

**Medizinische Biophysik II.**

2023/24 II.

1

# Röntgenstrahlung

Erzeugung und Eigenschaften

Physikalische Grundlagen der Röntgendiagnostik

# Medizinische Biophysik II.

## Röntgenstrahlung I.

- I. Allgemein über der Röntgenstrahlung**
  - 1. Eigenschaften
  - 2. Historie

## II. Entstehung der Röntgenstrahlung

### 1. Röntgenröhre

- 2. Bremsstrahlung**
  - a) Duane-Hunt Gesetz
  - b) Emmissionsspektrum
  - c) Leistung der Röntgenstrahlung
  - d) Wirkungsgrad der Röntgenröhre

- 3. Charakteristische Röntgenstrahlung**
  - a) Entstehung
  - b) Emmissionsspektrum
  - c) Anwendung

## III. Physikalische Grundlagen der Röntgendiagnostik

- 1. Schwächung der Röntgenstrahlung**
  - a) Schwächungsgesetz
  - b) Absorption der inhomogenen Körper
  - c. Grundprinzip der Summationsaufnahmen

- 2. Teilprozesse der Schwächung der Röntgenstrahlung**
  - a) Photoeffekt
  - b) Compton Effekt
  - c) (Paarbildung)
  - d) Photonenenergabhängigkeit...
  - e) Effektive Ordnungszahl

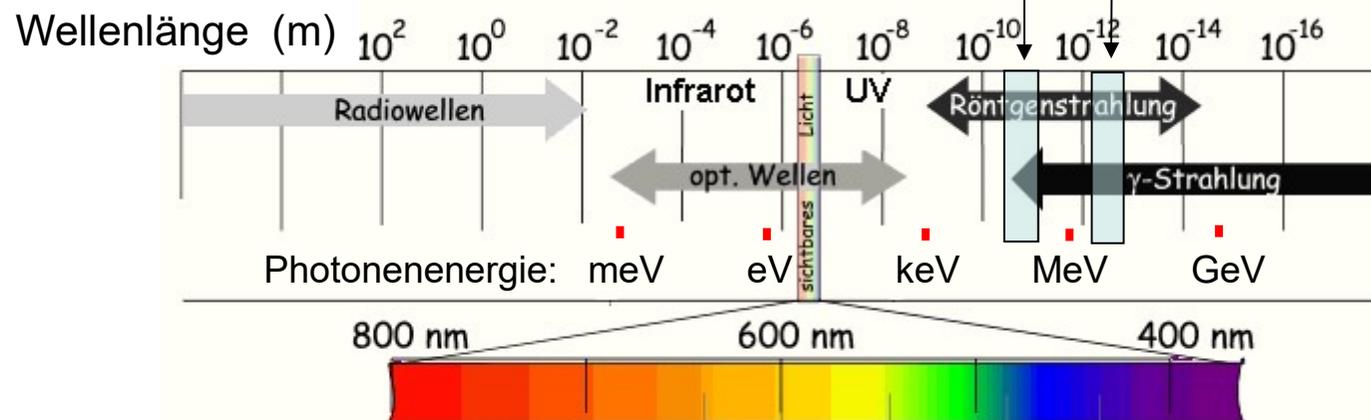
### 3. Kontrast des Röntgenbildes

### 4. Kontrastmittel

# I. Allgemein über der Röntgenstrahlung

## 1. Eigenschaften der Röntgenstrahlung

- elektromagnetische Strahlung
- Photonenergie:
  - Diagnostik: 30-200 keV
  - Therapie: 5-20 MeV
- Wellenlänge:
  - ~ einige 10 pm (Diagn.)
  - ~ 100 fm (Ther.)



- Wirkungen:

- Ionisation

- Lumineszenz (Fluoroskopie, Bildverstärker)

- chemische (z.B. Photographie)

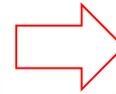
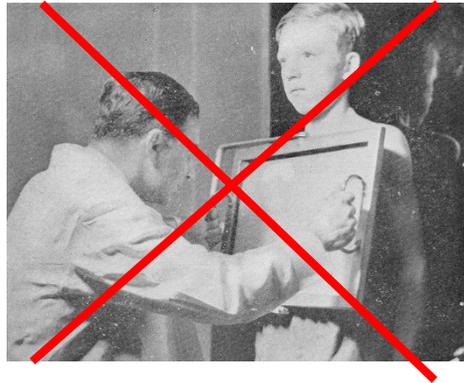
- biologische (Strahlenschädigung)

- Entstehung: in der Elektronenhülle

- Typen

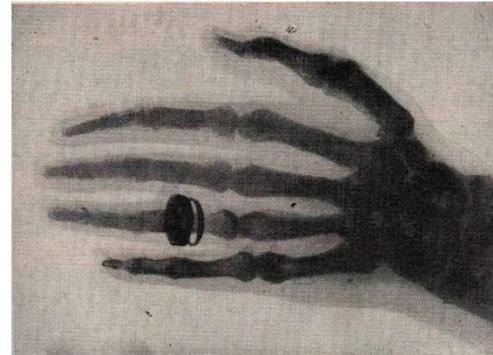
- Bremsstrahlung

- charakteristische Strahlung

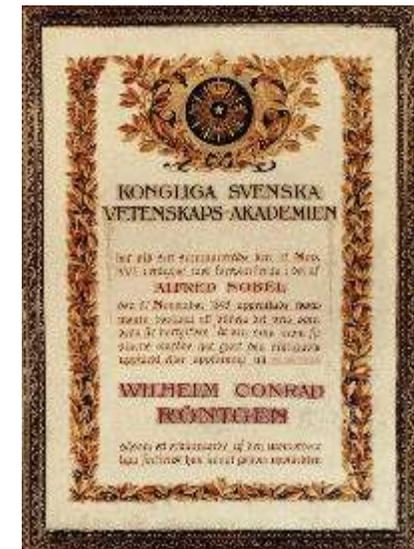
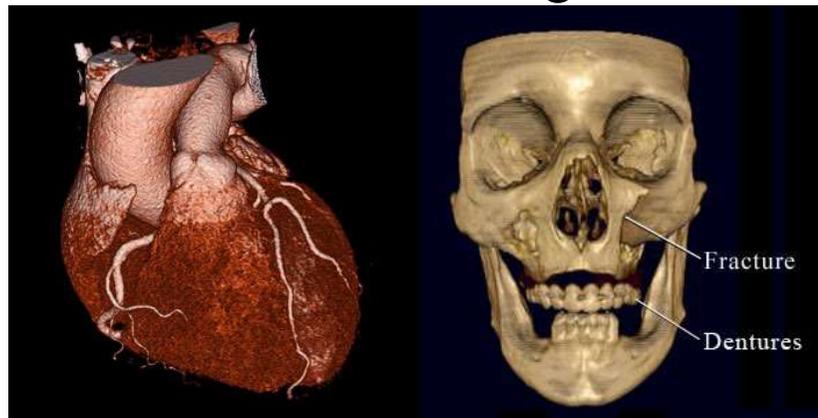


# 2. Kurze Historie der Röntgenstrahlung

- 1895 Wilhelm Conrad Röntgen  
X-Strahlung (X-ray)
- 1896 erste  
medizinische  
Anwendung
- 1901 Nobel Preis  
(erster Nobel Preis in Physik)



... heute: 3D Röntgen-CT



## II. Entstehung der Röntgenstrahlung

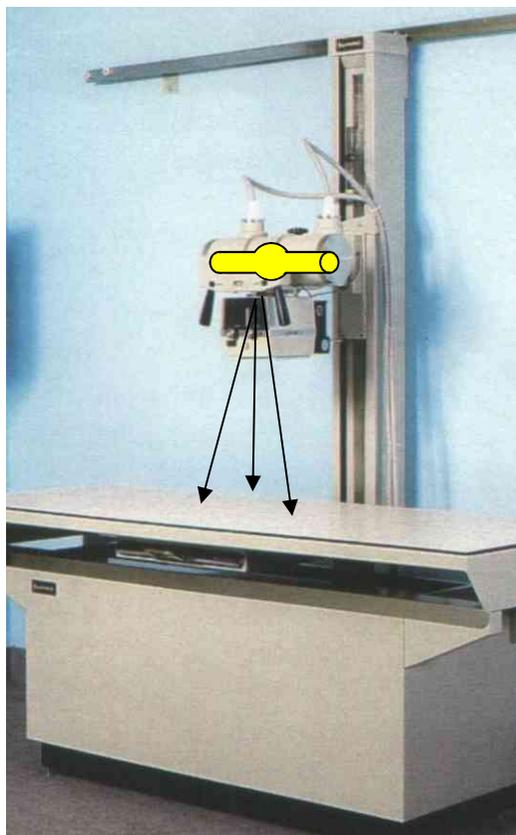
Röntgenstrahlung Entsteht wenn  
hochenergetische (beschleunigte)  
geladene Teilchen ihre Energie abgeben.

Elektronen  $E_{kin}$

Röntgenröhre (Diagnostik)  
Teilchenbeschleuniger (Therapie)

## Geräte zur Erzeugung der Röntgenstrahlung:

### Röntgenröhre



### Teilchenbeschleuniger



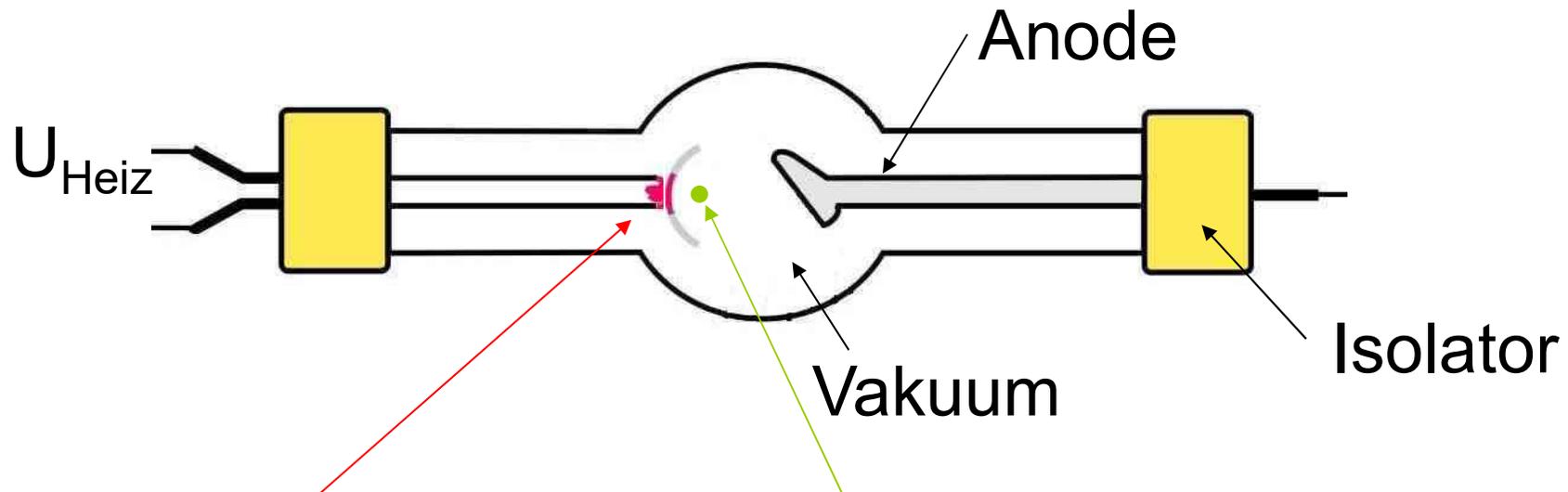




Mit Drehanode



# 1. Die Röntgenröhre

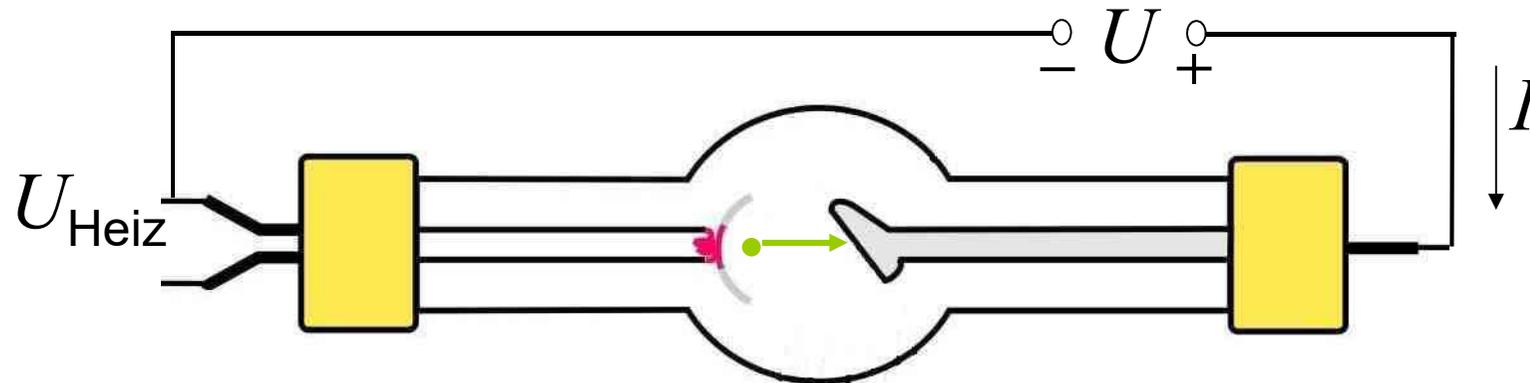


Heizkathode: Heizung (T Erhöhung)  $\Rightarrow$  Erhöhte thermische Energie  $\Rightarrow$  **Elektronen** treten aus der Kathode aus.

