilität des Kernes

Massenzahl  $\downarrow 4$       Ordnungszahl  $\downarrow 2$





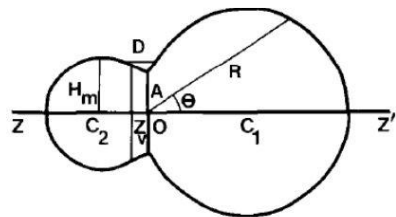
## Tröpfchenmodell

The improvements were made for the conventional liquid drop model

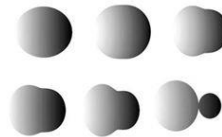
### (a) Quasi-molecular shapes

The shape (in the plane  $\phi = 0$ ) is given simply in polar coordinates by

$$R(\theta)^2 = \begin{cases} a^2 \sin^2 \theta + C_1^2 \cos^2 \theta, & \text{for } 0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}\pi \\ a^2 \sin^2 \theta + C_2^2 \cos^2 \theta, & \text{for } \frac{1}{2}\pi \leq \theta \leq \pi, \end{cases}$$

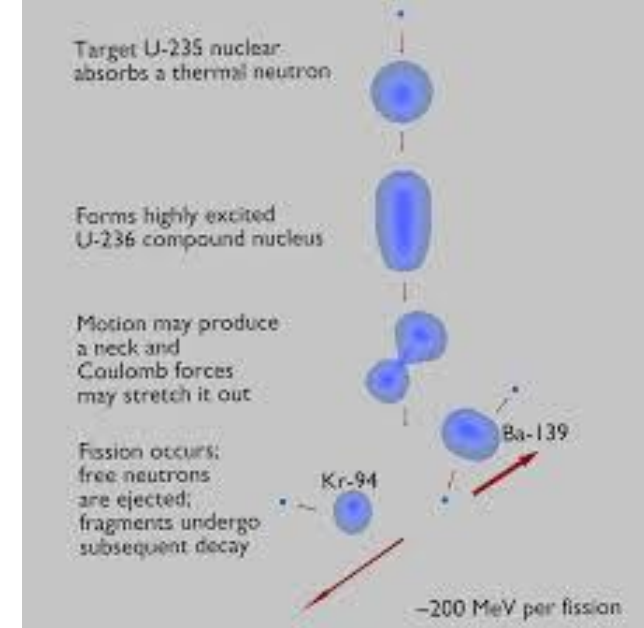


Two parameters  $s_1 = a/c_1$ ,  $s_2 = a/c_2$  are used to describe the shape evolution



J. Phys. G: Nucl. Phys. **8** (1982) L159–L164.

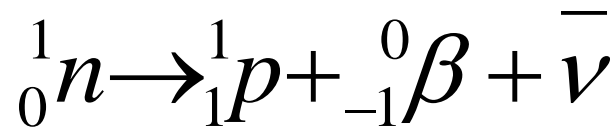
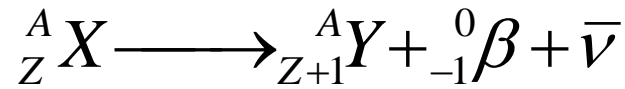
The most impressively feature of the quasi-molecular shapes is that it can describe the process of the shapes evolution from one body to two separated fragments in a unified way.



Kraft	Wirkt auf	Reichweite	Relative Stärke	Beispiel
elektromagnetische Kraft	elektrisch geladene Teilchen	nimmt mit $r^{-2}$ ab	$10^{-2}$	Zusammenhalt des Atoms
starke Kraft	Nukleonen (Quarks)	$10^{-15}$ m	1	Zusammenhalt des Atomkerns
schwache Kraft	alle Teilchen	$10^{-17}$ m	$10^{-13}$	Beta-Zerfall
Gravitationskraft	alle Teilchen	nimmt mit $r^{-2}$ ab	$10^{-40}$	Zusammenhalt des Planetensystems



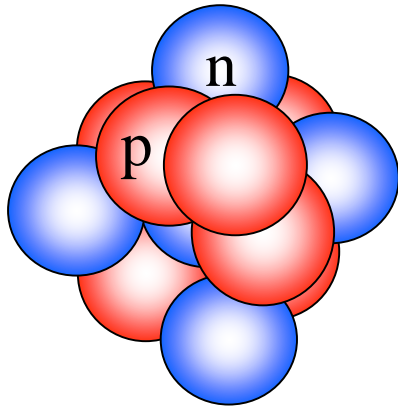
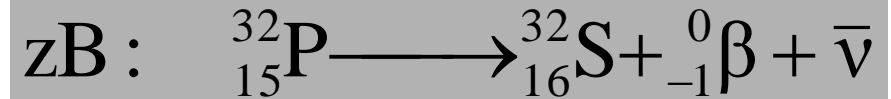
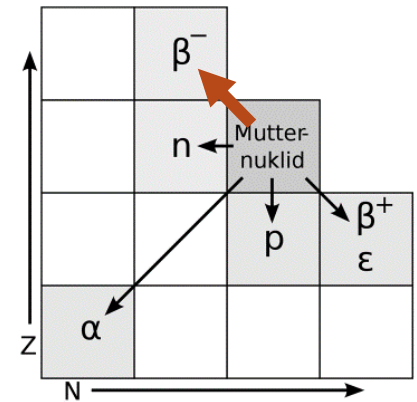
# $\beta^-$ - Zerfall



Neutronenüberschuss

bleibt im Atomkern

treten aus



$\beta^-$ -Strahlung



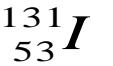
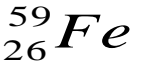
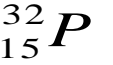
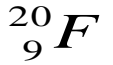
**Kontinuierliches  
Energiespektrum**

$N_\beta$

$E_{\text{max}}$

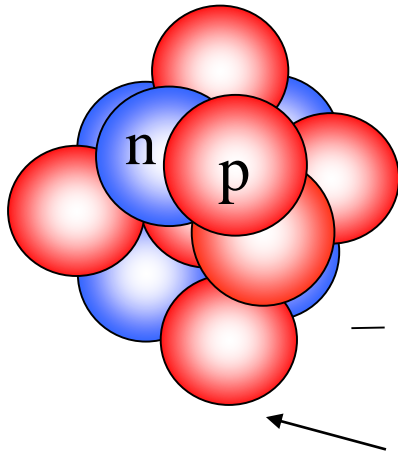
$E_\beta$

$$\beta^- = {}_{-1}^0\beta = e^-$$

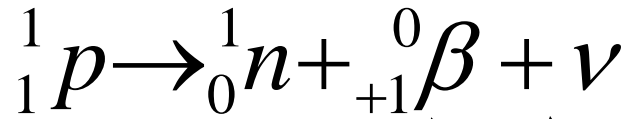
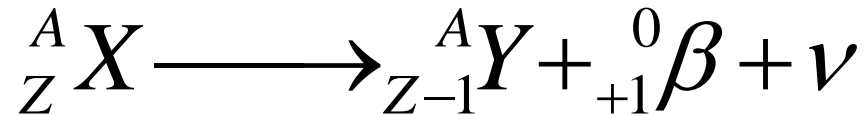


# $\beta^+$ - Zerfall

$^{11}_6\text{C}$   
 $^{15}_8\text{O}$   
 $^{18}_9\text{F}$   
 $^{52}_{26}\text{Fe}$

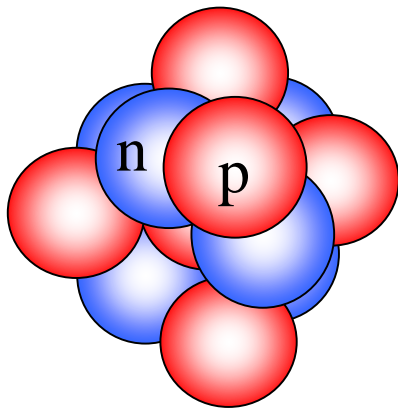
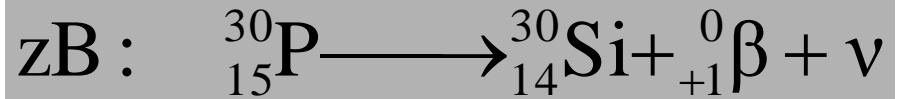
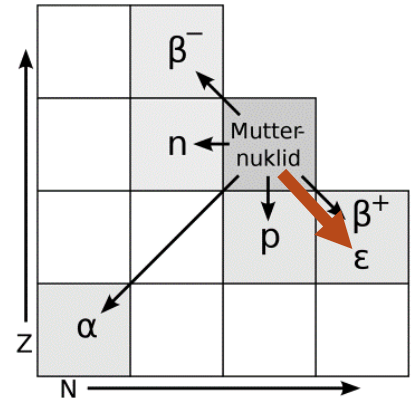


