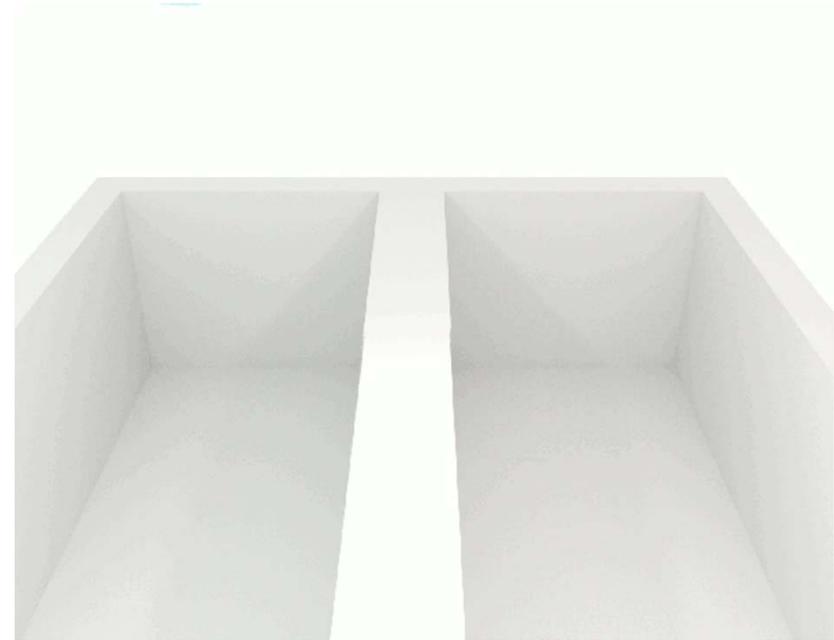
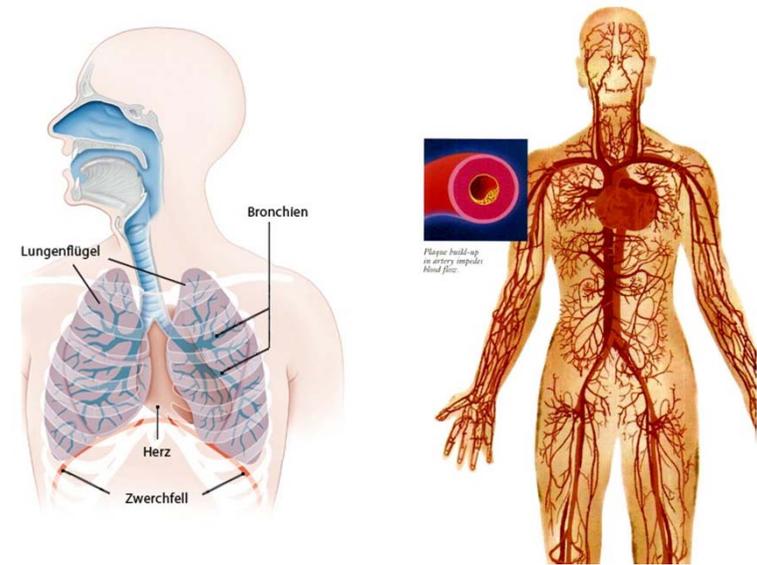


Transportprozesse 1. Strömung von Gasen und Flüssigkeiten

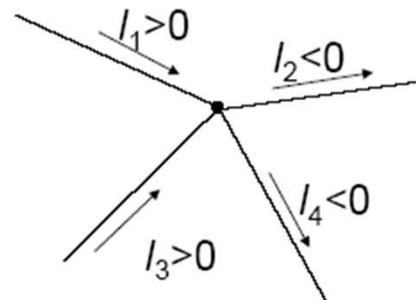


Themen

- Elektrischer Ladungstransport (elektrischer Strom)
- **Volumentransport (Strömung von Flüssigkeiten und Gasen)**
- Stofftransport (Diffusion)
- Wärmetransport (Wärmeleitung)
- Allgemeine Beschreibung von Transportprozessen
- Energetische Beziehungen der Transportprozessen

Kirchoffsche Gesetze

1. Kirchoffsches Gesetz:
Knotenregel



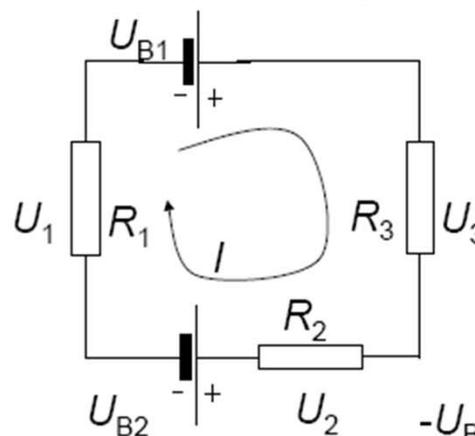
$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$\sum_k I_k = 0$$

(Wiederholung)

2. Kirchoffsches Gesetz:
Maschenregel

(Summe der Spannungen in einer Masche ist 0.)