(Glühelektrischer Effekt)



# Die Röntgenröhre



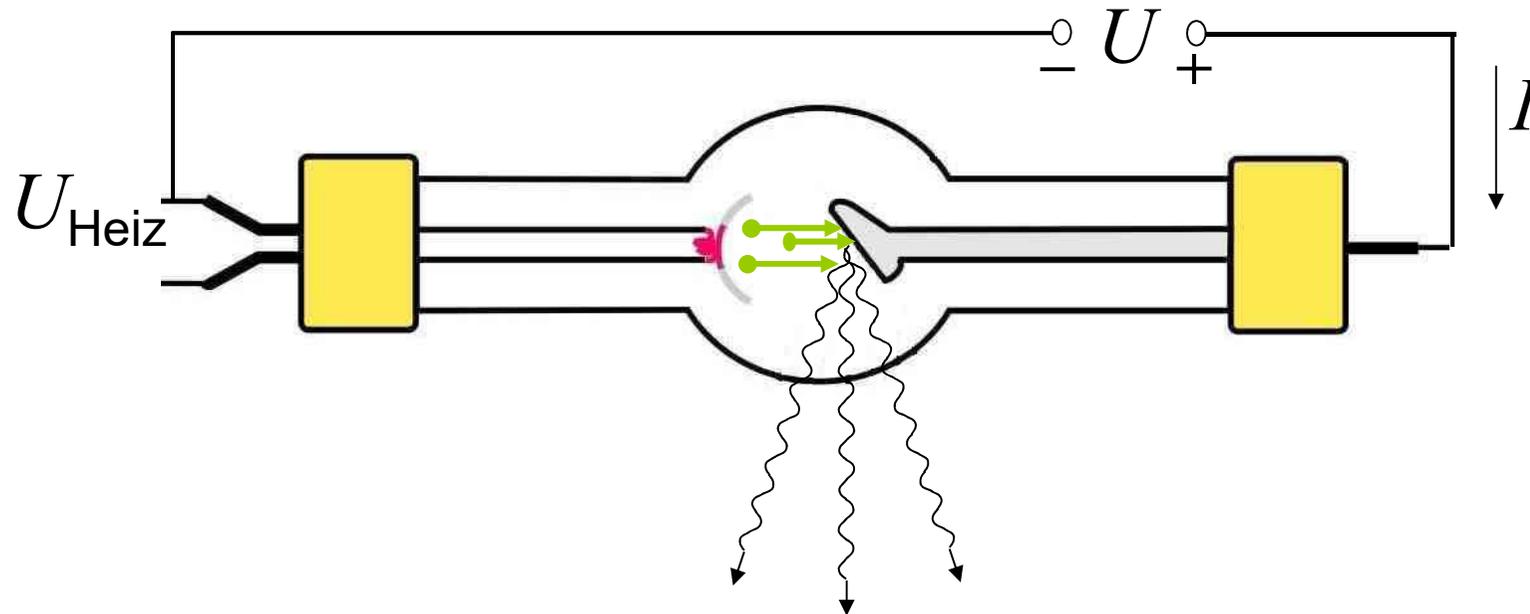
Anodenspannung( $U$ ) (typisch 30-200 kV):  
beschleunigt die Elektronen

$$U \cdot e = E_{\text{kin}}$$

Elementarladung  
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

kinetische Energie  
des beschleunigten Elektrons

# Die Röntgenröhre



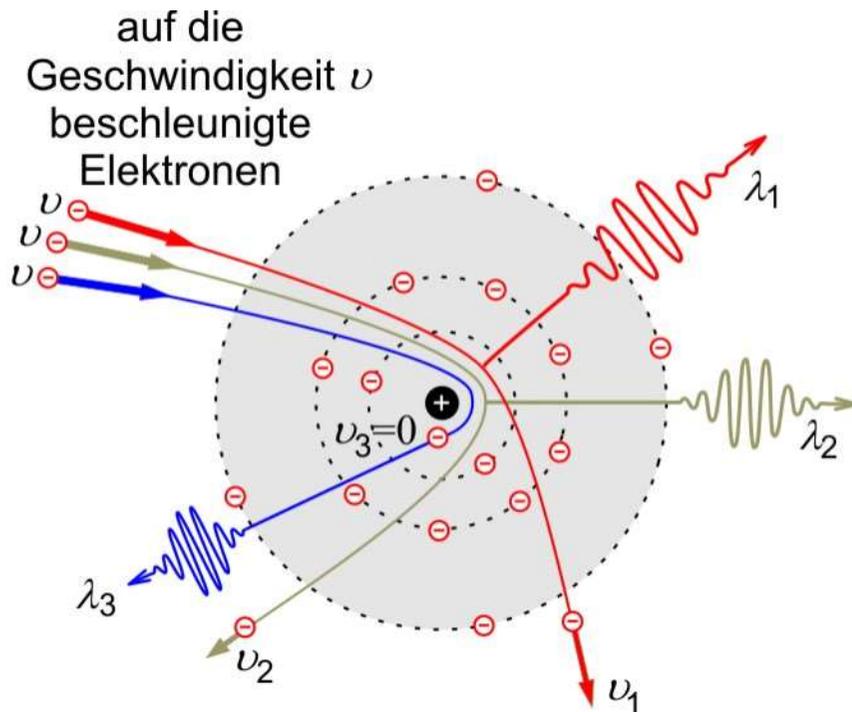
Röntgenstrahlung entsteht wenn die beschleunigten Elektronen auf die Anode prallen.

1. Abbremsung (Bremsstrahlung)
2. Elektronenausstoß+Elektronenübergang  
(Charakteristische Str.)

## 2. Bremsstrahlung

### a) Duane-Hunt Gesetz

Kinetische Energie  $\Rightarrow$  Photonenenergie (Rtg)  
 $\Rightarrow$  Thermische Energie



$$E_{\text{kin}} \geq h f$$

$$U_e = E_{\text{kin}} \geq h f = h \frac{c}{\lambda}$$

$$U_e \geq h \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda \geq \frac{hc}{U_e} = \lambda_{\text{min}}$$

## Duane-Hunt Gesetz

Grenzwellenlänge:

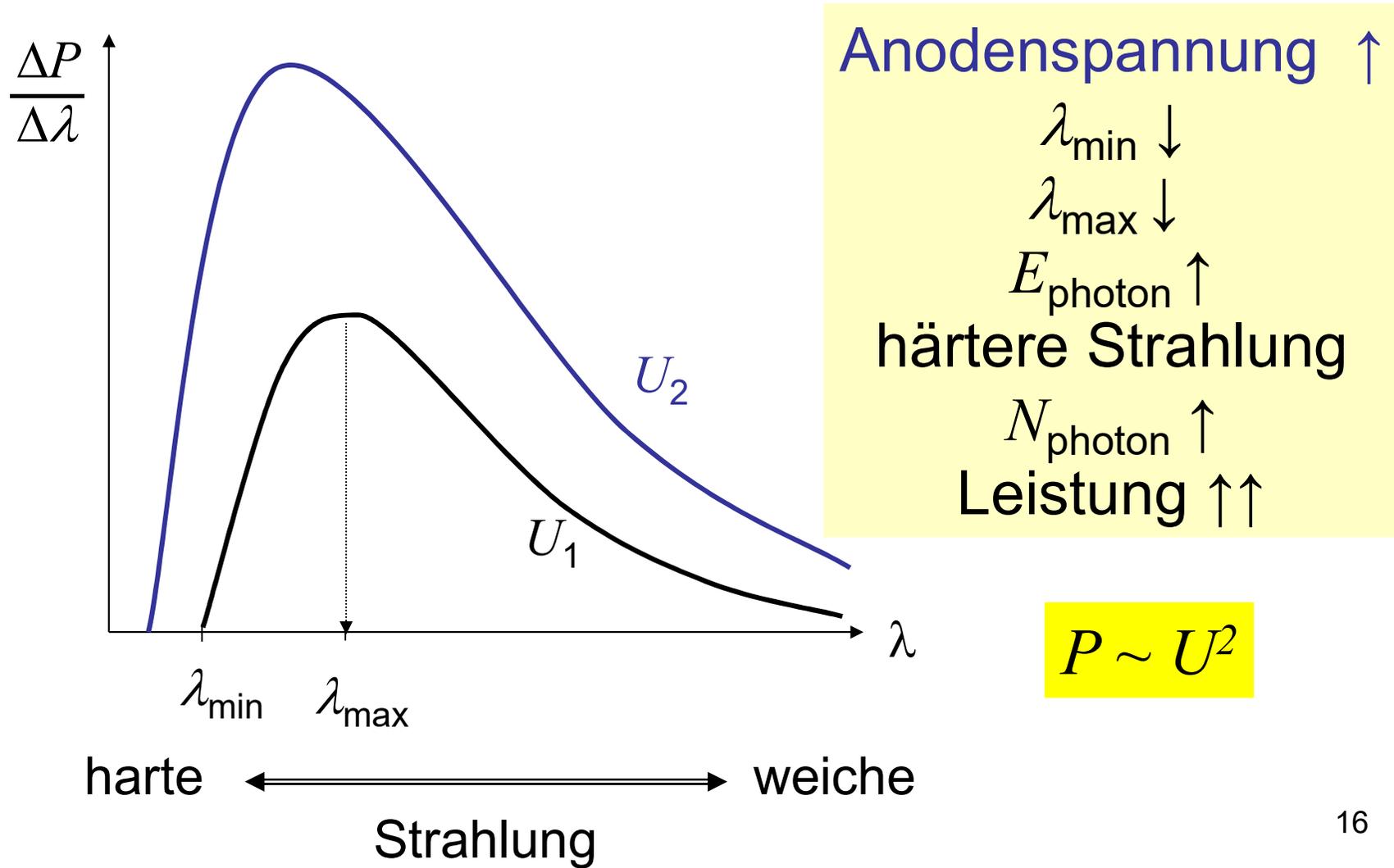
$$\lambda \geq \frac{hc}{Ue} = \lambda_{\min}$$

Konst.