Protonenüberschuss

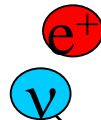


bleibt im Atomkern

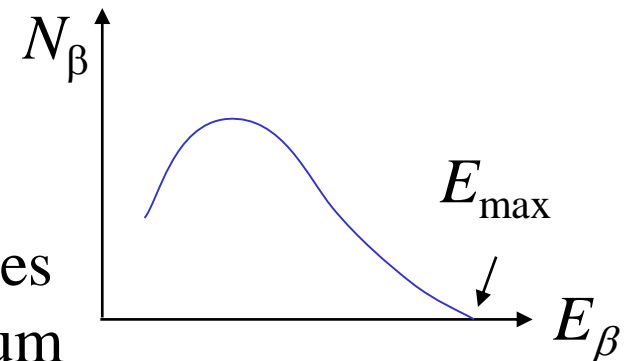
treten  
aus



$\beta^+$  Strahlung

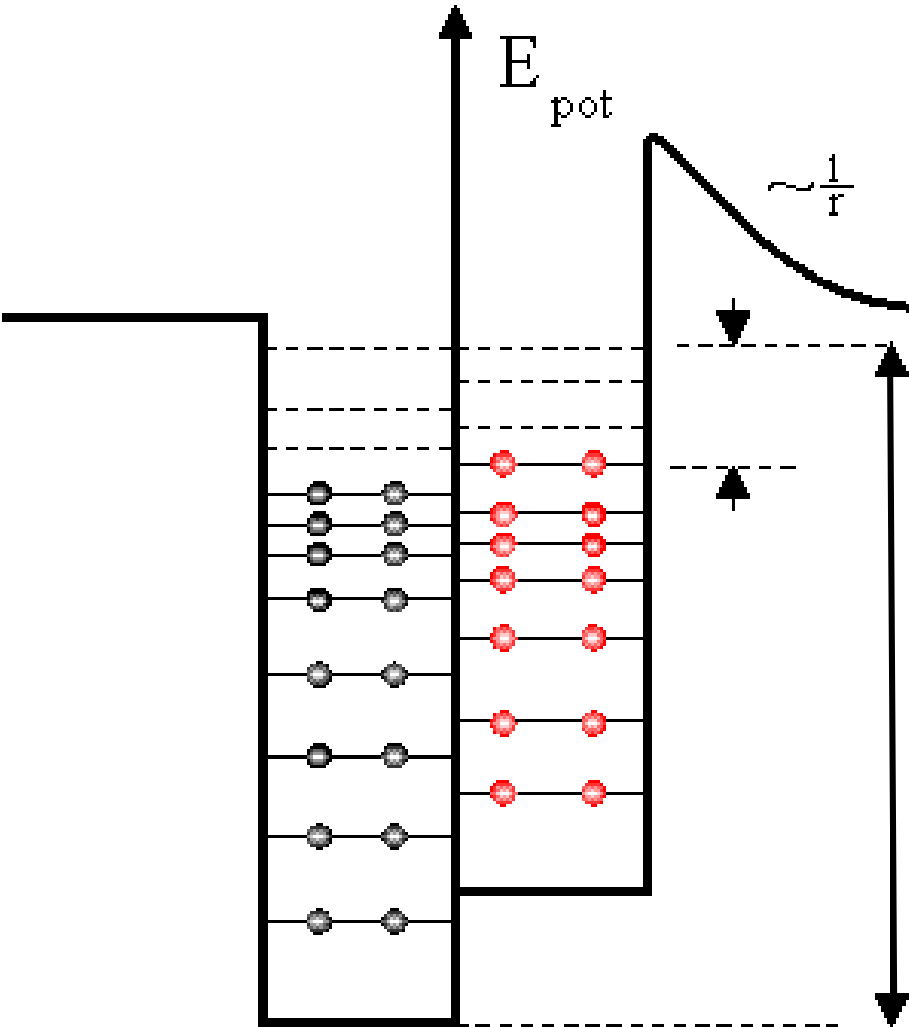


Kontinuierliches  
Energiespektrum



Potentialtopfmodell

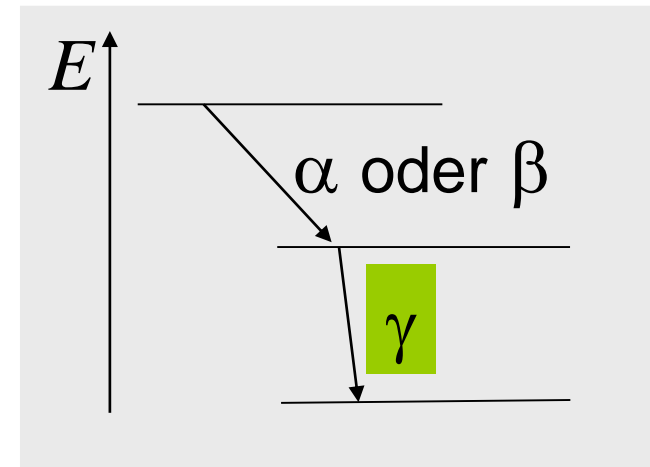
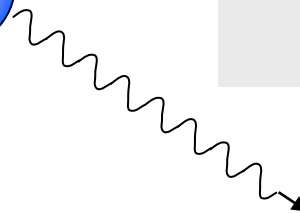
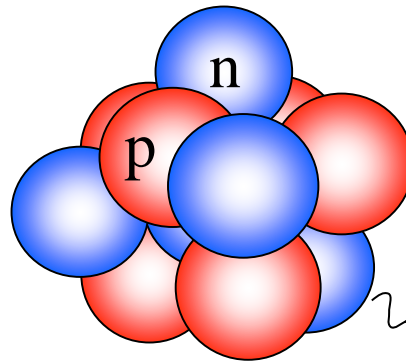
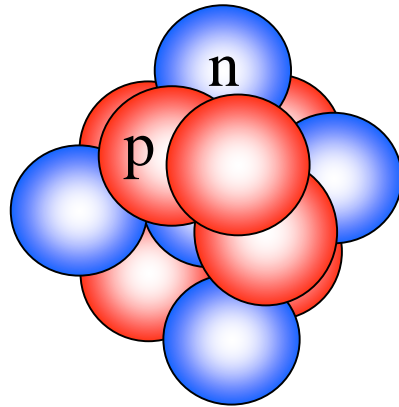
Boltzmann!



# Promte $\gamma$ -Strahlung

Nach dem Zerfall kann die Anordnung der Nukleonen **energetisch ungünstig** sein

Umordnen der Nukleonen: ein niedrigeres Energieniveau wird erreicht, (z.B. weniger coulombsche Abstoßung) => die überflüssige Energie wird in Form von  $\gamma$ -Strahlung ausgestrahlt.



Protonenzahl u. Neutronenzahl sind unverändert!

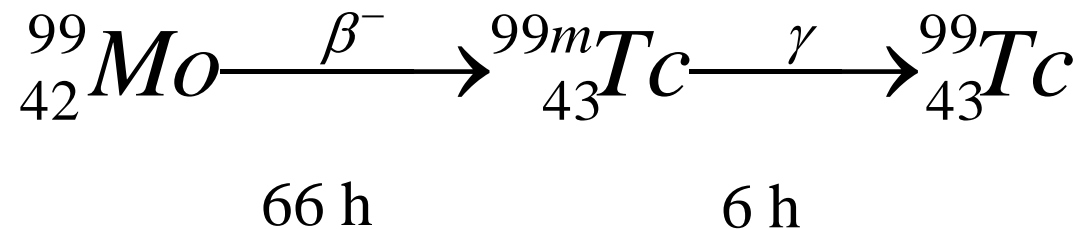
# Isomere Kernumwandlung

Wenn die Umordnen nicht einfach vor sich gehen kann, entsteht  $\gamma$ -Strahlung nicht sofort, sondern erst nach einer gut messbaren Zeit.

Die zwei Prozesse ( $\alpha$ -oder  $\beta$ -Zerfall,  $\gamma$ -Strahlungsemission) können separiert werden.

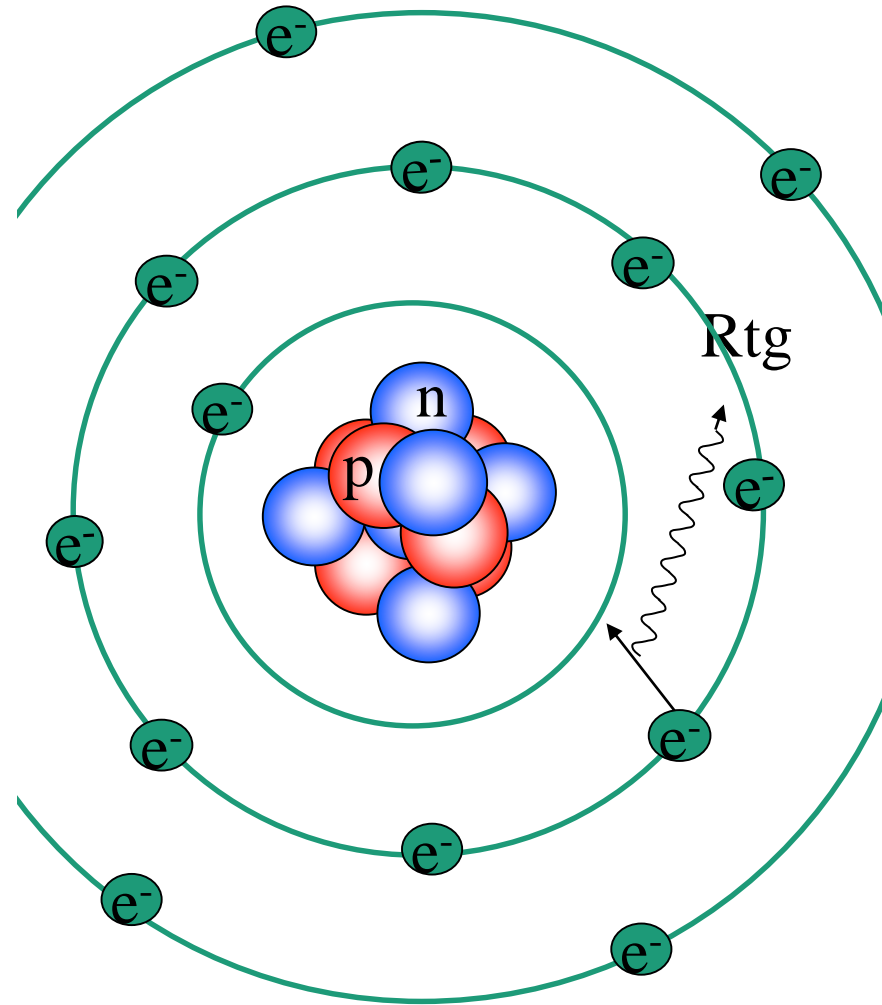
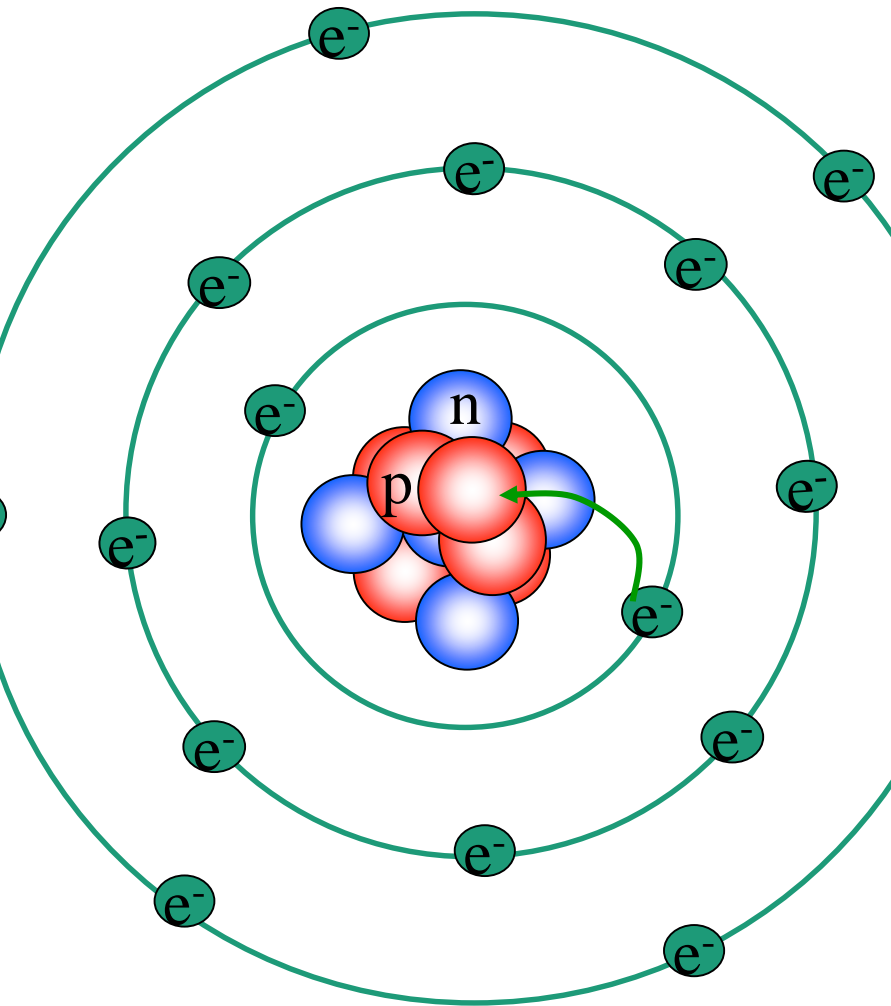
**Man kann ein reines  $\gamma$ -strahlen Isotop herstellen!**  
**=> Isotopendiagnostik**

