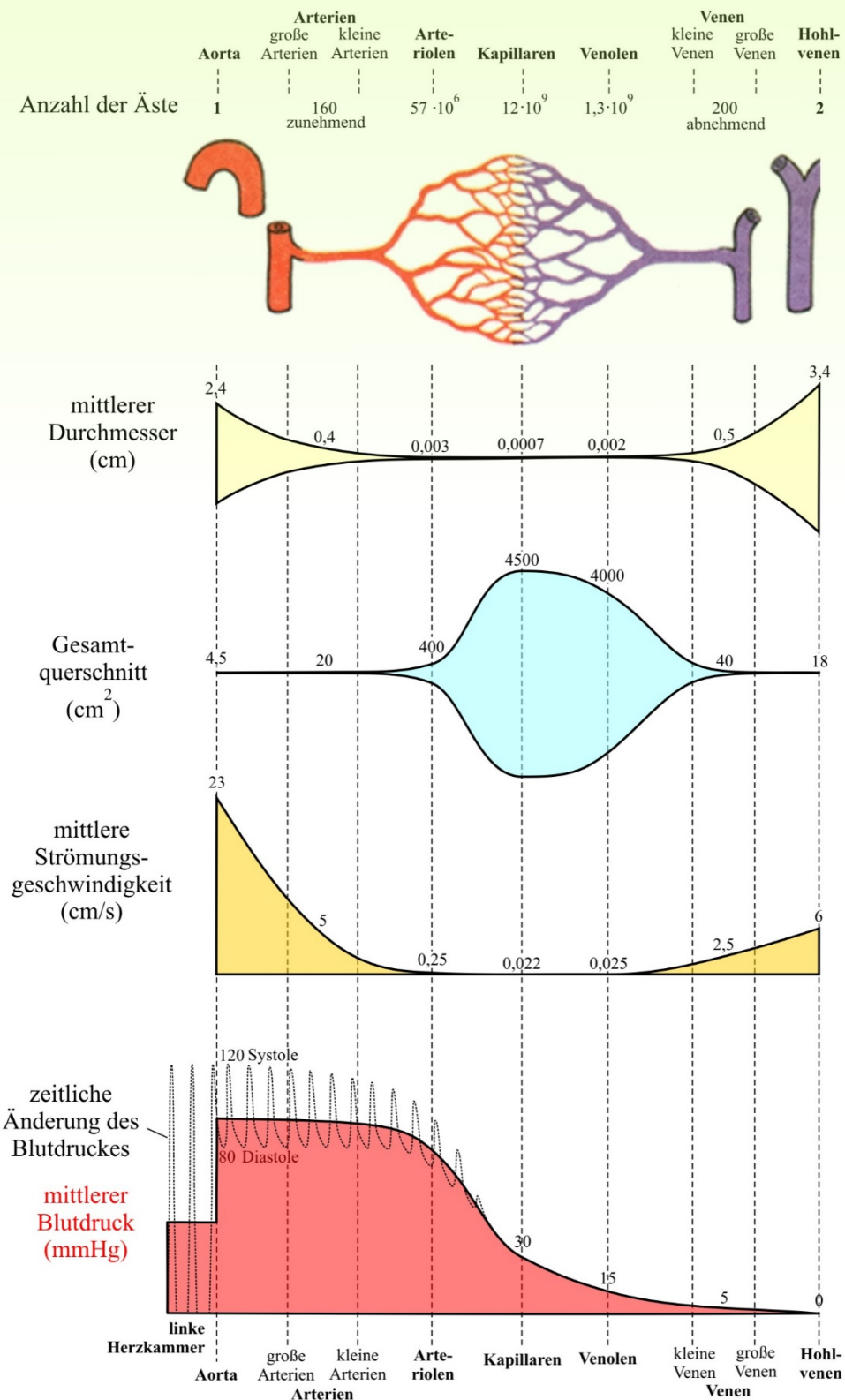


STRÖMUNG

FLÜSSIGKEITSSTRÖMUNG IN STARRWANDIGEN ROHREN UND IM GEFÄßSYSTEM



GRUNDBEGRIFFE

STATIONÄRE STRÖMUNG: Die Strömungsparameter (z.B. Geschwindigkeit und Druck der Flüssigkeit oder des Gases) sind in der Zeit unverändert.

LAMINARE STRÖMUNG: Bei geringer Strömungsgeschwindigkeit fließt die Flüssigkeit wie „in Schichten“, in diesem Fall spricht man von Schichtströmung oder **laminarer** Strömung.

