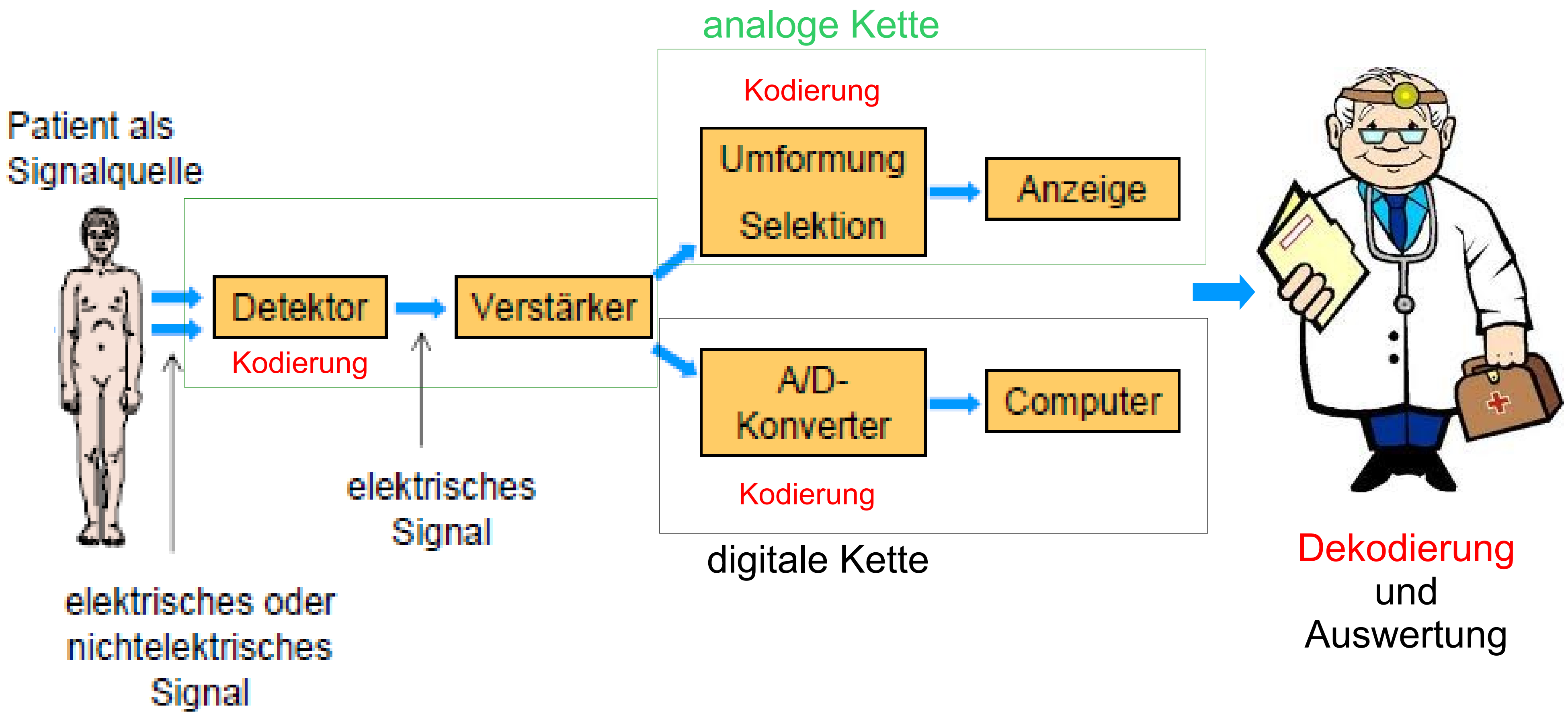
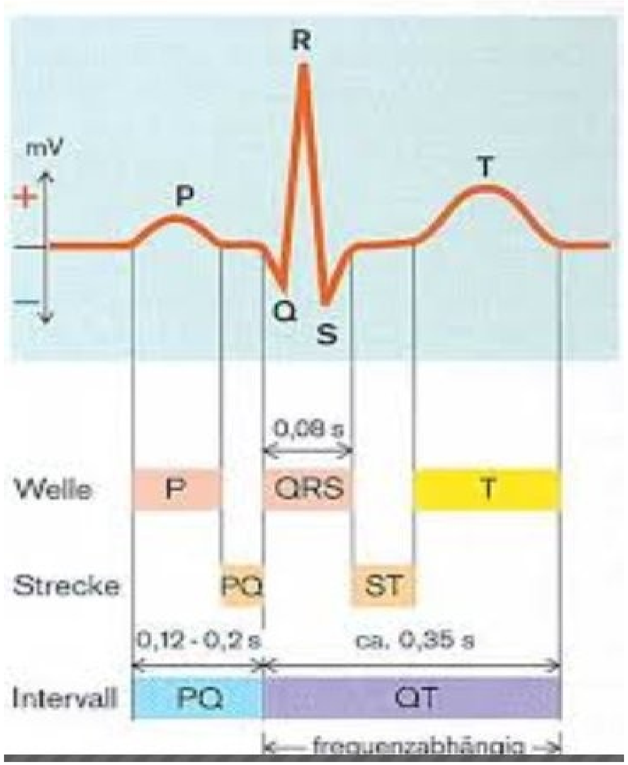
Signalverarbeitung in der Medizin

G.Schay

Medizinische Signalkette



Signale in der Medizin: Beispiel 1



Information: Herztätigkeit

Signal:
Original: Spannung
Kodierung: Keine,
aber Filterung ist nötig

50 Hz Unterdrückung

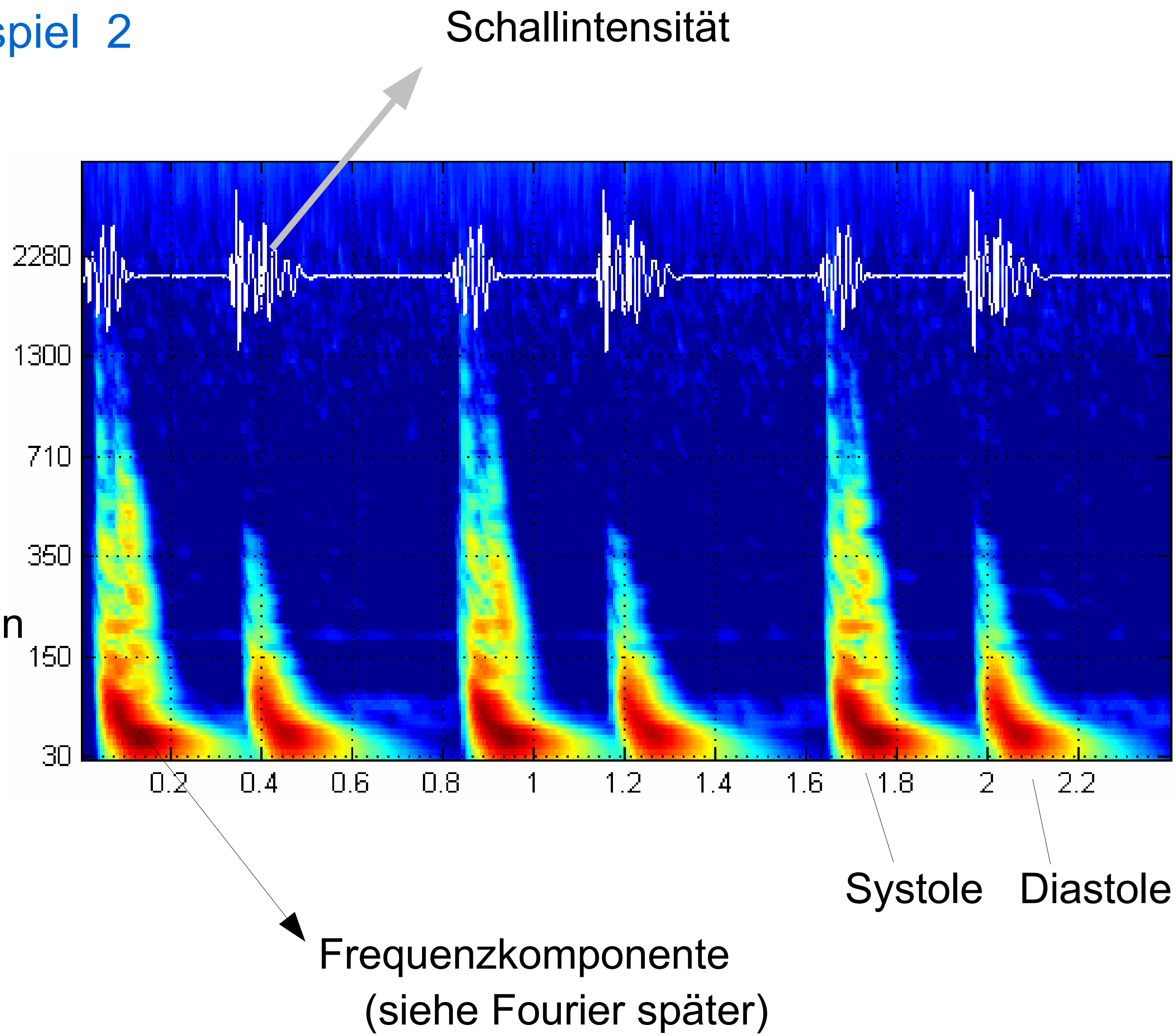
Signale in der Medizin: Beispiel 2

Herztöne

Signal:
Original: Schallwellen

Kodierung: Mikrofon

Kodierung: Fourier-Transformation



Information: Herzzyklus, mögliche anatomische und Strömungsprobleme

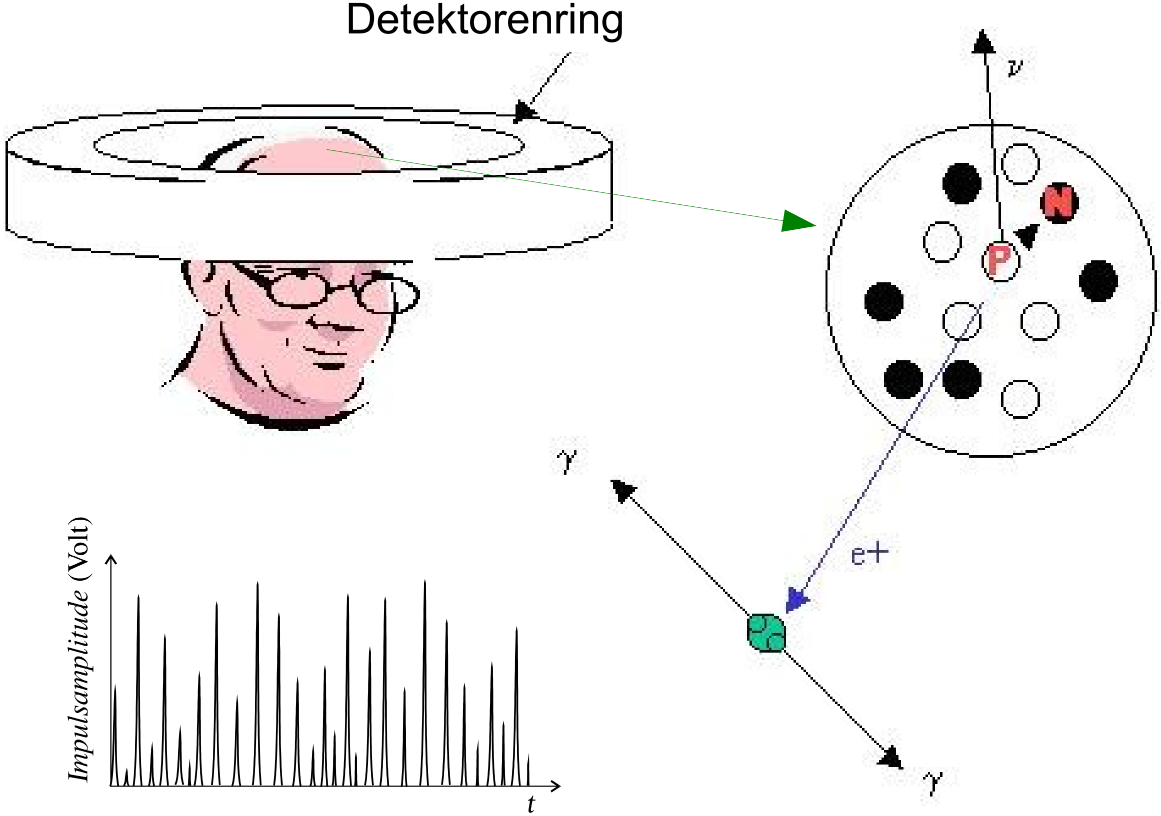
Signale in der Medizin: Beispiel 3

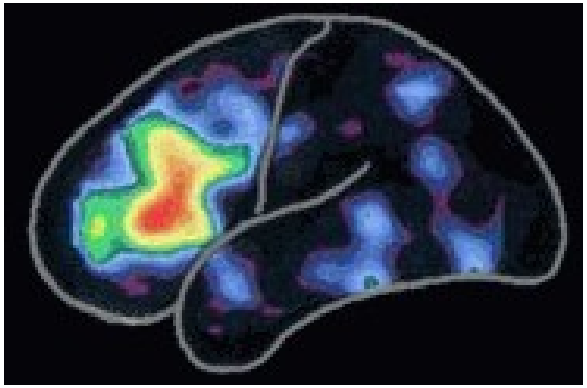
PET: PositronEmissionsTomografie

Signal:
Original: γ-Photonen

Kodierung: elektrische Impluse

Kodierung: Bildrekonstruktion

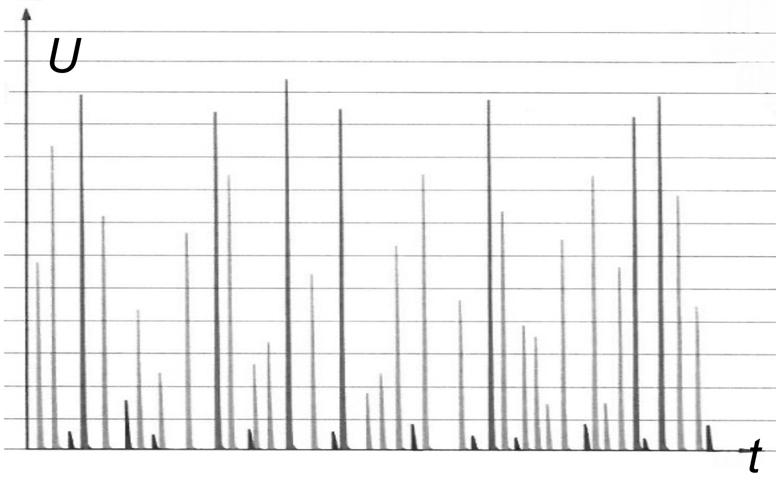


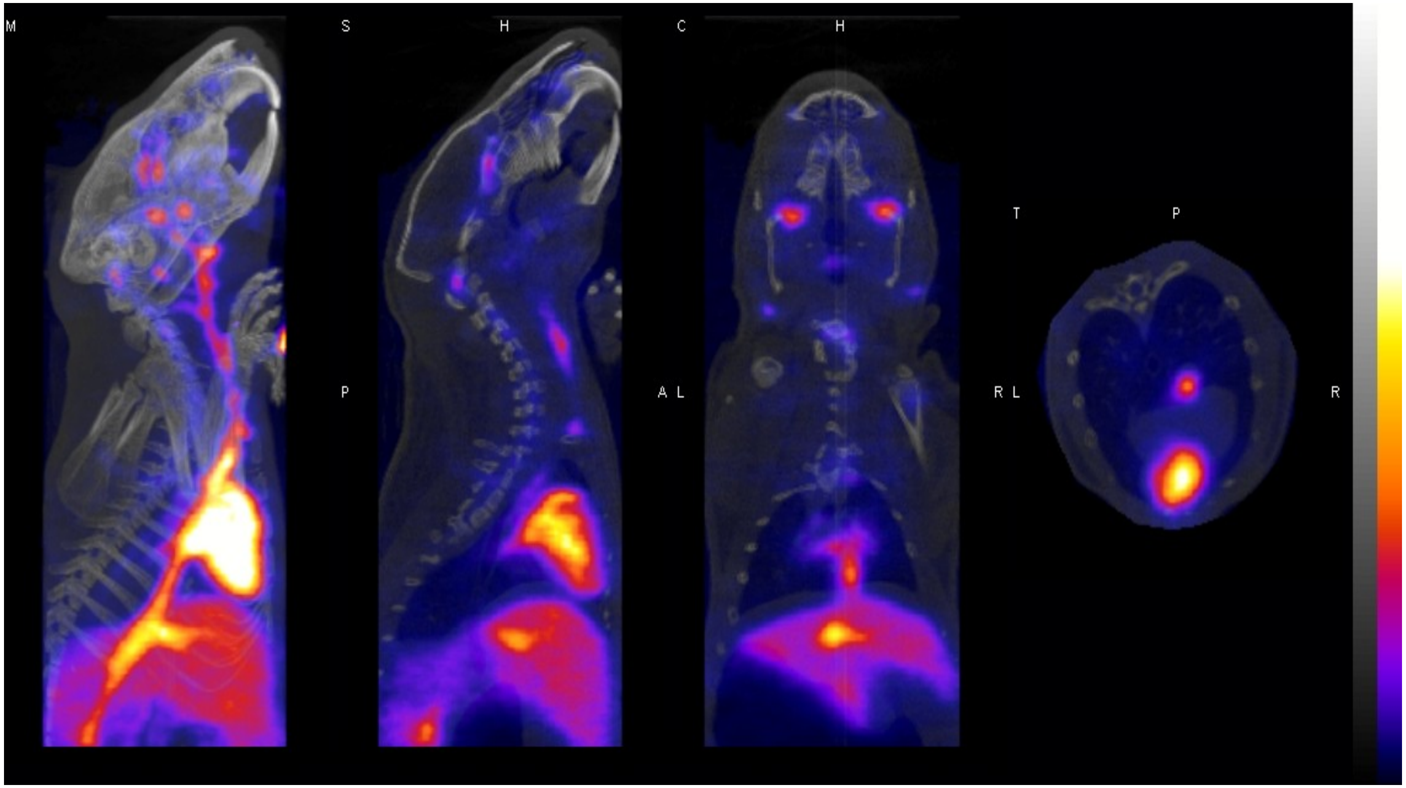


Information: zeitliche und räumliche Verteilung der Moleküle

Signale in der Medizin: Beispiel 4

SPECT-CT:
Einzelphotonenemissions-
spektrometrie
Komputertomografie





Signal:
Original: γ-Photonen
Rtg.-Photonen

Kodierung: elektrische
Impluse

Kodierung: Bildrekonstruktion

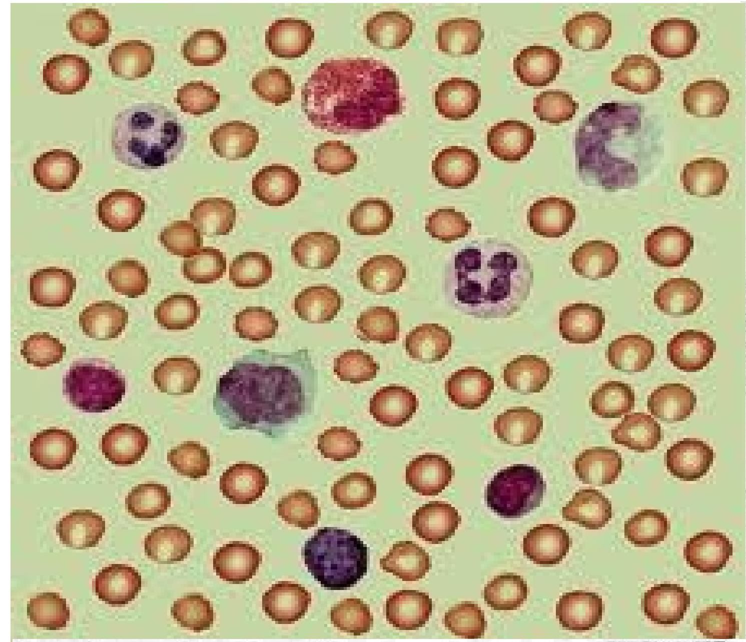
Information:
Anatomie (Rtg)
Funktion (Isotopdiagnostik)

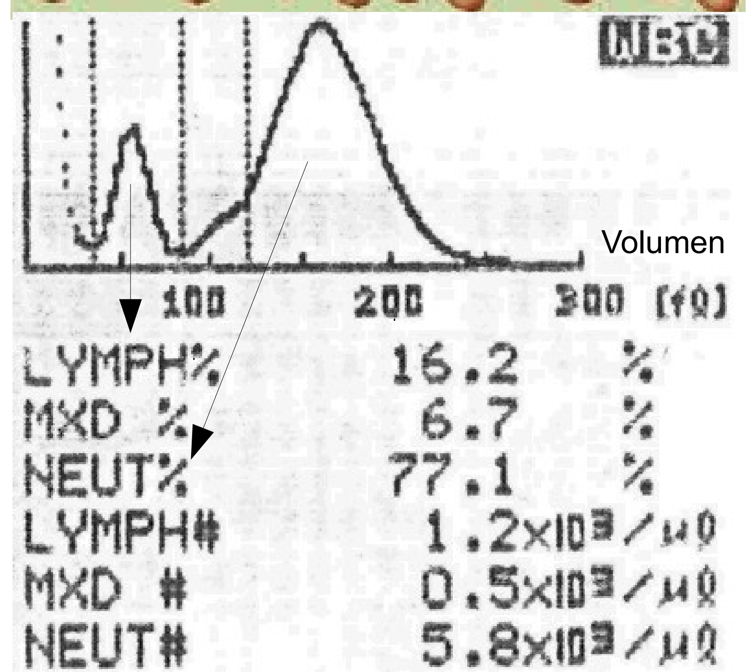
Signale in der Medizin: Beispiel 5

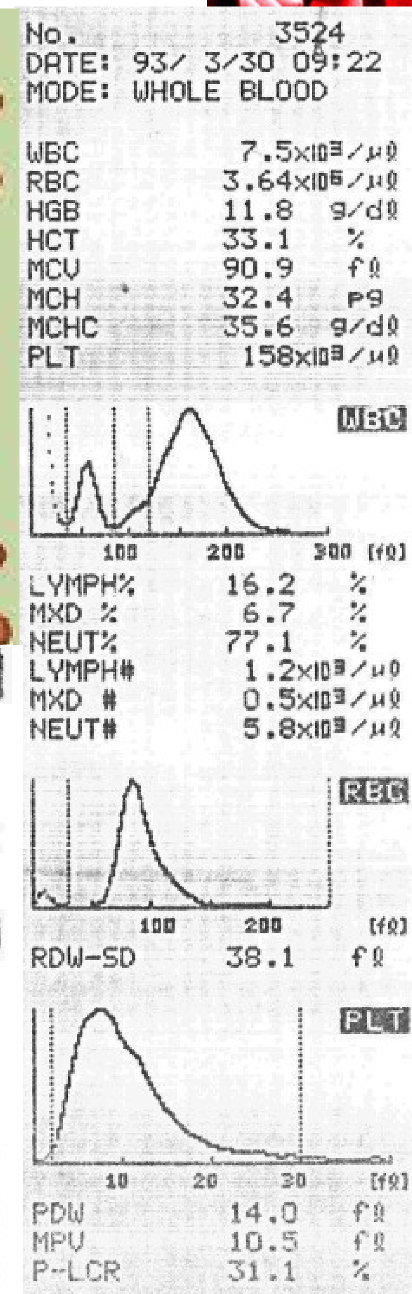
Coulter-Zähler

Signal:
Original: Zellenvolumen

Kodierung: elektrische Impluse
Kodierung: Histogram







Information: Blut-Zusammensetzung

Klassifizierung der Signale

nichtelektrisches S.	–	elektrisches S.
statisches S.	–	zeitabhängiges S.
(quasi)periodisches S.	–	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	–	deterministisches S.
kontinuierliches S.	–	impulsförmiges S.
analoges S.	–	digitales S.