zB:  $^{99m}\text{Tc}$

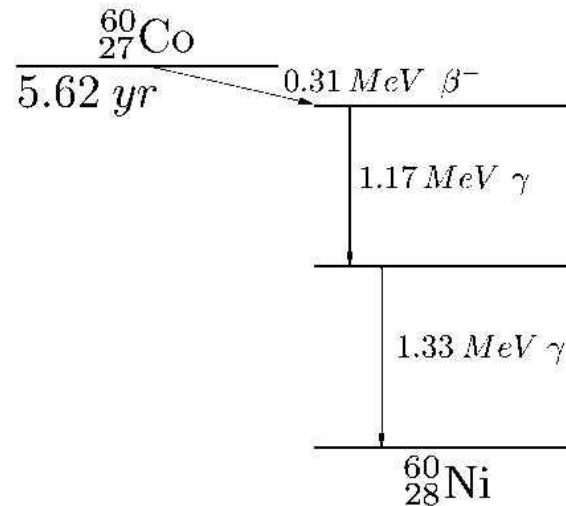
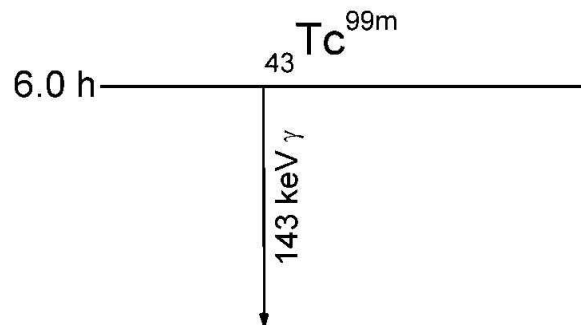
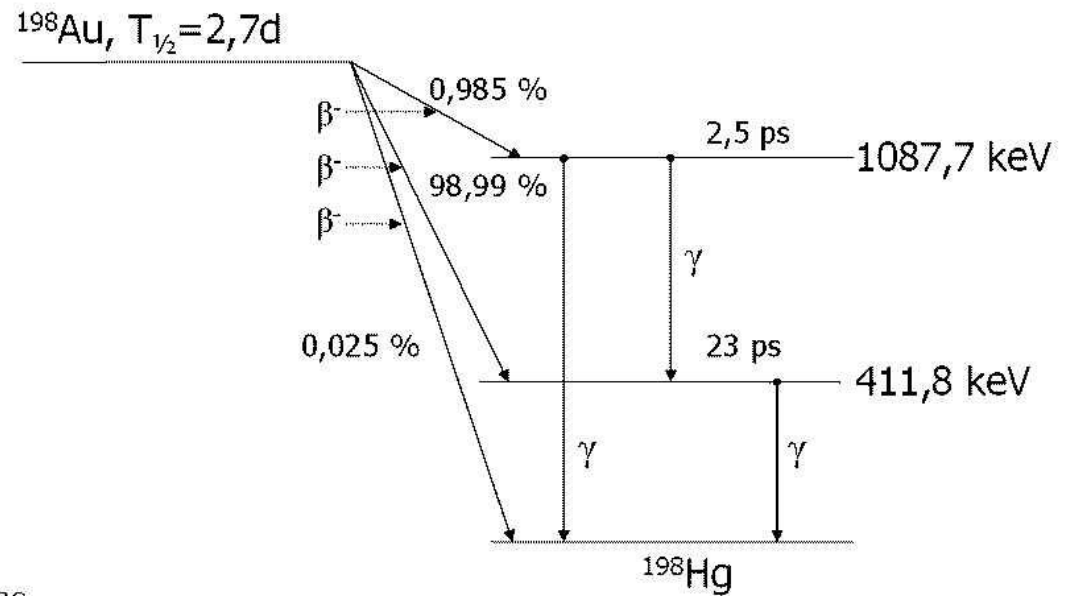
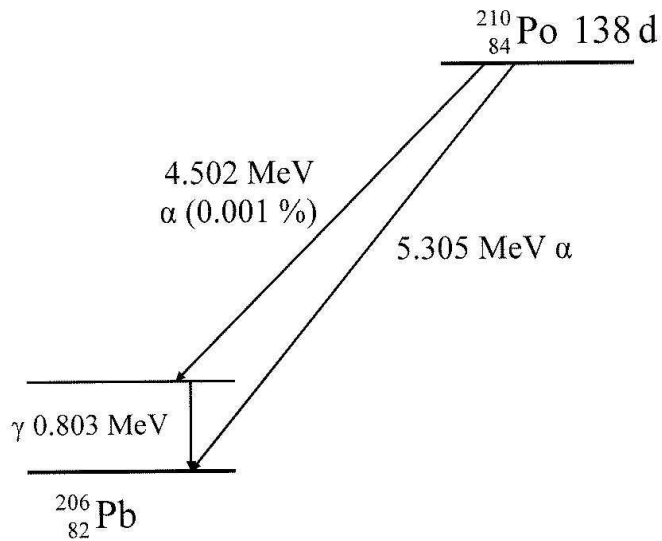




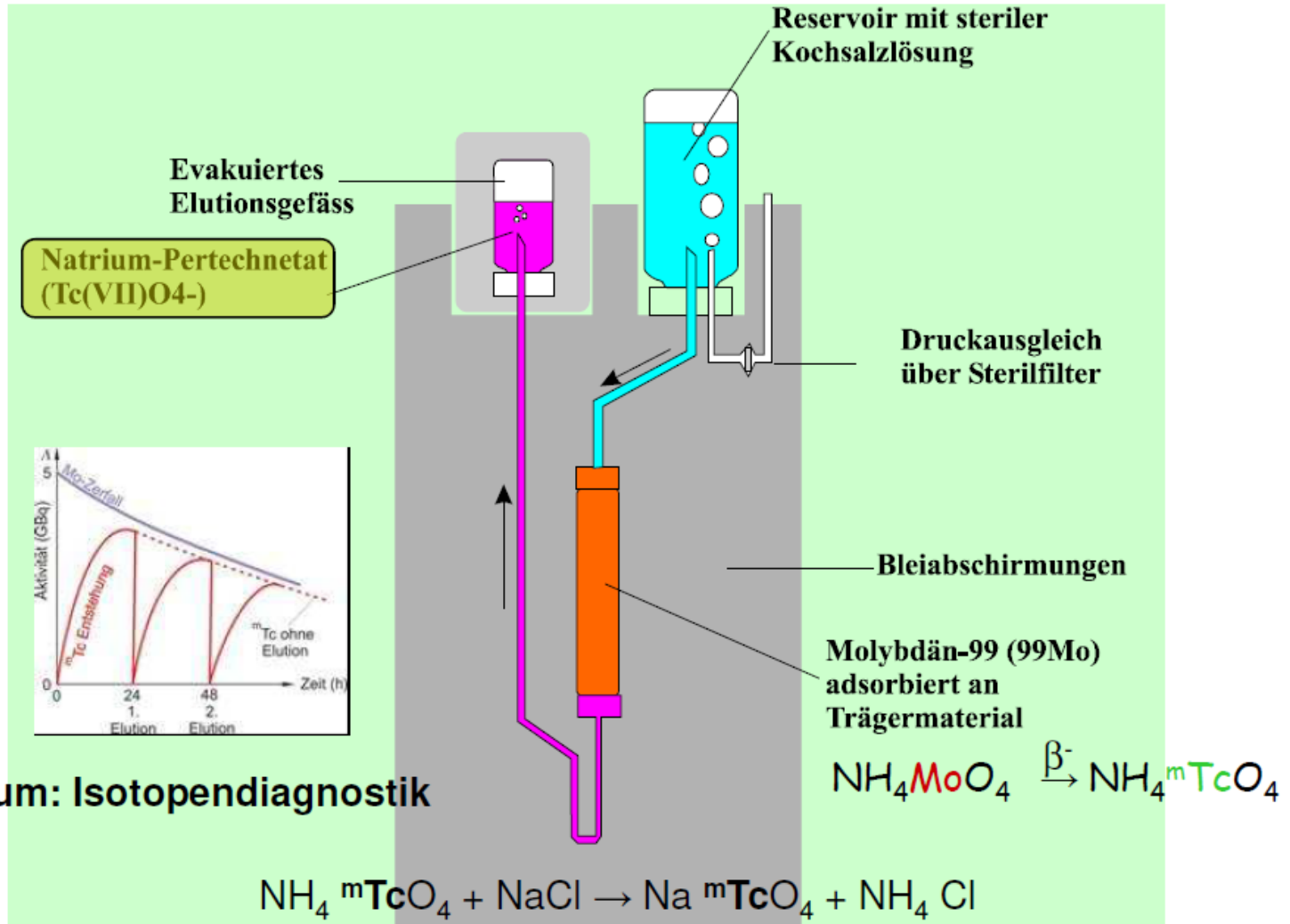
# K-Einfang



# Beispiele



# Technetium Generator



s. Praktikum: Isotopendiagnostik

# Aktivität

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| \quad \left( = \left| \frac{\Delta N}{\Delta t} \right| \right)$$