TURBULENTE STRÖMUNG: Über einer gewissen **kritischen Geschwindigkeit** tritt eine komplizierte, ungeordnete verwirbelte Strömung auf. Diese Strömung bezeichnet man als Wirbelströmung oder **turbulente** Strömung.

VOLUMENSTROMSTÄRKE (I_V):

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} ,$$

welche zeigt, wie viel ΔV Volumen durch z. B. den Querschnitt eines Rohres während einer Δt Zeit geflossen ist; ihre Maßeinheit ist m^3/s .

VISKOSE (oder REELE) FLÜSSIGKEIT: Eine Flüssigkeit, bei der die innere Reibung nicht vernachlässigbar ist.

VISKOSITÄT (η): Die innere Reibung in Flüssigkeiten bzw. Gasen kennzeichnender, material- und temperaturabhängiger Koeffizient. Sein Wert ist umso größer, je schwerer das Medium fließt. Maßeinheit ist $\text{Pa}\cdot\text{s}$.

NEWTONSCHES REIBUNGSGESETZ:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h} ,$$

wobei F die auf die Flüssigkeitsschicht wirkende Scherkraft, A die Oberfläche, worauf diese Kraft wirkt, $(\Delta v/\Delta h)$ die Geschwindigkeitsfalle, d.h. die Änderung der Geschwindigkeit pro Abstandseinheit, gemessen senkrecht zur Geschwindigkeit, und η die Viskosität ist.

NEWTONSCHE FLÜSSIGKEIT: Eine Flüssigkeit, für die das newtonsche Reibungsgesetz gilt, also deren **Viskosität** vom Geschwindigkeitsgradienten unabhängig ist. Zu diesen gehört z.B. Wasser.

HAGEN-POISEUILLE-GESETZ: Eine Beziehung, welche die **stationäre, laminare Strömung** von **newtonschen Flüssigkeiten** in starren Rohren beschreibt ($I_V = \Delta p/R_{\text{Rohr}}$). Die Volumenstromstärke ($I_V = \Delta V/\Delta t$) ist direkt proportional zum Druckunterschied Δp , der die Strömung erzeugt. Der Proportionalitätsfaktor ist der Kehrwert des **Strömungswiderstands** ($R_{\text{Strömung}}$).

STRÖMUNGSWIDERSTAND oder ROHRWIDERSTAND: Der Widerstand ist direkt proportional zur Rohrlänge (l), zur **Viskosität** des Mediums (η) und umgekehrt proportional zur vierten Potenz des Rohrradius (r).

$$R_{\text{Strömung}} = R_{\text{Rohr}} = \frac{8 \cdot l \cdot \eta}{\pi \cdot r^4} .$$

Das Blut fließt durch das Gefäßnetz, ein verzweigtes Rohrsystem mit Röhren von unterschiedlichem Durchmesser und unterschiedlicher Länge. Den zur Strömung erforderlichen Druckgradienten liefert das Herz, mit dem die beiden Blutkreise in Reihe geschaltet sind. In unserer **Messung** beweisen wir, dass die Volumenstromstärke direkt proportional zu der die Strömung aufrechterhaltenden Druckdifferenz ist, in unserem Experiment zu dem hydrostatischen Druck und zur vierten Potenz des Rohradius. Zusätzlich bestimmen wir aus den Messdaten die Viskosität des Wassers. Die druckausgleichende Wirkung der Gefäßelastizität wird im Experiment „Windkesselleffekt“ demonstriert.

THEORETISCHE ZUSAMMENFASSUNG

STRÖMUNG VON FLÜSSIGKEITEN IN ROHREN

Ein wichtiges Merkmal der Strömung von Flüssigkeiten ist die **Volumenstromstärke** (I_V), bestimmt durch das Volumen ΔV der Flüssigkeit, welche in der Zeit Δt (z.B. durch den Rohrquerschnitt) durchgeflossen ist. Maßeinheit ist m^3/s :

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \text{ oder } I_V = \frac{A \cdot \Delta l}{\Delta t} = A \cdot v, \quad (1)$$

wobei A der Querschnitt des Rohres, Δl die Fortbewegungsstrecke der Flüssigkeit, und v die Geschwindigkeit der Flüssigkeit im gegebenen Querschnitt sind. (In realen Fällen verwenden wir eine mittlere Geschwindigkeit.)

Bei **stationärer** Strömung ändern sich die Parameter der Strömung (z.B. Geschwindigkeit, Druck der Flüssigkeit) in der Zeit nicht, sie sind in jedem Punkt der Strömung **konstant**.