$$\sum_k U_k = 0$$

$$-U_{B1} + U_3 + U_2 + U_{B2} + U_1 = 0$$

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

Spannung = Widerstand · Stromstärke

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$[I] = \frac{\text{C}}{\text{s}} = \text{A (Amper)}$$

$$[U] = \text{V}; [R] = \Omega$$

$$R = \rho \frac{\Delta l}{A}$$

→

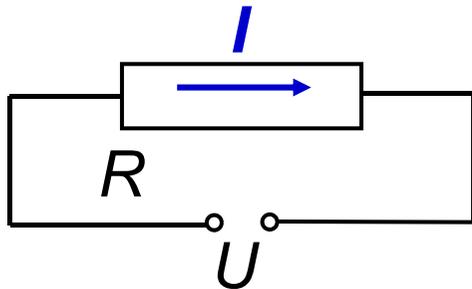
$$U = \rho \frac{\Delta l}{A} I$$

spezifischer Widerstand

Querschnittsfläche

Länge

$$I = \frac{1}{\rho} A \frac{U}{\Delta l}$$

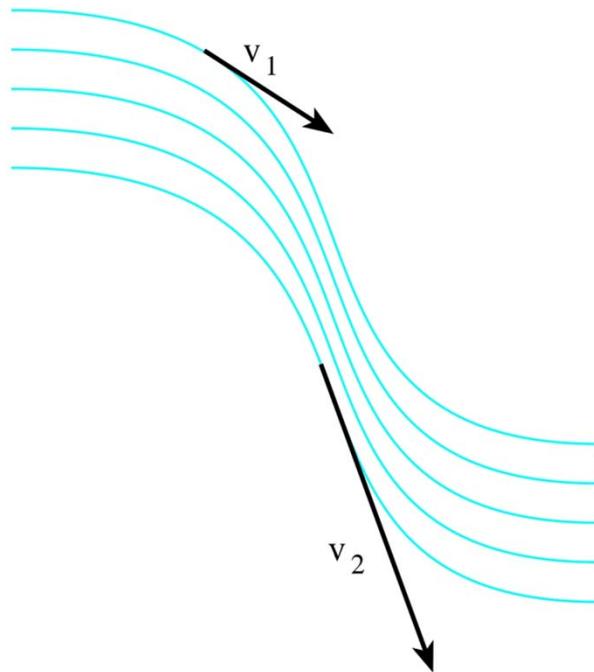


$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$$

spezifische Leitfähigkeit

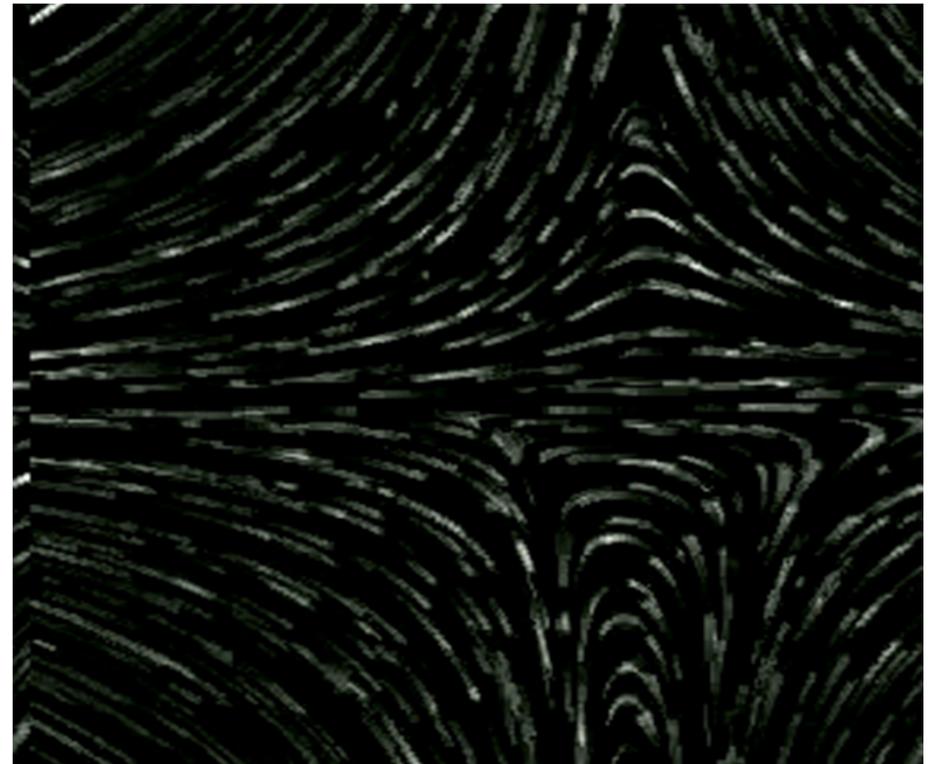
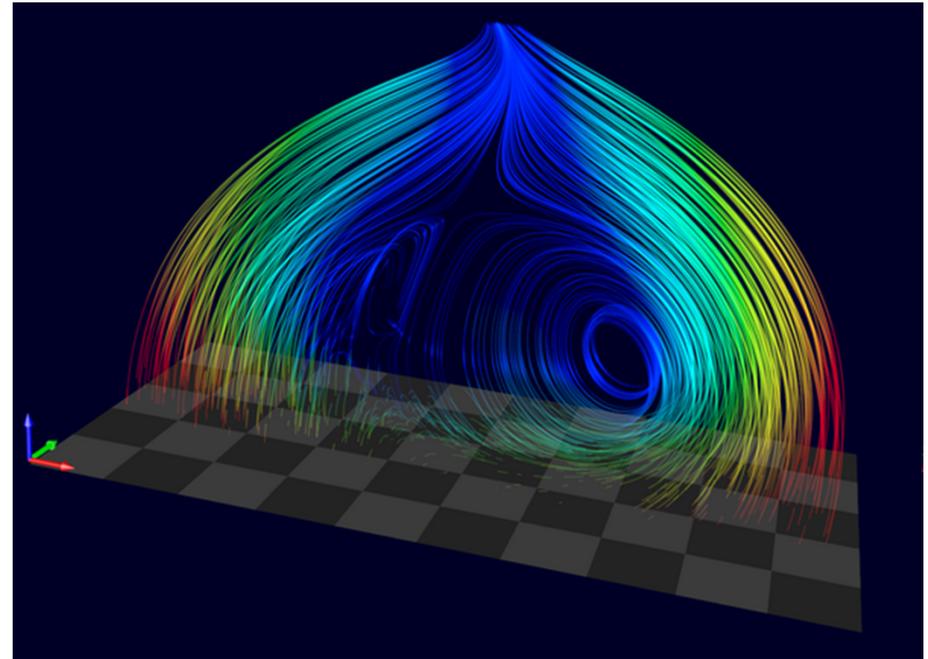
elektr. Potentialdifferenz