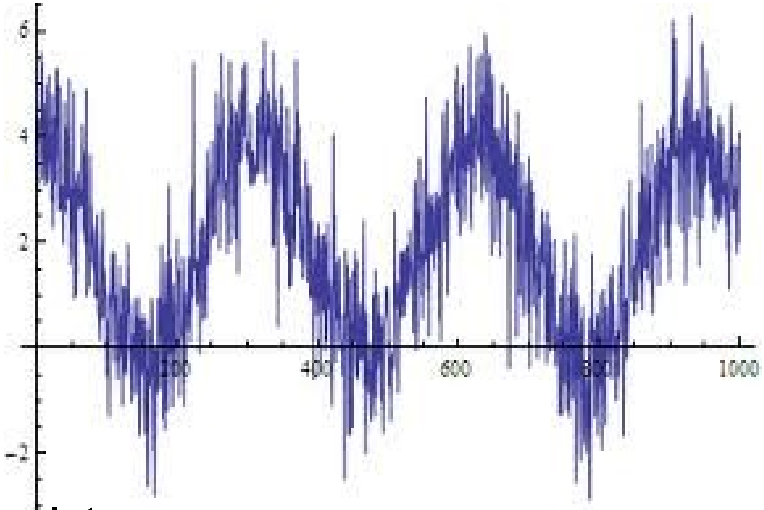
Signaltype

elektrisch

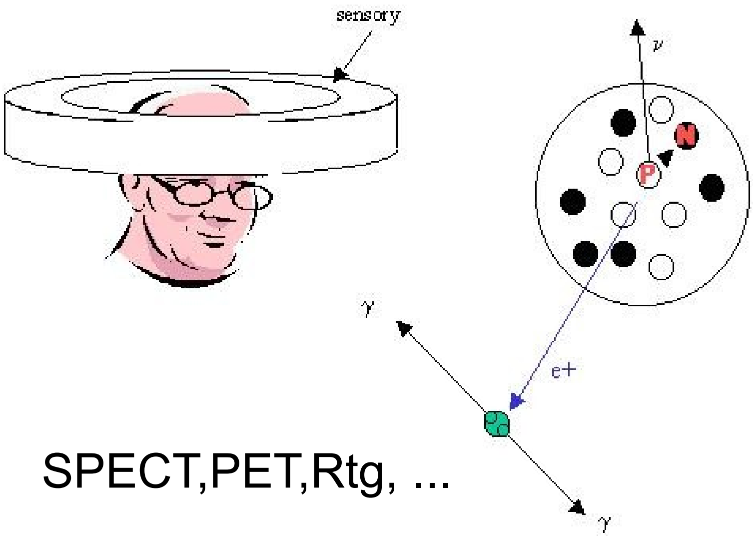
nichtelektrisch

EKG

Schall

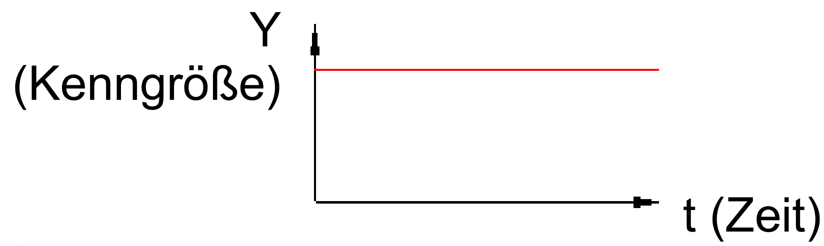


Wechselstrom

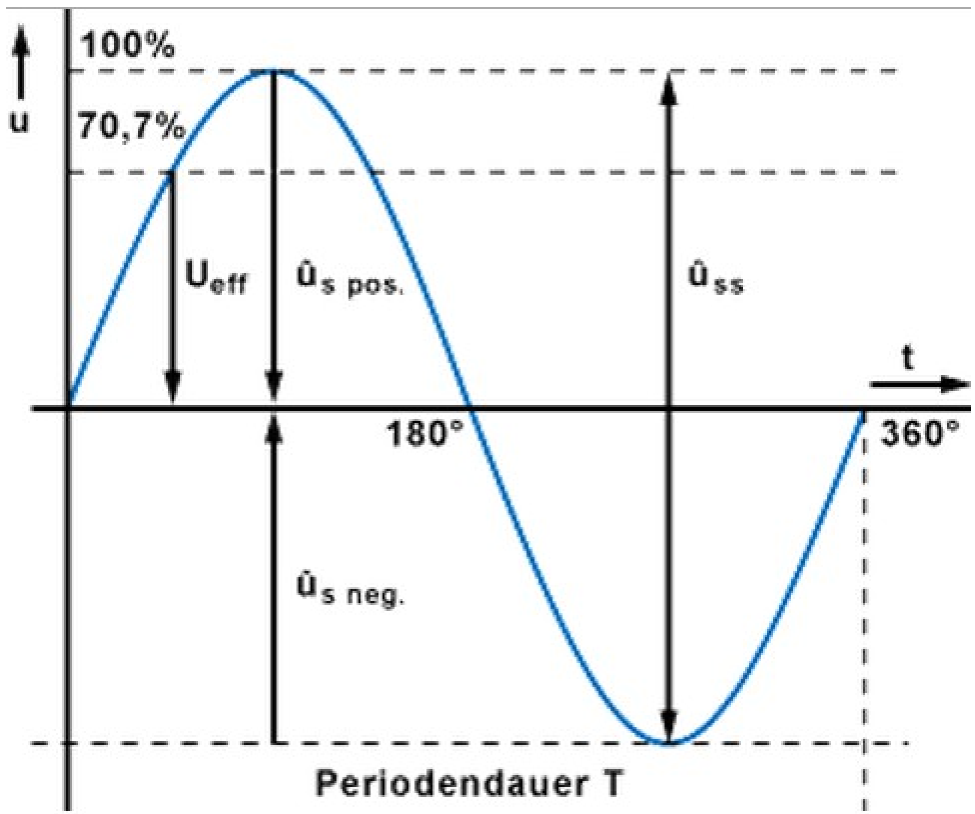


SPECT,PET,Rtg, ...

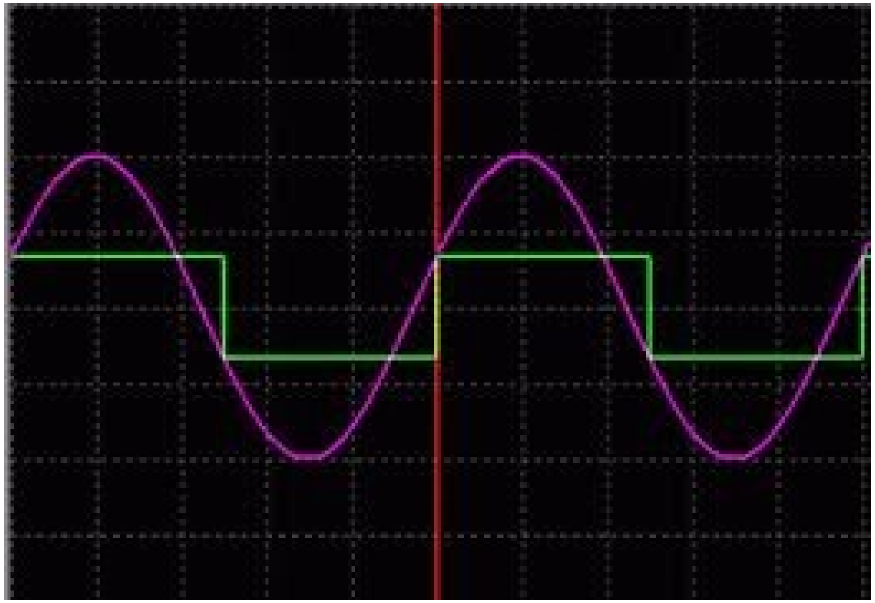
konstant



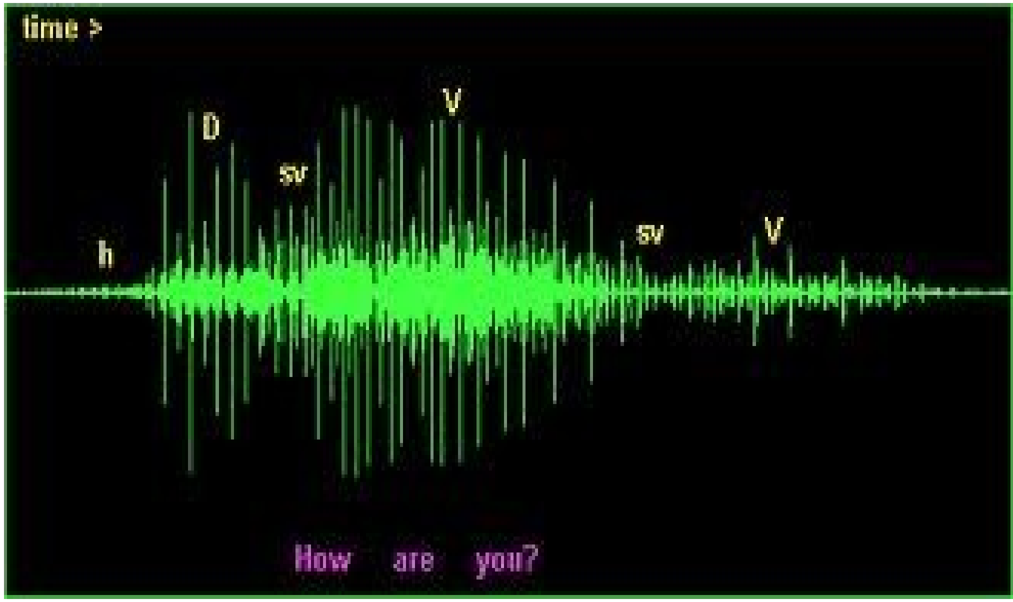
zeitabhängig (z.B. sinus-Signal)



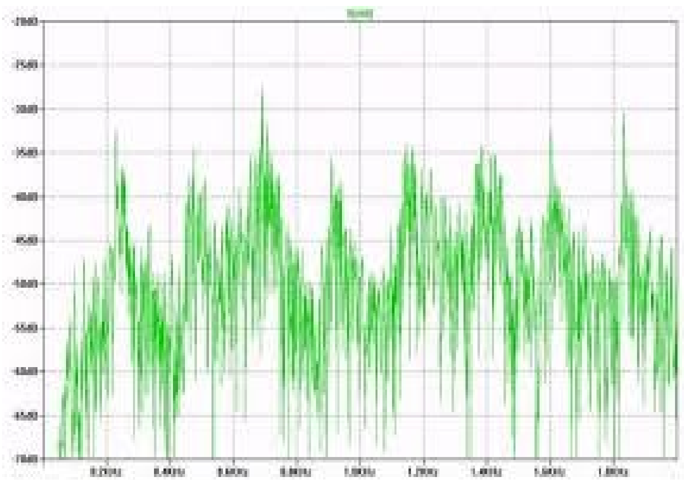
periodisch



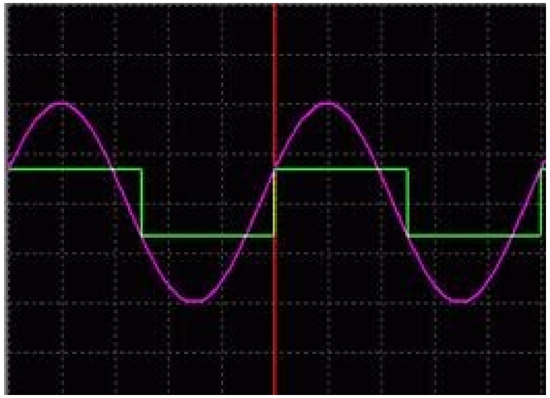
nichtperiodisch

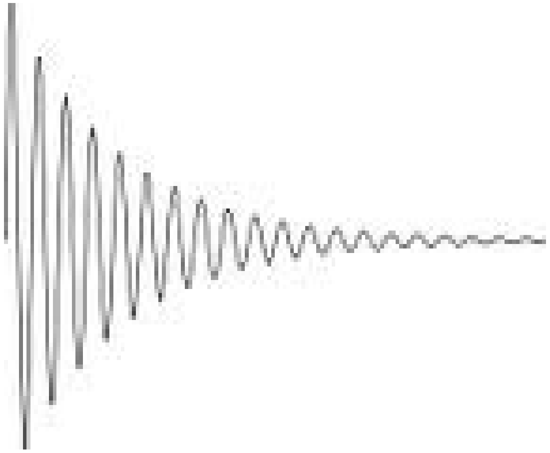


stochastisch

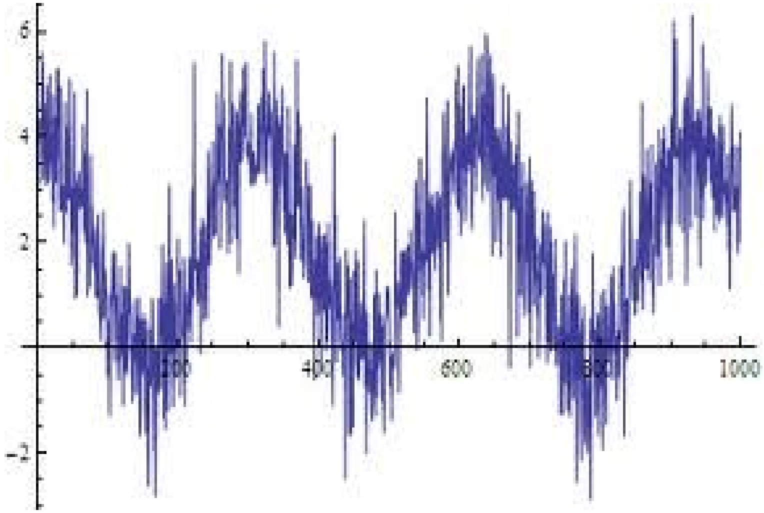


deterministisch



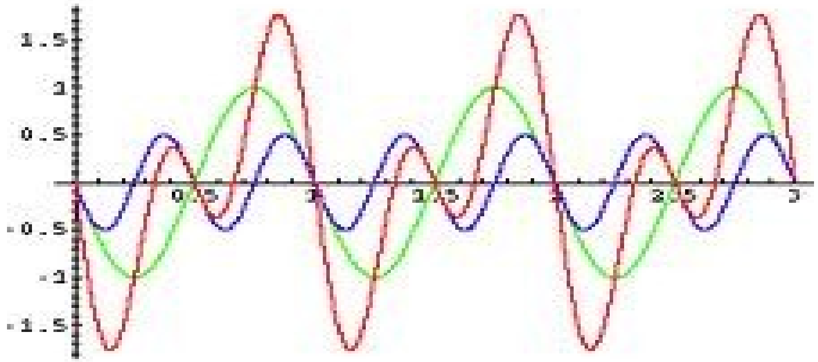


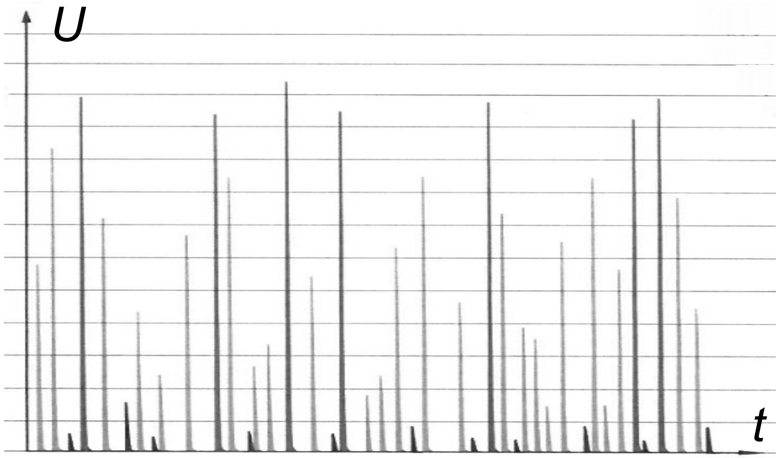
Fast immer gemischt!

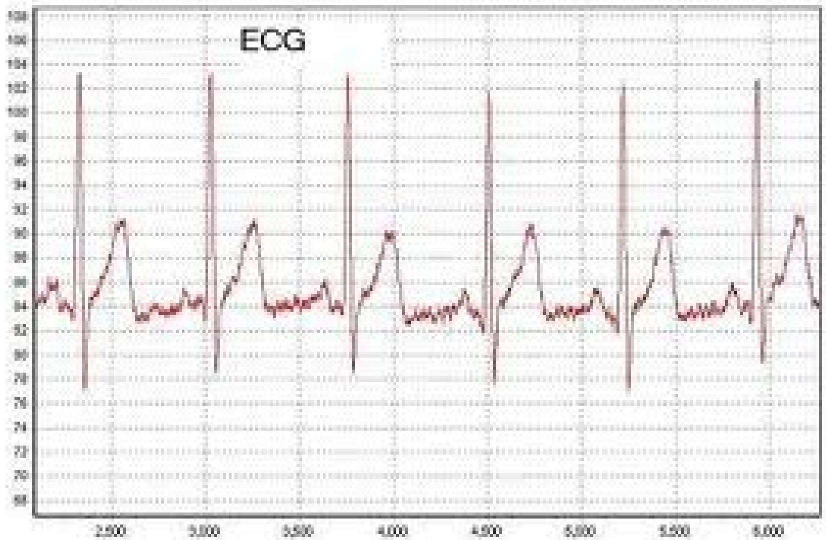


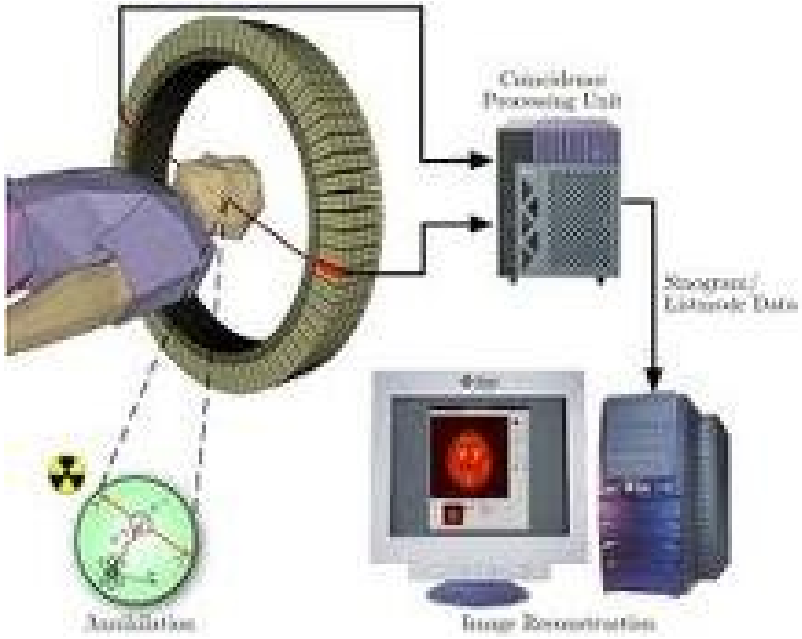
kontinuierlich

impulsförmig

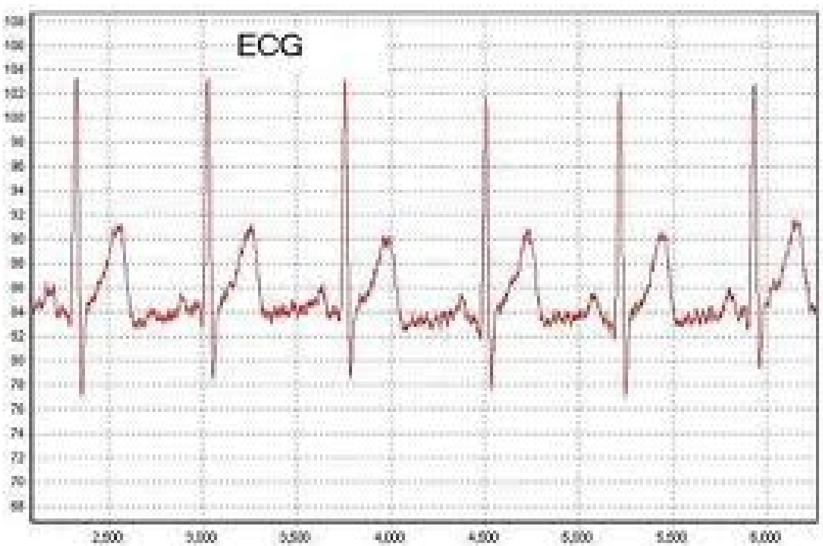








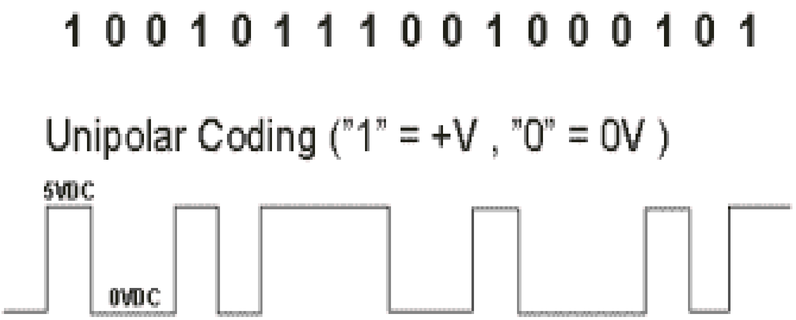
Analog

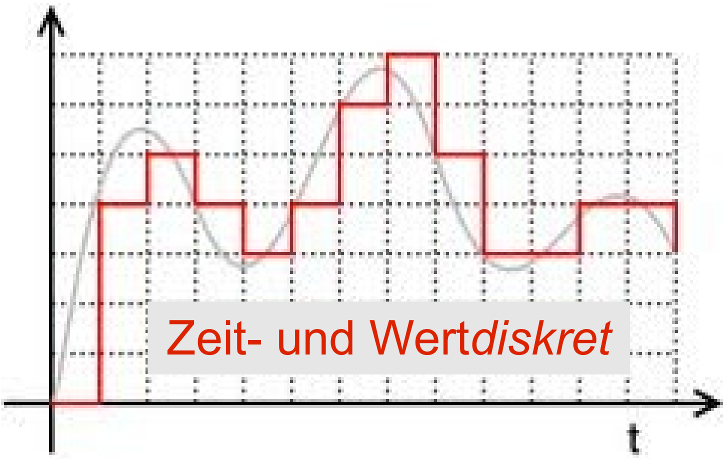


unbeschränkte Auflösung

(nur theoretisch)