Kontinuitätsgleichung: Bei **stationärer** Strömung ist die Volumenstromstärke $I_V = \text{konstant}$, denn Flüssigkeiten sind inkompressibel (das gilt aber nicht immer für die Strömung von Gasen, s. Randbemerkung):

$$I_V = A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2 = \text{konst.} \quad (2)$$

Danach fließt durch jeden Querschnitt eines Rohres mit variierendem Durchmesser **in der gleichen Zeit das gleiche Flüssigkeitsvolumen** (Abb. 1). Die Folge ist: Durch den Abschnitt mit geringerem Durchmesser ($A_2 < A_1$) fließt die Flüssigkeit mit höherer Durchschnittsgeschwindigkeit ($\bar{v}_2 > \bar{v}_1$) als durch den Abschnitt mit größerem Durchmesser.

Viskosität (η): Die **innere Reibung von Flüssigkeiten oder Gasen** wird mit ihrer Viskosität gekennzeichnet. In Abb. 2 wird eine Platte mit der Fläche A auf der Oberfläche einer Flüssigkeit platziert und danach mit einer Geschwindigkeit v auf der Oberfläche mithilfe einer konstanten Scherkraft F verschoben. Dann bewegt sich die an der sich bewegenden Oberfläche anhaftende Flüssigkeitsschicht ebenfalls mit einer Geschwindigkeit v in Richtung der Krafteinwirkung. Aufgrund der Reibung zwischen den Flüssigkeitsschichten rutscht auch die darunter liegende Schicht ab, jedoch mit einer geringeren Geschwindigkeit, bis sich die Schicht in einem bestimmten Abstand h nicht mehr bewegt. Von der Oberfläche entfernt gleiten also die Schichten mit immer geringerer Geschwindigkeit aneinander. Diese Änderung wird mit der sog. **Geschwindigkeitsfalle** gekennzeichnet, die ein Maß für die Änderung der Geschwindigkeit pro Abstandseinheit ist, die senkrecht zur Geschwindigkeit gemessen wird ($\Delta v / \Delta h$). Das **Newtonsche Reibungsgesetz** besagt, dass die auf die Flüssigkeitsschicht wirkende Scherkraft F proportional zur Oberfläche A und zum Wert der Geschwindigkeitsfalle ist, wobei der Proportionalitätsfaktor die Viskosität ist (η):

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}. \quad (3)$$

Je schwerer eine Flüssigkeit fließt, umso höher ist ihre Viskosität. So fließt z.B. Blut schwerer als Wasser und noch schwerer fließt Honig. (Abb. 3). Die Maßeinheit der Viskosität ist $\text{Pa} \cdot \text{s}$. Ist die Viskosität unabhängig von dem Geschwindigkeits- und Druckgradienten, so spricht man von einer **newtonschen Flüssigkeit**.

Lehrbuch:
Damjanovich-Fidy-Szöllösi:
III /1.

Anmerkung

Bei normaler Atmung wird die ein- und ausströmende Luft praktisch nicht komprimiert, in diesem Sinn kann sie als inkompressibel betrachtet werden, denn die minimalen Druckunterschiede ändern die Luftdichte kaum. Aber z.B. beim Husten wird die Luft durch die größeren Druckunterschiede schon komprimiert.

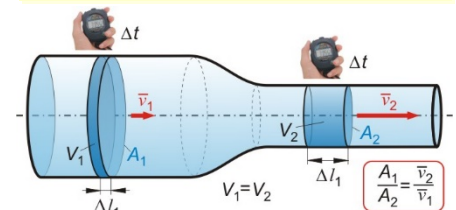


Abb. 1. Die Kontinuitätsgleichung: Durch jeden Querschnitt fließt in der gleichen Zeit das gleiche Flüssigkeitsvolumen

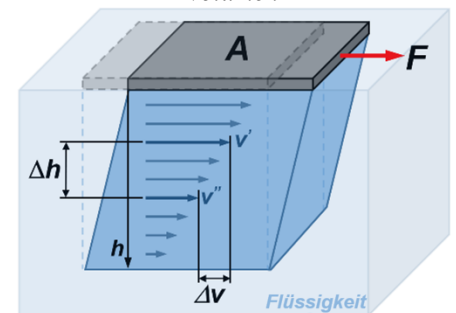


Abb. 2. Demonstration der Geschwindigkeitsfalle: wenn die Platte mit Fläche A mit einer Geschwindigkeit v auf der Oberfläche der Flüssigkeit verschoben wird, bewegen sich die darunter liegenden Flüssigkeitsschichten von der Oberfläche weg mit immer geringerer Geschwindigkeit.