Stromlinien, Strömungsbild



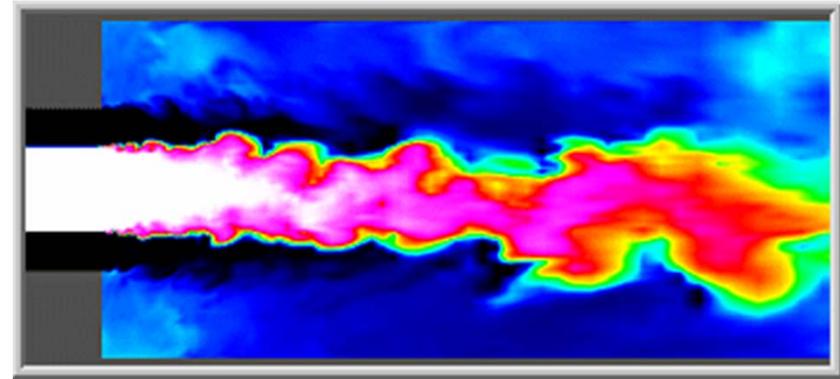
Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit wird von der Tangente der Stromlinien in einem gegebenen Punkt, die Höhe der Geschwindigkeit wird von der Dichte der Stromlinien angezeigt.

Lehrbuch, Abb. III.1

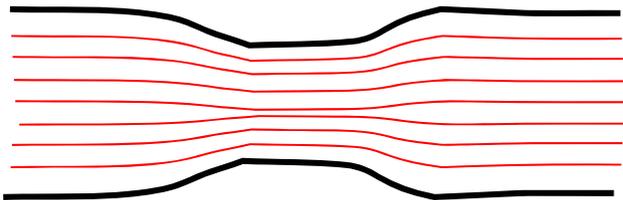


Einige Grundbegriffe

stationäre Strömung:
zeitunabhängig

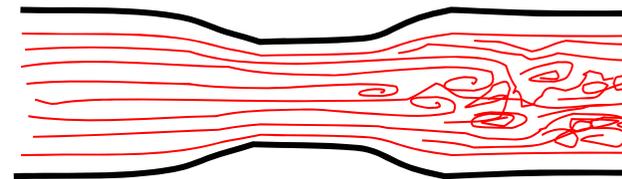


laminare

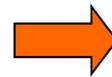


$$V \leq V_{\text{krit}}$$

turbulente



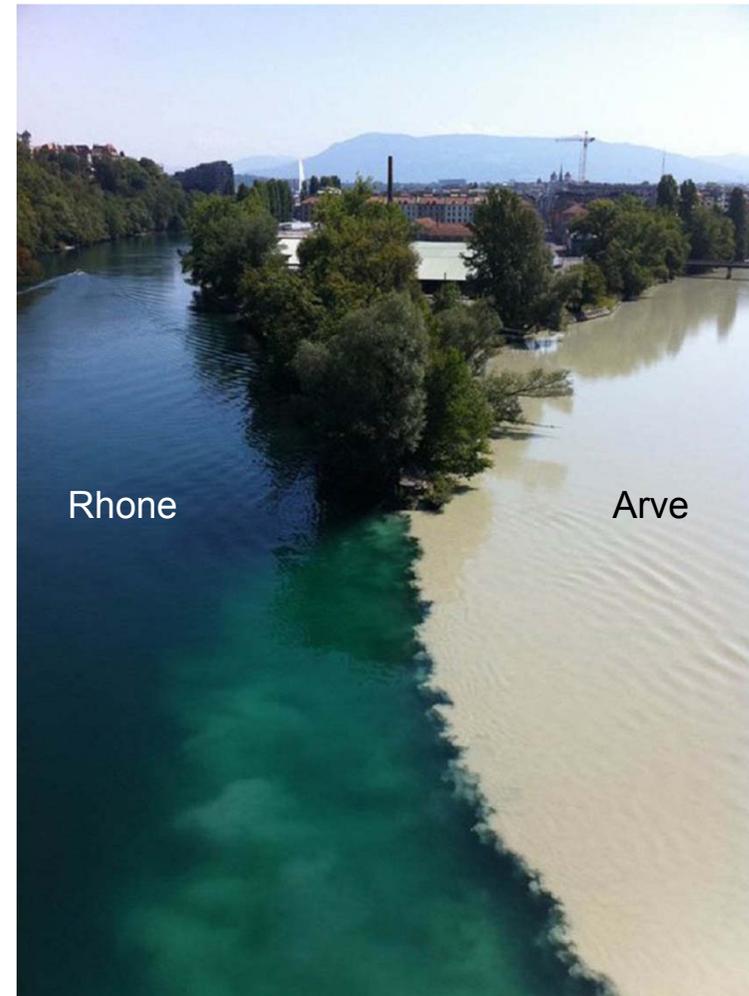
$$V > V_{\text{krit}}$$



lamina: Platte

$$\left[v_{\text{krit}} = \text{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r} \right]$$