Digital





Digital: representiert mit Zahlen

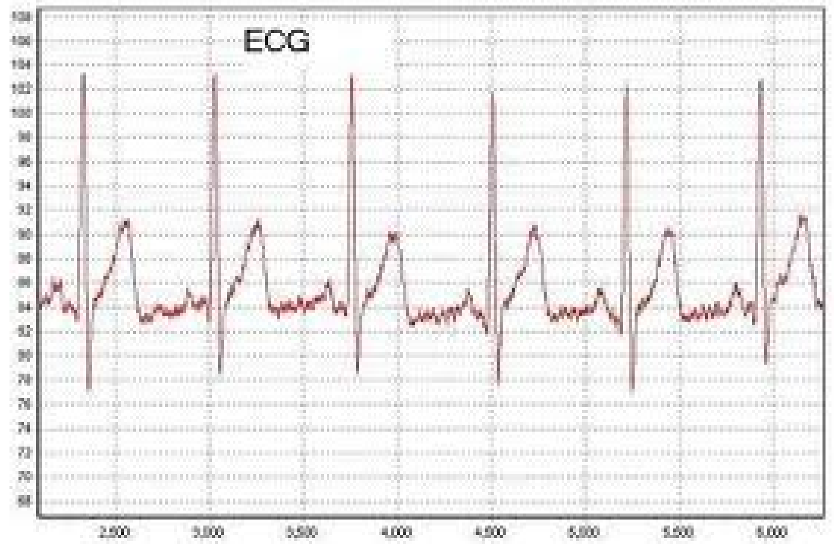
beschränkte Auflösung

digitale Signale sind ein Form der Kodierung

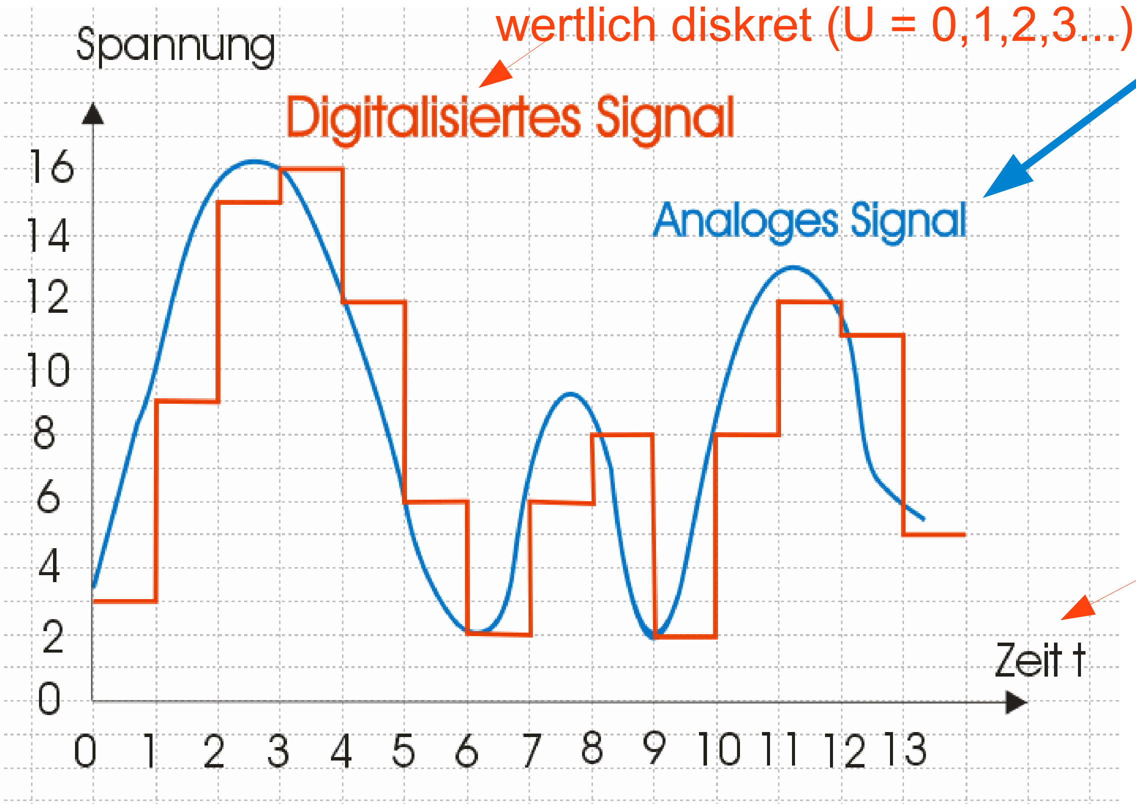
Kodierung : digital zu elektrisch (DAC)
elektrisch zu digital (ADC)

Vergleichung des Informationsgehaltes

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt?



unbeschränkte Auflösung
in der Zeit und Größe
(theoretisch)



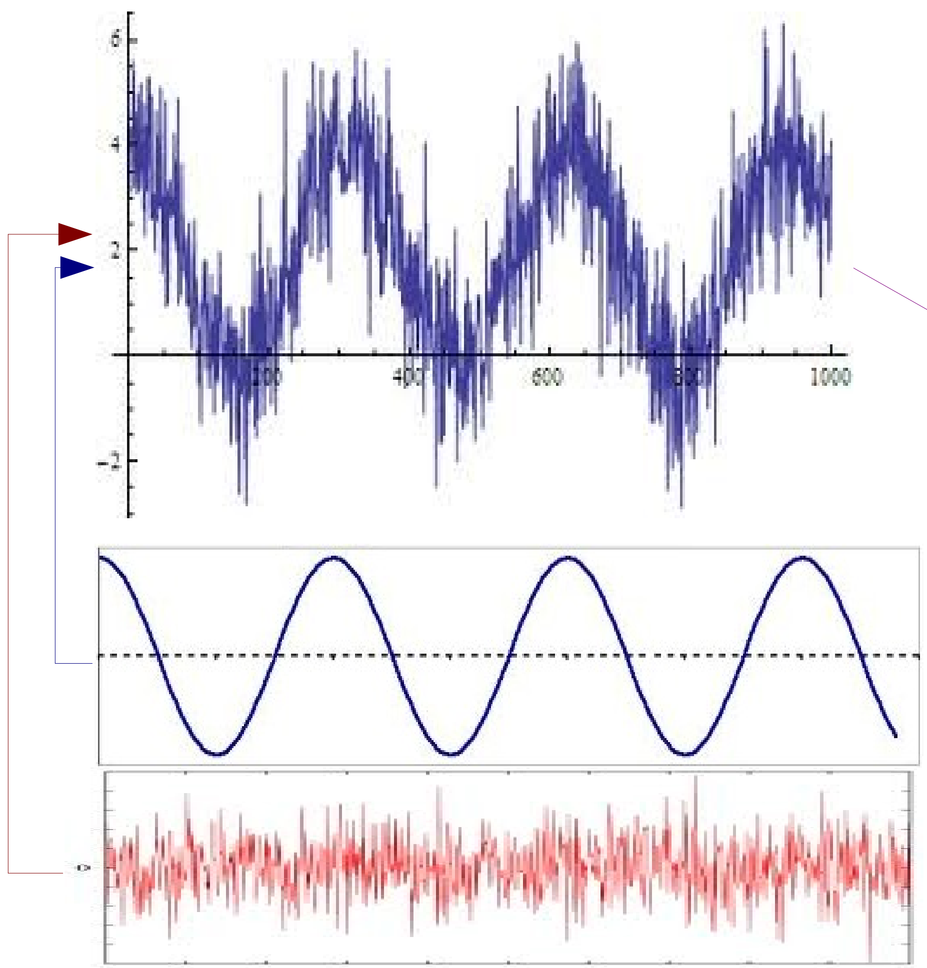
digitales Signal:
beschränkte Informationsgehalt
wegen zeitliche und wertliche
Diskretisierung

zeitlich diskret
(t = 0,1,2,3,4...)

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt wegen unbeschränkte Auflösung?

Brauchen wir es?

Haben wir es überhaupt? → Nein!



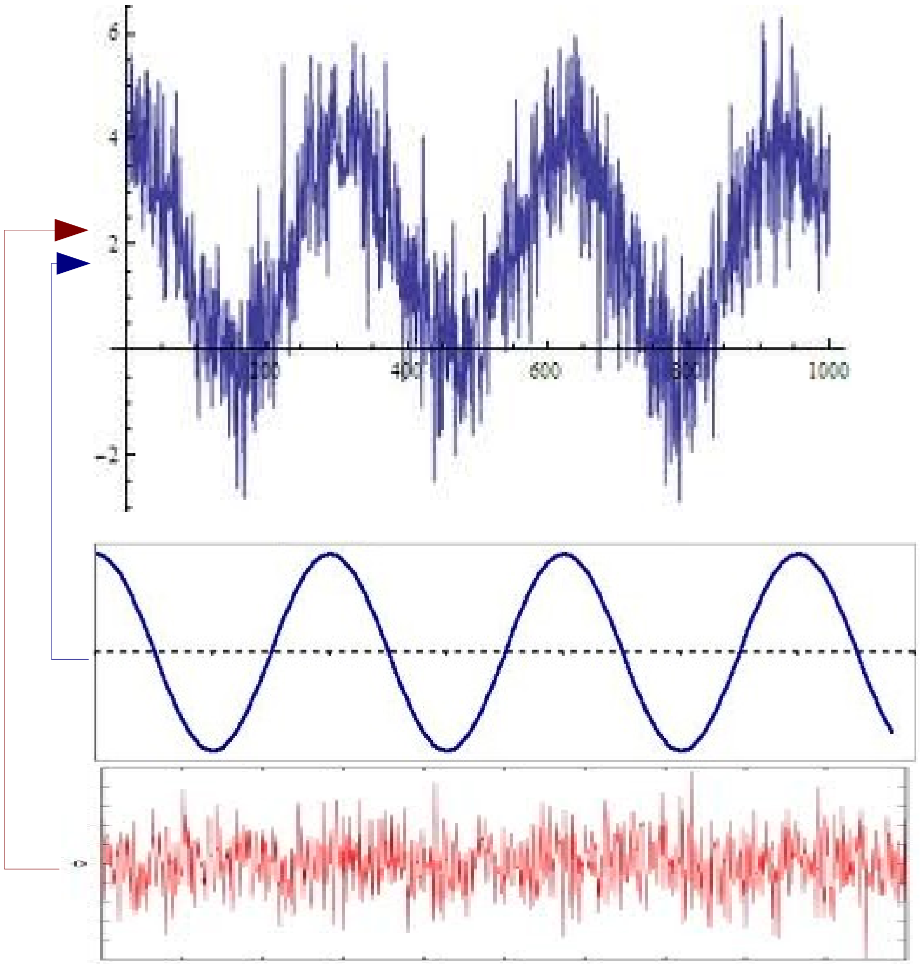
Bei reellen Signalen
S = Information + Rausch

Information

+

Rausch

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt wegen unbeschränkte Auflösung?



Wir haben Information + Rausch

Ziel: den **Informationsgehalt erhalten und weitergeben** ohne den Rausch dabei zu vergrößern

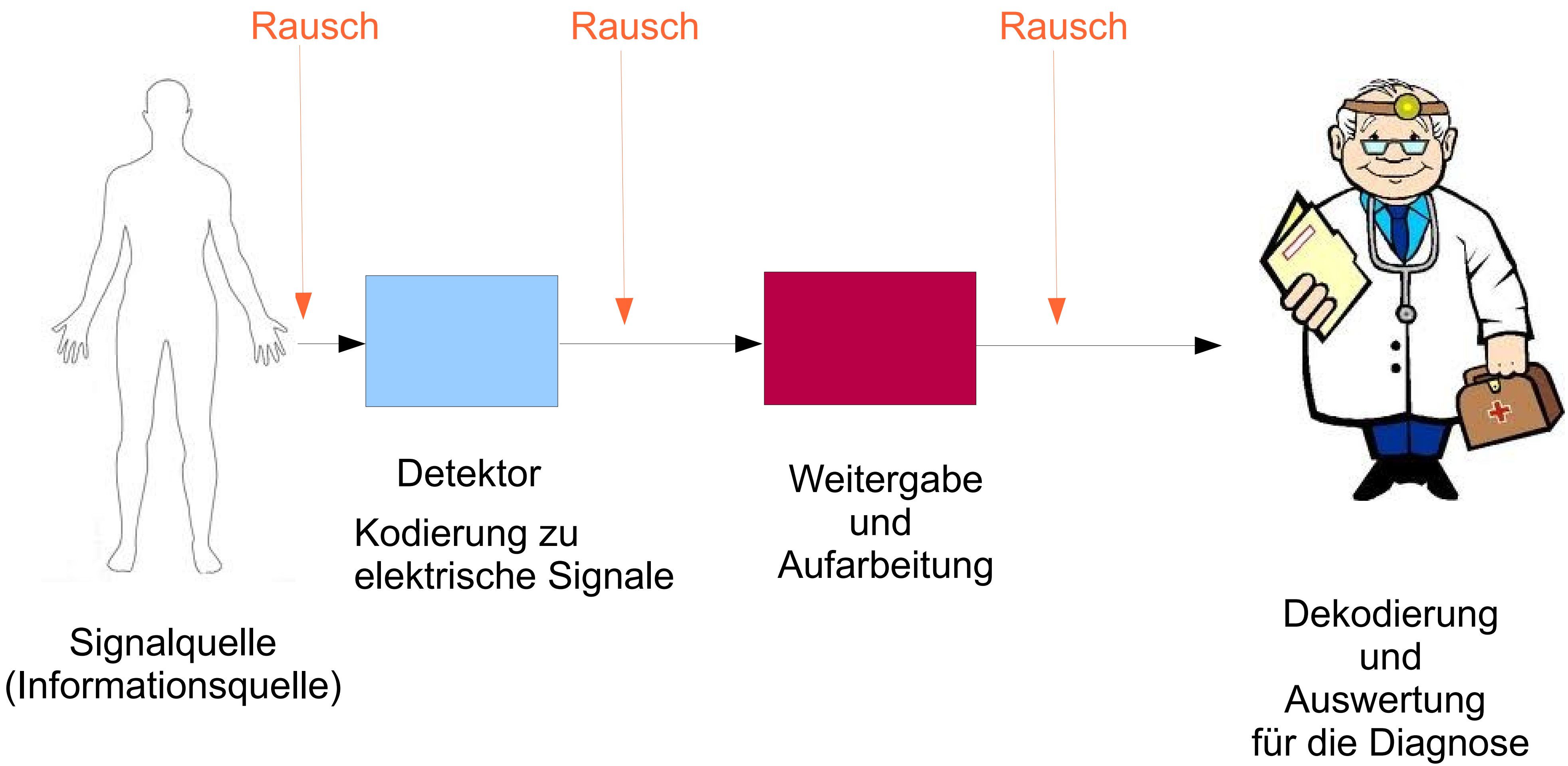
z.B.:

Information $U(t) = A_{inf} \cdot \cos(\omega t + \phi)$

\+

Rausch $Rausch(t) = A_{Rausch} \cdot Zufallssignal(t)$

Digitalisierung ist dann korrekt, wenn Information dabei nicht verloren geht.
(genauere Definition siehe später)



Wir müssen Information („nutz"-Signal) von Rausch (Störsignal) trennen!

Verstärker sind wichtig!

Signal zu Rausch Verhältnis: SRV (SNR)

Signal to **N**oise **R**atio

$$SRV = \frac{mittlere\ Nutzsignalleistung}{mittlere\ Rauschleistung} \quad oder \quad \frac{Signalimpulszahl}{Rauschimpulszahl}$$

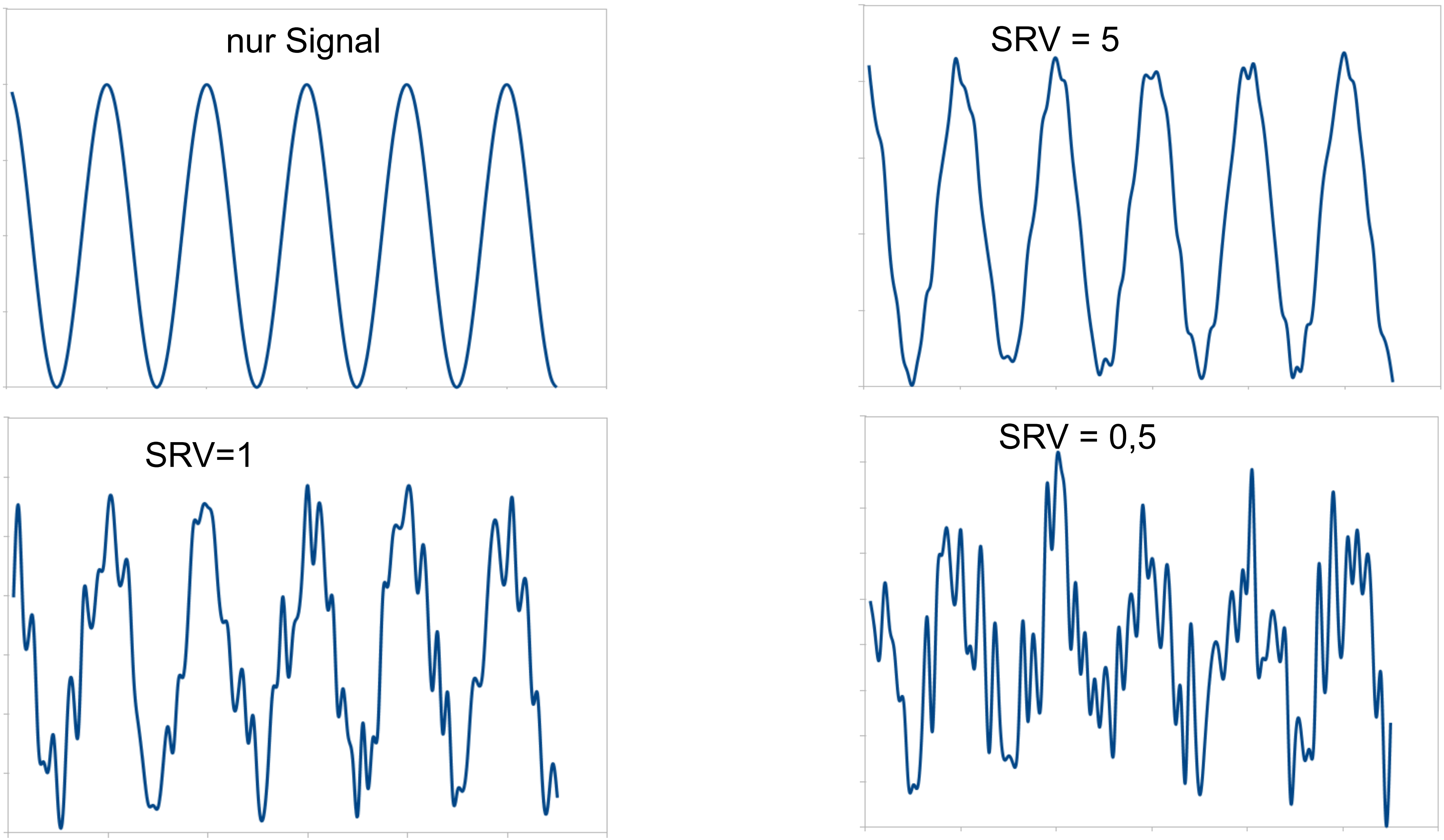
SRV=1 d b i u e r i d d u e d e a n u s k i c n e d j n u i d c d h o t q v i e a r l a s n t t r w g o m r d t u l a i g c o h a f f ü m r h d c a a s u w o a d s c d b i r e c m c e q n j s u c q h d e o n a a a u t s f i c h j n u e d n n m n a p c m h f e k n j

SRV=5 d b i u e i d e e n s i n e d n i c h t v i t e r a n t w o r t l i c o h a f f ü r d c a s w a d s d i e m c e n s c q h e n a u s i h n e n n m a c h f e n

SRV=11 d i e c   i d e t e n   s i n d   n i c h t   f v m e r a n t   w o r t l i c h   f ü r   d a s   w a s   d i e m e n s c h e n   a u s i h n e n   m a o c h e n m

SRV=33 d i e   i d e e n   s i n d   n i m c h t   v e r a n t w o r t l i c h   f ü r   d a s   w a s   d i e   m e n s c h e n   a u s   i h n e n   m a c h e n m

(*Werner Heisenberg*)



Wenn Signalform sich sehr von Rauschform unterscheidet, dann ist Signal auch bei niedrigem SRV detektierbar.
(wir wissen wonach wir im Rausch suchen)

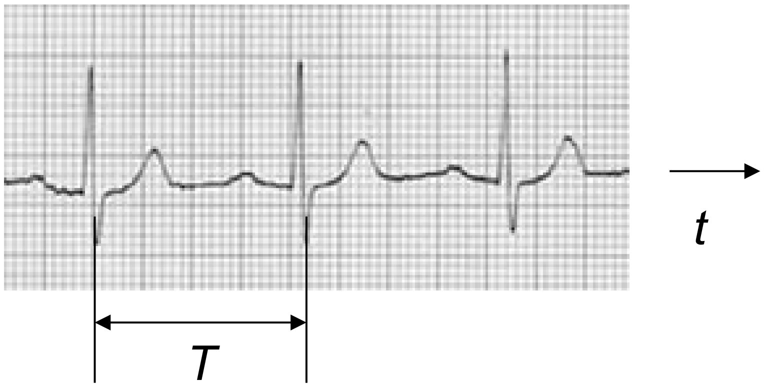
Signalweitergabe und Aufarbeitung

Aufarbeitung von Signalen:
- Fourier-Theorie
- Verstärker
- Elektrizitätslehre (siehe Skript!)
- elektronische Schaltungen

Fourier

Fourier-Theorie: Alle (periodische am einfachsten) Signale können auf eine Summe von sinus- und cosinus-Signale mit unterschiedlichen Frequenzen aufgebrochen werden, ODER können von solchen Signalen widerhergestellt werden.