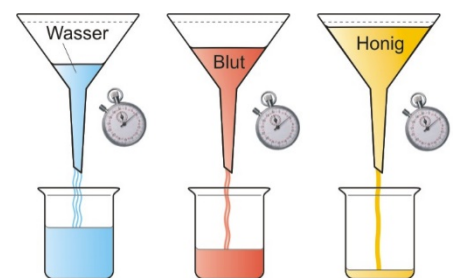


Abb. 3. Flüssigkeiten mit unterschiedlicher Viskosität fließen durch gleiche Öffnungen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit.

Stoff	Viskosität, η (mPa·s)
Luft	0,02
Äther	0,23
Wasser	1
Quecksilber	1,55
Blut	2 - 4,5
Glyzerin	1500

Tabelle 1. Viskosität einiger Stoffe bei 20°C und 101 kPa

Die laminare oder turbulente Natur der Strömung wird durch die in der strömenden Flüssigkeit auftretenden Trägheit und inneren Reibungskräfte bestimmt. Das Verhältnis dieser Kräfte wird durch die, aus den Strömungsparametern gebildete, dimensionslose **Reynolds-Zahl** gegeben:

$$Re = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot r}{\eta} \quad (4)$$

wo ρ die Dichte, und \bar{v} die mittlere Geschwindigkeit der Flüssigkeit, r der Rohrradius ist – diese hängen mit der Trägheit zusammen –, bzw. η die Viskosität ist, die die innere Reibung charakterisiert. Nach den Messerfahrungen ist bei Strömung in starren, glattwandigen, geraden Rohren mit kreisförmigem Querschnitt eine laminare Strömung typisch bei Reynolds-Zahlen kleiner als $Re = 1160$, während eine turbulente Strömung bei höheren Re-Zahlen immer wahrscheinlicher wird. Es ist jedoch wichtig anzumerken, dass die Gesetze der klassischen Physik nur für laminare Strömung gelten. Die genaue Beschreibung der turbulenten Strömung kann aufgrund ihrer chaotischen Natur nicht eindeutig gegeben werden. Daher in der Praxis wenn $Re < \approx 1000$ ist, dann ist die Strömung laminar, und wenn $Re > \approx 1000$, dann ist eine turbulente Strömung immer wahrscheinlicher. Obwohl im Körper physiologisch die Schichtströmung charakteristisch ist, kann bei einigen Krankheiten der Radius der Blutgefäße verringert sein (r). Dann steigt laut der obigen Formel die Reynolds-Zahl an und die Strömung kann turbulent werden. Turbulenzen aufgrund der Verengung der *Arteria brachialis* spielen auch eine wichtige Rolle bei der Erzeugung von „Korotkov-Geräuschen“ während der auskultativen (stethoskopischen) Blutdruckmessung.

Bei der Infusionstherapie wird der Volumenstromstärke durch den selbstsichernden Rollenflussregler des Infusionssets eingestellt. Durch Abrollen der Walze wird das flexible Rohr zunehmend komprimiert, wodurch der Querschnitt des Rohrs verringert wird, was zu einer Erhöhung des Strömungswiderstands führt, so dass schließlich die Volumenstromstärke abnimmt. (Abb. 7.).

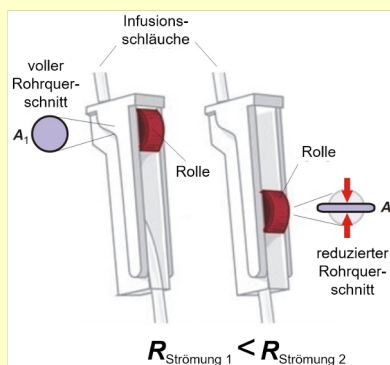


Abb. 6. Funktion des Rollenflussreglers.

Die Strömungsverhältnisse können mit **Stromlinien** veranschaulicht werden. Diese lassen sich auch sichtbar machen, wenn man an entsprechenden Punkten eines Rohrquerschnittes gut sichtbaren Farbstoff in die strömende Flüssigkeit gibt. Dann zeigen die Farbstreifen die Stromlinien (Abb. 4).