N = Anzahl der Zerfallsfähigen Atomkerne

t = Zeit

$\Delta N$  die Anzahl der während  $\Delta t$  Zeit zerfallenen Atomkerne

Einheit: Becquerel Bq

1 Bq = 1 Zerfall/sec

Bq, kBq, MBq, GBq, TBq, PBq

# Zerfallsgesetz

$\Delta N \sim N$        $N$  Anzahl der zerfallsfähigen Kerne

$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$        $\lambda$ : Zerfallskonstante  
Zerfallswahrscheinlichkeit[1/s]  
 $1/\lambda = \tau$  Zeit! durchschnittlicher Lebensdauer

Differentialgleichung

Lösung:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{Exponentialfunktion!}$$

$N_0$  Anzahl der zerfallsfähigen Kerne am Anfang ( $t=0$ )

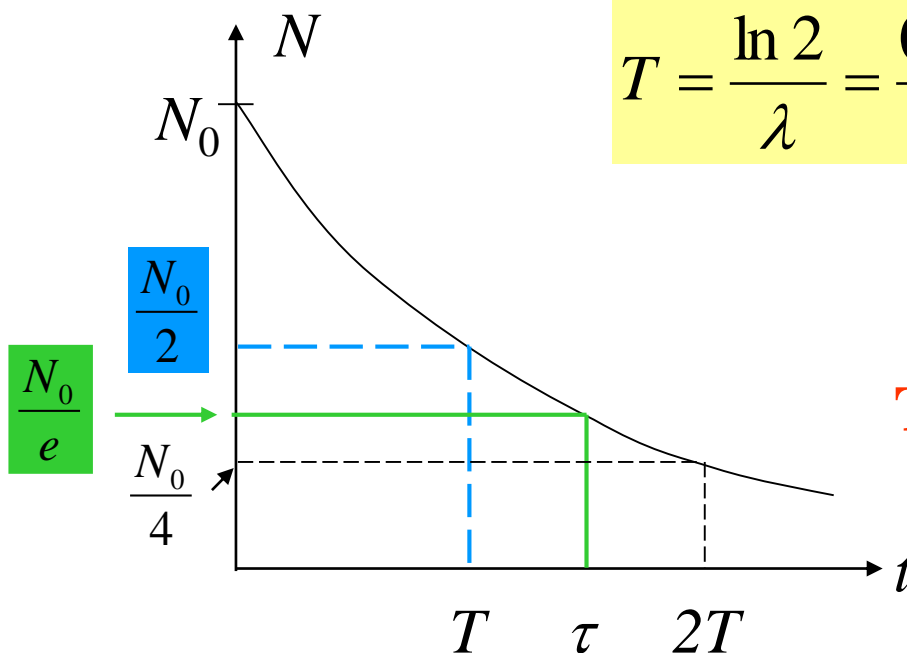


# Zerfallsgesetz

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

$\lambda$  Zerfallskonstante  
 $T$  Halbwertszeit

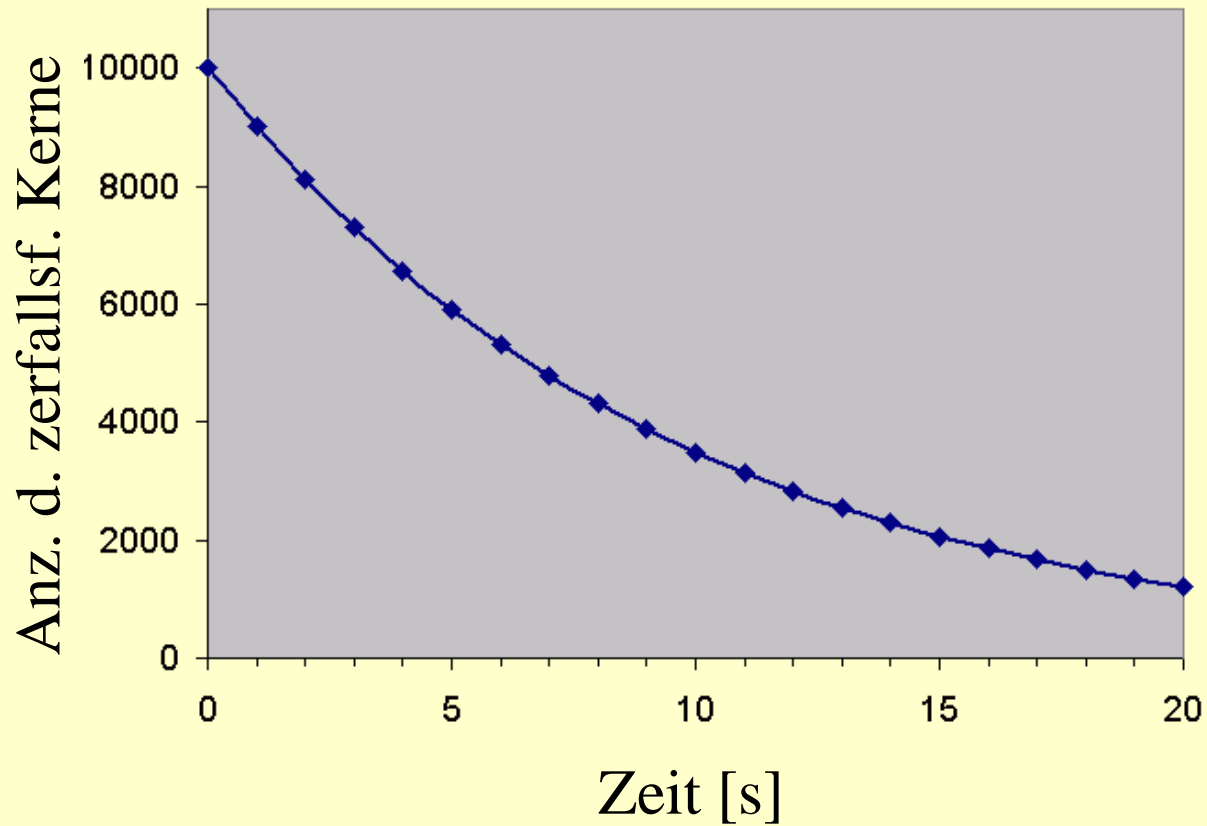


**Theoretisch erreicht es nie 0 !**



# Beispiel

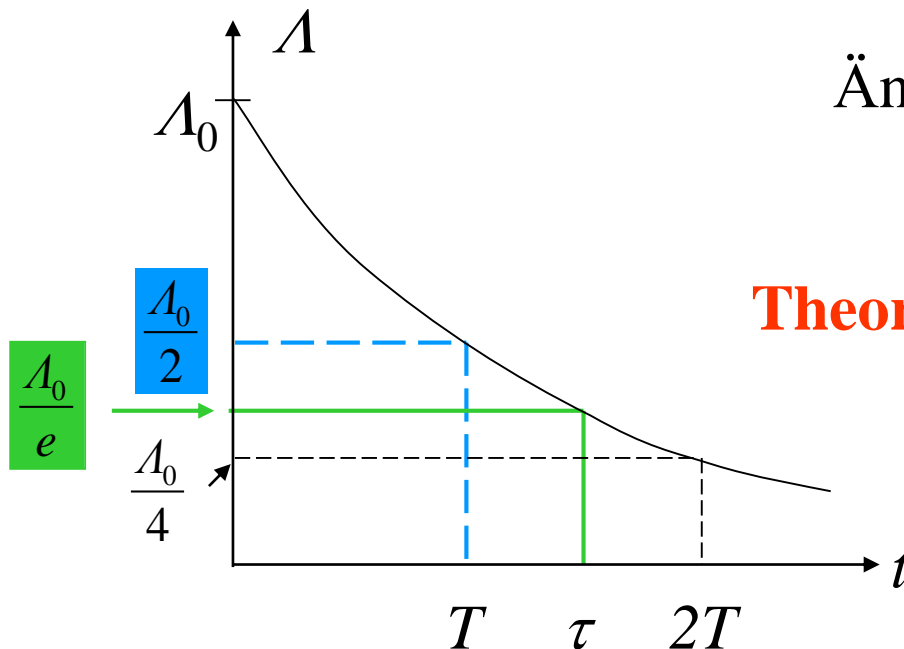
- Sei  $N_0=10000$      $\lambda=0,1 \text{ }^1/\text{s}$
- 1 sec 9000
- 2 sec 8100
- 3 sec 7290
- 4 sec 6561
- ....



# Zeitliche Änderung der Aktivität

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Änderung wie bei N!



**Theoretisch erreicht es nie 0!**

ca.  $10 T \Rightarrow$  zerfällt auf  
1/1000 Teil!

# Einige Beispiele für Halbwertszeit

$^{232}\text{Th}$	$1,4 \cdot 10^{10} \text{ J}$
-------------------	-------------------------------

$^{238}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9 \text{ J}$
------------------	----------------------------

$^{40}\text{K}$	$1,3 \cdot 10^9 \text{ J}$
-----------------	----------------------------

$^{14}\text{C}$	$5736 \text{ J}$
-----------------	------------------

$^{137}\text{Cs}$	$30 \text{ J}$
-------------------	----------------

$^3\text{H}$	$12,3 \text{ J}$
--------------	------------------

$^{60}\text{Co}$	$5,3 \text{ J}$
------------------	-----------------

$^{59}\text{Fe}$	$1,5 \text{ M}$
------------------	-----------------

$^{56}\text{Cr}$	$1 \text{ M (28 T)}$
------------------	----------------------

$^{131}\text{I}$	$8 \text{ T}$
------------------	---------------

$^{99\text{m}}\text{Tc}$	$6 \text{ h}$
--------------------------	---------------

$^{18}\text{F}$	$110 \text{ min}$
-----------------	-------------------

$^{11}\text{C}$	$20 \text{ min}$
-----------------	------------------

$^{15}\text{O}$	$2 \text{ min}$
-----------------	-----------------

$^{222}\text{Th}$	$2,8 \text{ ms}$
-------------------	------------------

Nicht auswendig lernen!