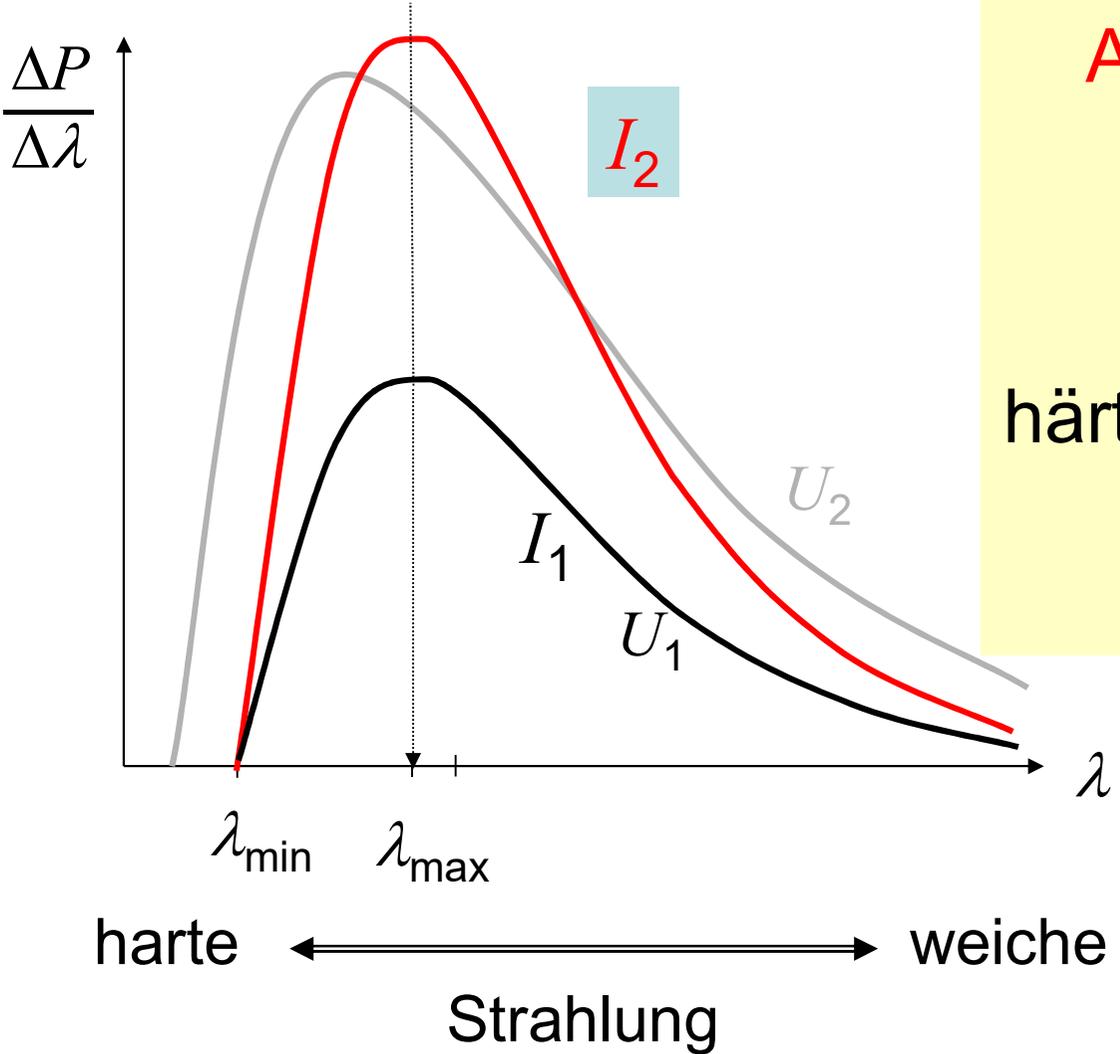
$$\lambda_{\min} = \frac{1240 \text{ kV} \cdot \text{pm}}{U}$$

nicht SI  
aber praktische  
Einheit

## b) Emissionsspektrum der Bremsstrahlung



# Emissionsspektrum der Bremsstrahlung

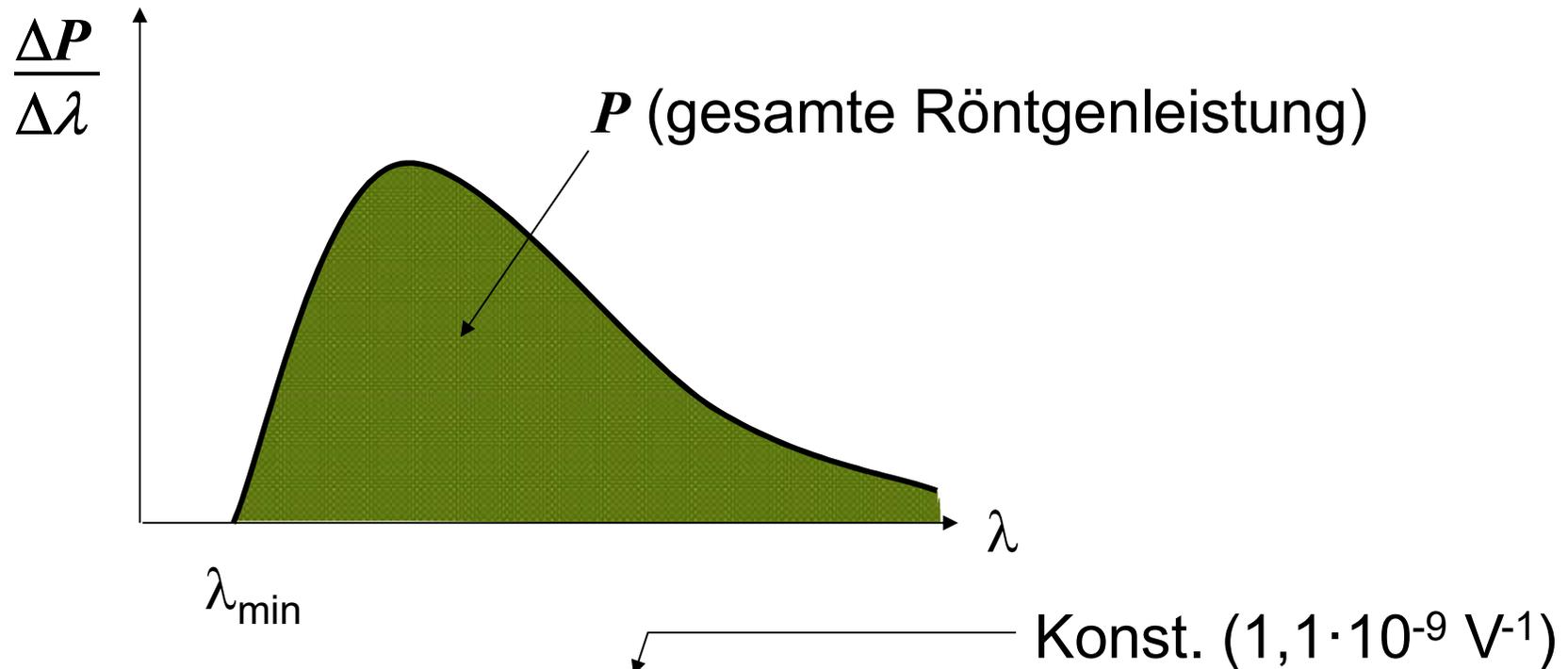


**Anodenstrom  $\uparrow$**   
 $\lambda_{\min} \rightarrow$   
 $\lambda_{\max} \rightarrow$   
 $E_{\text{photon}} \rightarrow$   
**härte d. Strahlung  $\rightarrow$**   
 $N_{\text{photon}} \uparrow$   
**Leistung  $\uparrow$**

**$P \sim I$**

~~Ohm~~

### c) Leistung der Röntgenstrahlung

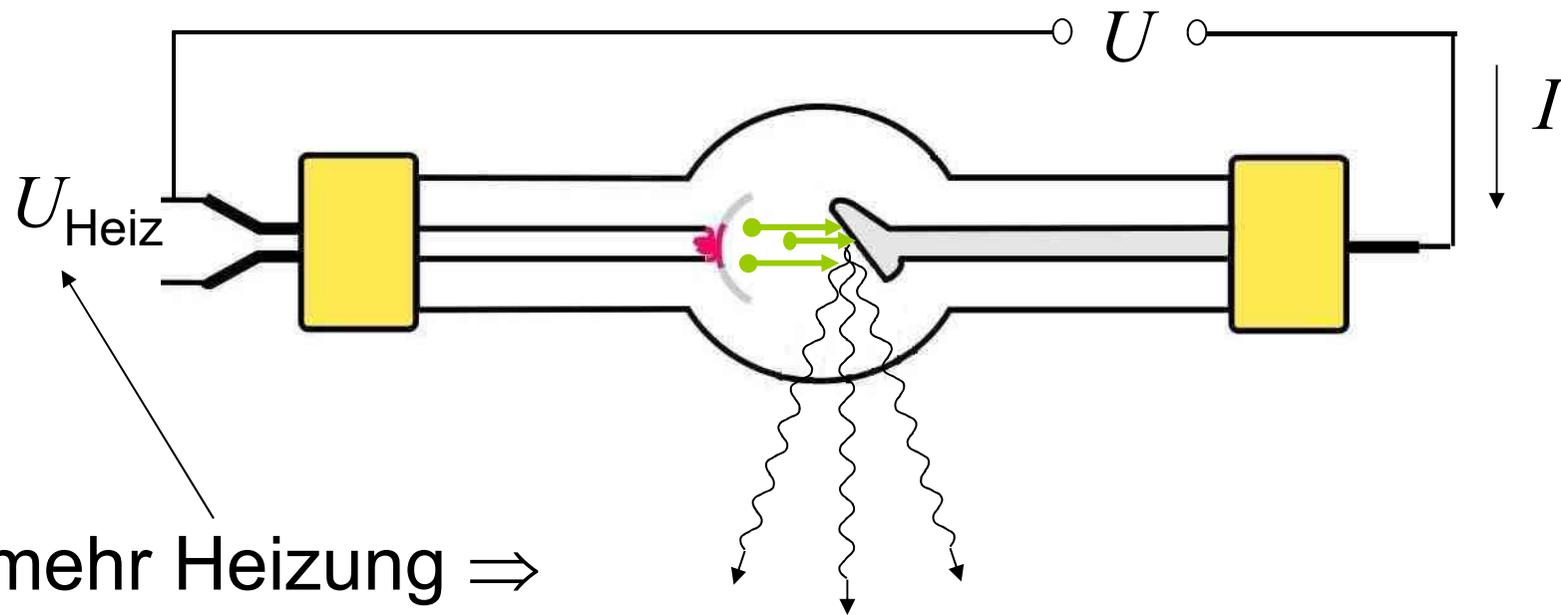


$$P = c_{\text{Rtg}} \cdot U^2 \cdot I \cdot Z$$

Anodenspannung    Anodenstromstärke    Ordnungszahl  
des Anodenmaterials

## Leistung der Röntgenstrahlung

### Regulierung der Anodenstromstärke



mehr Heizung  $\Rightarrow$

mehr Elektronen treten aus  $\Rightarrow$

größerer Anodenstrom  $(I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e}{\Delta t})$

## d) Wirkungsgrad der Röntgenröhre

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{nützliche Leistung}}{\text{investierte Leistung}}$$

$$\eta = \frac{c_{Rtg} U^2 I Z}{UI} = c_{Rtg} U Z$$

$1,1 \cdot 10^{-9} \text{V}^{-1}$

Anodenmaterial mit hoher Ordnungszahl !

Praktisch: Wolfram ( $Z=74$ )

typischer  $\eta$  : 1%     **99% Wärme!**

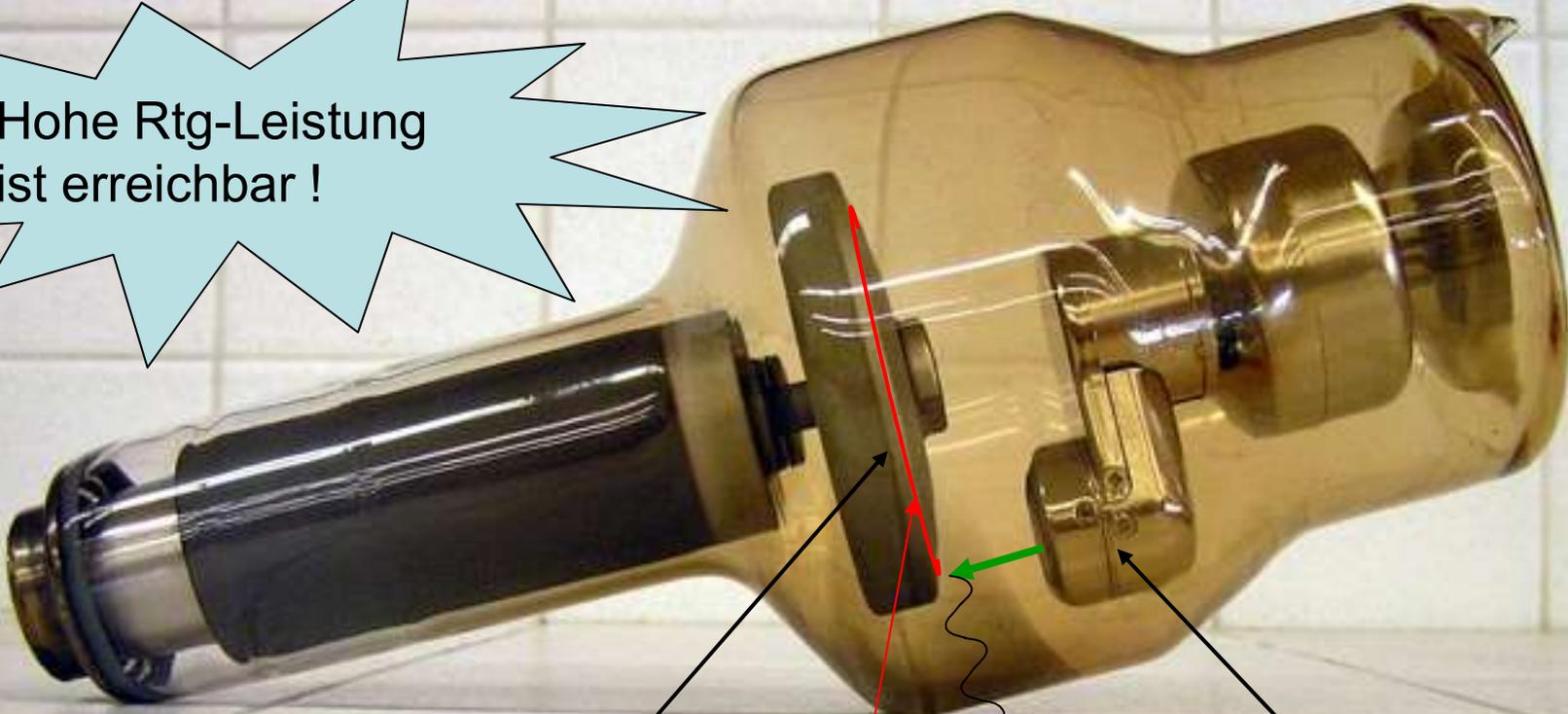
**$Z_{\text{blei}}=82$  !**

**$T_{\text{Schm,W}} \approx 3400^\circ\text{C}$     $T_{\text{Schm,Pb}} \approx 330^\circ\text{C}$**

Auch Kühlung der Anode ist notwendig!