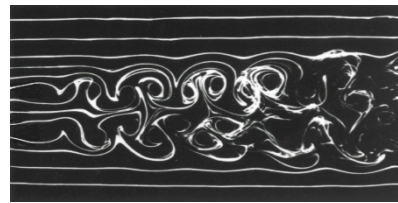


Abb. 4. Die gefärbte Flüssigkeit macht die Stromlinien sichtbar

Aufgrund der Adhäsionskraft an den Rohrwänden **haftet die Flüssigkeit an der Rohrwand, sodass hier die Strömungsgeschwindigkeit null ist**. Von der Wand bis zur Mitte des Rohrs steigt die Geschwindigkeit allmählich (parabolisch) an. Bei geringen Strömungsgeschwindigkeiten fließt die Flüssigkeit praktisch in „Schichten“. In diesem Fall spricht man von **Schichtströmung oder laminarer Strömung**. Über einer gewissen kritischen Geschwindigkeit (v_{krit}) tritt eine komplizierte, ungeordnete verwirbelte Strömung auf (das ist in der Mitte des Rohrs zu beobachten), die als **Wirbelströmung oder turbulente Strömung** bezeichnet wird.

Die **stationäre, laminare Strömung** von newtonschen Flüssigkeiten und Gasen in Rohren wird vom **Hagen–Poiseulle-Gesetz** beschrieben:

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l} \quad (5)$$

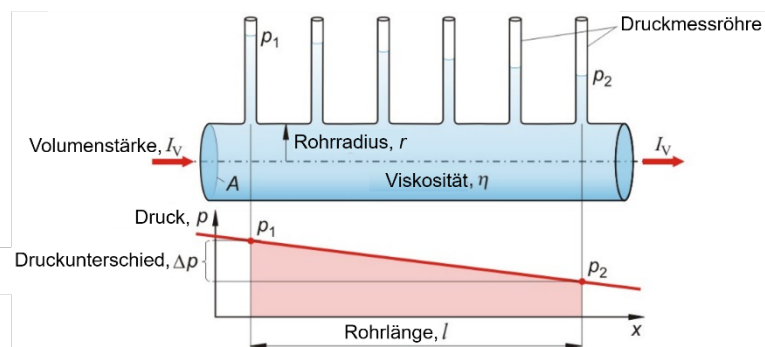


Abb. 5. Strömung von viskoser Flüssigkeit oder Gas, verursacht vom Druckgradienten.

Zum Aufrechterhalten einer gegebenen Volumenstromstärke I_V einer Flüssigkeit mit der Viskosität η oder eines Gases in einem Rohrabchnitt mit der Länge l und dem Radius r ist also ein statischer Druckunterschied von $\Delta p = (p_1 - p_2)$ erforderlich (Abb. 5). Durch Umordnen von Gl. (5) erhält man, dass dieser **Druckunterschied proportional zur Volumenstromstärke** ist:

$$I_V = \frac{\Delta p}{\left(\frac{8 \cdot l \cdot \eta}{\pi \cdot r^4} \right)}, \text{ d.h. } I_V = \frac{\Delta p}{R_{\text{Strömung}}} \quad (6)$$

Hier ist $1/R_{\text{Strömung}}$ der Proportionalitätsfaktor. Untersuchen wir mit Umformung des Hagen-Poiseulle-Gesetzes die Parameter, von denen der Strömungswiderstand eines Rohrs abhängt:

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8 \cdot l \cdot \eta}{\pi \cdot r^4} \cdot \frac{\pi}{\pi} = \frac{8 \cdot l \cdot \eta \cdot \pi}{\pi^2 \cdot r^4} = \frac{8 \cdot l \cdot \eta \cdot \pi}{(\pi \cdot r^2)^2} = 8 \cdot \pi \cdot \eta \cdot \frac{l}{A^2} \quad (7)$$

Die Formel zeigt, dass der Strömungswiderstand direkt proportional zur Länge (l) aber **umgekehrt proportional zum Quadrat des Querschnitts** (A) des Rohrs ist. Daher kann z.B. eine kleine Querschnittsänderung der Gefäße den Strömungswiderstand und durch ihn den Volumenstromstärke erheblich beeinflussen (Abb. 7).

DIE BLUTZIRKULATION IM GEFÄSSSYSTEM

Der Motor der Blutzirkulation ist das Herz, welches das Blut durch Erzeugung des entsprechenden Druckgradienten durch das arterielle bzw. venöse System fließen lässt. Untersucht man z.B. das arterielle System, so lässt es sich in verschiedene **Gefäßtypen** unterteilen, und zwar in **Aorta**, **Arterien** (große und kleine Arterien), **Arteriolen** und endlich **Kapillaren**. Diese haben der Reihe nach einen immer geringeren Durchmesser, verzweigen sich aber dabei in eine zunehmende Zahl von Gefäßen. Das venöse System ist umgekehrt geordnet, die kleineren Gefäße vereinen sich in Gefäße mit zunehmendem Durchmesser, bis sie wieder das Herz erreichen (s. Titelblatt).