# Teilchenenergie

Gemessen in Elektronenvolt (eV).

$$\text{eV} = \text{Ladung eines Elektrons} \times 1 \text{ Volt} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Typische Teilchenenergiwerte (die bei Kernumwandlungen freigesetzte Energie) bewegen sich in **MeV** Größenordnungen.

$$\alpha \text{ und } \beta: E = E_{\text{kin}}$$

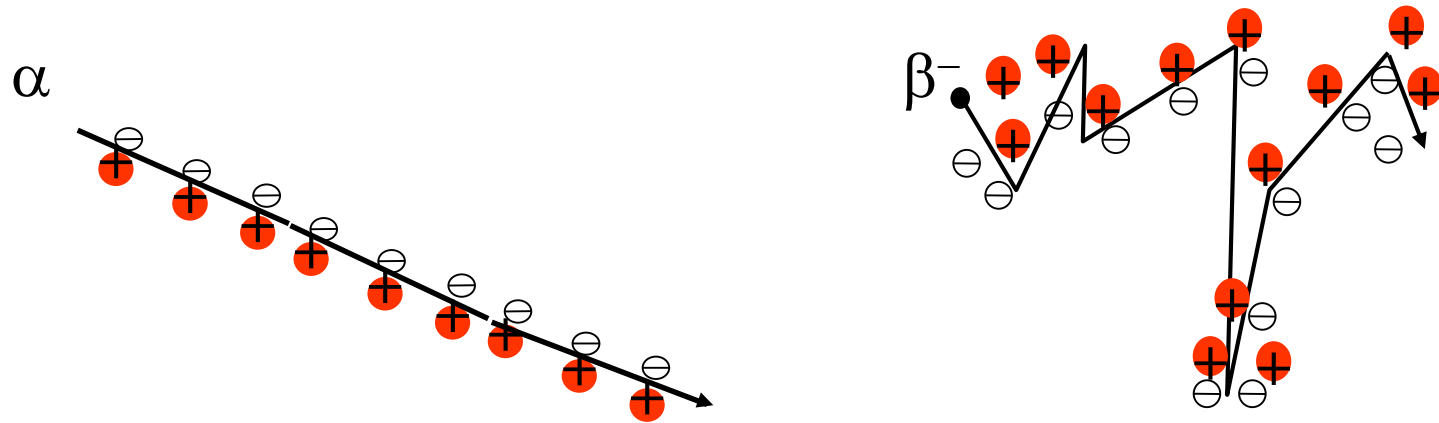
je höher ist die Teilchenenergie desto größer Reichweite

# Absorption von radioaktiven Strahlungen

$\alpha$	}	haben elektrische Ladung
$\beta^+$		
$\beta^-$		
$\gamma$	}	ungeladene Teilchen (elektromagnetische Strahlung)
Rtg		
$\nu$		

# Schwächung der geladenen Teilchen

Ionisieren: ihre Energie wird auf einem bestimmten Weg verbraucht  
**Reichweite**





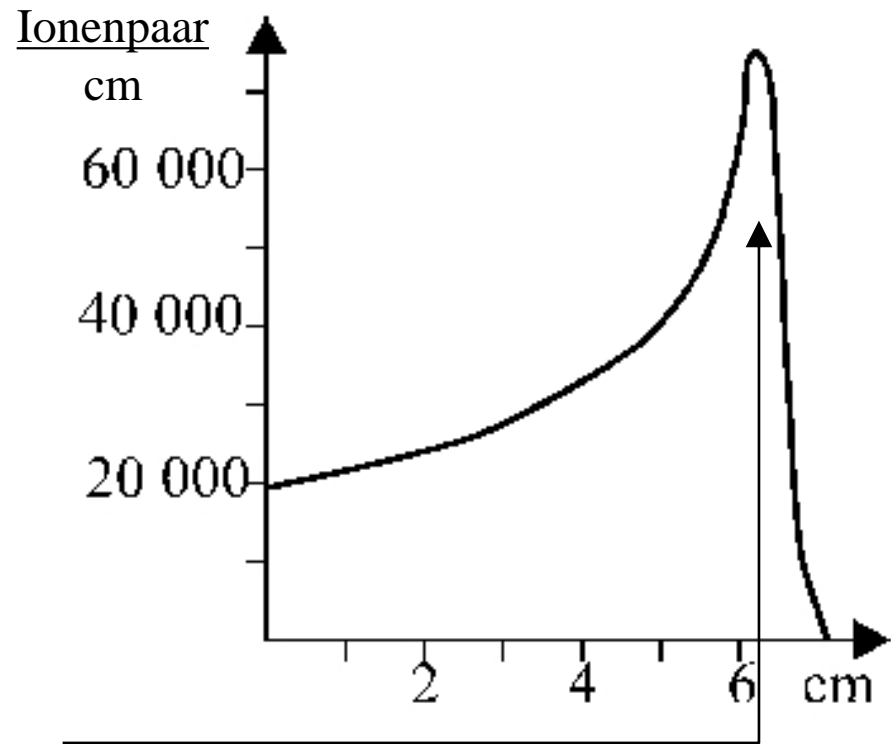
$\alpha$

Lineare Energieübertragung (**LET**, Linear Energy Transfer)

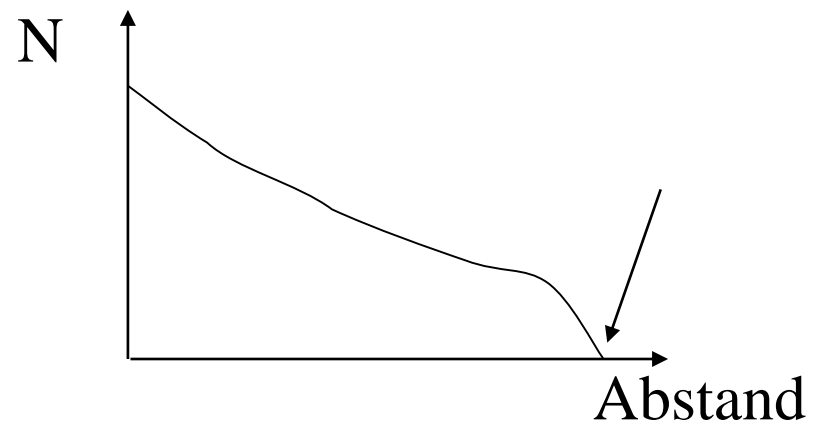
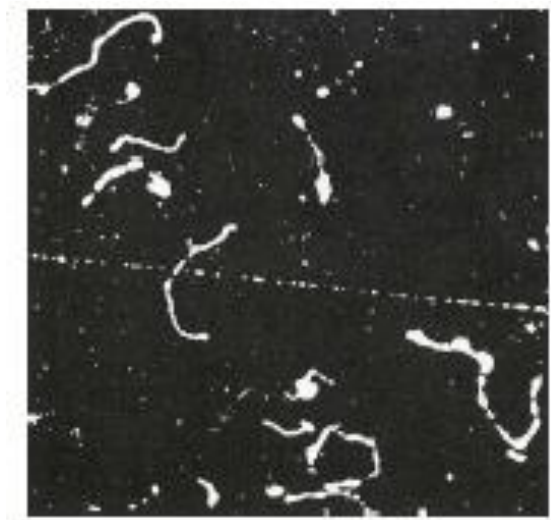
$\text{LET} = (\text{lineare Ionendichte}) \cdot (\text{zur Ionisation notwendige Energie})$