$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



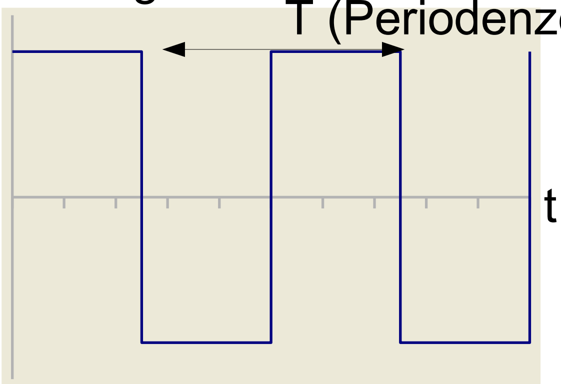
Wenn das Signal periodisch ist, dann $\omega_i = i \cdot 2\pi \cdot f$, $f = 1/T$ und i = 1,2,3,4,5.....

Grundfrequenz

Obertöne

Spannung

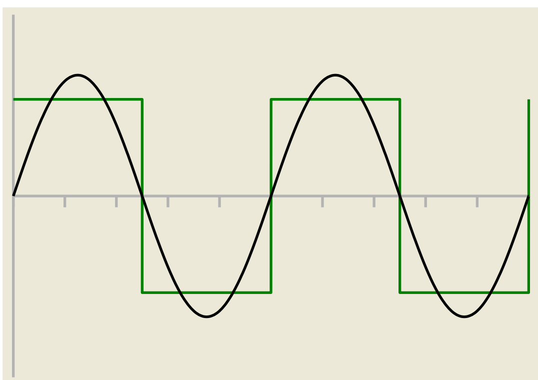
T (Periodenzeit)



t (Zeit)

$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

Originalsignal

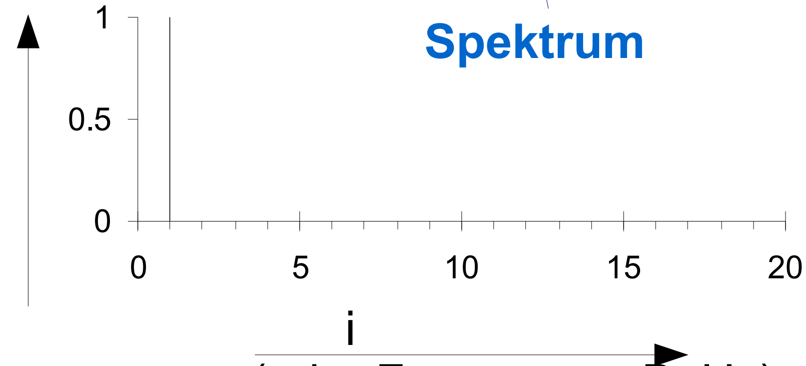


i=1

Grundfrequenz:
i=1, f_1 = 1/T

Amplitude (z.B. in V)

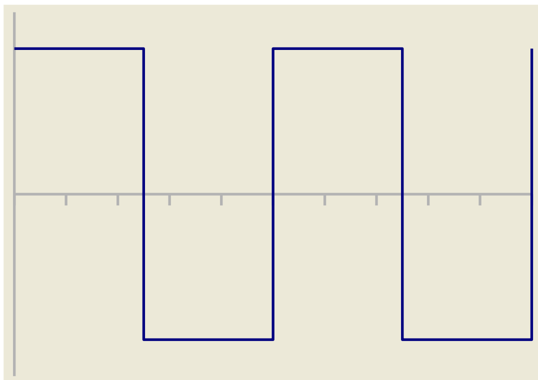
Spektrum



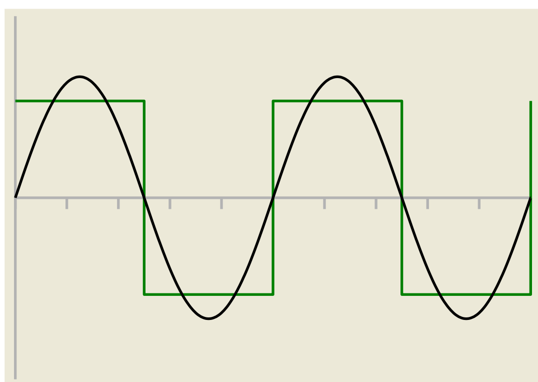
i

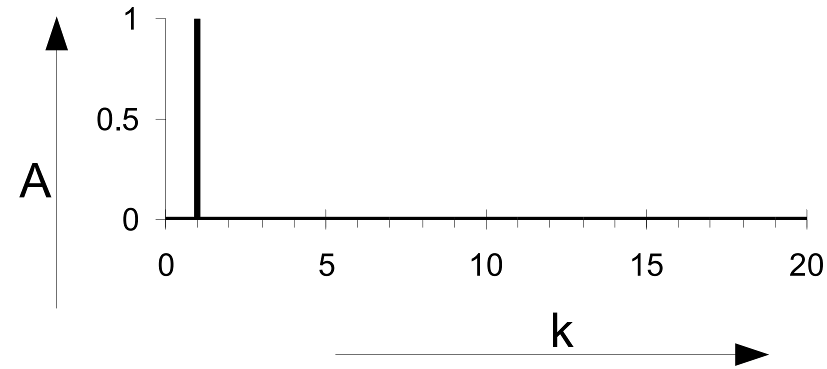
(oder Frequenz, z.B. Hz)

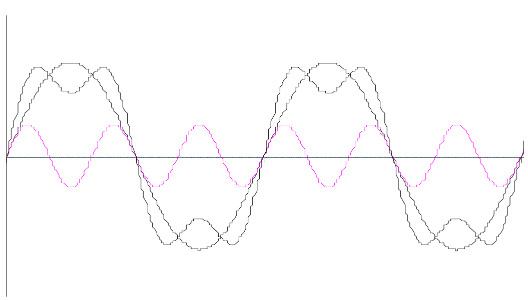
$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



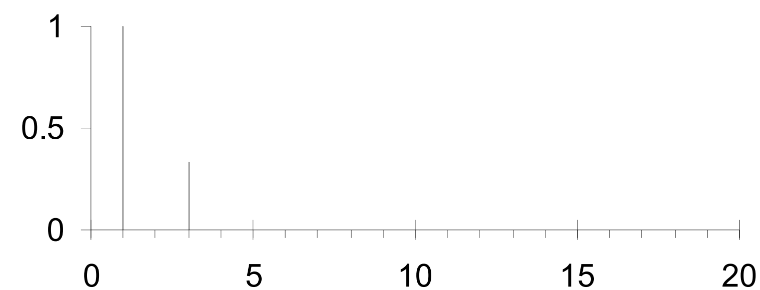
Originalsignal



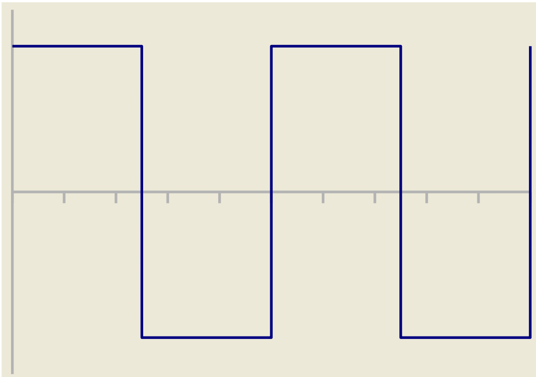




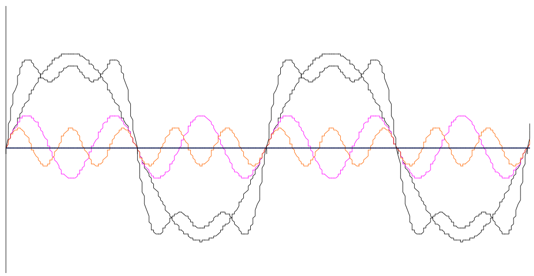
i=1,2,3



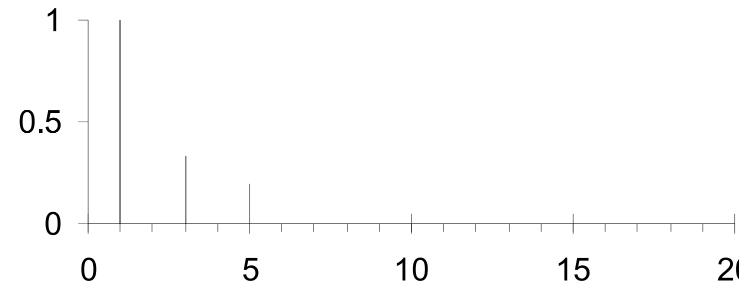
$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

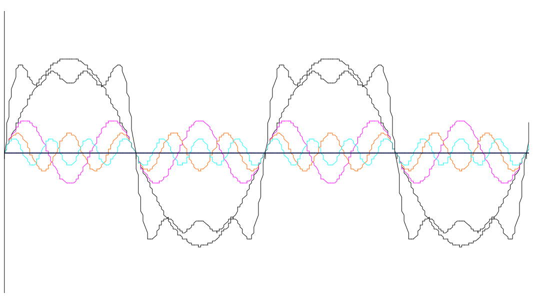


Originalsignal

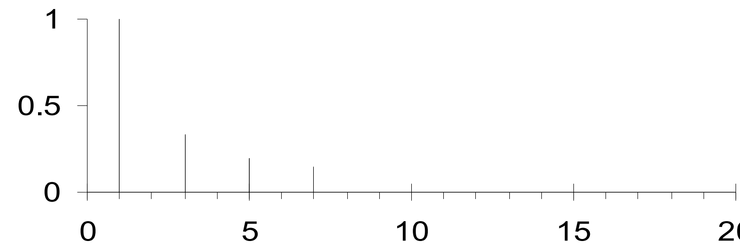


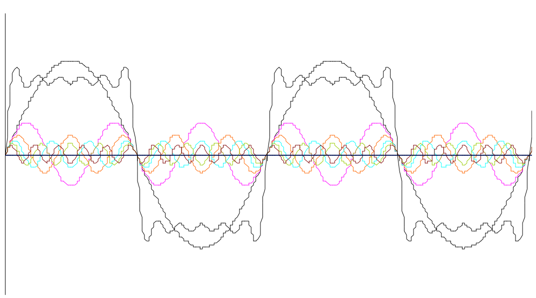
i = 1...5



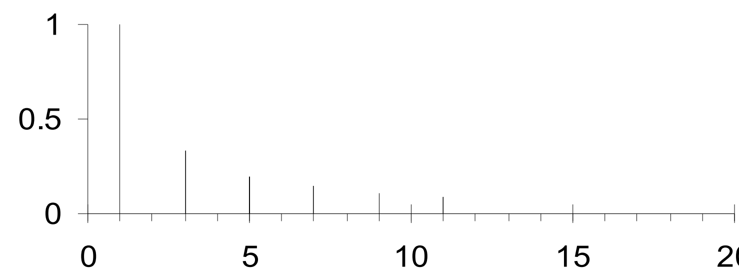


i = 1...7

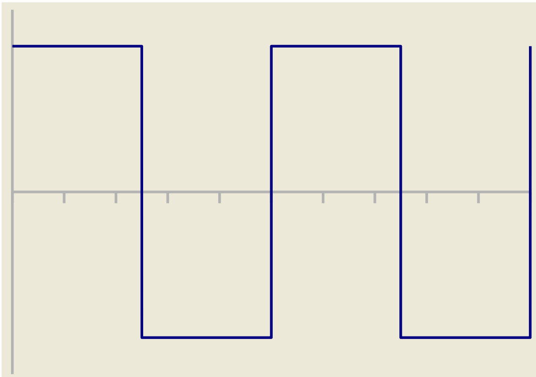




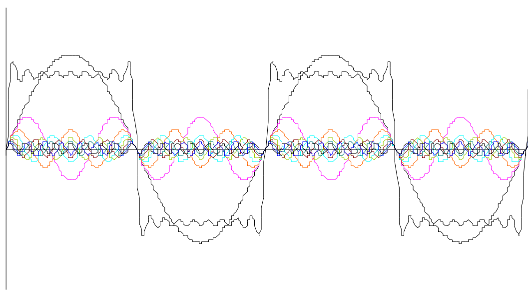
i = 1...11



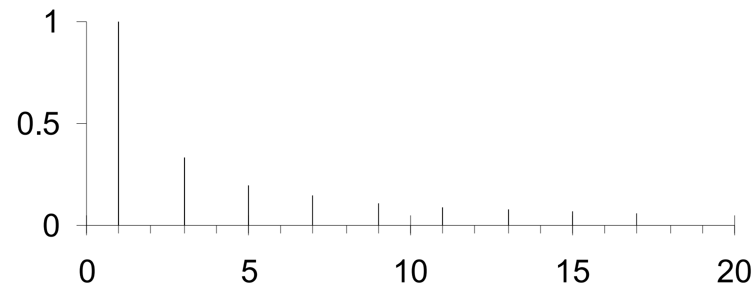
$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

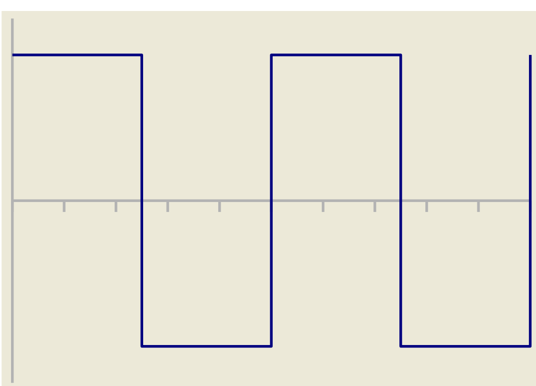


Originalsignal

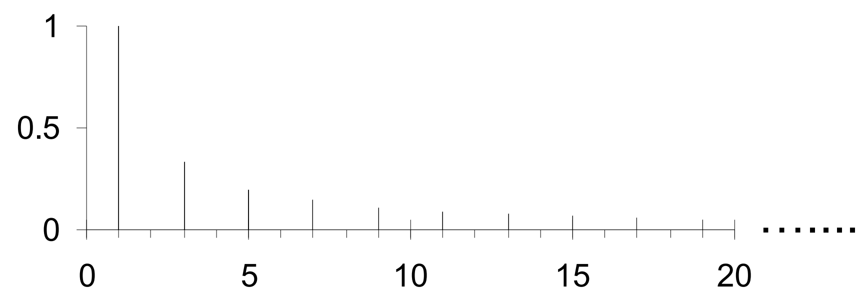


i = 1...17





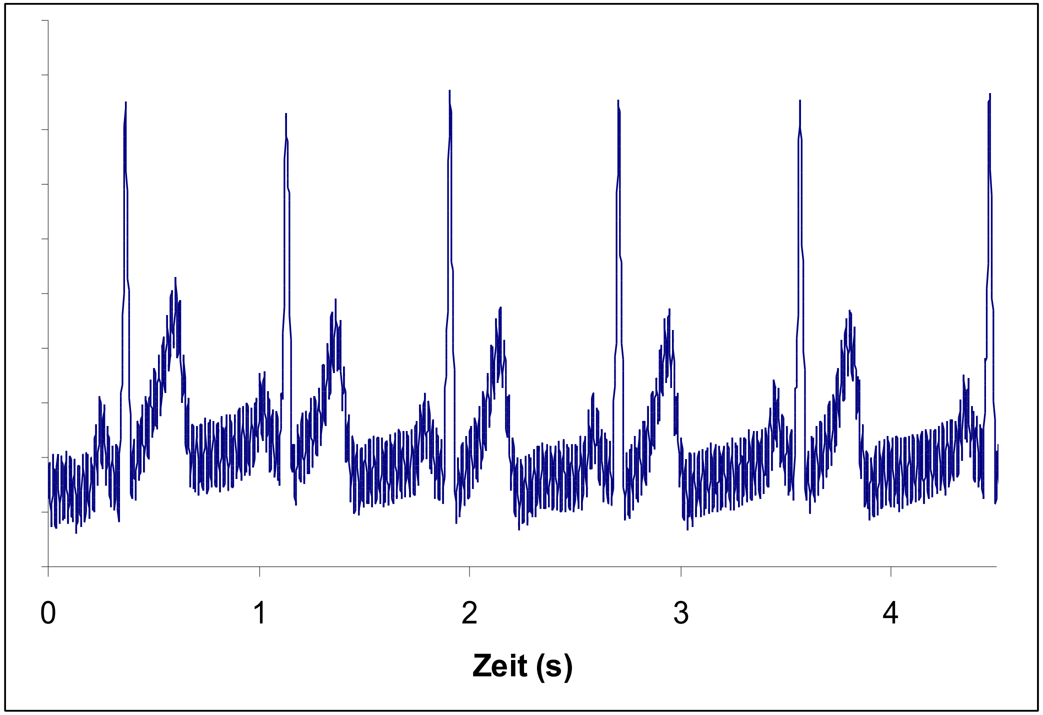
unendlich viele Komponente (i = 1 … ∞)



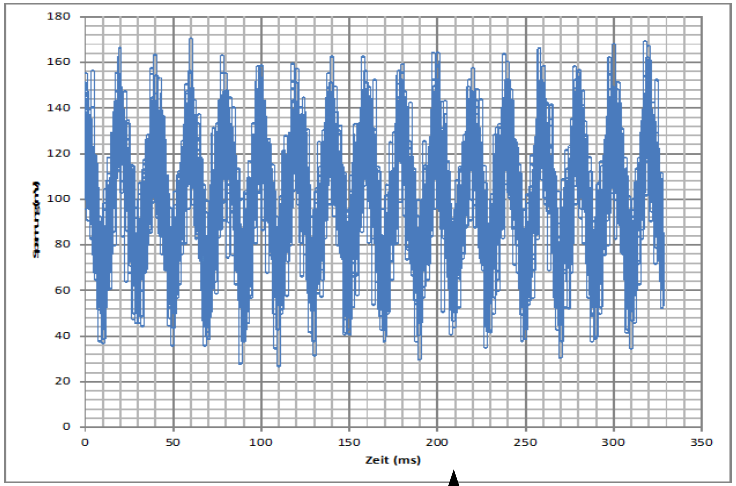
Die Komponente sind aber nicht unabhängig! Deshalb Informationsgehalt ist das selbe im Spektrum, wie in der U(t) Kurve