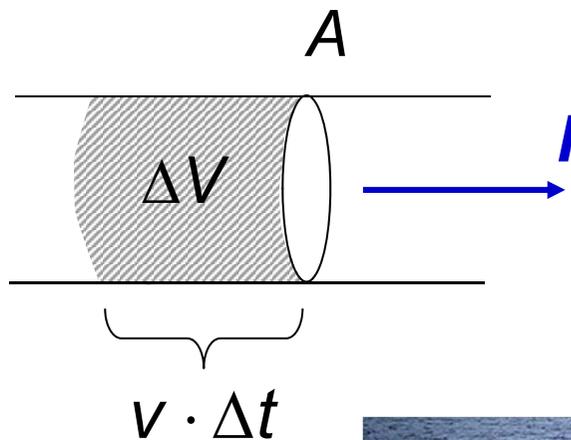
(Quasi-) laminare Strömungen



Volumenstromstärke (Strömungsintensität, I)

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$[I] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$



$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$I = A \cdot \bar{v}$$



Messmethoden der Volumenstromstärke

Anwendung: Blutströmung

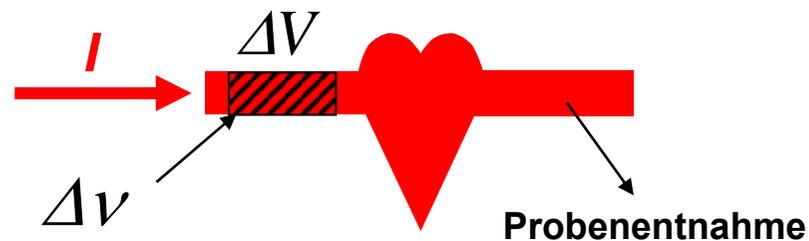
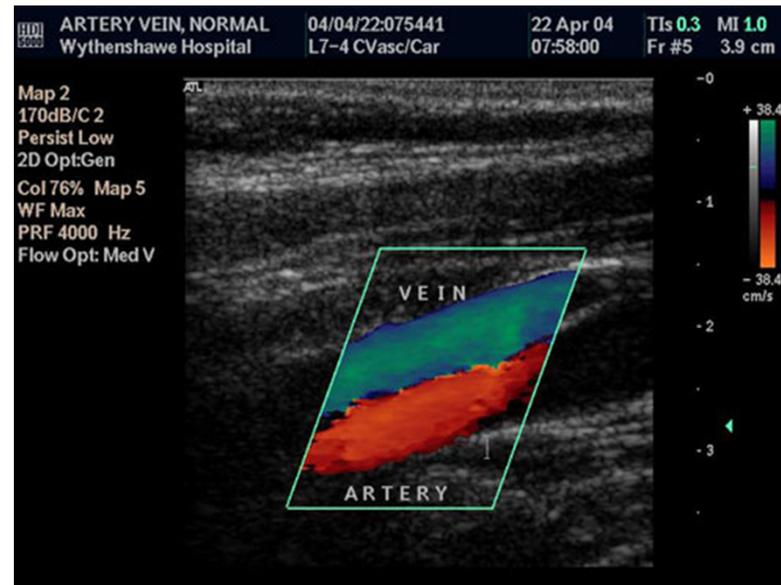
Impedanz-Methode

Ultraschall-Doppler

Laser-Doppler

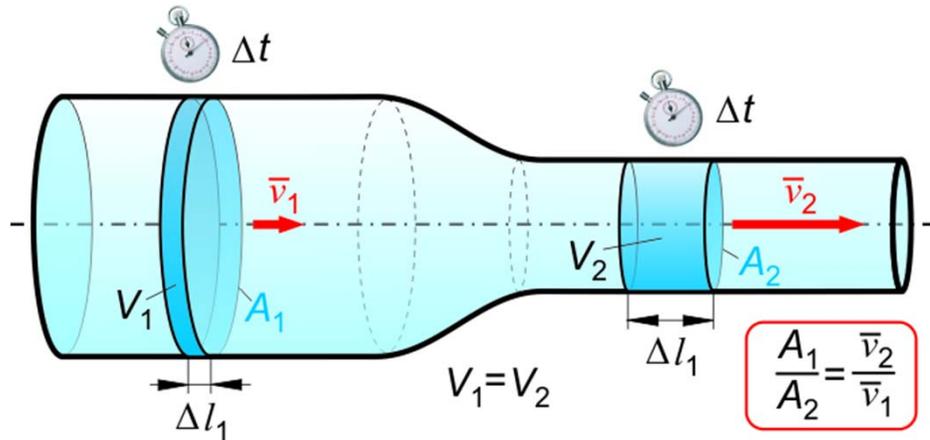
Dilutionsmethoden

- Fluoreszenzfarbstoffe
- Radioisotope
- kalte phys. Salzlösung



Das Grundprinzip der **Dilutionsmethode** besteht darin, dass ein detektierbarer Indikator in die Blutbahn eingespritzt und dann die Konzentration des verdünnten Indikators in einem späteren Abschnitt der Blutbahn gemessen wird.