Lineare Ionendichte für  
ein  $\alpha$ -Teilchen in Luft

Bragg Spitze



$\beta$

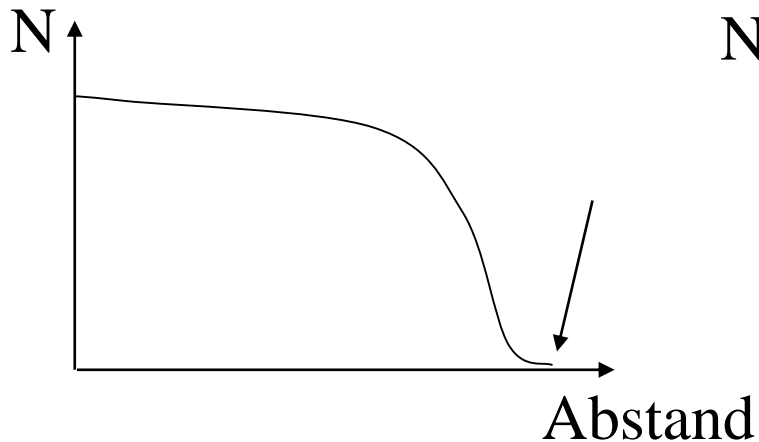


# Reichweite

$\alpha$ -Teilchen

in Luft **einige cm**

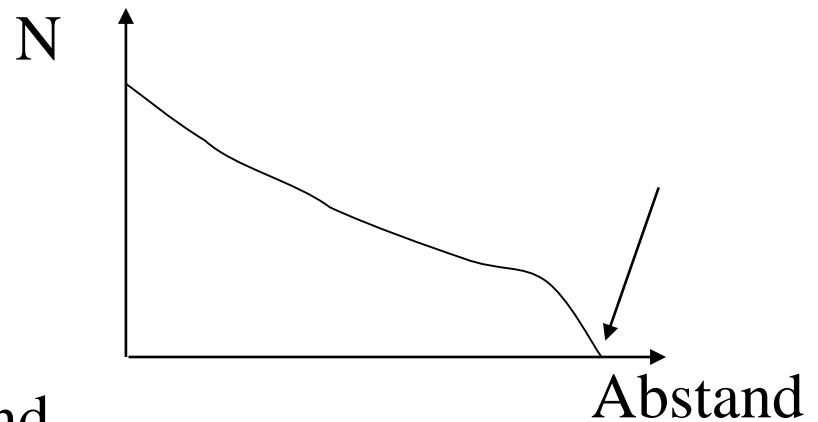
in Gewebe **0,01-0,1 mm**

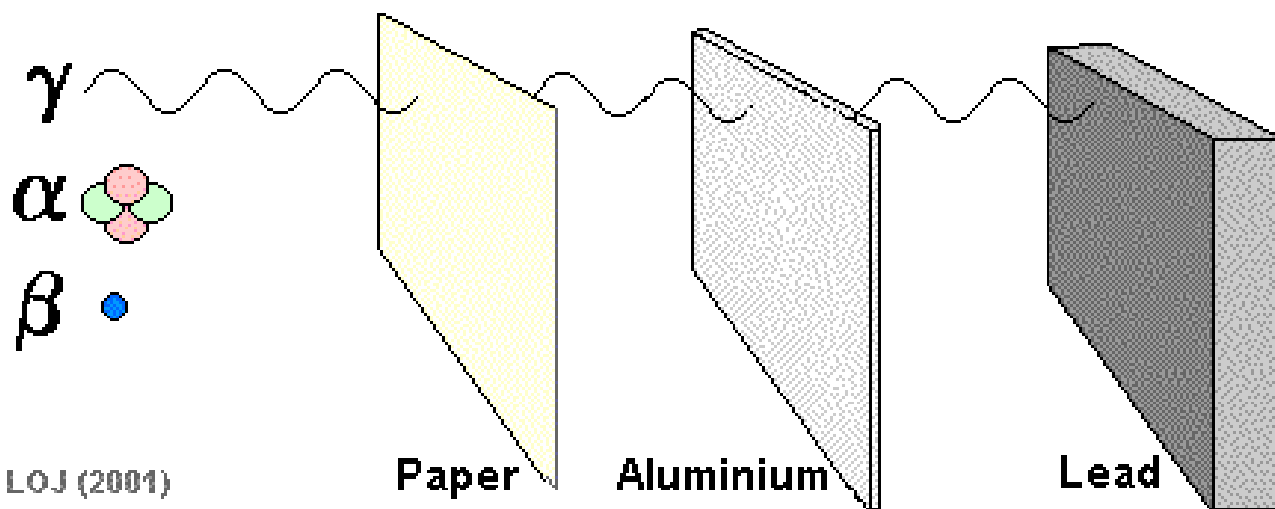


$\beta^-$ -Teilchen

in Luft **m**

in Gewebe **cm**

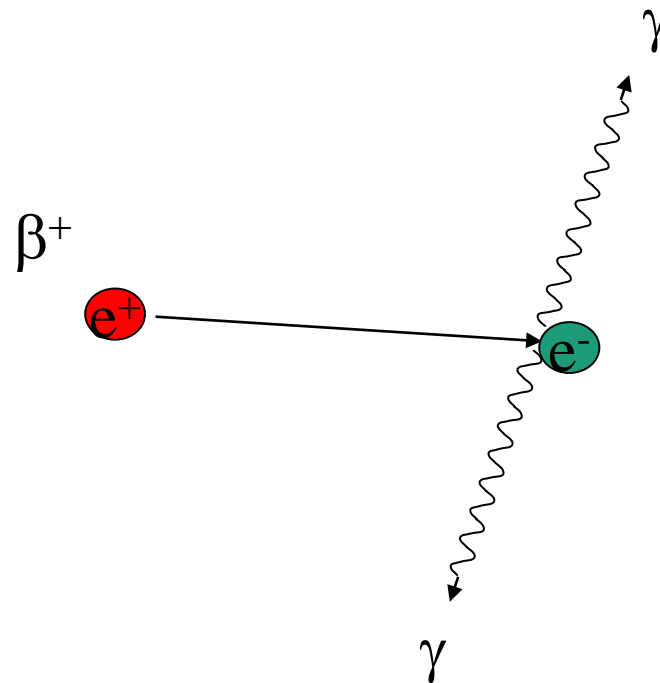




LOJ (2001)

# $\beta^+$ -Strahlung

Annihilation



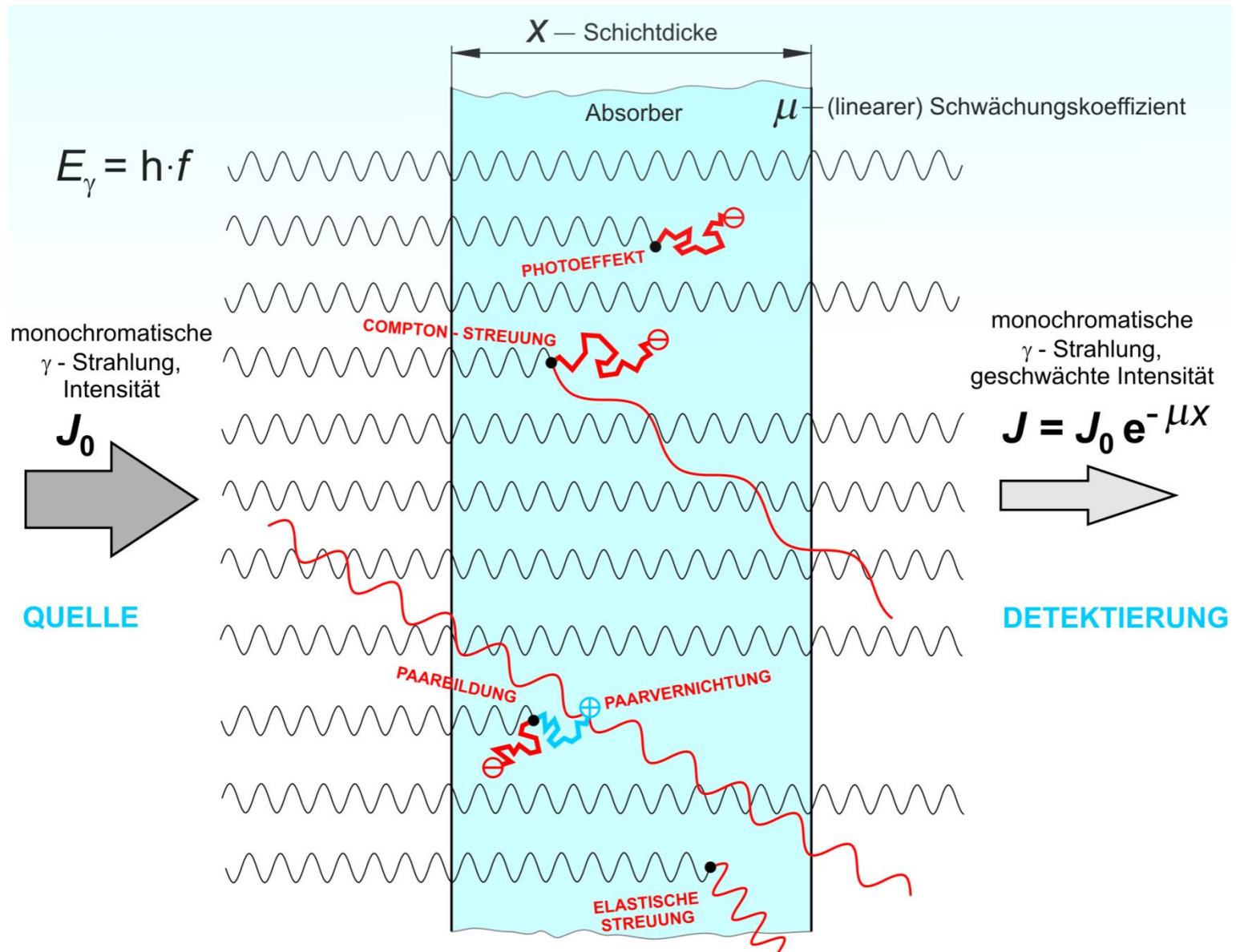
Medizinische Anwendung: Positron Emissionstomographie (PET)

# Einsteinsche Formel:

$$E=mc^2$$

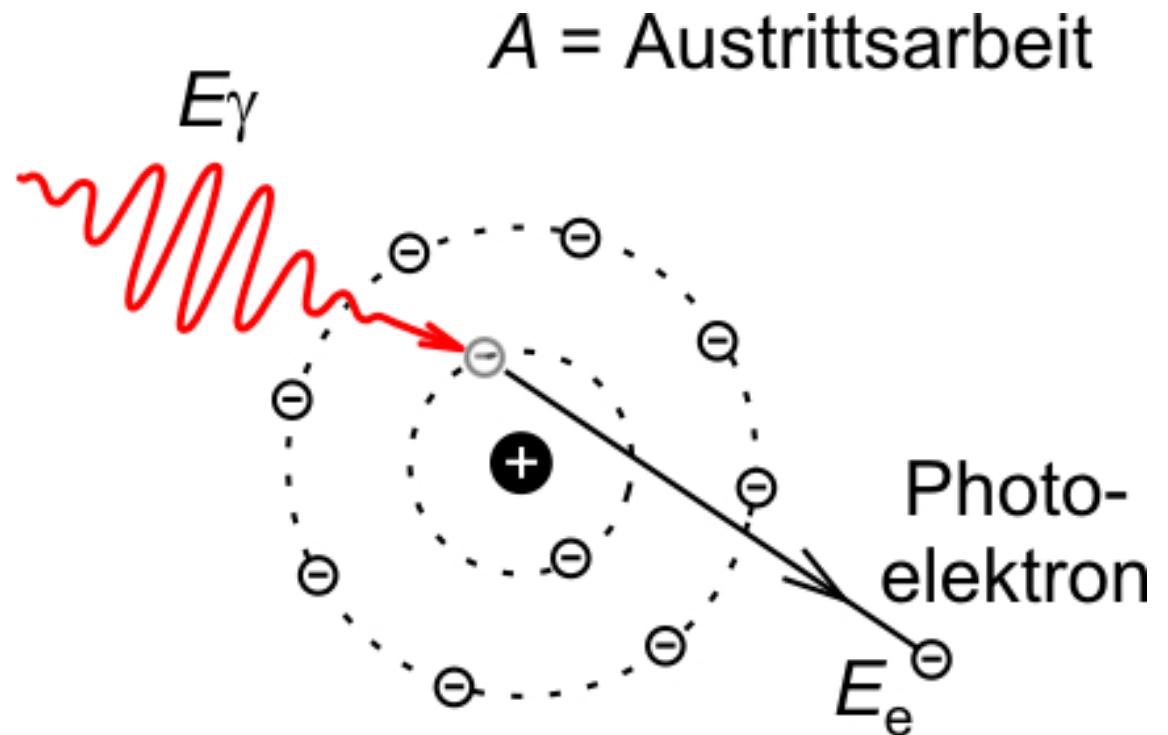
Energie - Masse Equivalenz !