# Drehanode-Röntgenröhre

Hohe Rtg-Leistung ist erreichbar !



Drehanode

Kathode

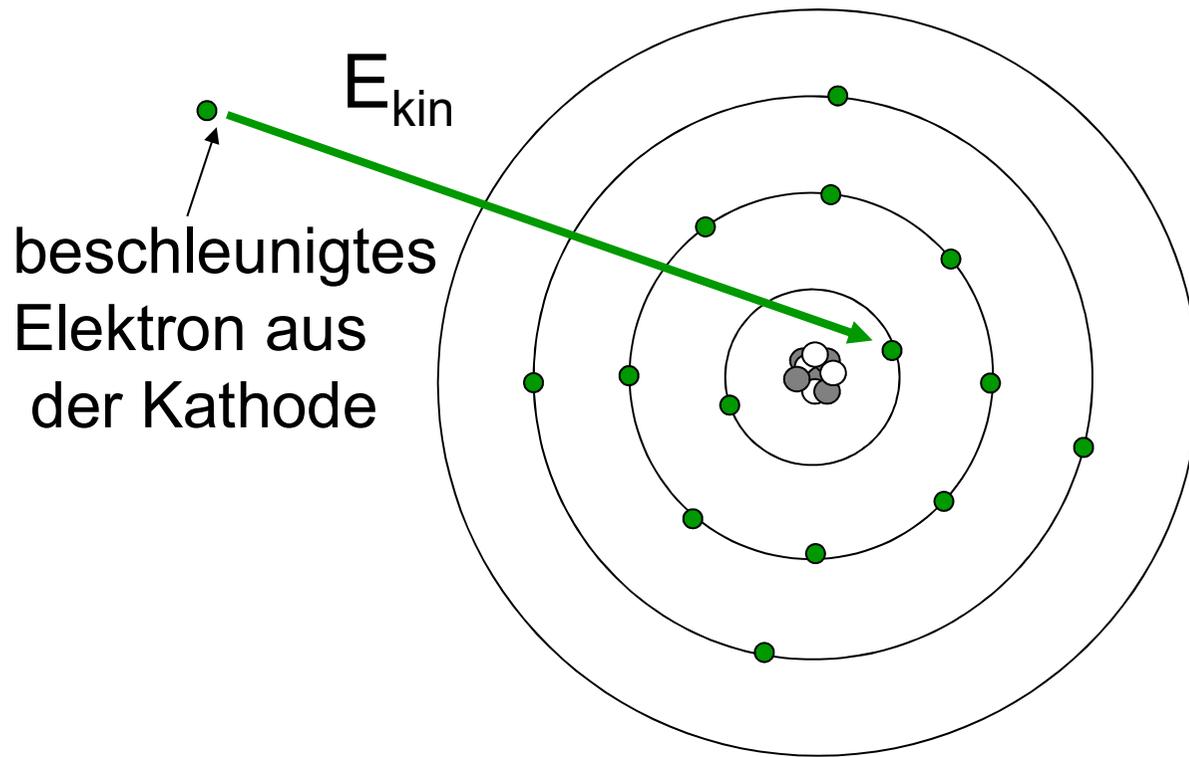
Wärme ist verteilt

Kühlung!

Rtg-Strahlung

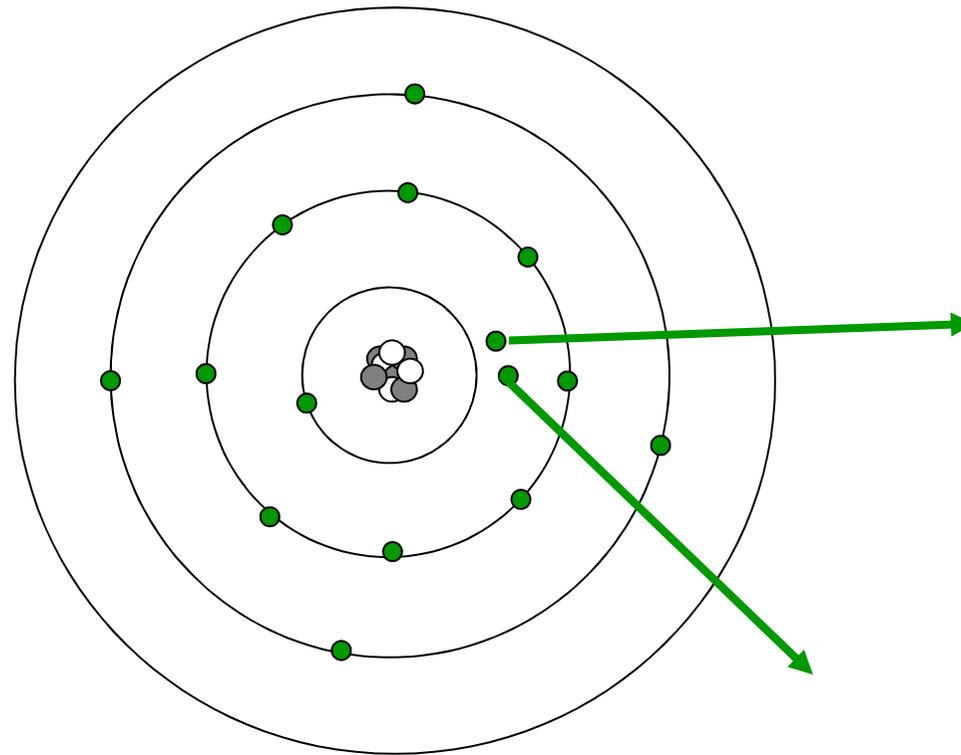
# 3. Charakteristische Röntgenstrahlung

## a) Entstehung



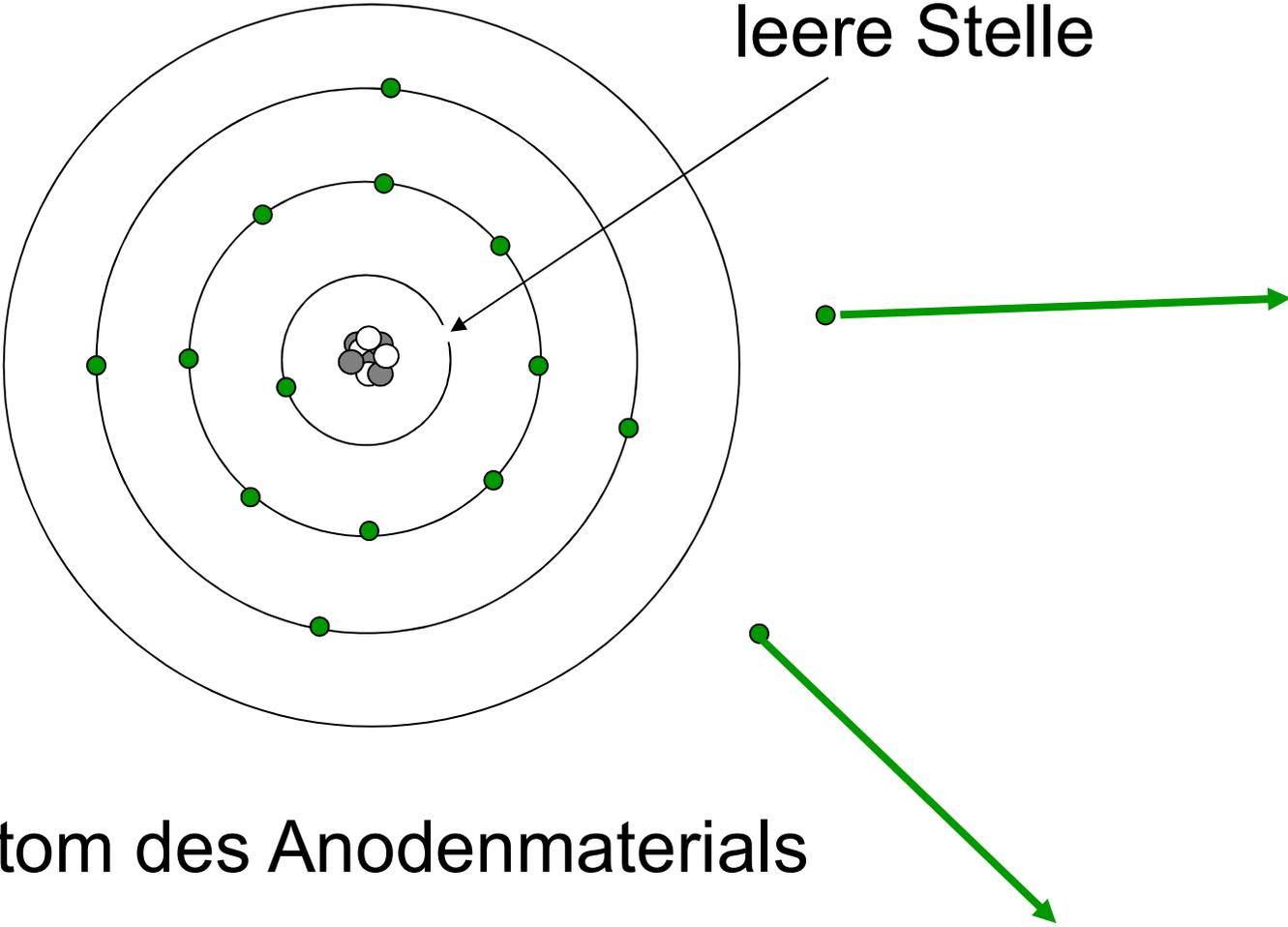
Atom des Anodenmaterials

# Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



Atom des Anodenmaterials

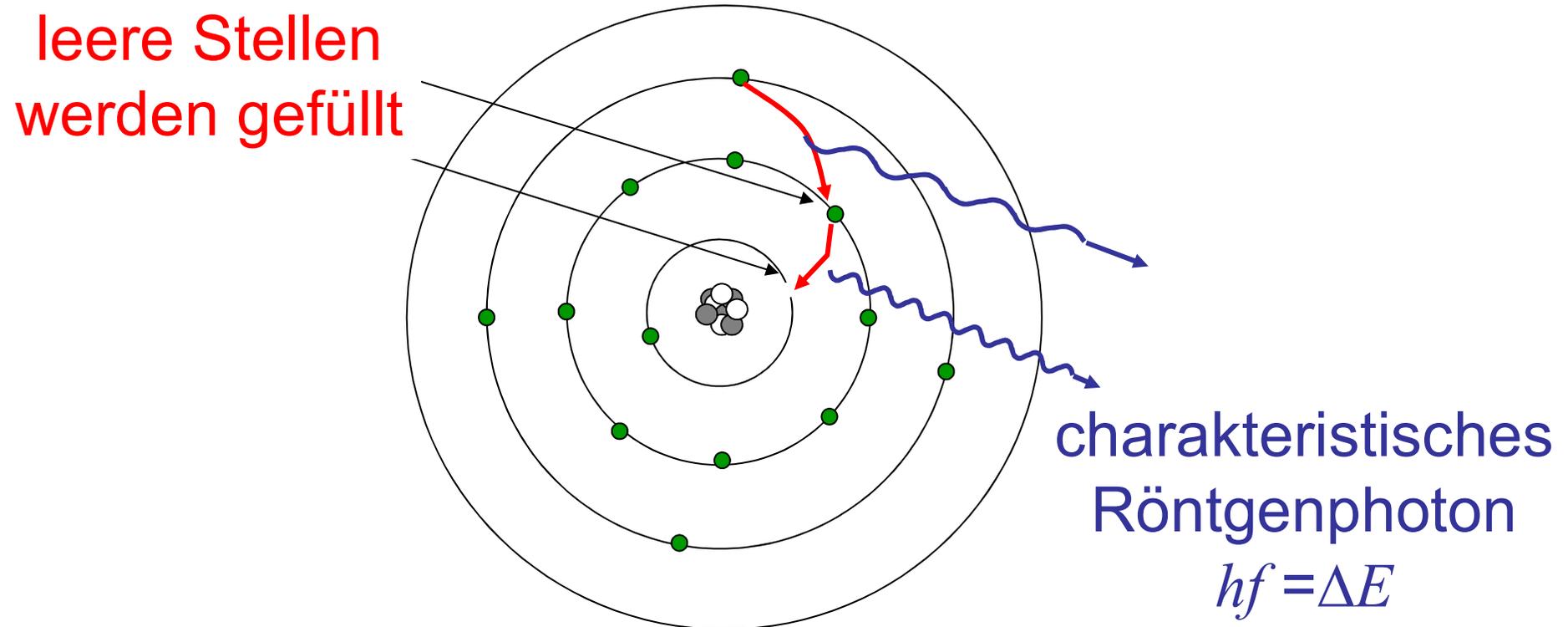
# Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