Kontinuitätsgleichung (folgt aus dem Massenerhaltungssatz)



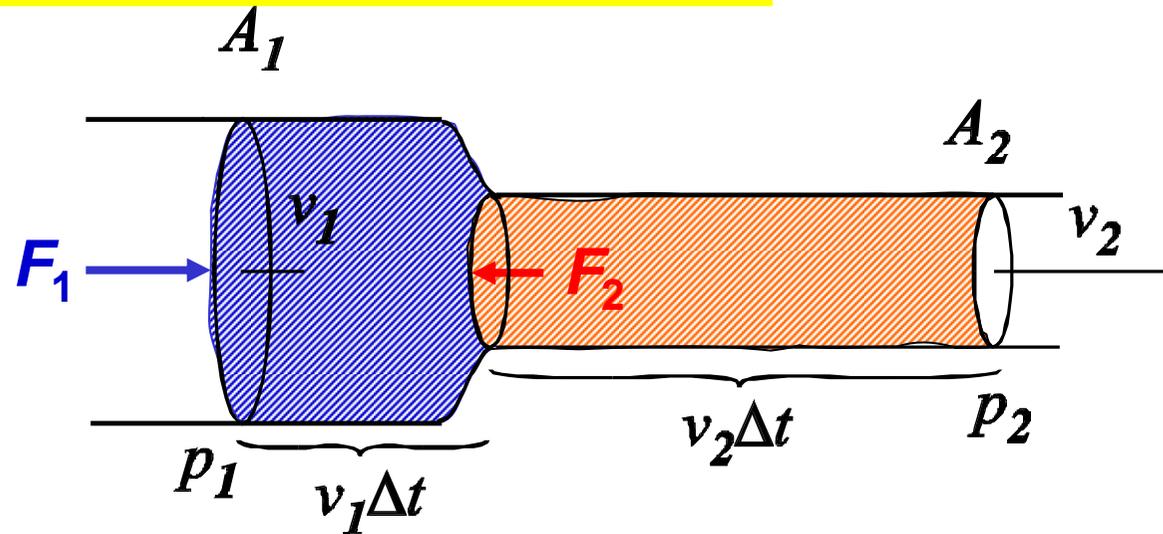
$$I_1 = I_2$$

$$A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2$$

Gefäß	A (cm ²)	v (cm/s)
Aorta	4	30
Arterien	12	10
Arteriolen	600	0,2
Kapillaren	3000	0,04
Venolen	1000	0,12
Venen	30	4

Ideale Flüssigkeiten

innere
Reibung = 0 !



$$W = \Delta E_{\text{kin}}$$

$$p_1 \cdot \cancel{A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t} - p_2 \cdot \cancel{A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t} = \frac{1}{2} (\rho \cdot \cancel{v_2 \cdot \Delta t \cdot A_2}) \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} (\rho \cdot \cancel{v_1 \cdot \Delta t \cdot A_1}) \cdot v_1^2$$

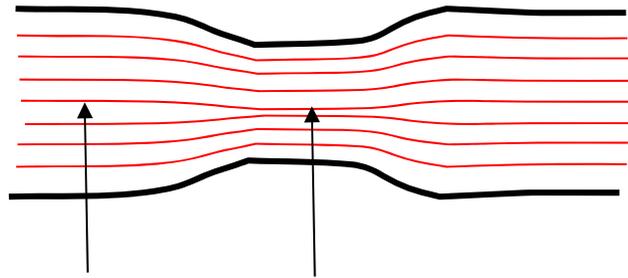
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

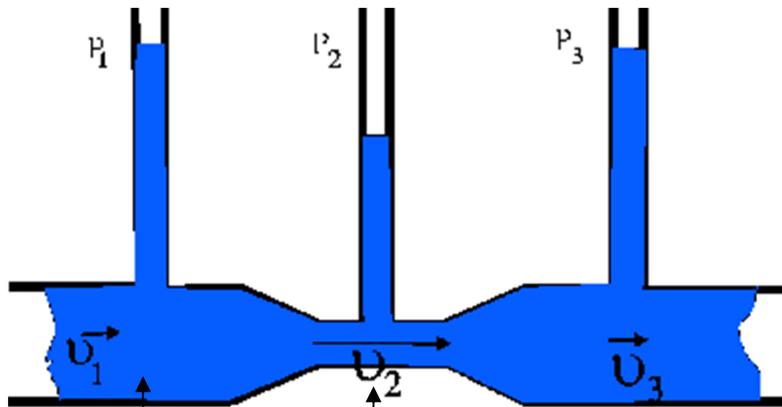
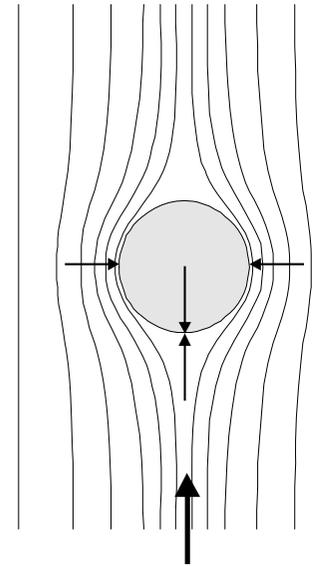
$$\rho + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{konstant}$$