Die Blutzirkulation wird aber nur mit Einschränkungen vom Hagen–Poiseuille-Gesetz beschrieben, weil es nur unter den beschriebenen Kautelen (newtonsche Flüssigkeit, stationäre, laminare Strömung, starres Rohr) gilt, die Blutzirkulation weicht aber in mehreren Punkten von diesen Bedingungen ab.

- 1.) Die Blutströmung ist - insbesondere in der Aorta, weniger in den Arterien - pulsierend und ist daher **nicht stationär**,
- 2.) das Blut enthält Blutzellen, daher ist es **keine newtonsche Flüssigkeit**, seine Viskosität variiert in Abhängigkeit der Strömungsbedingungen (z.B. in der Aorta $\eta = 4$ mPas, und in den Kapillaren $\eta = 2$ mPas)
- 3.) die Gefäßwand ist nicht steif, sondern **elastisch** (Abb. 8.). Es spielt bei der Aorta und den Arterien mit größerem Durchmesser eine Rolle:

Während der **Systole** öffnet der linksventrikuläre Druck die Aortenklappe, Blut fließt in die Aorta (I_V) und der Druck steigt in der Aorta ($\Delta p = I_V \cdot R_{\text{Strömung}}$) wegen des Strömungswiderstands ($R_{\text{Strömung}}$) des Körperkreislaufs. Dieser erhöhte Druck dehnt die Aorta mit elastischen Wänden und die größeren Arterien aus.

Während der **Diastole** schließt sich die Aortenklappe und der zuvor entwickelte Druck (Δp) in der elastisch ausgedehnten Aorta treibt Blut in das Gefäßsystem. ($I_V = \Delta p / R_{\text{Strömung}}$).

(In starrwandigen Gefäßen - in Diastole nach dem Schließen der Aortenklappe - würde der Druck auf null fallen, so dass die Blutströmung unterbrochen würde!)

Es lohnt sich, die Umwandlung mechanischer Energien ineinander zu verfolgen:

- Während der Systole wird ein Teil der Arbeit des ventrikulären Myokards in kinetische Energie von Blut umgewandelt, das nach dem Öffnen der Aortenklappe in die Aorta fließt.
- Dann wird ein Teil dieser Energie, wenn sich die großen Gefäße elastisch ausdehnen, in die elastische potentielle Energie der Gefäßwände umgewandelt.
- Während der Diastole wird die in der ausgedehnten Gefäßwand gespeicherte elastische potentielle Energie wieder in kinetische Energie des fließenden Blutes umgewandelt werden.

Zusammenfassend: aufgrund der Gefäßwandelastizität (sog. Windkesselfunktion) werden die vom Herzen erzeugten pulsierenden Druckwellen abgeschwächt (siehe untere Abbildung auf der Titelseite) und deshalb nimmt die Volumenstromstärke der Blutströmung zu und wird gleichmäßiger. Der Effekt der Gefäßelastizität wird in einem Experiment gezeigt (Demonstrationsversuch 1.).

Die neurale Steuerung des Gefäßdurchmessers wirkt sich dramatisch auf den Strömungswiderstand der Gefäße aus (Abb. 7).

Der Durchmesser der Arteriolen kann um 50 % zunehmen (Vasodilatation). Bei gleichem Druckgradienten und gleicher Viskosität kann die Volumenstromstärke (das Maß des Blutstromes) auf das $1,5^4 \approx 5$ fache ansteigen.

Als Gegenbeispiel mindert eine Gefäßverengung von 16 % des Durchmessers den Blutstrom im gegebenen Abschnitt auf die Hälfte. In diesem Fall könnte der ursprüngliche Blutstrom nur mit dem doppelten Blutdruckwert wieder hergestellt werden.

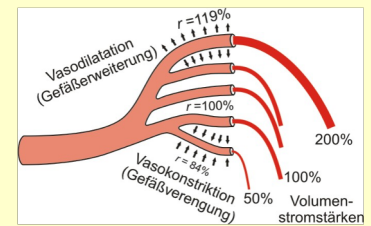


Abb. 7. Schon eine geringe Änderung des Gefäßdurchmessers führt zu starken Änderungen der Volumenstromstärke.