# Wechselwirkung der Röntgen- und Gamma-Strahlung mit der Materie



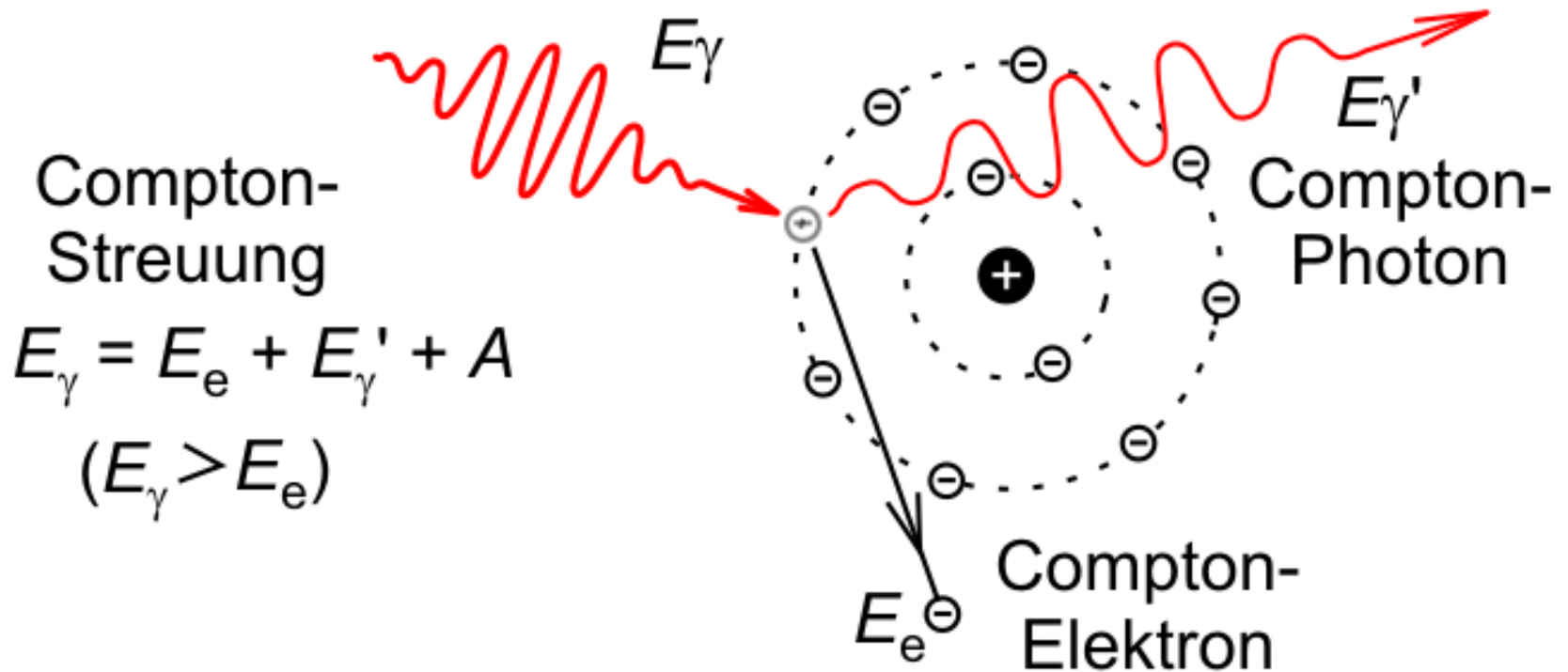
# Photoelektrischer Effekt

Photoeffekt  
 $E_\gamma \approx E_e$   
(wenn  $E_\gamma \gg A$ )