leere Stelle

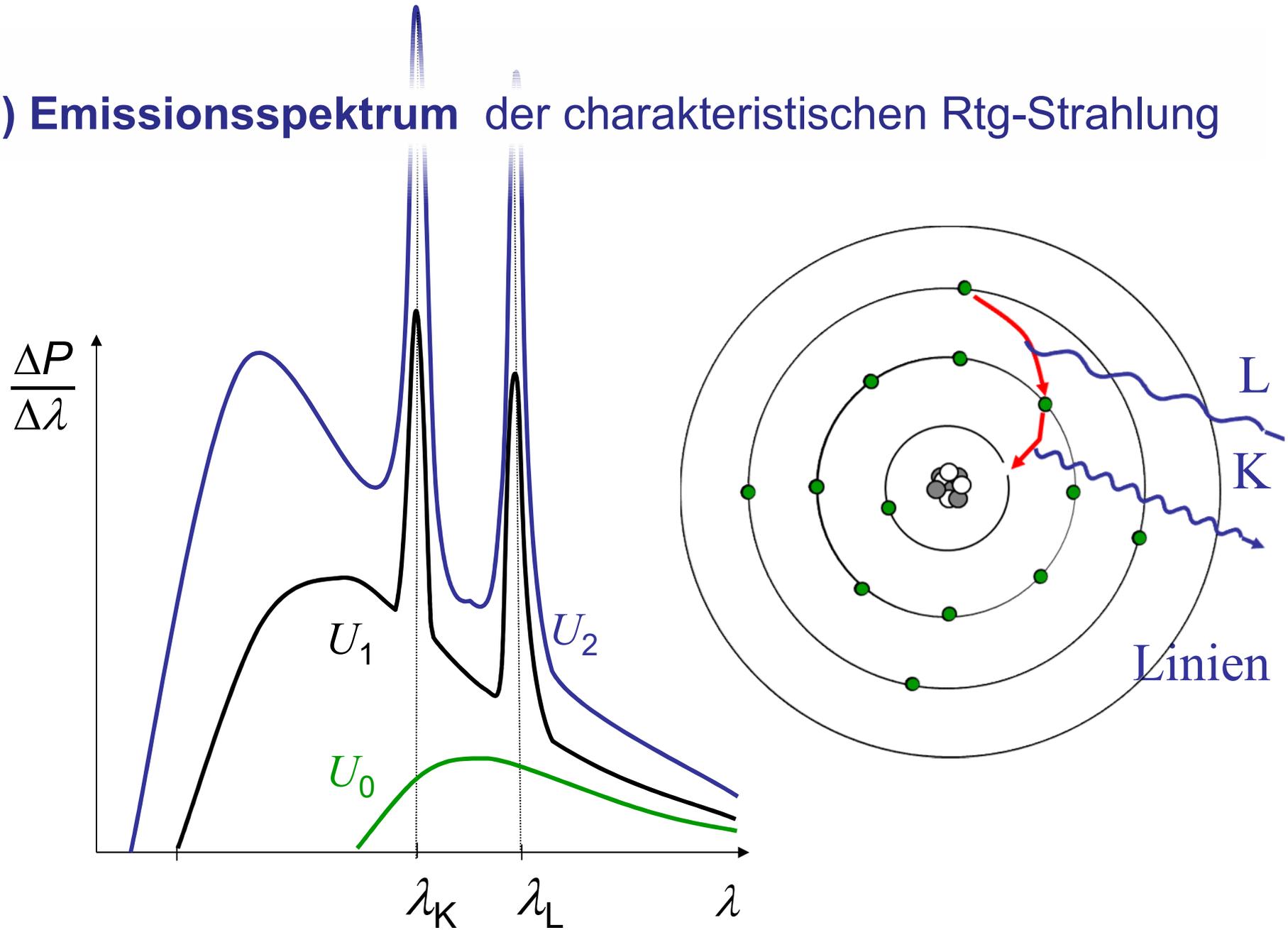
Atom des Anodenmaterials

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



Atom des Anodenmaterials

## b) Emissionsspektrum der charakteristischen Rtg-Strahlung



## **c) Anwendung der charakteristischen Röntgenstrahlung**

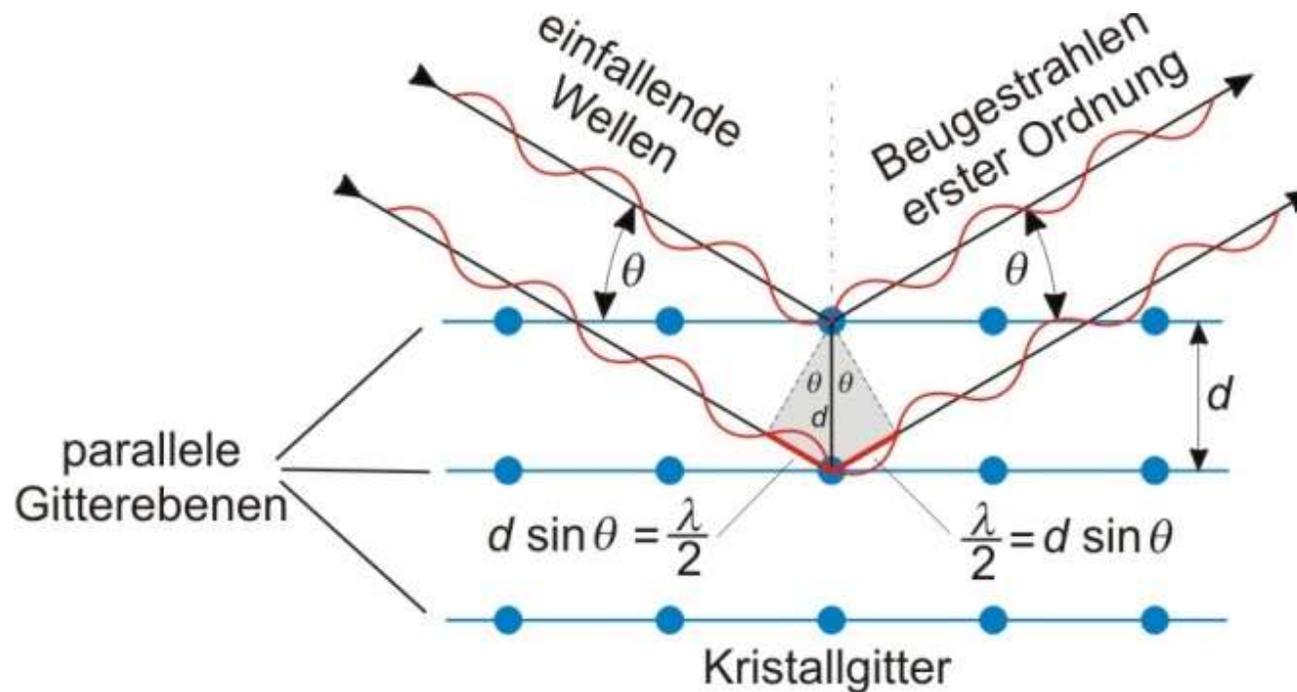
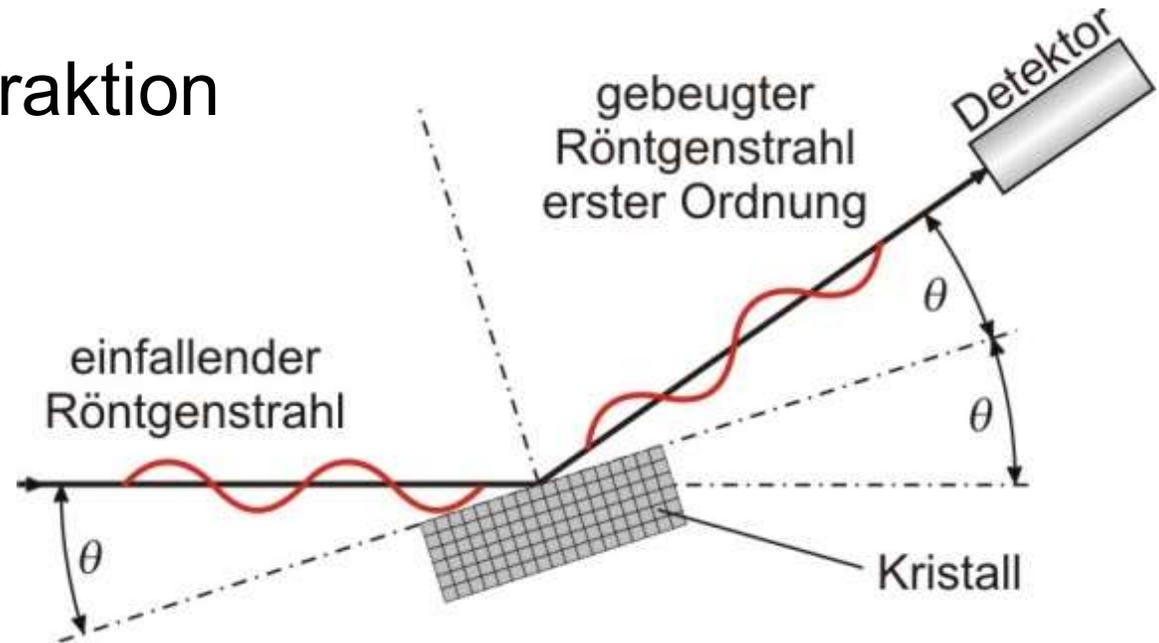
fast monochromatische Röntgenstrahlung

-Diagnostik (zB.: Mammographie)

-Strukturanalyse der Materie (Röntgenbeugung)

# Umweg: Röntgendiffraktion

$\lambda \approx 0,01-0,1 \text{ nm}$

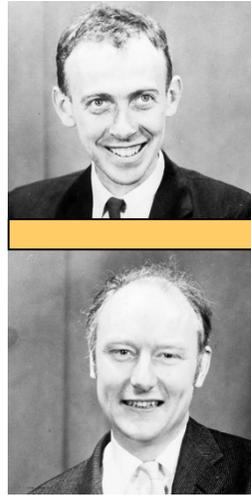


Bragg-Gleichung:

$$2d \sin \theta = n \cdot \lambda$$

Beispiele:

DNA



A-DNA

B-DNA

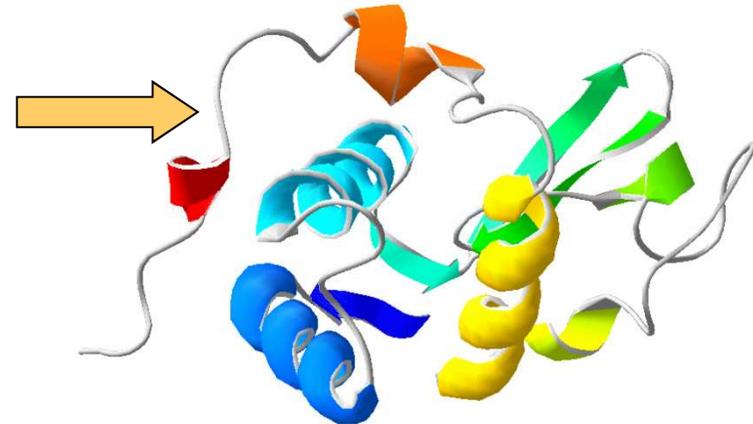
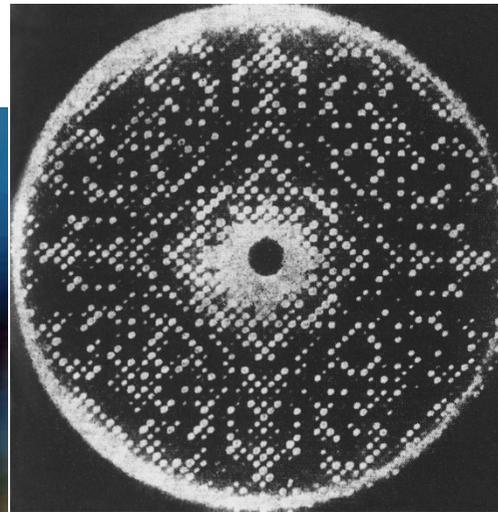
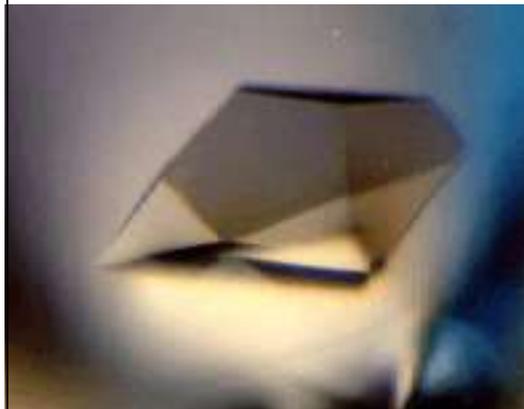
Z-DNA

Proteine z.B.:  
Lysozyme

Diffractionsbild

Dreidimensionale Struktur

Protein-Kristall



# PDB Database: dreidimensionale Makromolekülstrukturen meistens mit Hilfe der Röntgendiffraktion bestimmt

https://www.rcsb.org

RCSB PDB Deposit Search Visualize Analyze Download Learn About Documentation Careers COVID-19 MyPDB Contact us

RCSB PDB PROTEIN DATA BANK

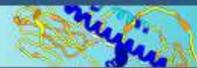
215,684 Structures from the PDB

1,068,577 Computed Structure Models (CSM)

3D Structures ? Enter search term(s), Entry ID(s), or sequence Include CSM ?

Advanced Search | Browse Annotations Help

PDB-101 wwPDB EMDataResource NAKB wwPDB Foundation PDB-Dev



Access Computed Structure Models (CSMs) of all available model organisms

[Learn more](#)

Welcome

Deposit

Search

Visualize

Analyze

Download

Learn

RCSB Protein Data Bank (RCSB PDB) enables breakthroughs in science and education by providing access and tools for exploration, visualization, and analysis of:

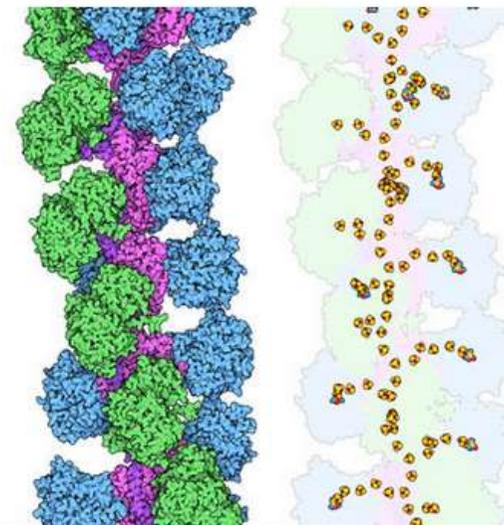
- Experimentally-determined 3D structures from the **Protein Data Bank (PDB)** archive
- Computed Structure Models (CSM)** from AlphaFold DB and ModelArchive

These data can be explored in context of external annotations providing a structural view of biology.

Explore NEW Features

PDB-101 Training Resources

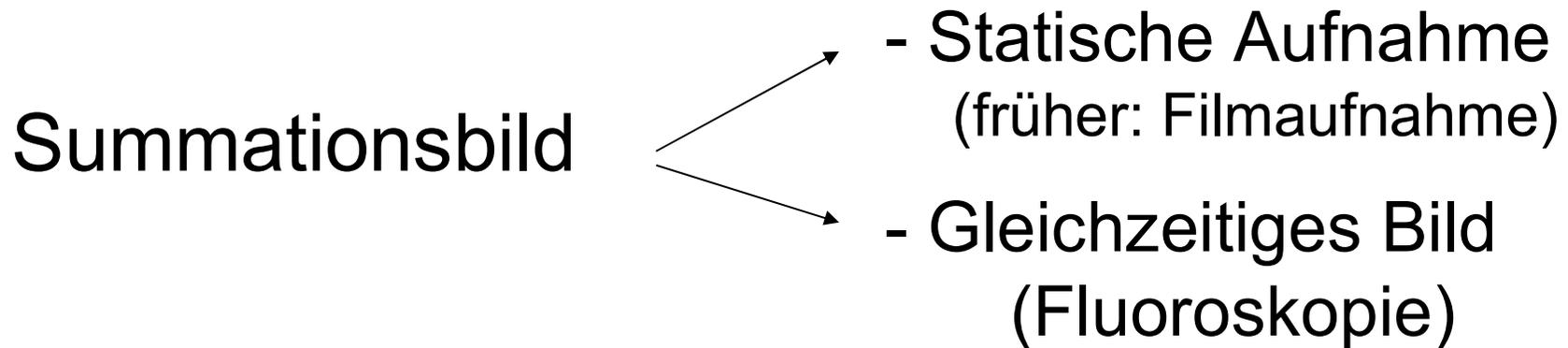
## February Molecule of the Month



Nanowires

# III. Physikalische Grundlagen der Röntgendiagnostik

## Röntgendiagnostische Verfahren



Spezialitäten: Anwendung von Kontrastmitteln,  
Digitalisierung, Substraktion

# 1. Schwächung der Röntgenstrahlung

## a) Schwächungsgesetz

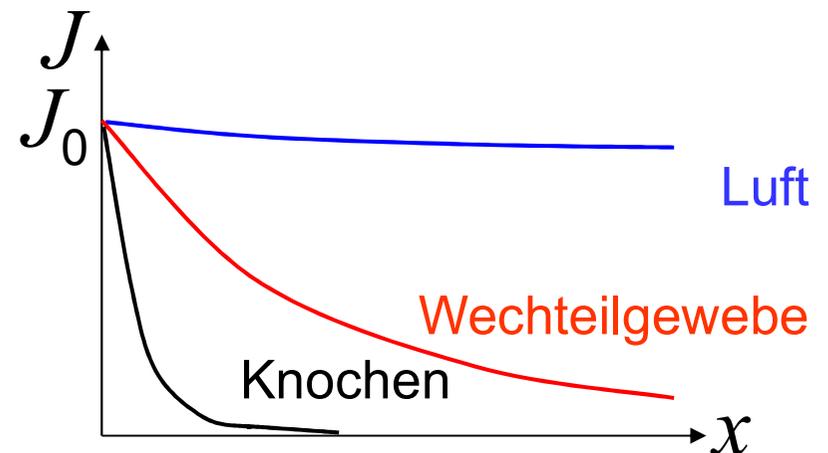
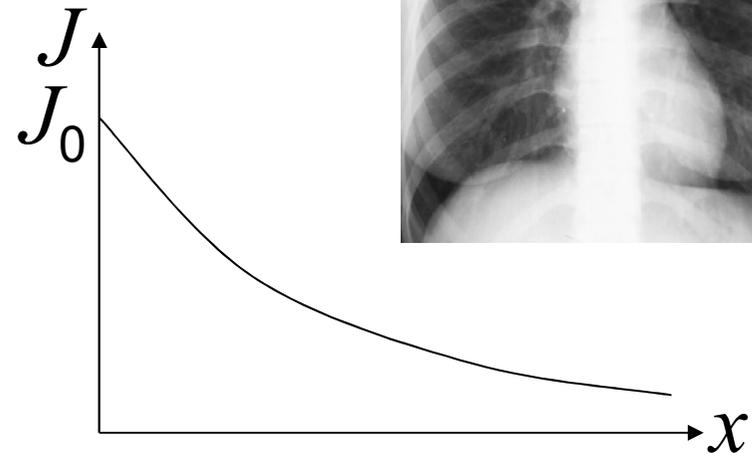
$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

$$\mu(\text{Stoff}, \rho, \lambda) = \mu_m(\text{Stoff}, \lambda) \cdot \rho$$

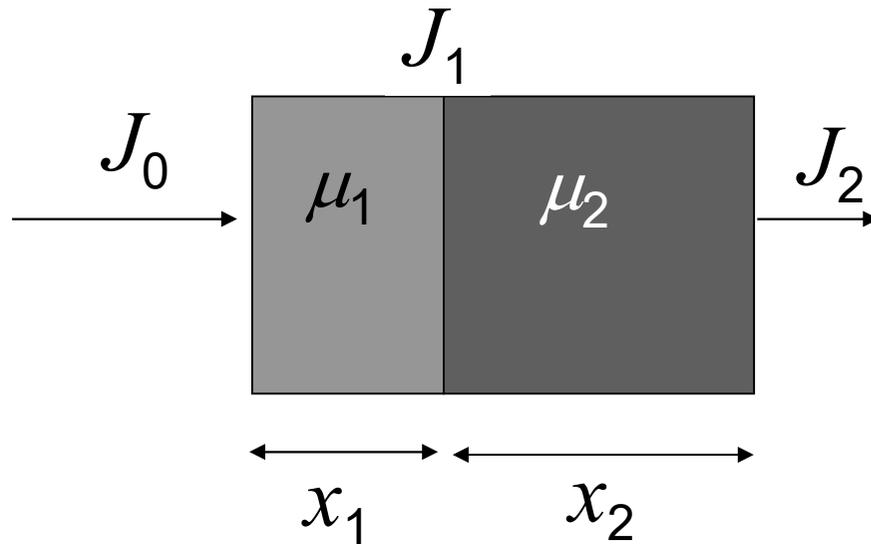
$Z$   
 $\lambda$  oder  $E_{\text{photon}}$

Massen-  
schwächungs-  
koeffizient

Grundprinzip der Röntgenbildentstehung: Unterschiedliche Strahlungsabsorption der verschiedenen Gewebe.