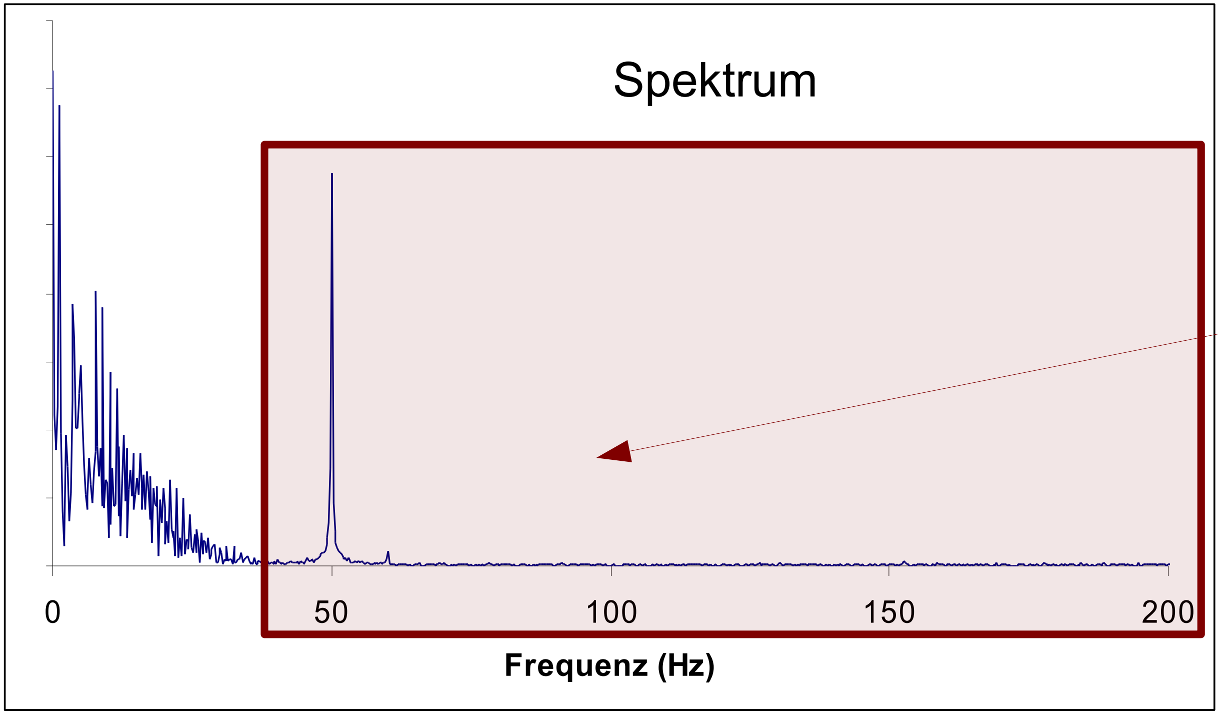
Signal + Rausch

EKG-Signal



Extremfall: SRV < 1

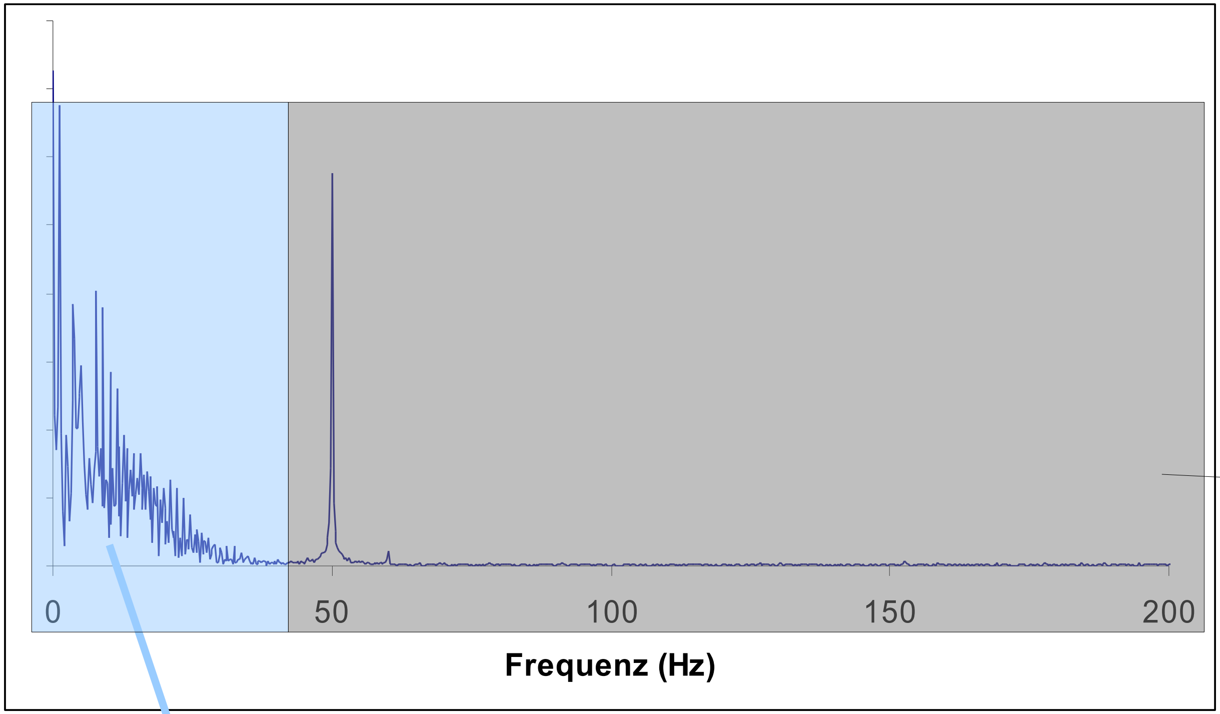




50Hz aus dem Netz

Rausch

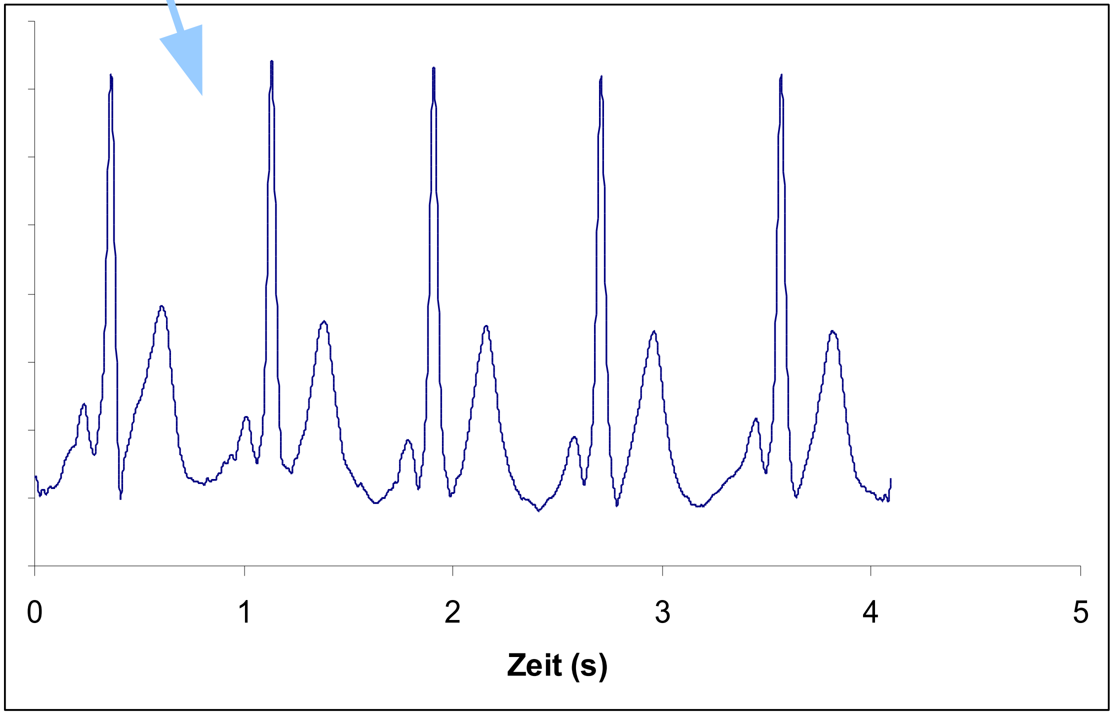
Filterung



Rausch abschneiden

Rauschfrequenzen werden nicht übertragen
(siehe Verstärker)

Im Spektrum: **Wir „schneiden ab” bestimmte Teile.**



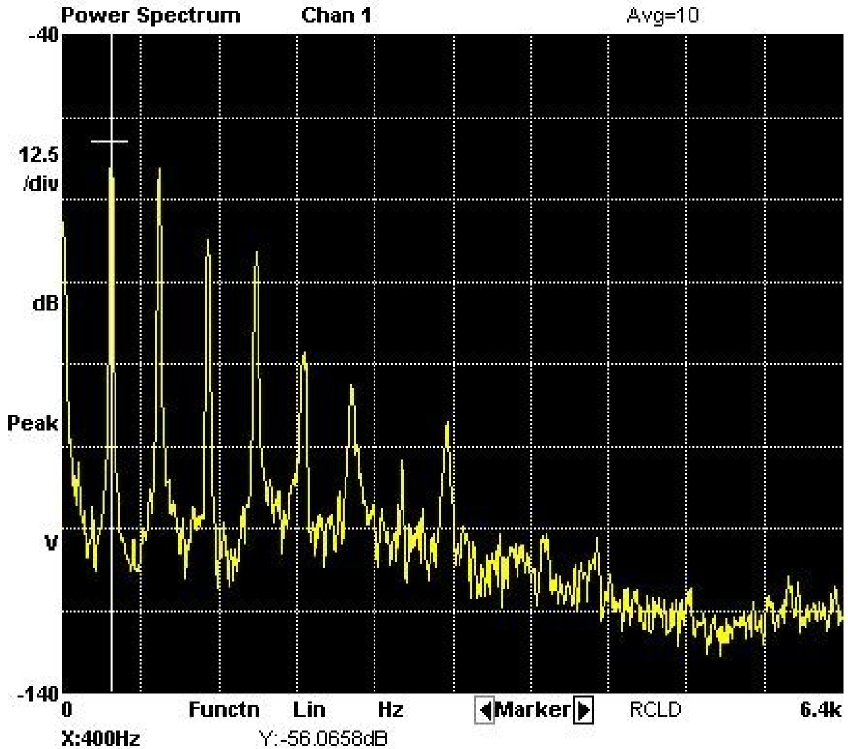
Besseres Signal!

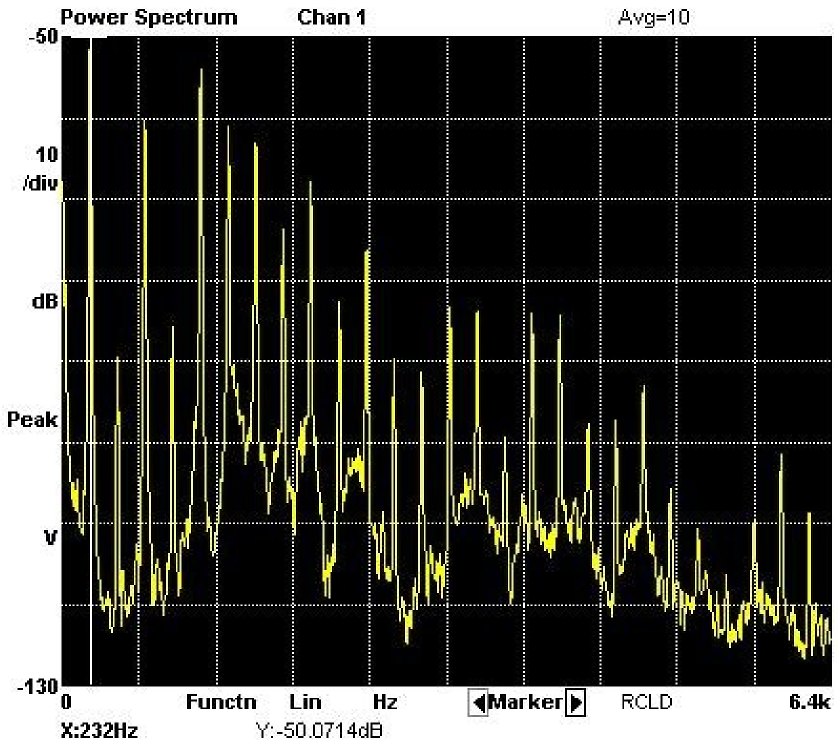
(nach Inverse-Fourier)

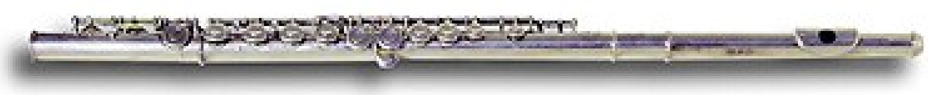
$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

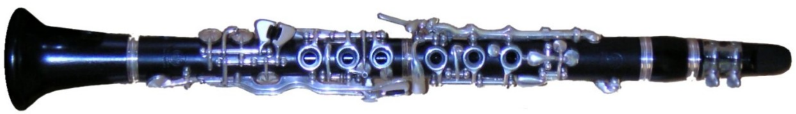
nichtperiodische Signale: Fourier-Transformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$







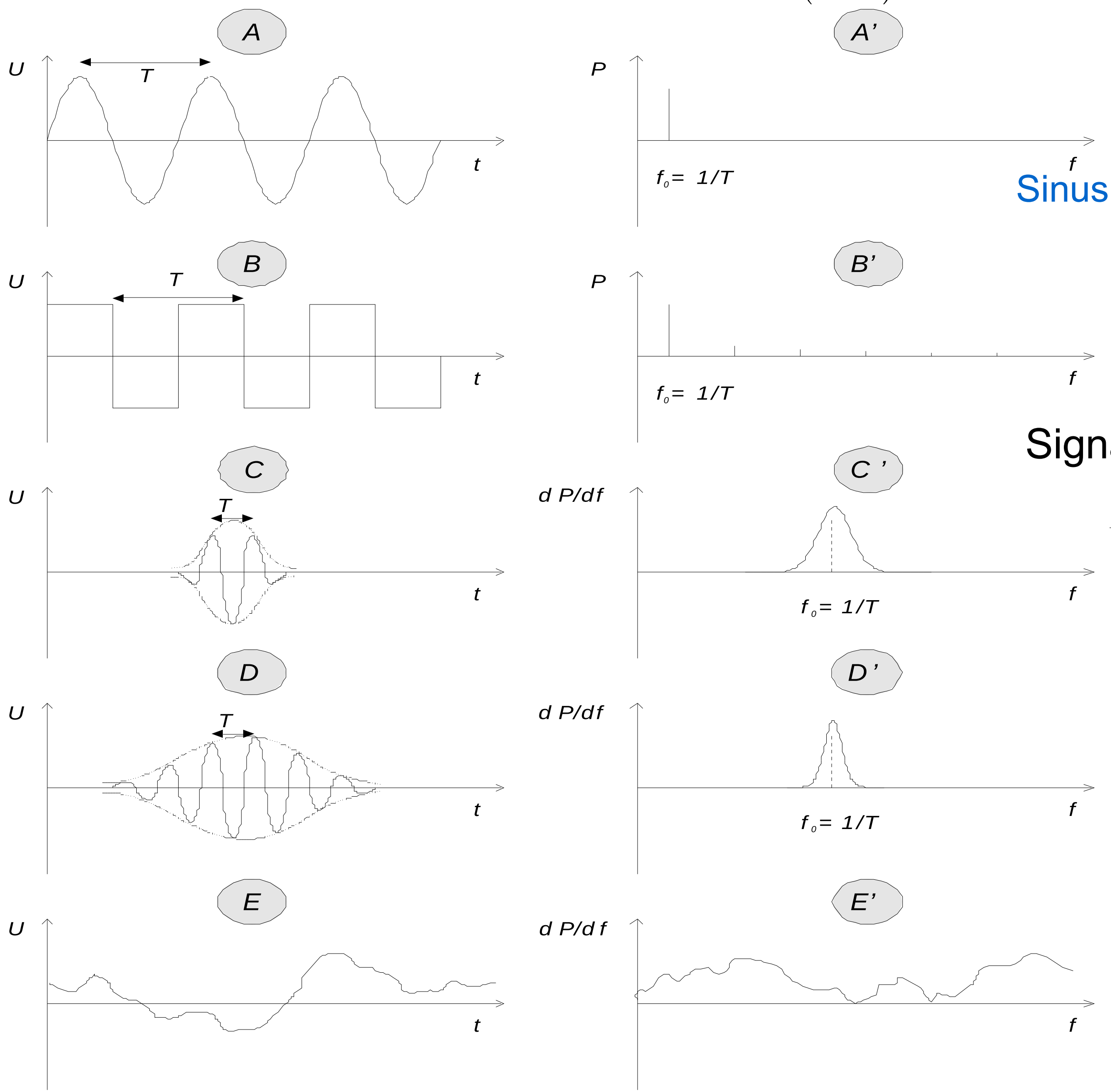


Signal-Spektrum Beispiele

$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

nichtperiodische Signale: Fourier-Transformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{i\omega t}\, dt$$



Sinus = Linienspektrum

Signal in der Zeit

Signal in der Frequenz

Je länger der Sinusimpuls desto schmaler ist sein Spektrum

Signal und sein Spektrum sind zwei Darstellungen von den selben Information.

Wie ein abstraktes Bild:

Zeitlich (gewönlich)

oder

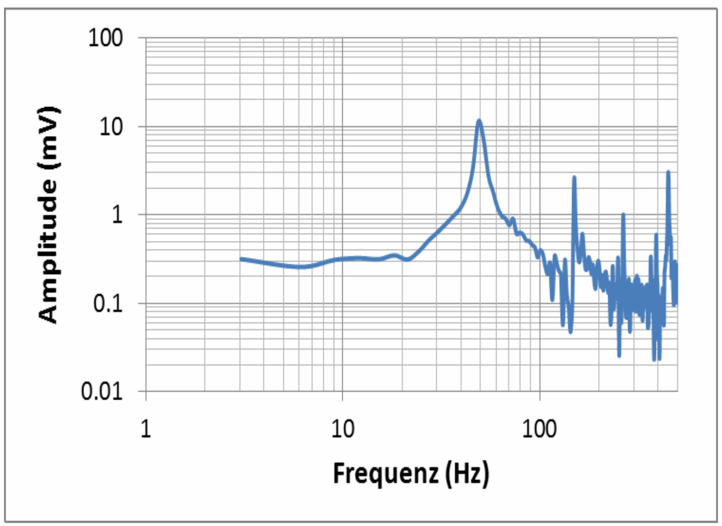
Frequenz-spektrum
(abstract)

Fourier-Transformation ist die
„Art von Ingenieurwissenschaften"

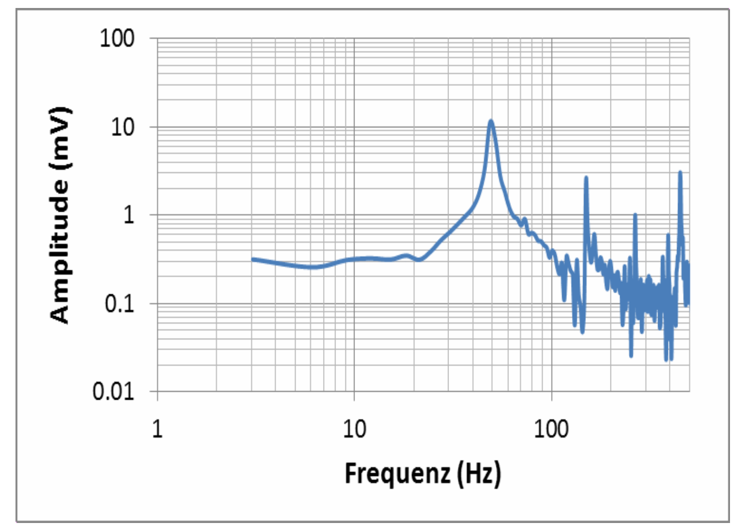
(Picasso: La Crucifixion)

EINGANGSSIGNAL

AUSGANGSSIGNAL



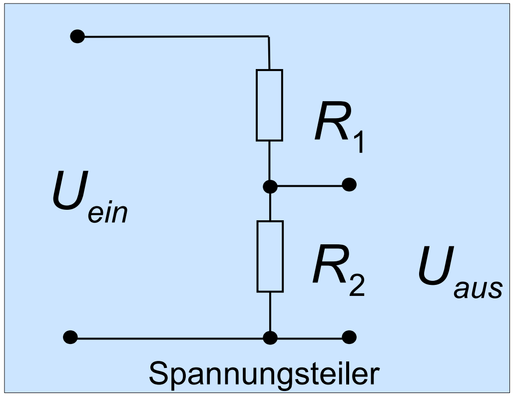
Übertragungs-
Funktion:
oder
Charakteristik



$n(f) = 10 * lg_{10}(P(f)_{aus} / P(f)_{ein})$ **dB-skala**

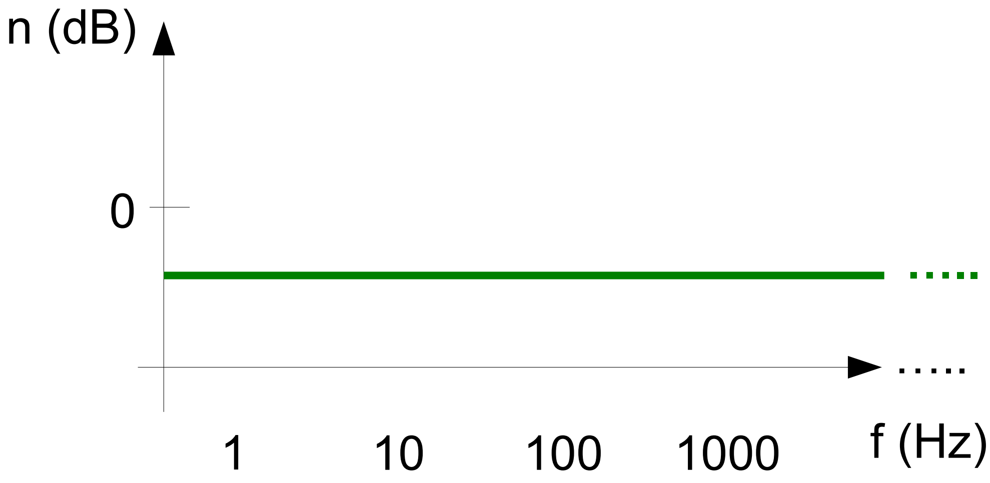
n(f) ist also änlich zu ein Spektrum, aber beide Achsen sind logaritmisch.
Diese Funktion beschreibr vollkommen was ein Schaltkreis mit Signalen „tut".