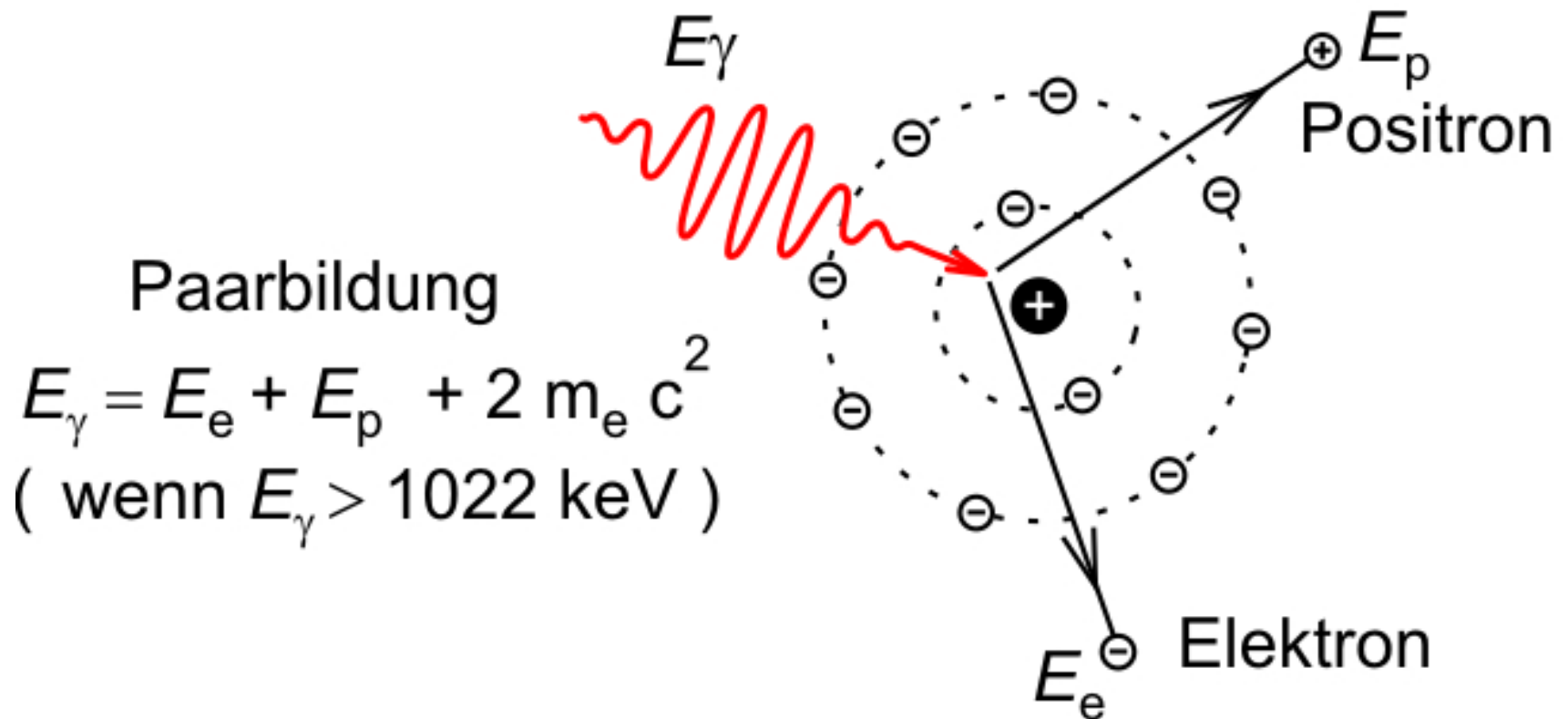




# Compton Effekt

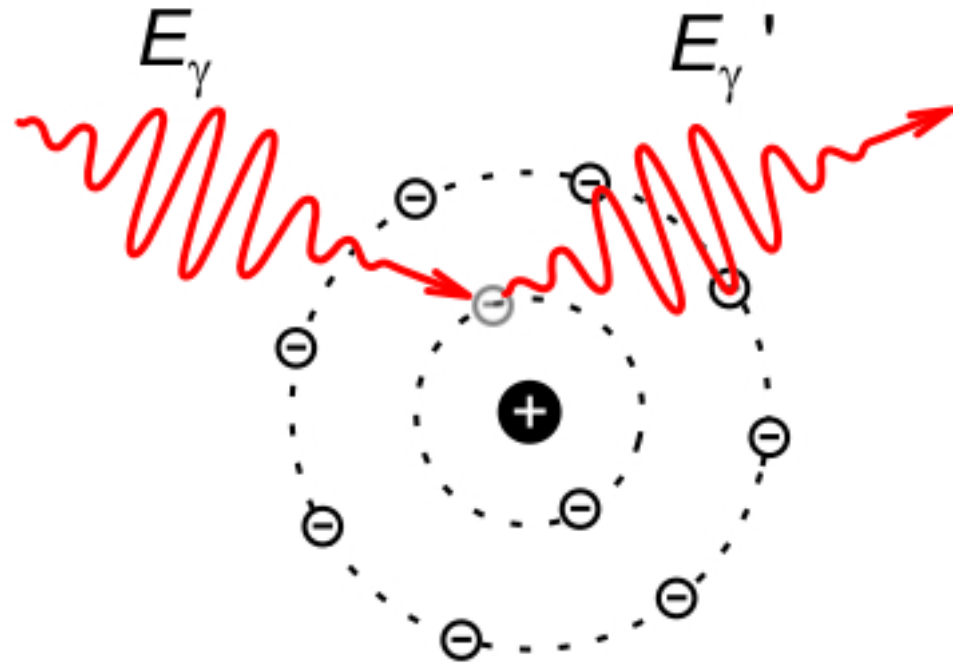


# Paarbildung

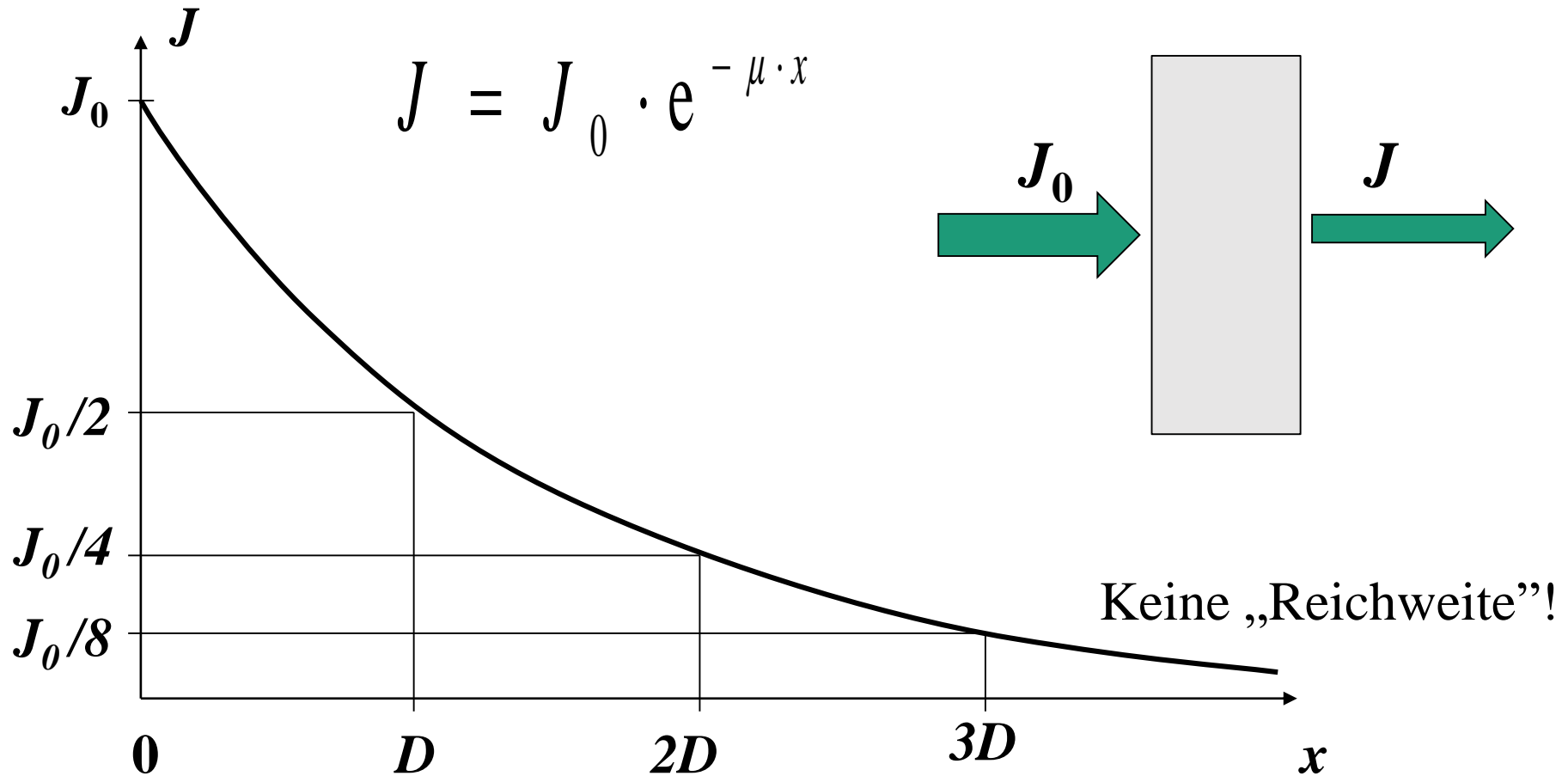


# Elastische Streuung

$$E_{\gamma} = E_{\gamma}'$$



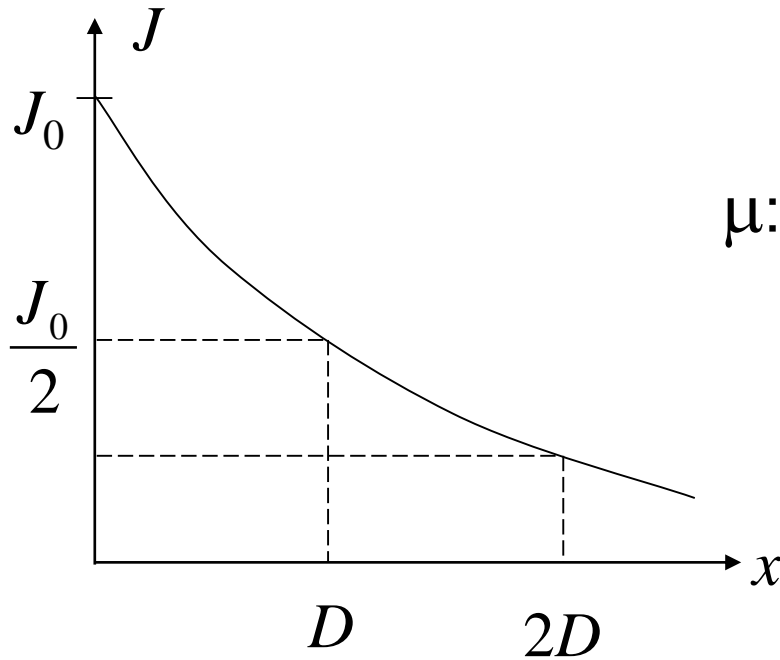
# Schwächung der $\gamma$ - und Röntgenstrahlung



$$x_{1/10} = 3,33 D$$

$$x_{1/1000} = 10 D$$

$$D = x_{1/2} = \ln(2)/\mu, \quad x_{1/10} = \ln(10)/\mu$$



$$J = J_0 e^{-\mu x}$$

$\mu$ : (linearer) Schwächungskoeffizient

Maßeinheit: 1/m, 1/cm

$$\delta = \frac{1}{\mu} \quad \text{„Eindringtiefe“}$$

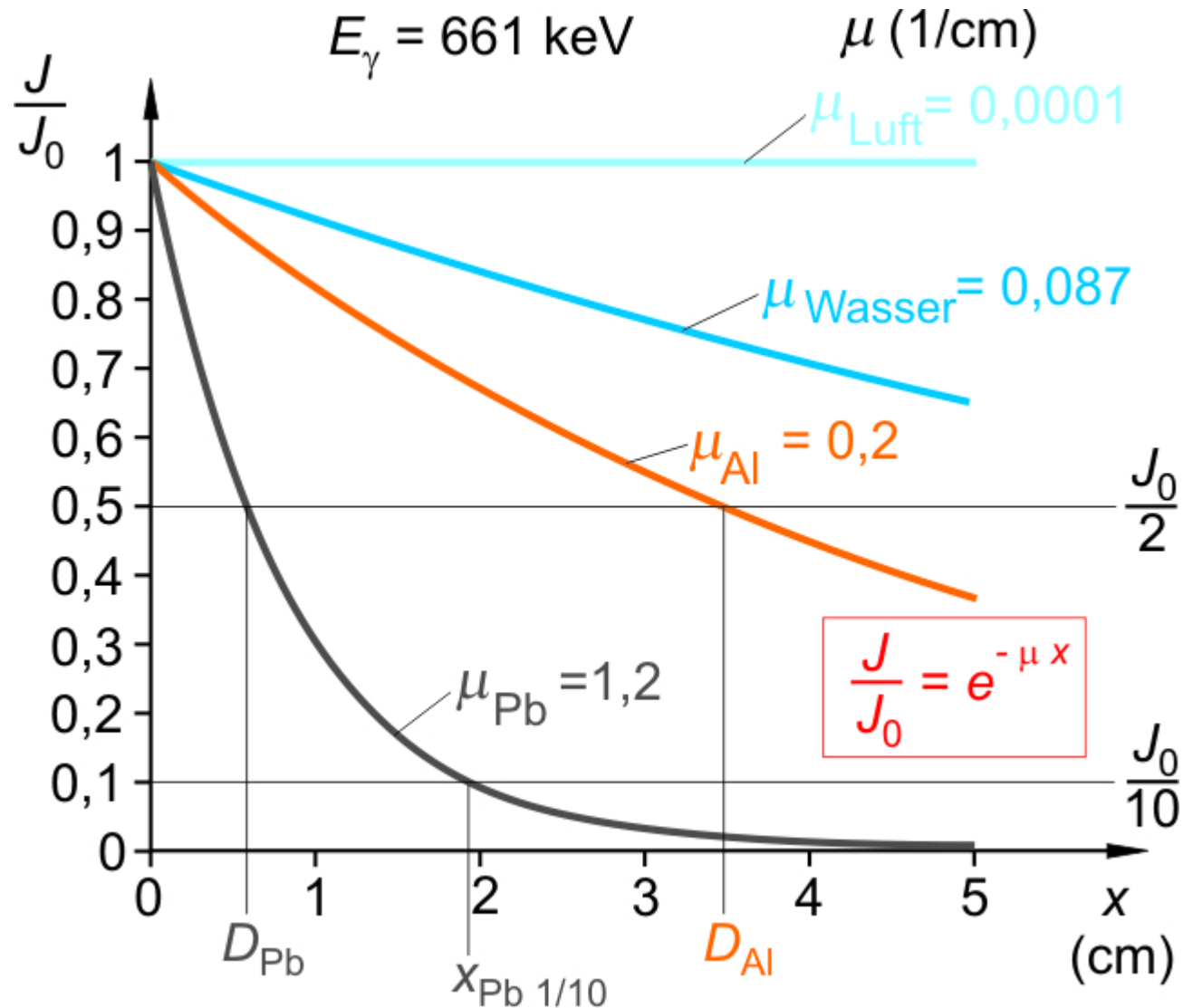
Die Intensität sinkt auf  
den e-ten Teil des  
Anfangswertes ( $\approx 37\%$ )

$$\mu(\text{Stoffart, Dichte, Energie der Strahlung}) = \mu(\text{Stoffart}, \rho, E_{\text{foton}}) \sim \rho$$

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{Massenschwächungskoeffizient}$$

Maßeinheit:  $\text{cm}^2/\text{g}$

# Schwächung der $\gamma$ - und Röntgenstrahlung

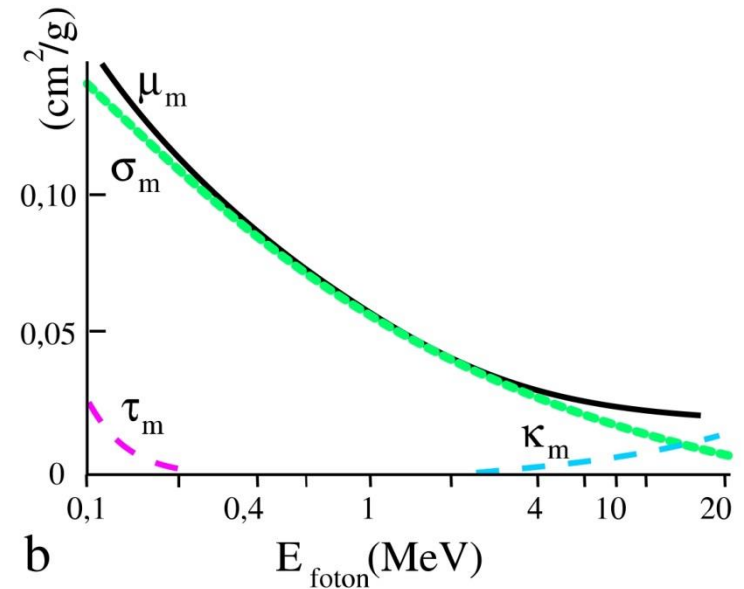
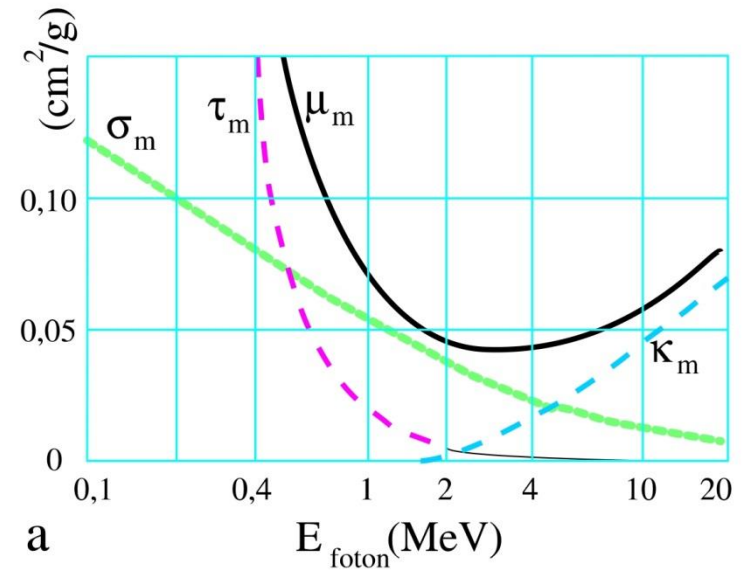


Massenschwächungs-  
koeffizient:

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m + \kappa_m$$

$$\tau_m = c\lambda^3 Z^3$$



Photon Mass Attenuation Coefficients for Iron