Bernoulli-Gesetz

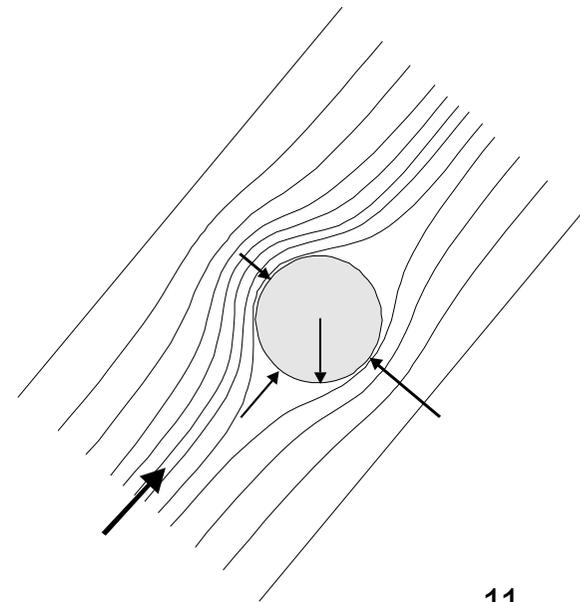
Konsequenz des Bernoulli-Gesetzes



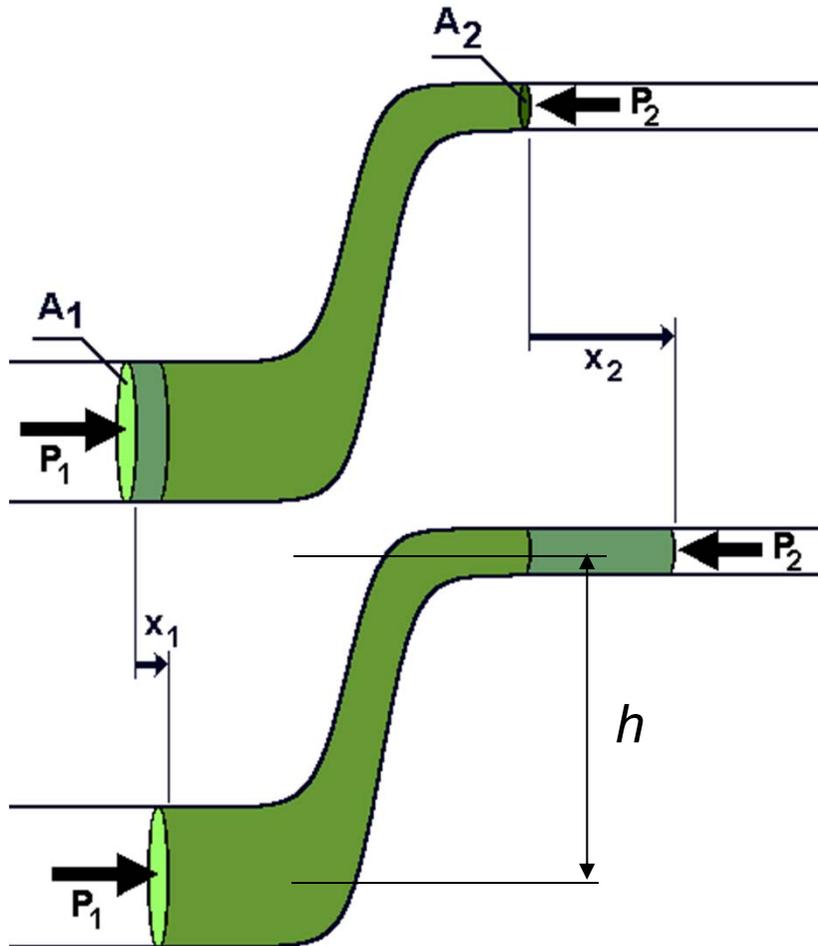
höherer kleinerer Druck



kleinere grössere Fließ-
geschwindigkeit



Strömung im Graviationsfeld



statischer Druck

dynamischer Druck
(Staudruck)

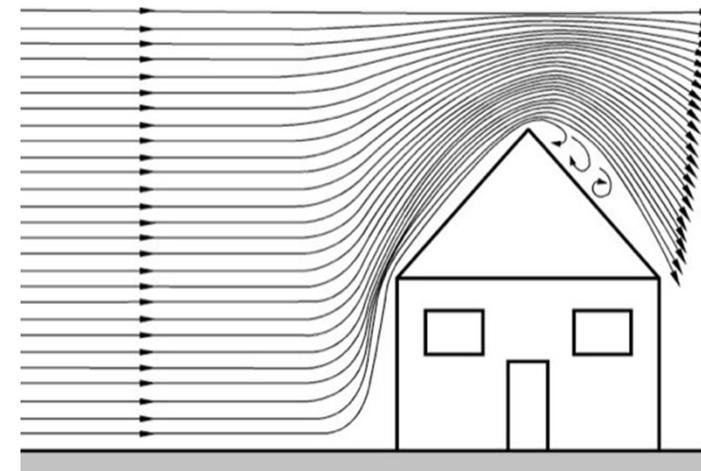
Schweredruck
(Potentialdruck)

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho g h = \text{konstant}$$

Bernoulli-Gesetz

Die Summe aus Potential-, Stau- und statischem Druck ist überall gleich

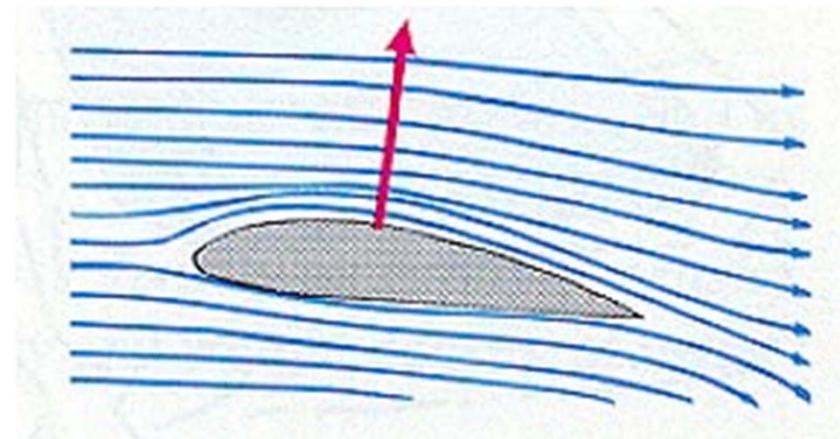
Anwendungen der bernoullischen Gleichung