Passive Schaltkreise



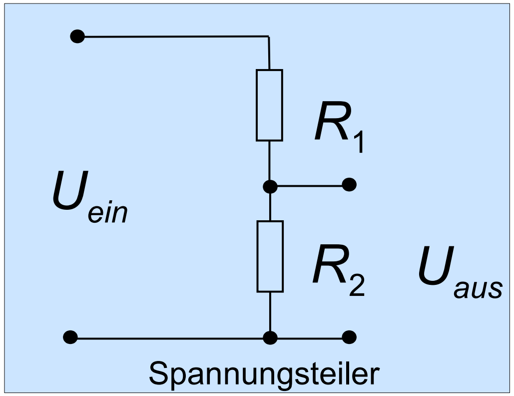
$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Uaus/Uein = Konstant



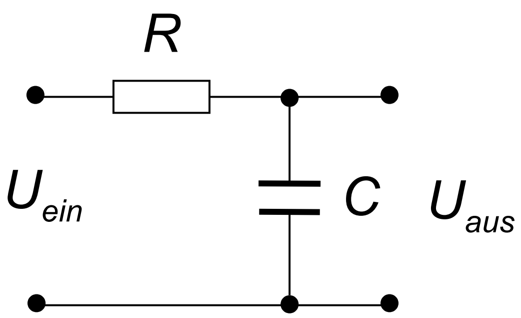
also **n**, wie Paus / Pein ist auch Konstant bei allen Frequenzen.

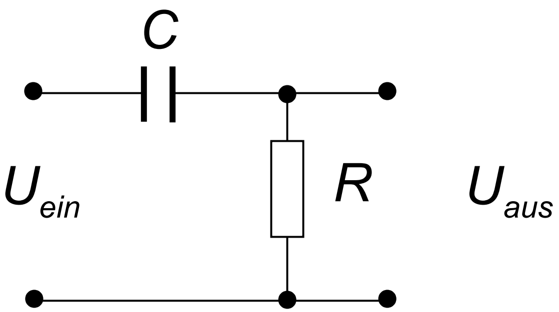
R/C Schaltungen - Filtern

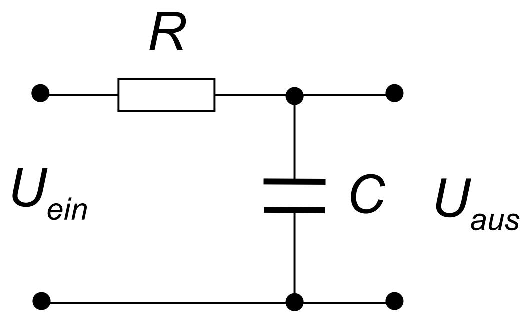


$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Ersetzen wir ein R mit C

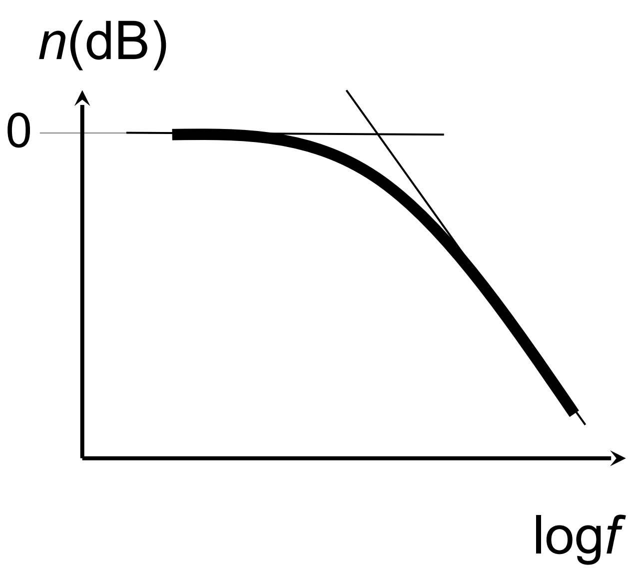


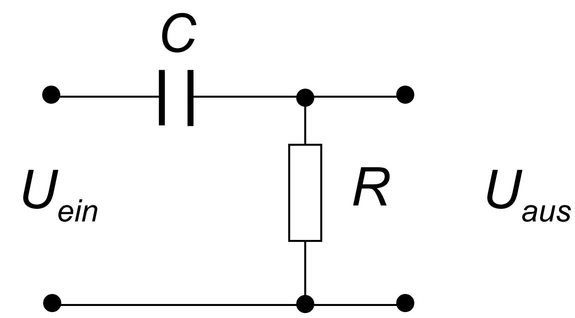




$$U_{aus} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$

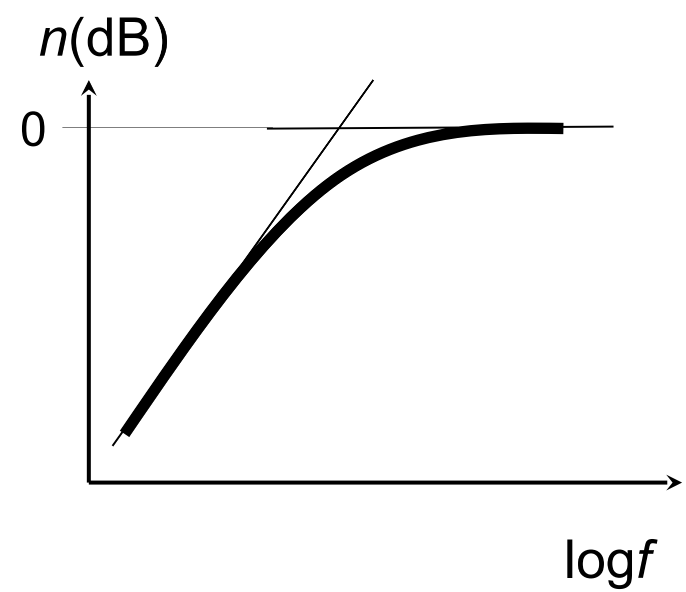
Tiefpassfilter

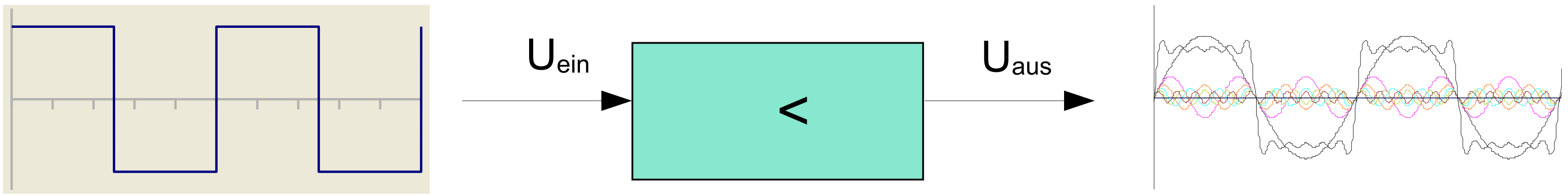


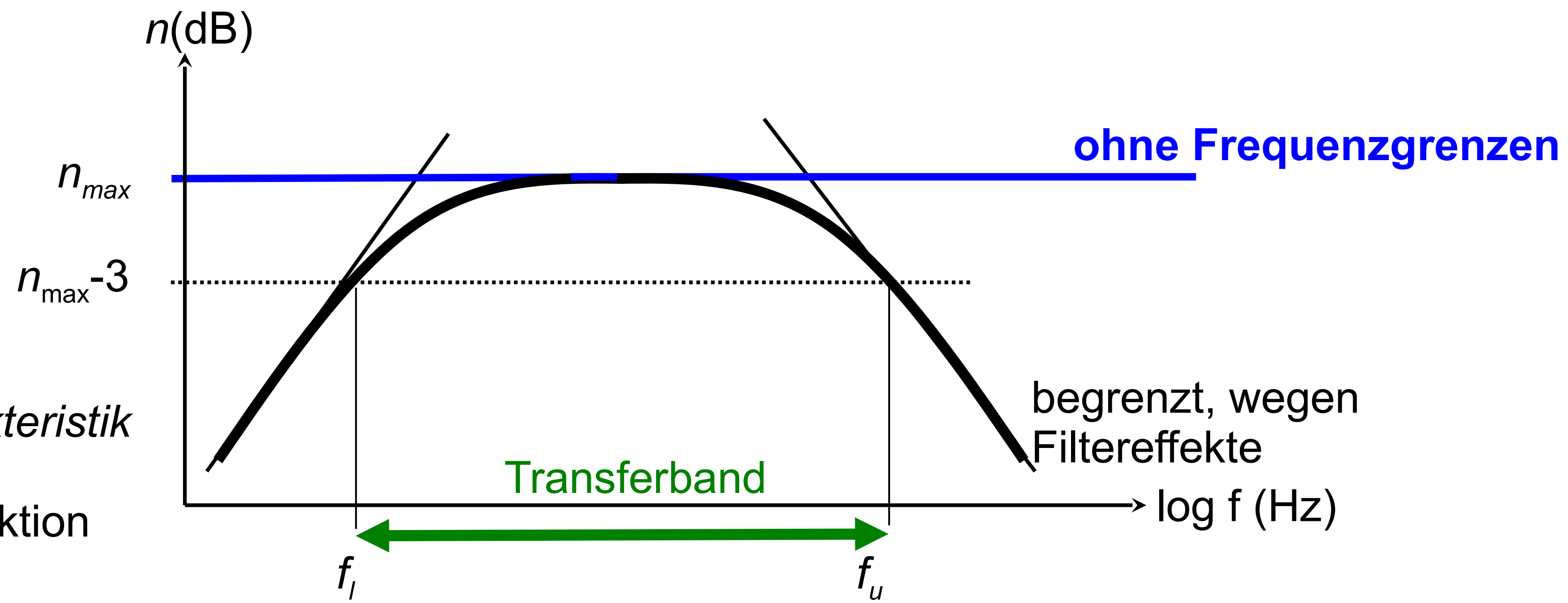


$$U_{aus} = \frac{R C \omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$

Hochpassfilter







Verstärkercharakteristik
oder
Übertragungsfunktion

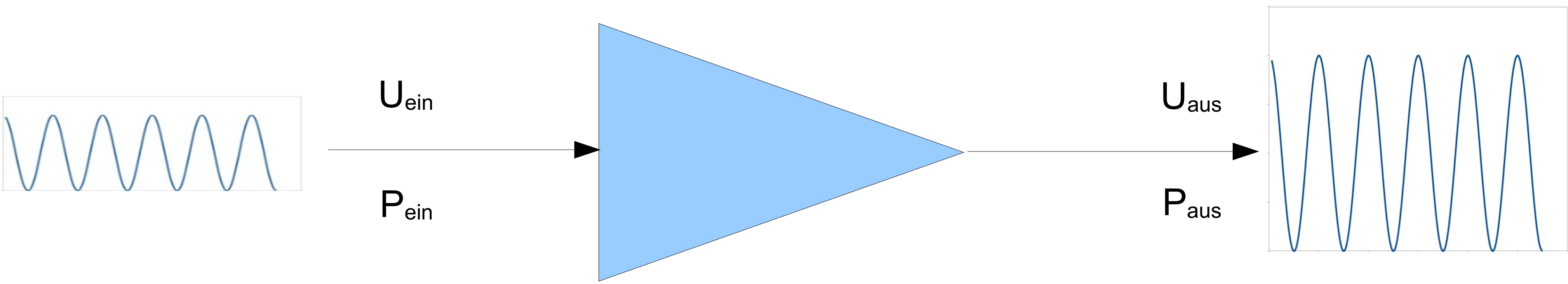
Hauptsache: die wichtigen Frequenzkomponente des Signals müssen im Transferband liegen!

(wenn nicht, dann verlieren wir Information!)

Verstärker

Die Methode ist verwendbar
zu der Analyse
beliebiger Bestandteile
der Kette!

Basis unserer Analyse: Verstärkungsfaktor (n)



$$n = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{Ausgang}}{P_{Eingang}}\right) \quad [dB]$$

$V_U = U_{aus} / U_{ein}$

Beispiele für dB-Skala

U_2/U_1	P_2/P_1	n dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	10^6	60

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow n = 10 \cdot \lg 10\,(\mathrm{dB}) = 10 \cdot 1(\mathrm{dB}) = 10\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow n = 10 \lg 2\,(\mathrm{dB}) = 10 \cdot 0{,}3\,(\mathrm{dB}) = 3\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1/2 \Leftrightarrow n = -10 \lg 2\,(\mathrm{dB}) = -10 \cdot 0{,}3\,(\mathrm{dB}) = -3\mathrm{dB}$$

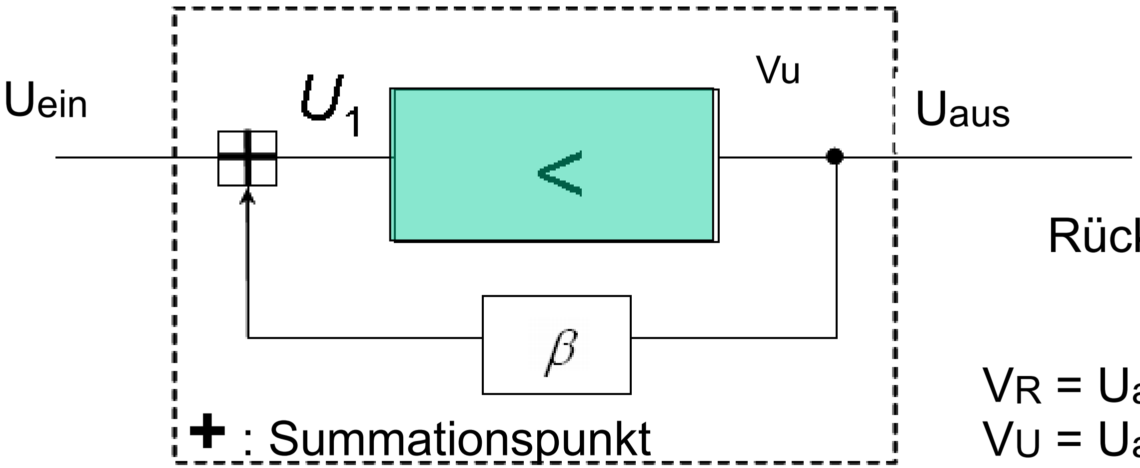
$$P = U \cdot I = U^2 / R$$

log(P) = 2*log(U) – log (R)

$$10 * \log\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 10 * \log\left(\frac{\frac{U_2^2}{R_2}}{\frac{U_1^2}{R_1}}\right) = 10 * 2 * \log\left(\frac{U_2}{U_1}\right) + 10 * \log\left(\frac{R_1}{R_2}\right)$$

Wenn $R_1=R_2$ dann $n = 20*\log(U_2/U_1)$

Verstärkeranalyse - Rückkopplung



Rückkopplung bei Verstärker

$V_R = U_{aus}/\mathbf{U_{ein}}$: Verstärkung **MIT** Rückkopplung
$V_U = U_{aus}/\mathbf{U_1}$: Verstärkung **ohne** Rückkopplung

$\beta > 0$: Mitkopplung
$\beta < 0$: Gegenkopplung

$U_{aus} = V_U * U_1$ und $U_1 = U_{ein} + \beta * U_{aus}$

$U_{aus} = V_U * (U_{ein} + \beta * U_{aus})$

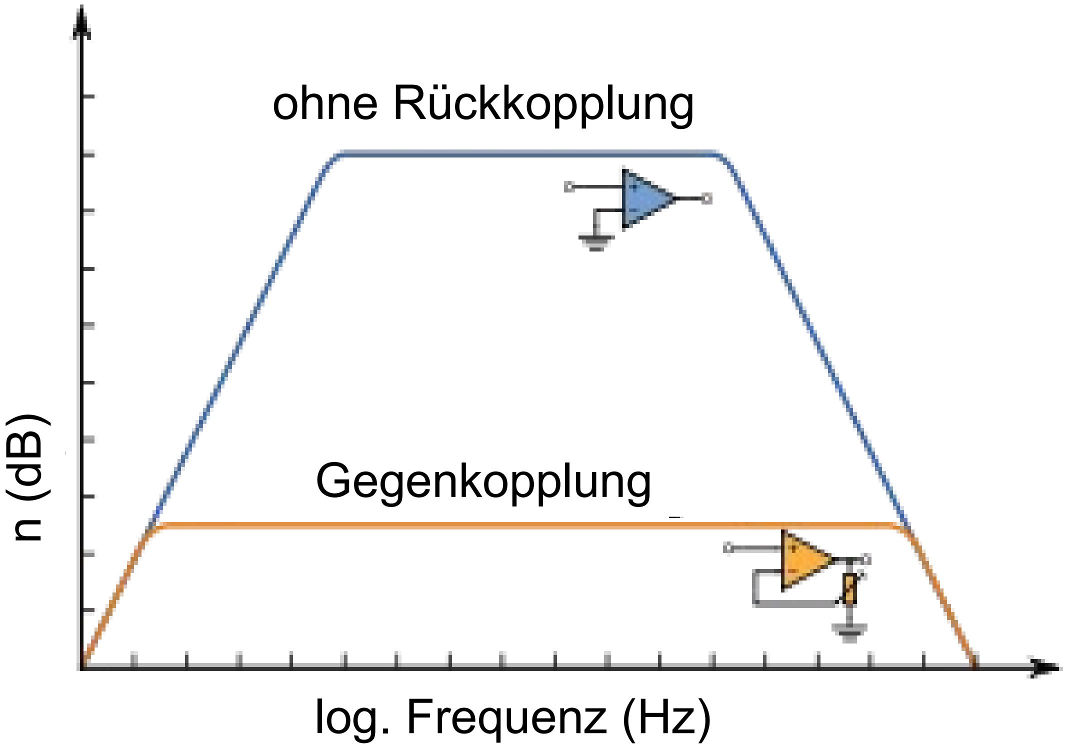
$V_U * U_{ein} = U_{aus} * (1 - \beta * V_U) \longrightarrow V_R = U_{aus}/U_{ein} = V_U/(1 - \beta * V_U)$

$V_u\beta = 1$: Oszillator (unendliche Verstärkung)

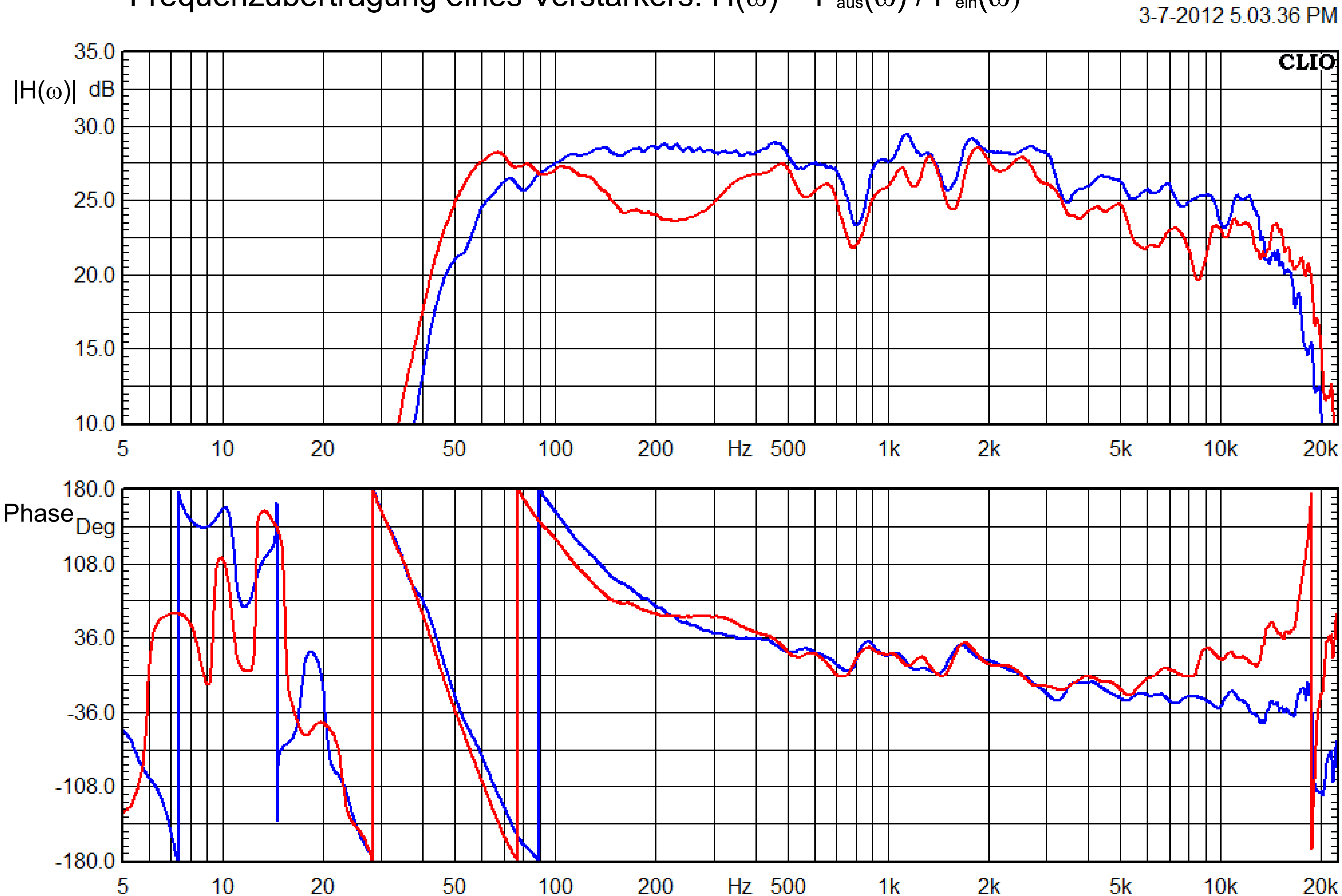
Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion

Verstärkungsbandbreitenprodukt
(Gain Bandwidth Product)

Verstärkung · Bandbreite = Konstant



Frequenzübertragung eines Verstärkers. $H(\omega) = P_{aus}(\omega) / P_{ein}(\omega)$



Ergänzungsmaterial!