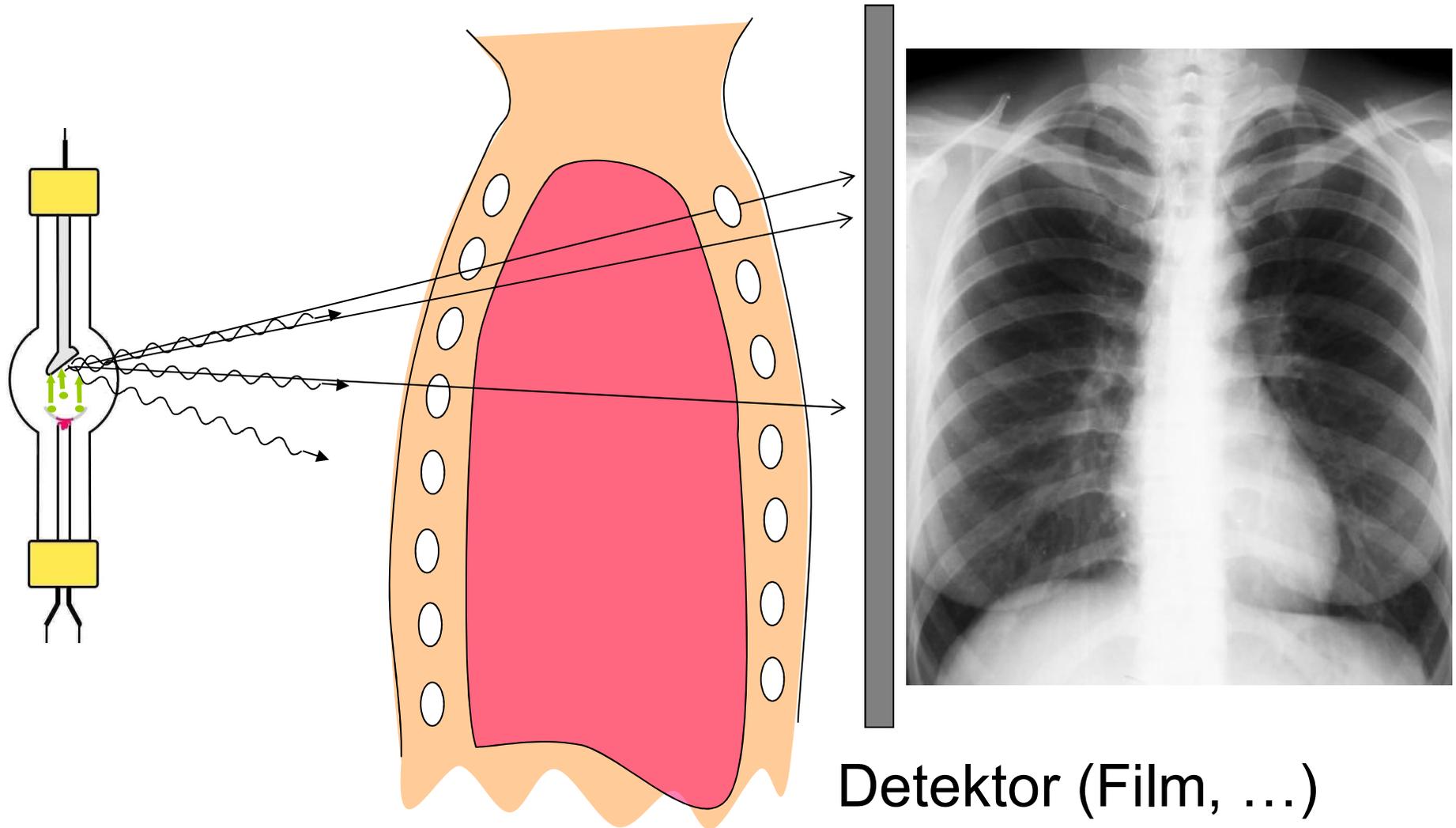
## b) Absorption von inhomogenen Körper



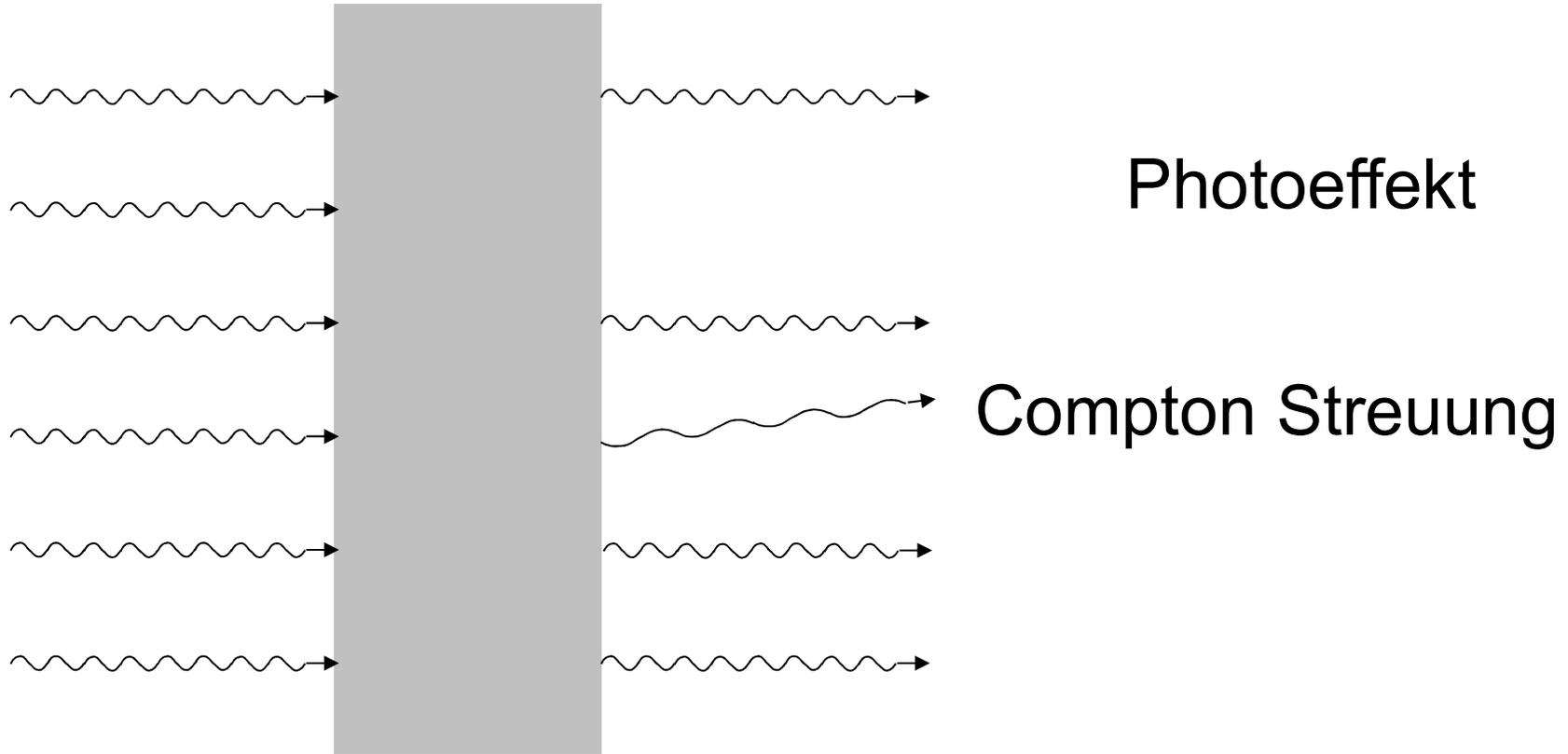
$\mu \cdot x$  Werte sind  
addiert  
(summiert)  
Summationsbild

$$J_1 = J_0 e^{-\mu_1 x_1}$$
$$J_2 = J_1 e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-\mu_1 x_1} e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2)}$$

### c) Grundprinzip der Summationsaufnahmen



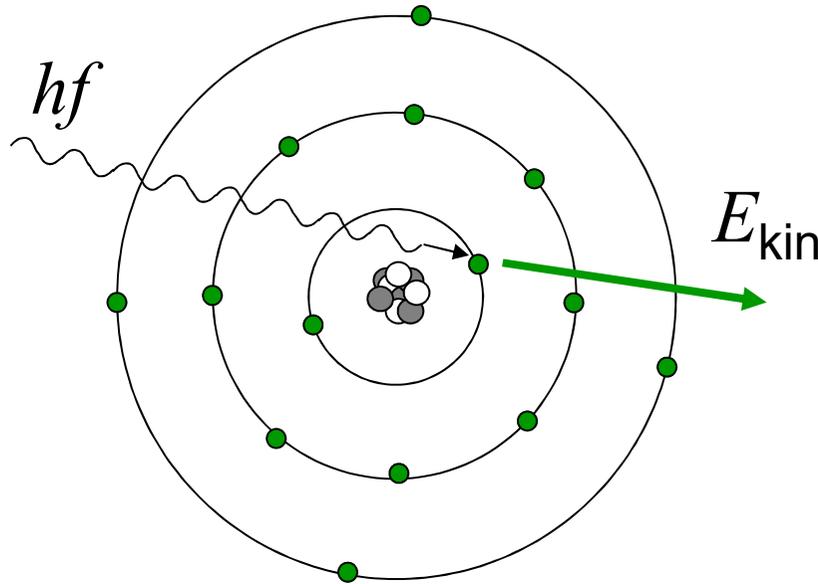
## 2. Teilprozesse der Schwächung der Röntgenstrahlung



$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m (+ \kappa_m)$$

unterschiedliche Stoff( $Z$ )-  
und  $\lambda$  (oder  $E_{ph}$ ) Abhängigkeit

## a) Photoeffekt



$$\tau_m = \text{const} \frac{Z^3}{E_{Photon}^3}$$

$$\tau_m = \text{const} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$

starke  $Z$  Abhängigkeit!  
diagn. Bedeutung!

Beispiel:

**10%  $Z$  Unterschied**

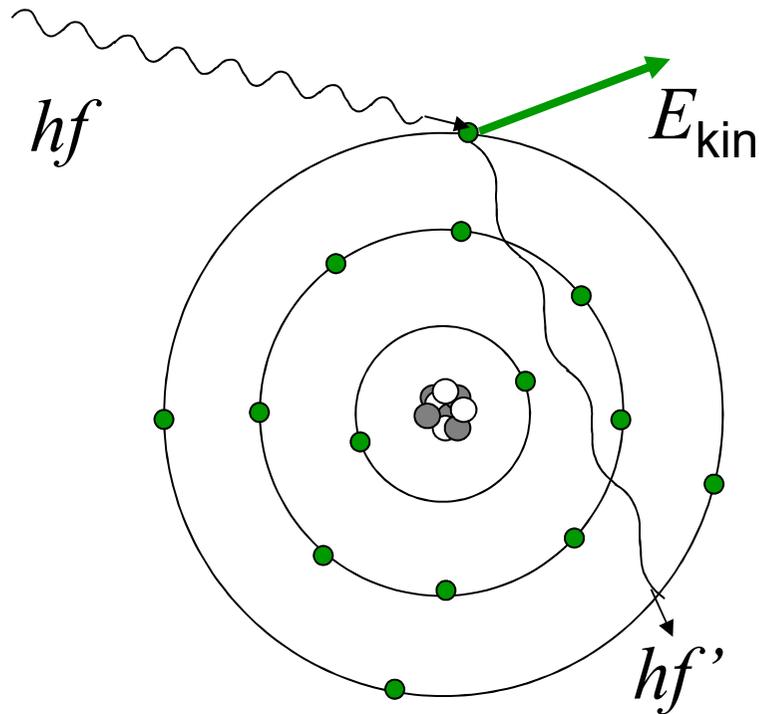
$110\% = 1,1$

$1,1^3 = 1,331$

**33%  $\tau_m$  Unterschied!**

bei weicher Strahlung

## b) Compton Streuung



$$\sigma_m = \text{const} \cdot Z / A$$

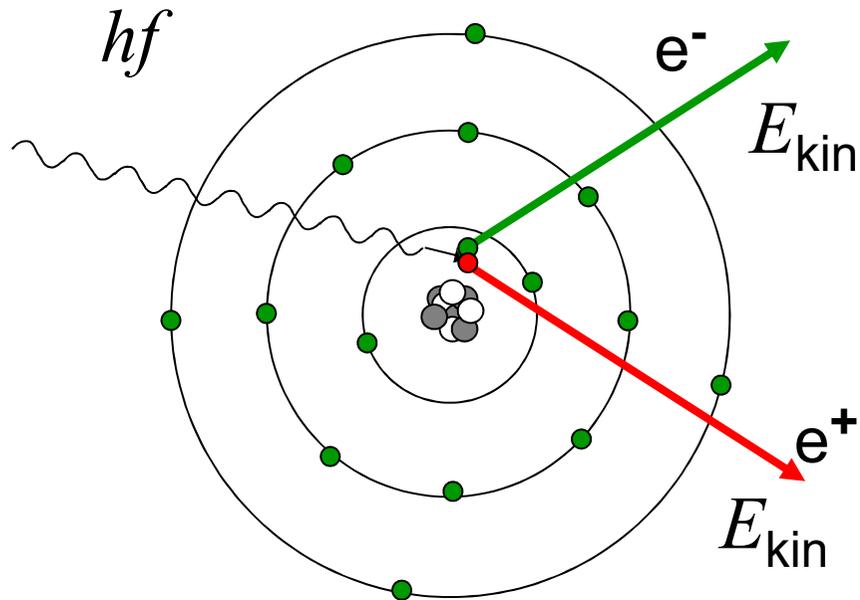
praktisch unabhängig von  $Z$  !

zB:

	C	P	Ca	Pb
$Z$	6	15	20	
$A$	12	$\approx 31$	40	
$Z/A$	0,5	0,48	0,5	

Schwache Wellenlängenabhängigkeit:  $\sigma_m \sim \sqrt{\lambda}$

### c) Paarbildung



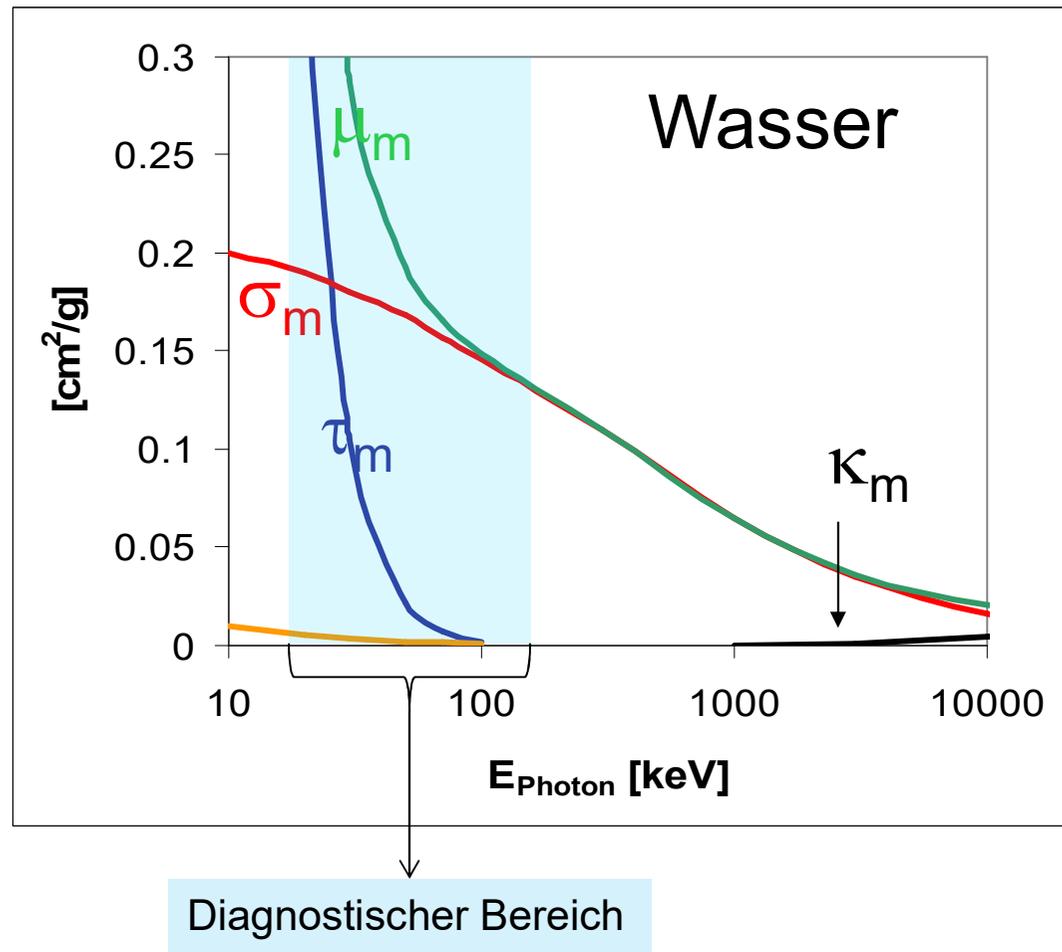
$$hf \geq 2 m_e c^2 \approx 1\text{MeV}$$

nur bei therap. Rtg.  
und  $\gamma$ -Strahlung

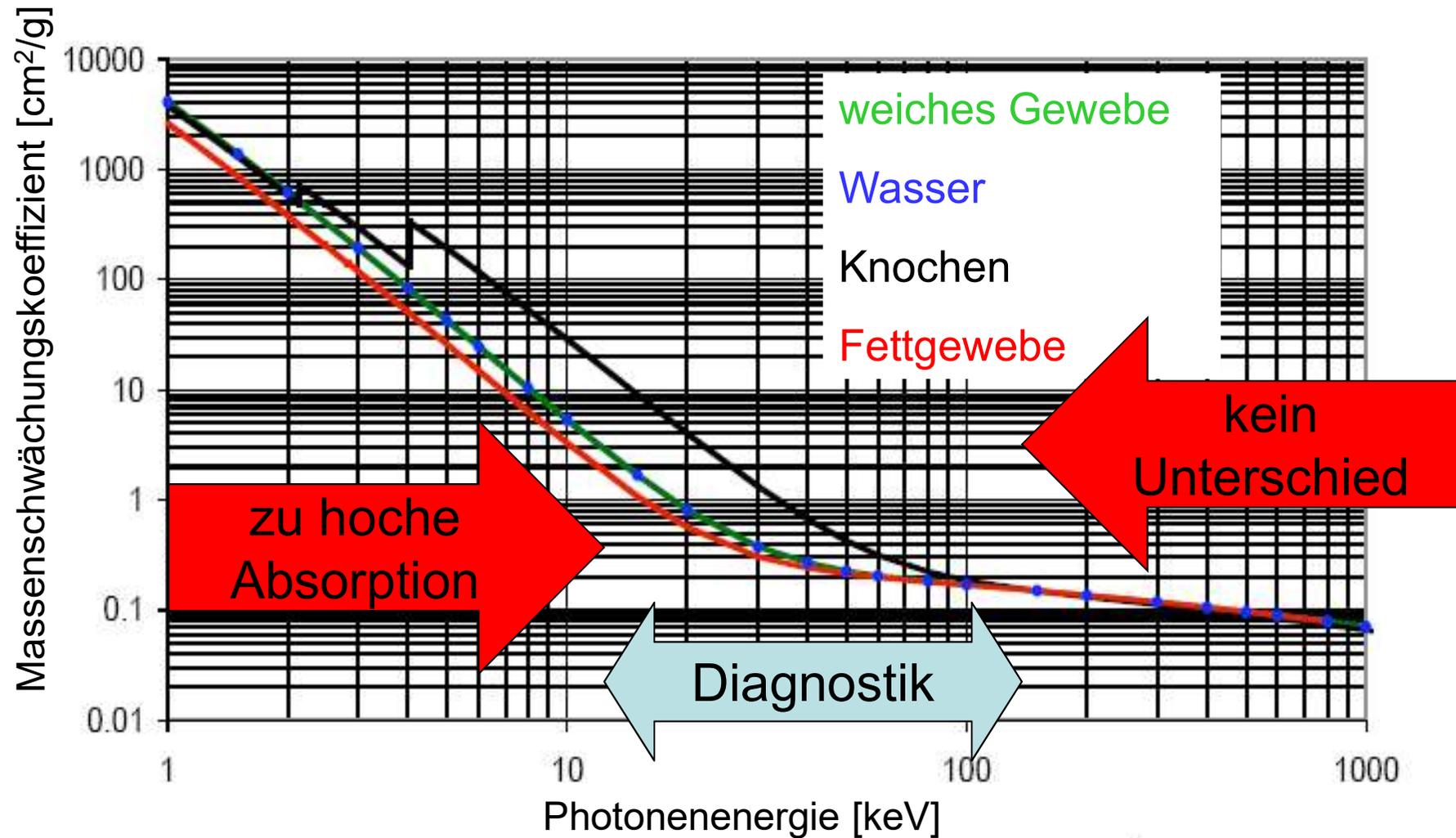
Bei diagn. Rtg kommt  
nicht vor!

(wegen der geringen  
Photonenenergie)

## d) Photonenenergieabhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten



# Photonenenergieabhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten



# Zusammenfassung der Schwächungsmechanismen

Mechanismus	Abhängigkeit des Massenschwächungskoeffizienten		Wichtiger Bereich im Gewebe
	von E	von Z	
Photoeffekt	$\sim 1 / E^3$	$\sim Z^3$	10 - 100 keV
Compton-Effekt	Nimmt ab mit E	unabhängig $\sim Z/A$	0.1 - 5 MeV
Paarbildung	Nimmt zu mit E	$\sim Z^2$	> 5 MeV

**Kontrast des Röntgenbildes:  
Photoeffekt ( $\sim Z^3$ )**

## e) Effektive Ordnungszahl

Bei Verbindungen oder Mischungen:

$$Z_{eff} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n w_i Z_i^3}$$

$Z_i$  Ordnungszahl von  $i$ -ten Atomtyp

$w_i$  Elektronenzahlverhältnis

zB: Wasser  $H_2O$  10 Elektronen: 2 von H, 8 von O

$$Z_H=1, Z_O=8, \quad w_H=0,2 \quad w_O=0,8$$

$$Z_{eff} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 1^3 + 0,8 \cdot 8^3} = 7,4$$

### 3. Kontrast des Röntgenbildes

Warum die unterschiedliche Gewebe unterschiedlich absorbieren?

#### Effektive Ordnungszahl der Gewebe

Element	Z	% Masse		
		in Fett-gewebe	in weichem Gewebe	in Knochen
H	1	11,2	10,2	8,4
C	6	57,3	12,3	27,6
N	7	1,1	3,5	2,7
O	8	30,3	72,9	41
P	15		0.2	7
Ca	20		0.007	14,7

Effektive Ordnungszahl:  $\approx 6$                       7,4                      13,8

# Kontrast des Röntgenbildes

## Ein Beispiel

Schwächung durch Photoeffekt:

$$\frac{\tau_{m,Knochen}}{\tau_{m,weiches\ Gewebe}} = \frac{Z_{eff,Knochen}^3}{Z_{eff,weiches\ Gewebe}^3} = \frac{13,8^3}{7,4^3} = 6,5$$

Schwächung durch Compton Streuung:

$$\frac{\sigma_{m,weiches\ Gewebe}}{\sigma_{m,Knochen}} = 1 \quad \sigma_m \text{ ist } Z \text{ unabhängig!}$$

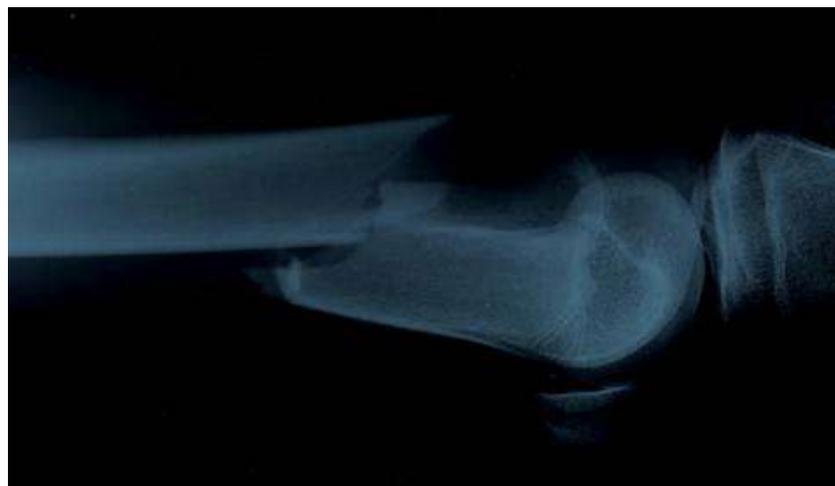
$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m \quad \mu = \mu_m \rho$$

$$\rho_{wG} = 1,05$$

$$\rho_{Knochen} = 1,7..1,8$$

wenn  $\tau_{m,wG} = \sigma_{m,wG}$

$$\frac{\mu_{Knochen}}{\mu_{weiches\ Gewebe}} = \frac{6,5 + 1}{1 + 1} \cdot \frac{1,75}{1,05} = 6,25$$



## 4. Kontrastmittel

Positives Kontrastmittel:

mehr Absorption

$$\mu \uparrow \quad \mu_m \uparrow \quad Z_{\text{eff}} \uparrow$$

$$\tau_m = \text{const} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$

Jod (Z= 53)

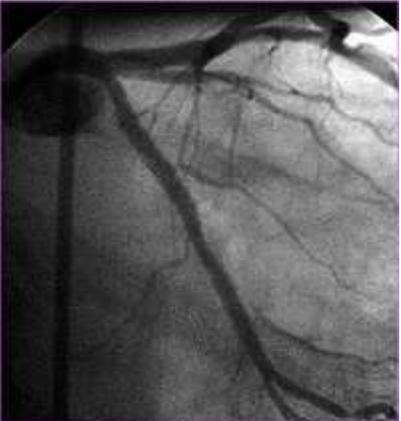
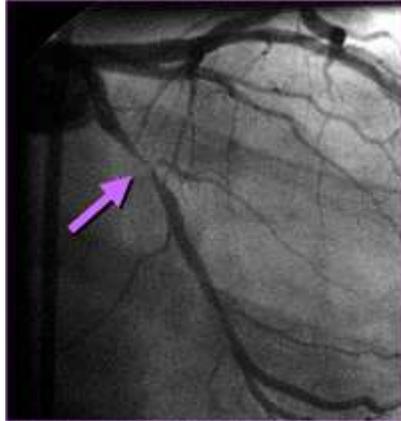
Blutgefäß  
(Angiographie)

Barium (Z=56)

Magen, Darm  
in Form von  $\text{BaSO}_4$

# Angiographie

## Kontrastmittel in den Blutgefäße





Negatives Kontrastmittel:

wenige Absorption  $\mu \downarrow$   $\rho \downarrow$   $\mu_m - Z_{\text{eff}} -$

Luft, CO<sub>2</sub> (Gase) in Darm

Doppelkontrast: gleichzeitige Anwendung von einem positiven und einem negativen Kontrastmittel.

BaSO<sub>4</sub> + Luft in Darm.

# Doppelkontrastaufnahmen