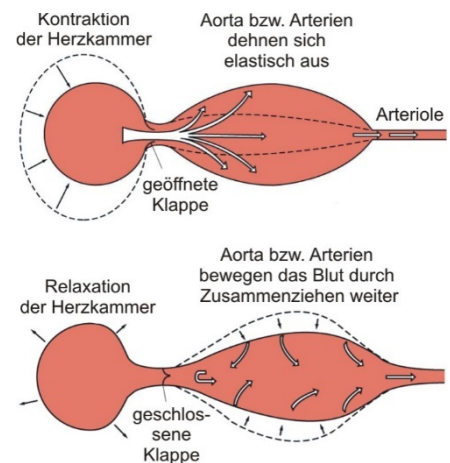


Abb. 8. Die Rolle der Elastizität der Gefäßwände (Windkesselfunktion)

ABLAUF DER MESSUNGEN

1. Demonstrationsversuch:

WINDKESSELEFFEKT, DIE ROLLE DER ELASTIZITÄT DER GEFÄSSE BEI DER PULSIERENDEN BLUTZIRKULATION

Vergleichen wir an einem einfachen mechanischen Modell die Wirkung der pulsierenden und der stationären Strömung bei elastischen bzw. starren Rohrwänden (mit gleicher Länge und gleichem Innendurchmesser). Das Rohr mit elastischen Wänden erzeugt eine höhere Volumenstromstärke.

2. Demonstrationsversuch:

NACHWEIS DES HAGEN-POISEUILLE-GESETZES, ABHÄNGIGKEIT DER VOLUMENSTROMSTÄRKE VOM ROHRRADIUS

Bestimmen wir anhand des in Abbildung 9. gezeigten Strömungsmodells die Volumenstromstärke (I_V) des durch die Röhren verschiedener Radien (r_1, r_2, r_3, r_4) durchgeflossenen Wassers bei konstantem hydrostatischen Druck (Δp_{mittl}). Die Strömung durch die horizontalen Messingrohre zwischen dem zylindrischen Flüssigkeitstank und dem Auslass wird durch den hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule (Δp_{mittl}) hergestellt. Wir messen die Strömungszeit (Δt) des gleichen Wasservolumens (ΔV) zwischen der angegebenen Anfangs- und Endhöhe der Flüssigkeitssäule (h', h'') für alle vier Röhren mit einer Stoppuhr. Wir notieren unsere Ergebnisse in das Protokoll.

Für die Auswertung nötige Formeln:

- Durchgeflossenes Volumen:

$$\Delta V = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot (h' - h'')$$

- Mittlere Höhe der Flüssigkeitssäule:

$$\bar{h} = \frac{(h' + h'')}{2}$$

- Mittlerer Druckunterschied:

$$\Delta p_{\text{mittl}} = \rho \cdot g \cdot \bar{h}$$

- Die Viskosität:

$$\eta = \frac{\pi \cdot r^4 \cdot \Delta p_{\text{mittl}}}{8 \cdot I_V \cdot l}$$

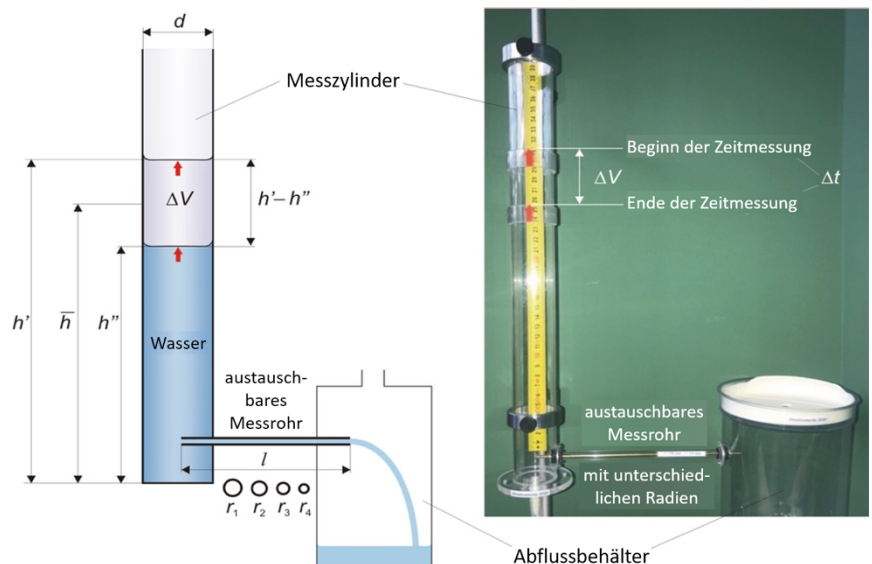


Abb. 9. Skizze und Foto des Strömungsmodells zum Nachweisen des Hagen-Poiseuille-Gesetzes.