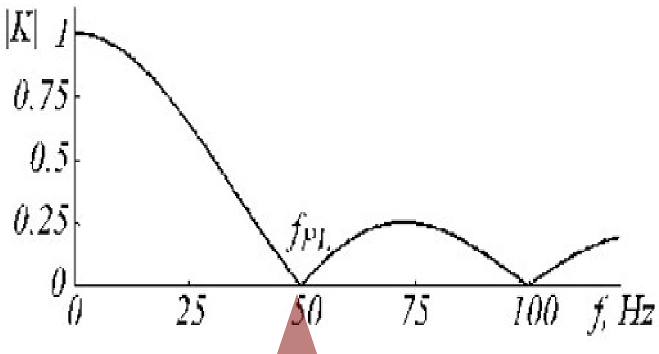
Frequenzübertragung eines Konzertverstärkers im Konzertraum. Blau: zu Lautsprecher , Rot: zu StageMonitor

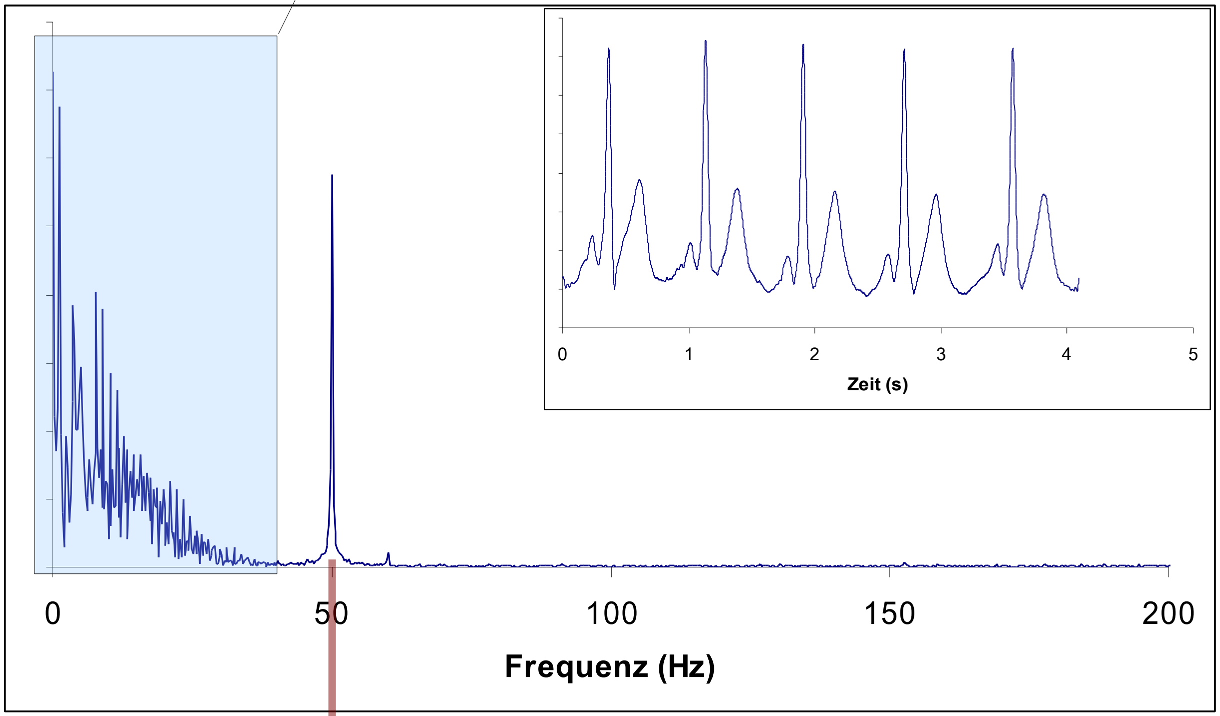
Allgemein außer Pegel ($|H(\omega)|$ in dB) ist auch die *Phasenverschiebung* frequenzabhängig!

spezielle Verstärker dienen als *Rauschfilter*:

Nur die Teile des Spektrums werden übertragen, die Information tragen. Rausch wird unterdrückt.

gewünschter Übertragungsfuntion





50Hz unterdrücken

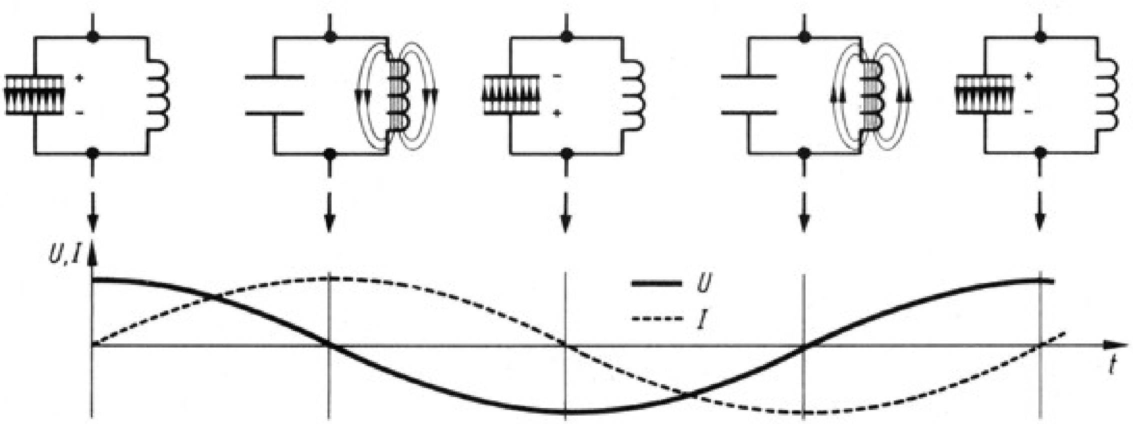
Schwingkreis

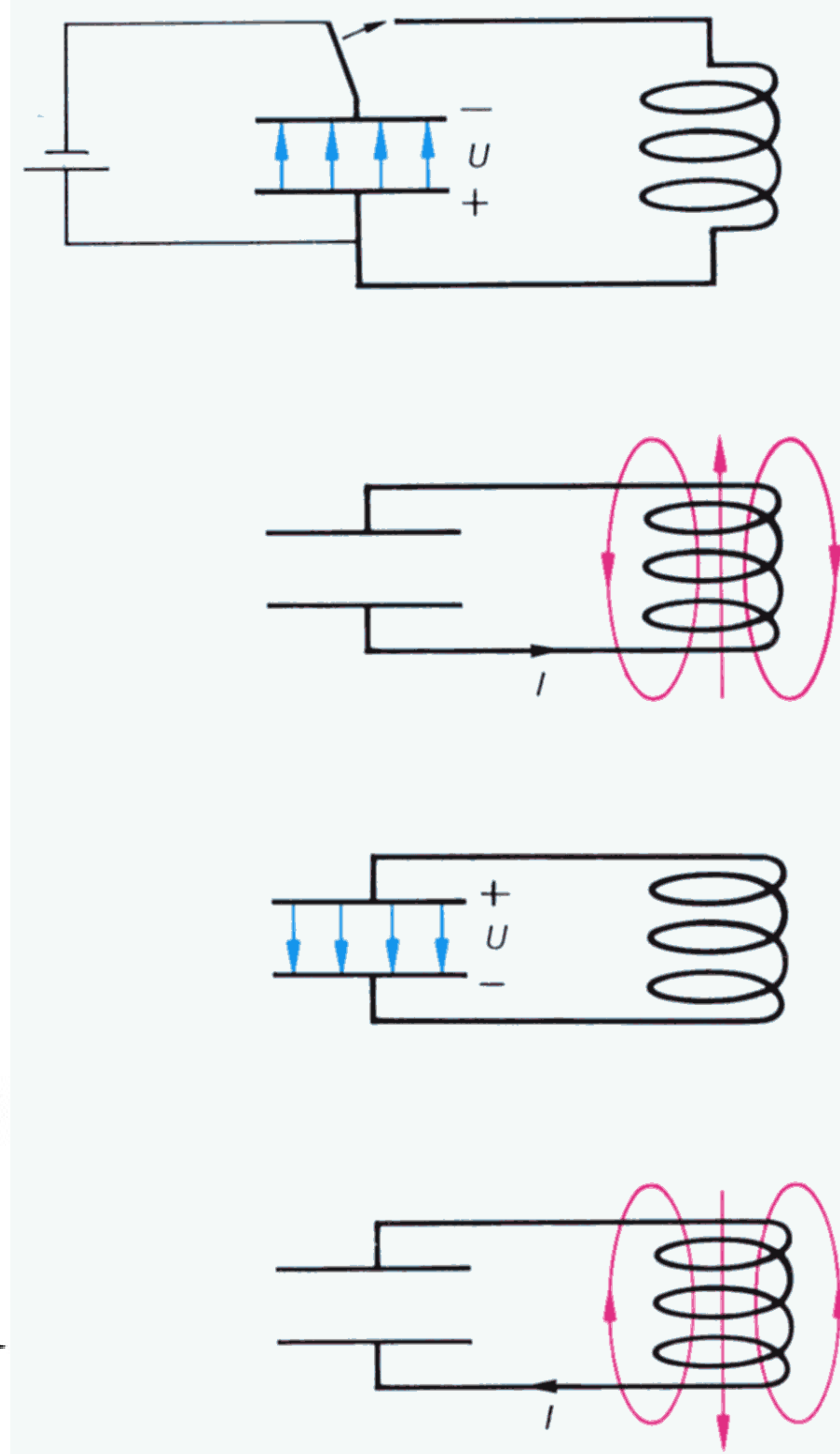
Zuerst wird der Kondensator aufgeladen, und Energie gespeichert.
Dann pendelt die Ladung zwischen der zwei Platten so, dass während Strom fließt, wird die Energie in dem Magnetfeld gespeichert.

$\frac{1}{2}CU_{max}^2 = \frac{1}{2}LI_{max}^2$

Die Frequenz ist abhängig von L und C:

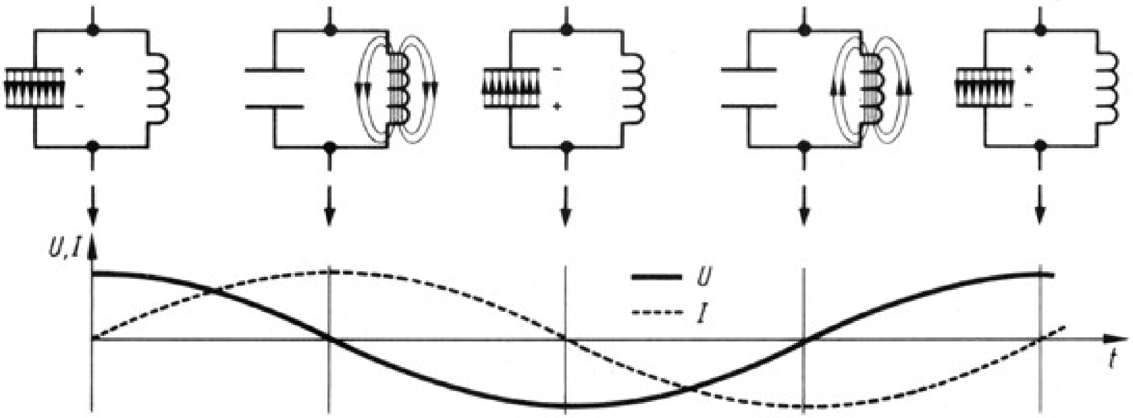
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

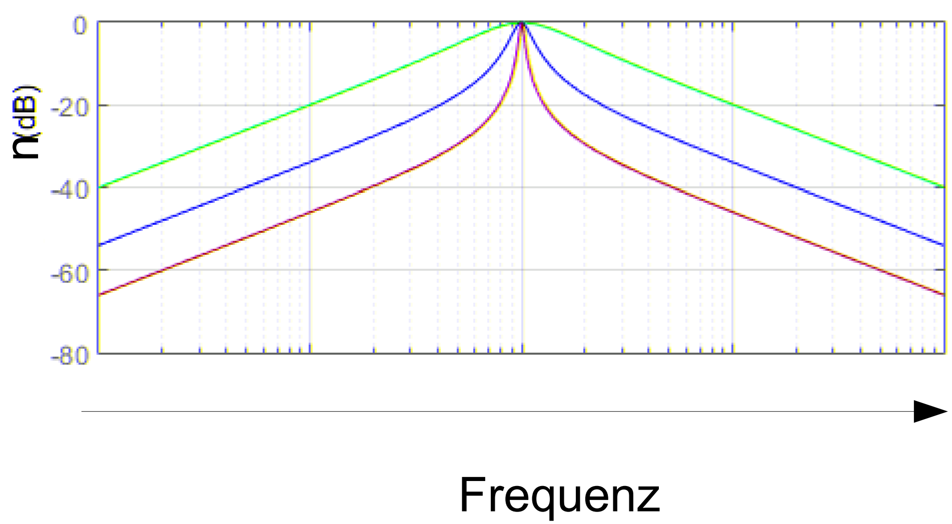


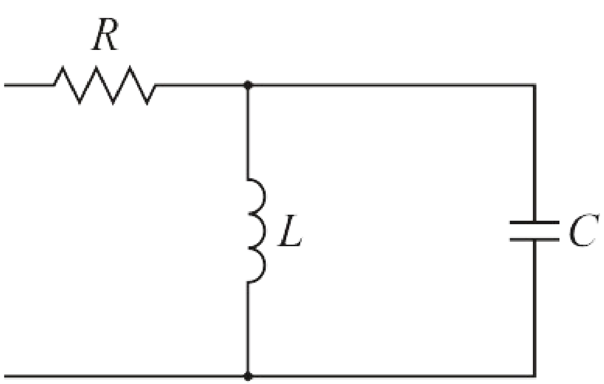


Ergänzungsmaterial!

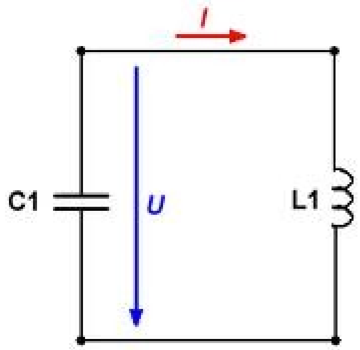
Spektrum: Schmaler Band

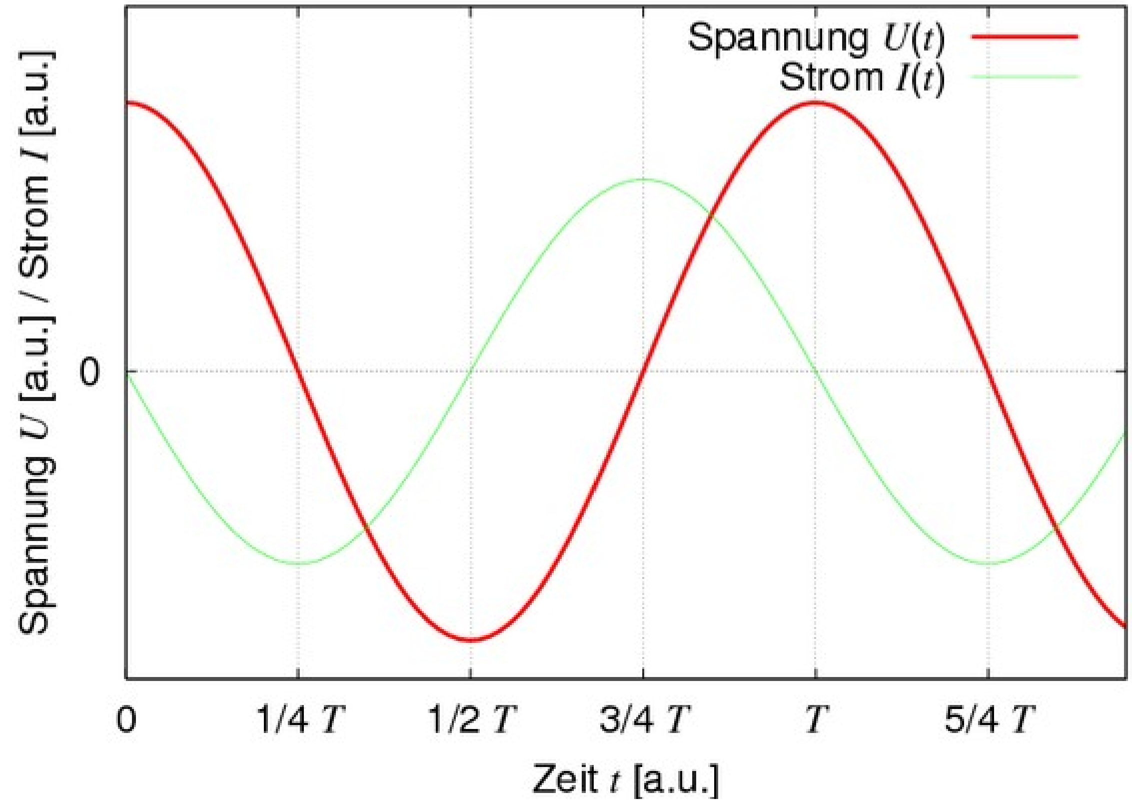




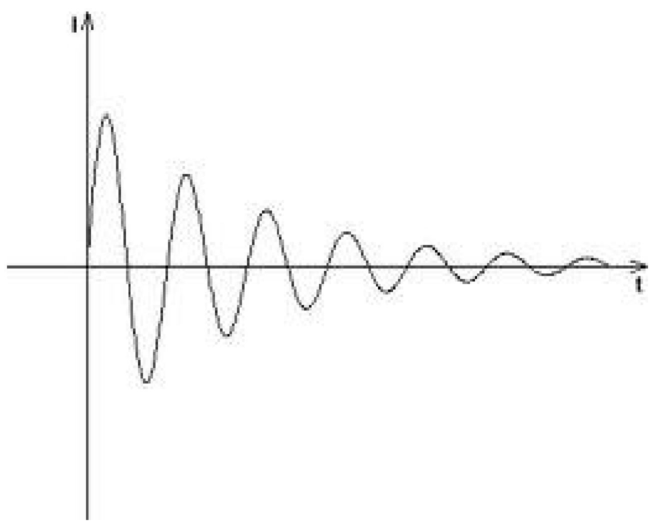


Ergänzungsmaterial!





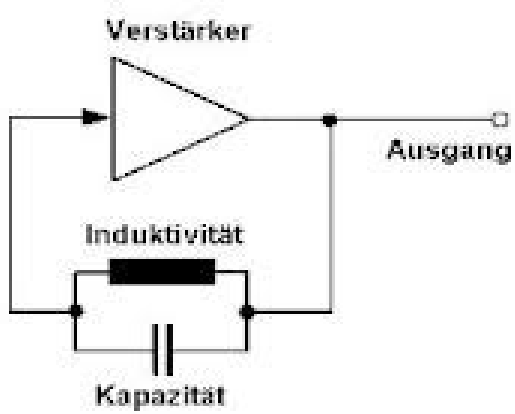
Idealfall: Sinussignale



Ergänzungsmaterial!

Im reellen Schwingkreis gibt es Verluste, also nimmt die Amplitude ab.

Mit hilfe von einem Verstärker kann man es vermeiden: Sinusoscillator.



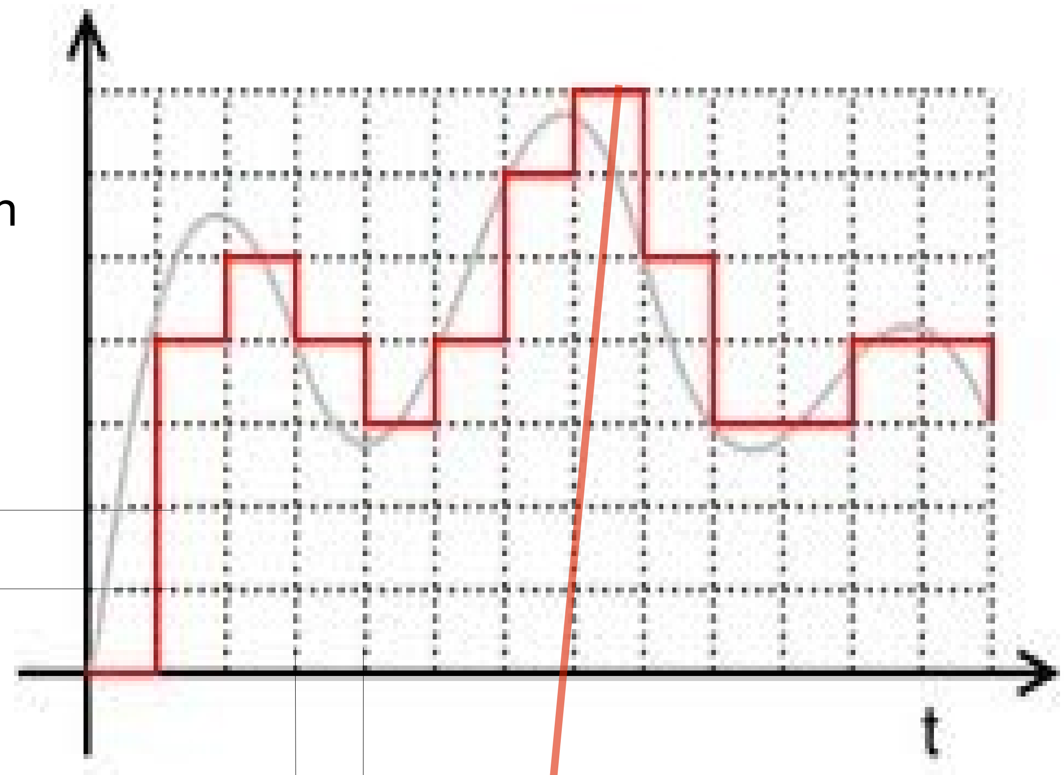
Verstärker mit positiver Rückkopplung.
die Rückkopplungsschaltung ist ein Schwingkreis

siehe Sinusoszillator

digitale Signaleverarbeitung - DSP

Wir stellen analoge Signale als eine Reihe von Zahlen dar.

Wir messen die Testgröße in diskreten Zeitpunkten, und übertragen diese Messwerte.



Messauflösung

digitale Signale sind zeitlich und wertlich ***diskret***

T

Zeitauflösung

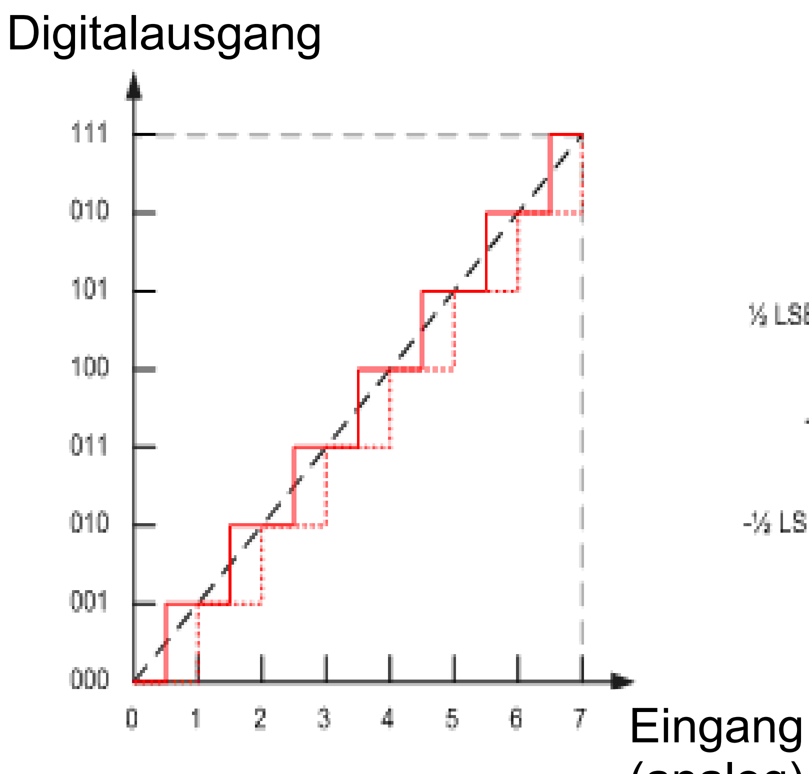
Zahlen können einfach, und störungslos weitergegeben werden

0 4 5 4 3 4 6 7 5 4 4 5 5 ...

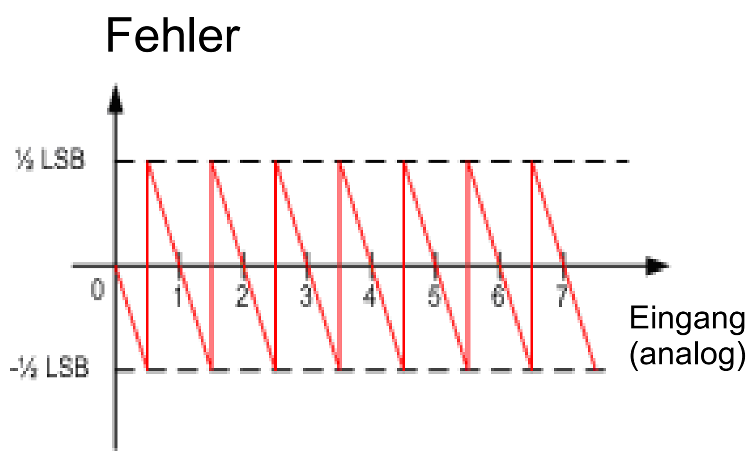
digitale Signale – Quantifizierung (Kodierung)

digitale Signale sind
zeitlich und wertlich ***diskret***

Was passiert mit Werte dazwischen?
Die gehen verloren!
(gewisse Informazionsverlust)



(a)



(b)

SRV der A/D Umwandlung : Ergänzungsmaterial!

Frage: wie viel Rausch wird durch eine bestimmte A/D Umwandlung produziert?

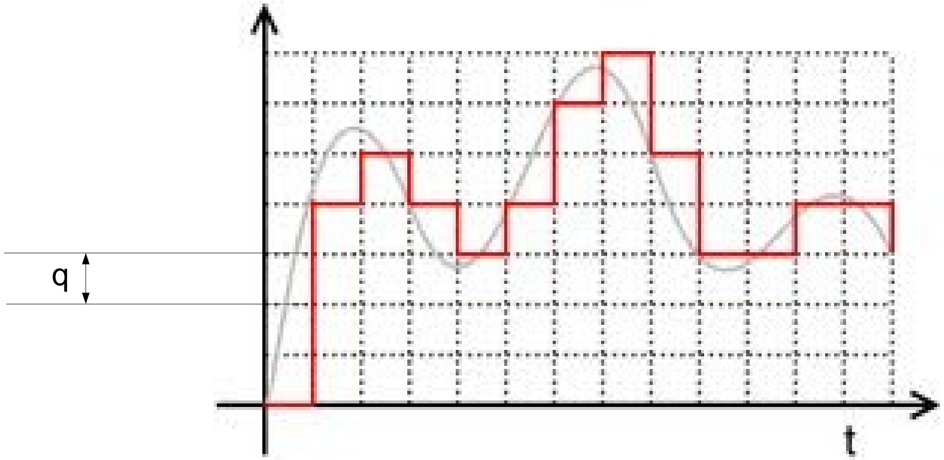
Sei die Auflösung der Messung ist q, und sei der Signal ein Sinussignal (Amplitude =1, R=1 Ohm).
In diesem Fall ist die Leistung P_A = ½ W.
Der Quantisierungsfehler entspricht eine Gleichverteilung mit der Umfang von q.
Leistung des Rausches ist gleich dem Verianz der Gleichverteilung ($q^2/12$)

$$\text{SRV} = \text{SNR} = \frac{P_A}{\sigma^2} = \frac{1/2}{q^2/12} = \frac{6}{q^2}$$

Quantisierungsfehler kann verkleinert werden durch der verfeinerung der Auflösung.
ABER: Je feiner ist die Auflösung, desto langsamer ist ein A/D Umwandler!

Das kann problematisch sein, siehe Nyquist später.

Kompromiss: wählen wir q so, dass SRV wegen Digitalisierung alleine ungefähr 10x größer bleibt als SRV des Originalsignals.

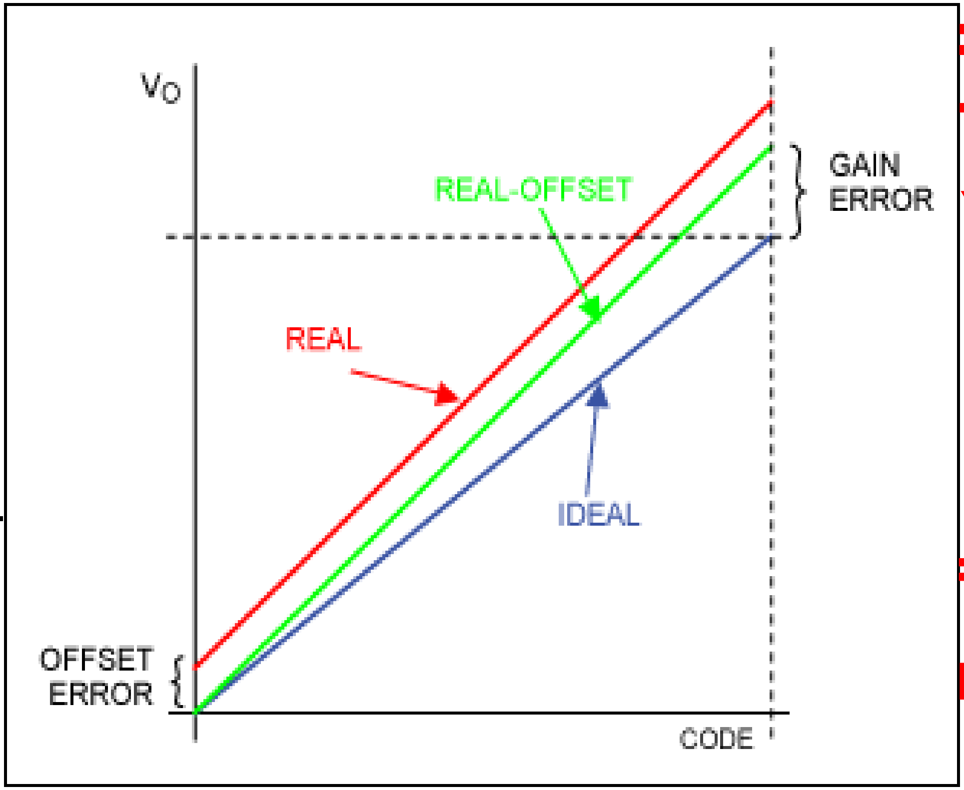


Ergänzungsmaterial!

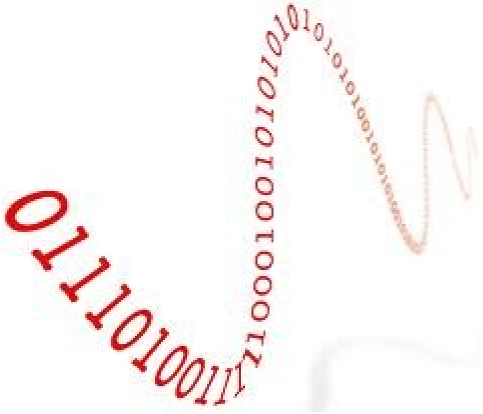
digitale Signale – Widerherstellung (DAC) (Dekodierung)

digital zu analog Umwandler

Einfach nahe zu ideal Umwandler zu bauen.



Ergänzungsmaterial!



einige Fehlermöglichkeiten:

„offset" : wenn Zahl = 0 dann $U_{aus} \neq 0$
„gain error": z.B. wenn Zahl = 10, dann $U_{aus} \neq 10$ V

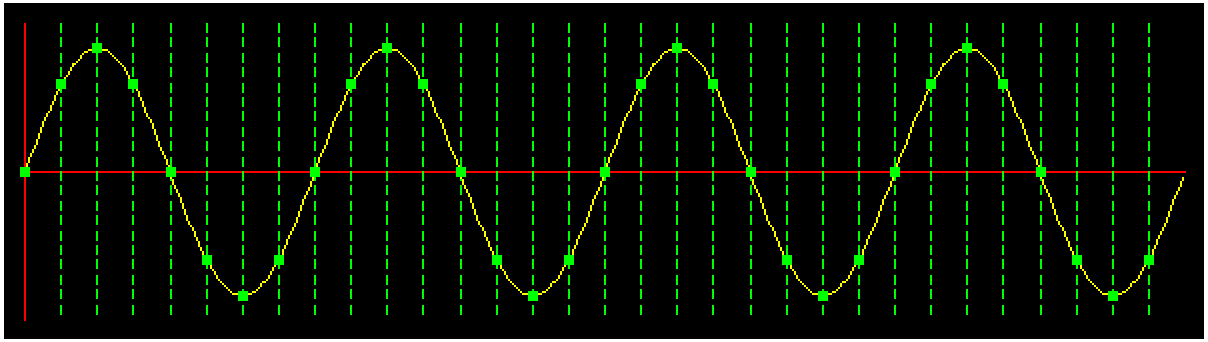
digitale Signale – „Sampling”: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion”

f = 1000 Hz
fs = 8000 Hz

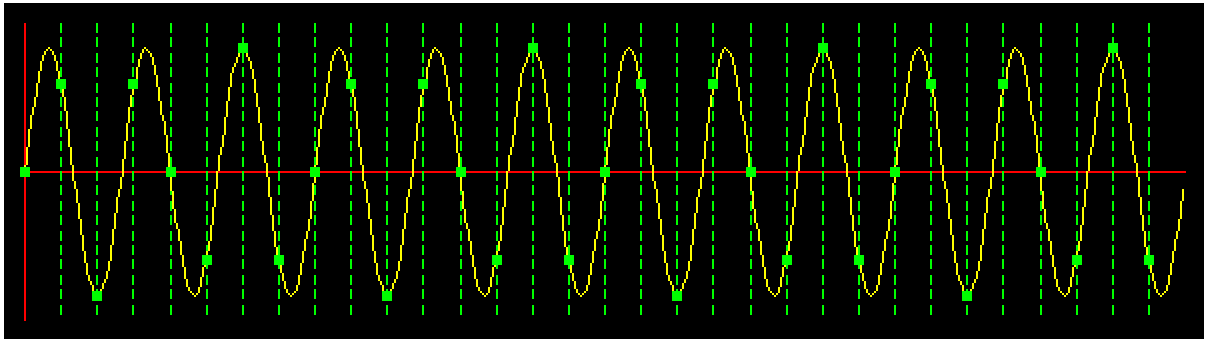
gut

gut ist, wenn nur EIN bestimmtes sinus kann die Punkte binden.



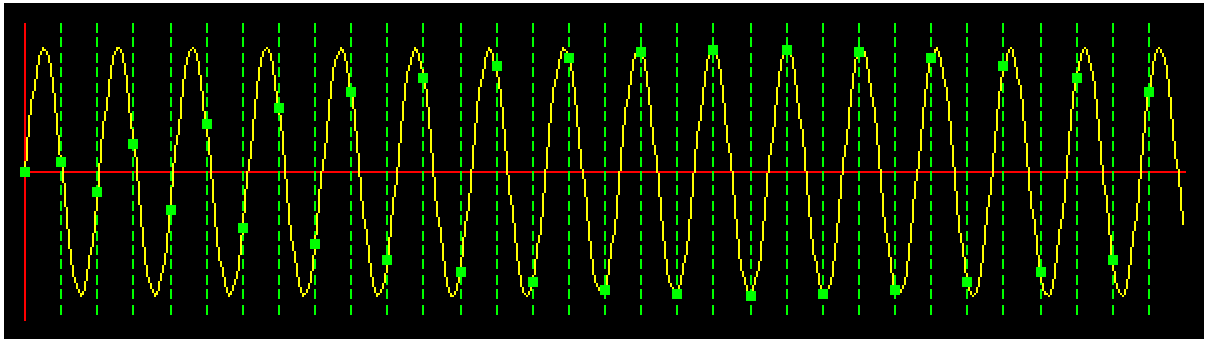
f = 3000 Hz
fs = 8000 Hz

Noch gut



f = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

Immer noch gut
(aber „knapp”)

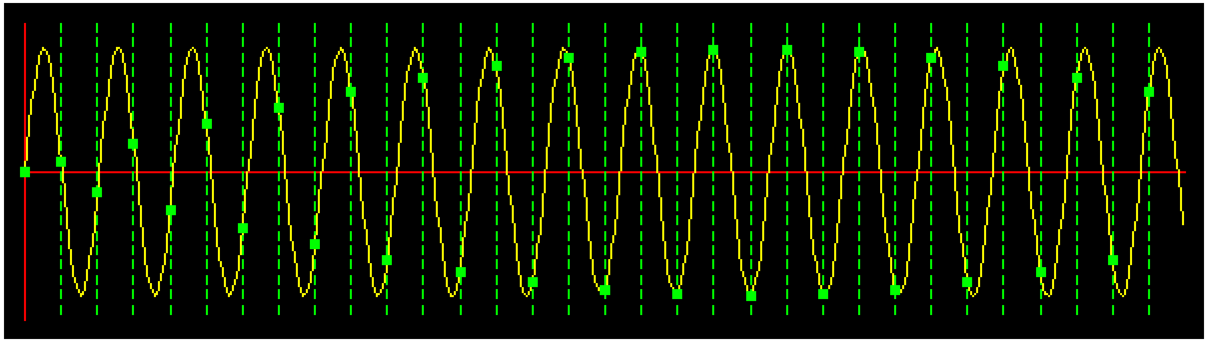


digitale Signale – „Sampling”: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion”

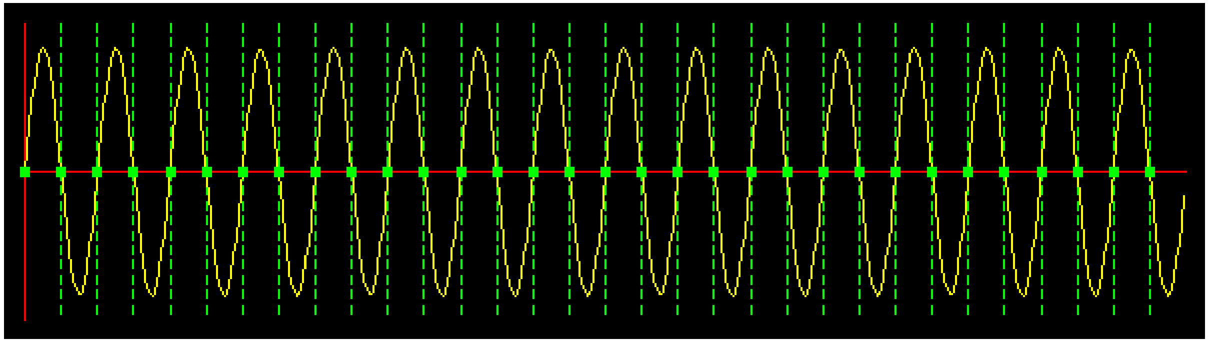
f = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

Immer noch gut



f = 4000 Hz
fs = 8000 Hz

▪ ▪ ▪ ▪ Signal weg!



die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

nicht sinusförmig? dann gilt 2x f_{max} (siehe Fourier-Spektrum)

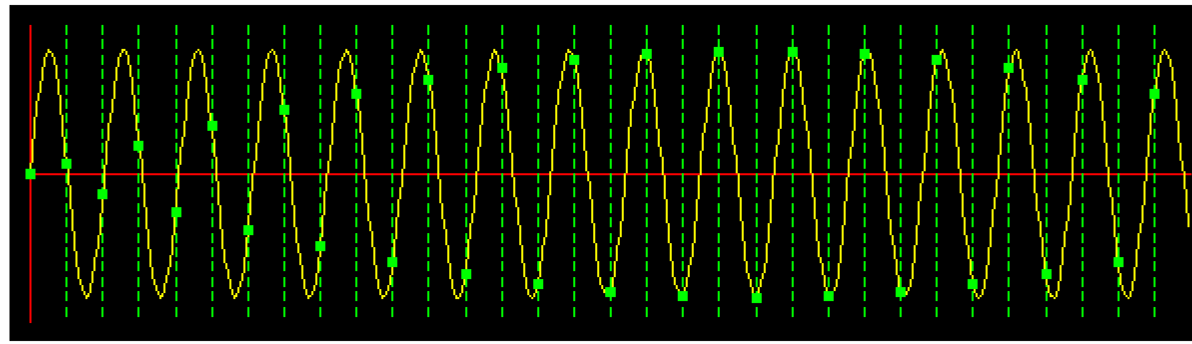
digitale Signale – Nyquist

die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

gut

f = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

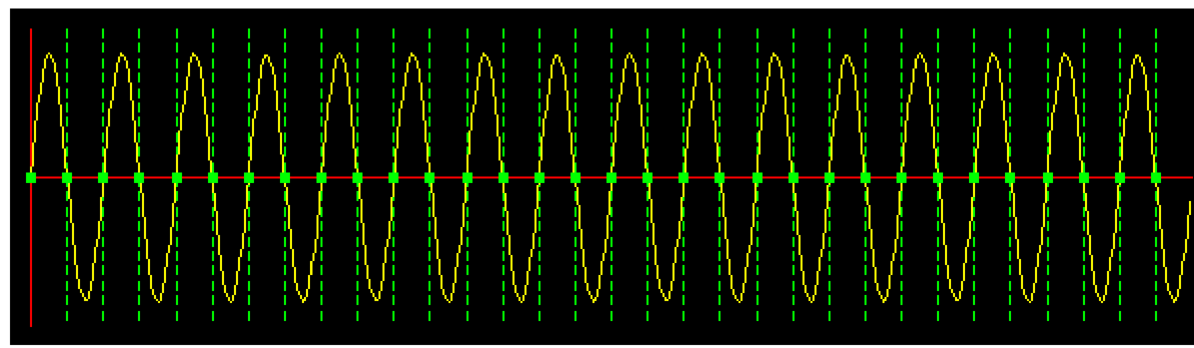
noch gut



schlecht

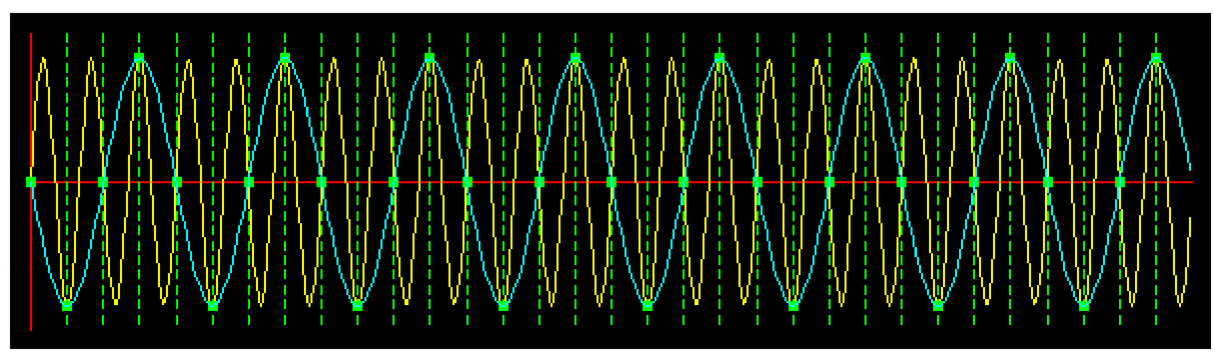
f = 4000 Hz
fs = 8000 Hz

Signal weg!



f = 6000 Hz
fs = 8000 Hz

Signal weg!
+
Aliasing



ein zusätzliches aber *falsches* Sinussignal wird noch dazu hergestellt!

digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)
Digitale Signalaufarbeitung