Aufgaben

- Berechnen Sie anhand der Durchflusszeiten und -volumina, die in dem Modell zur Überprüfung des Hagen-Poiseuille-Gesetzes gemessen wurden, die Volumenstromstärke für jedes Rohr.
- Stellen wir die berechneten Volumenstromstärken als Funktion der Rohrradien dar. Bestimmen Sie dann die Funktionsbeziehung zwischen der Volumenstromstärke und dem Radius der Röhre durch Anpassen.
- Berechnen Sie die Viskosität von Wasser aus den Daten des Rohrs mit dem Radius von 1 mm nach dem Hagen-Poiseuille-Gesetz.

3. Studentennmessung:

NACHWEIS DES HAGEN-POISEUILLE-GESETZES, ABHÄNGIGKEIT DER VOLUMENSTROMSTÄRKE VOM DRUCK- UNTERSCHIED

Bestimmen wir mithilfe des in Abb. 10 gezeigten **Infusionsmodells** die Beziehung zwischen der Volumenstromstärke (I_V) und dem strömungserhaltenden hydrostatischen Druckunterschied (Δp_{mittel}). Vom oberen Spritzenzylinder mit dem Stift fließt Wasser durch eine Injektionsnadel (G18) und einen Gummischlauch in den unteren Spritzenzylinder, der als Auffangbehälter dient. Da die Innendurchmesser des Gummischlauchs, des Stifts und der Schlauchverbindungen viel größer als der der Injektionsnadel sind, ist ihr Strömungswiderstand im Vergleich zur Injektionsnadel vernachlässigbar. Während der Messung wird die Durchlaufzeit (Δt) des angegebenen Volumens (ΔV , die direkt von der Spritze abgelesen werden kann) bei unterschiedlichen mittleren Höhenunterschieden (\bar{h}) mit einer Stoppuhr gemessen.

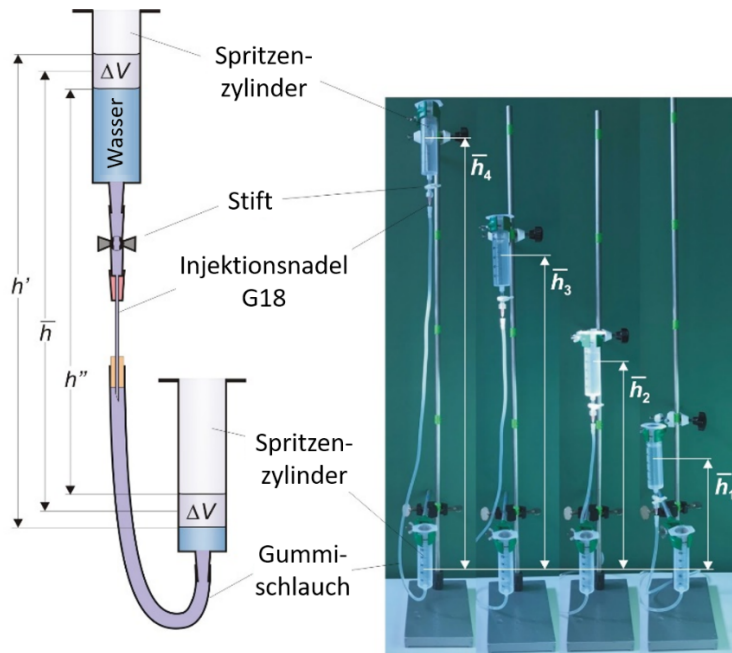


Abb. 10. Skizze und Foto des Infusionsmodells.

Aufgaben

1. Messen Sie für vier verschiedene Höhenunterschiede die Zeit, die für den Durchfluss von $\Delta V = 20 \text{ ml}$ erforderlich ist. Notieren Sie die Ergebnisse im Protokoll.
2. Berechnen Sie den mittleren hydrostatischen Druckunterschied und die Volumenstromstärke für die vier Höhen.
3. Tragen Sie die erhaltenen Volumenstromstärken als Funktion der entsprechenden mittleren Druckunterschiede auf.
4. Bestimmen Sie die Funktionsbeziehung und berechnen Sie den Strömungswiderstand des Modells.