Strömung über ein Hausdach



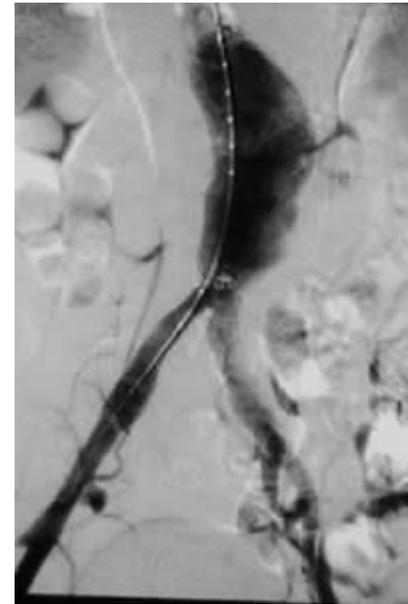
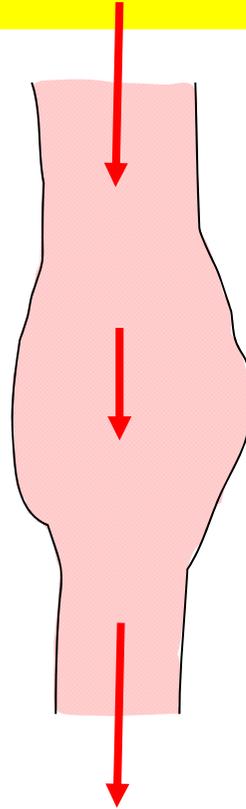
Flugzeug



Ärztliche Konsequenzen des Bernoulli-Gesetzes

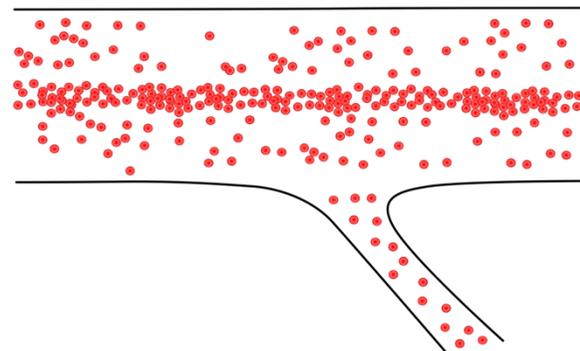
- Entstehung von Aneurysmen

Erweiterung →
langsamere Strömung →
erhöhte Druck →
Erweiterung →



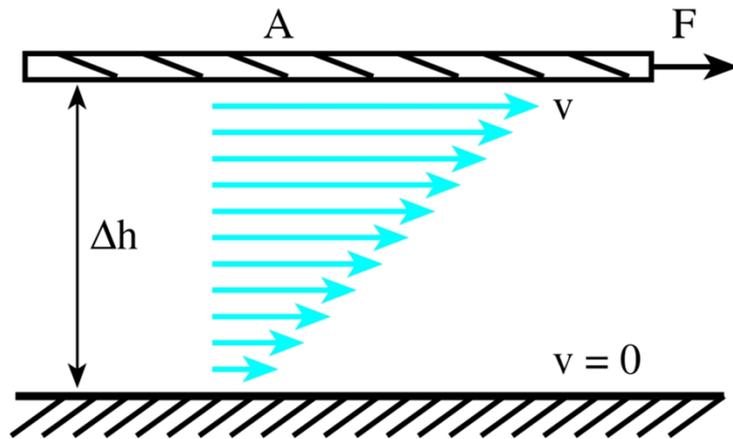
- Plasma „skimming“

Der Druckunterschied „treibt“ die Erythrozyten von der Wand zur Rohrmitte hin.



Reelle Flüssigkeiten

innere Reibung !



Newtonsches Reibungsgesetz:

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Viskosität
(innerer
Reibungskoeff.)

Geschwindig-
keits**gradient**

$$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

Viskosität (Innerer Reibungskoeffizient)

hängt von mehreren Faktoren ab:

- Temperatur $\left(\eta \sim e^{\frac{\Delta E}{RT}} \right)$ **Newtonsche (normale) Flüssigkeit**
- Geschwindigkeitsgradient **nicht-Newtonsche (anomale) Flüssigkeit**

Flüssigkeit	η [mPa s]
Quecksilber	1.554
Diäthyläther	0.24
Benzol	0.648
Wasser	1
Blut	4
Rizinusöl	990
Glycerin	1480

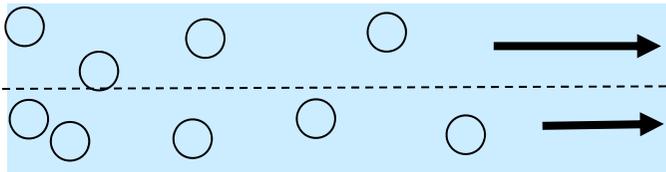
Viskosität für verschiedene Flüssigkeiten

Die Viskosität des Wassers

t [°C]	0°	10°	20°	30°	50°	70°	100°
η [mPa s]	1.792	1,397	1.002	0.798	0.548	0.404	0.283

Über den Mechanismus der inneren Reibung

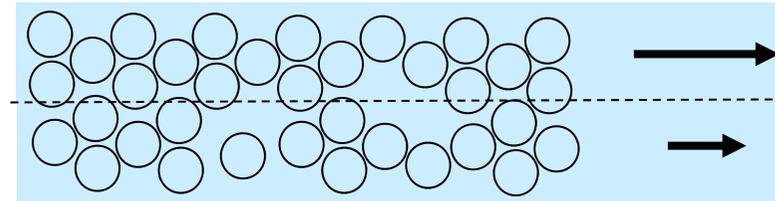
Gase:



Bewegung der Schichten

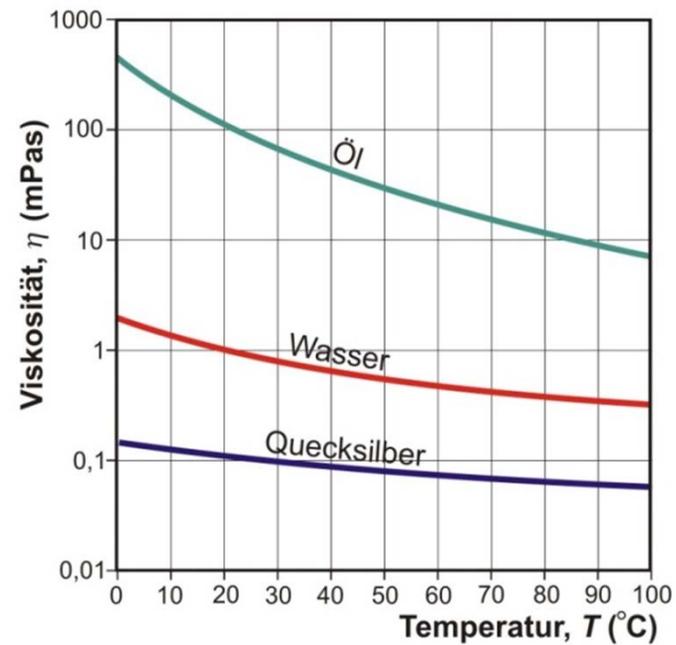
$T \uparrow \quad \eta \uparrow$

Flüssigkeiten:



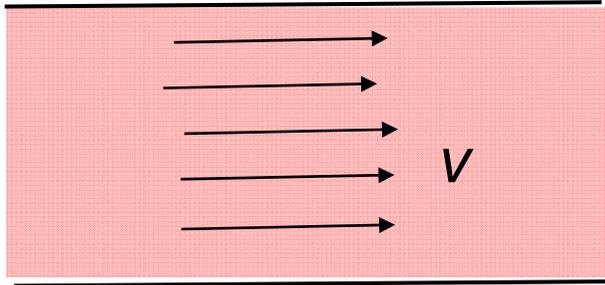
Bewegung der Schichten

$T \uparrow \quad \eta \downarrow$



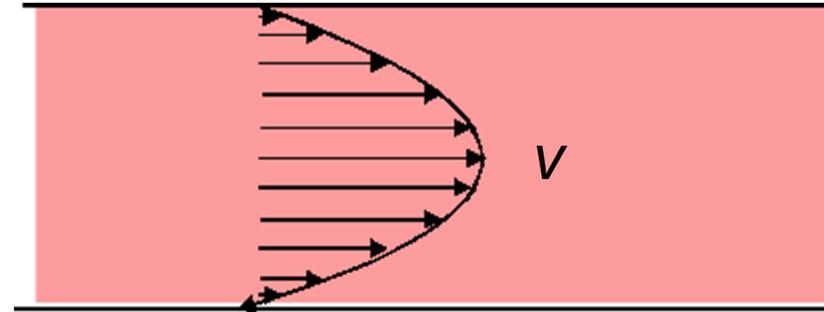
Konsequenzen der inneren Reibung

ideale Flüssigkeit

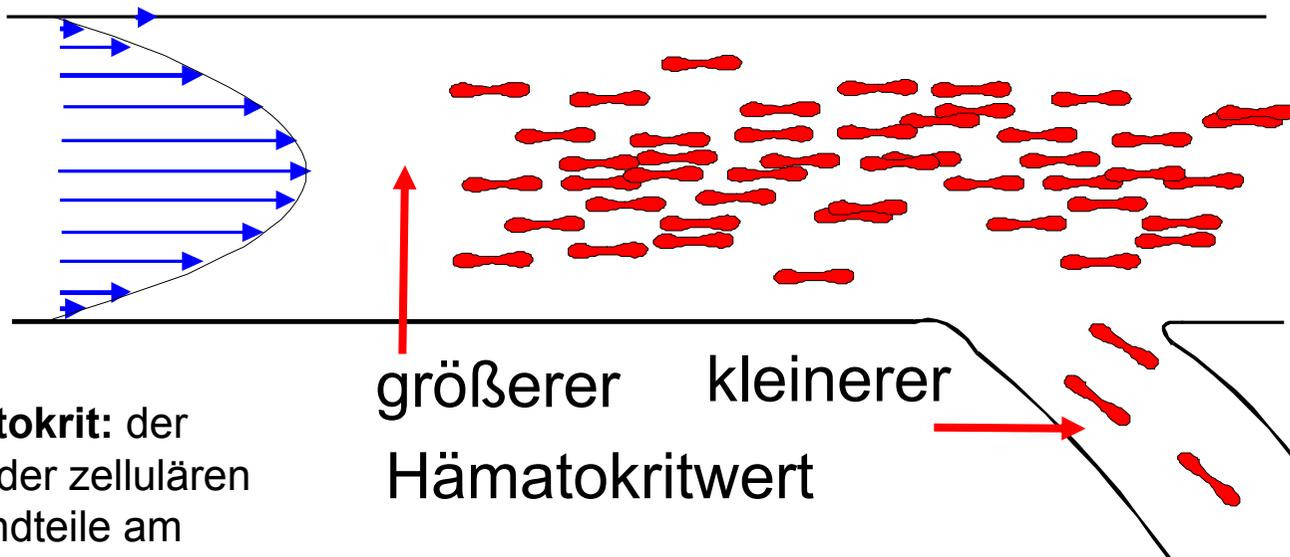


keine Reibung

reelle Flüssigkeit



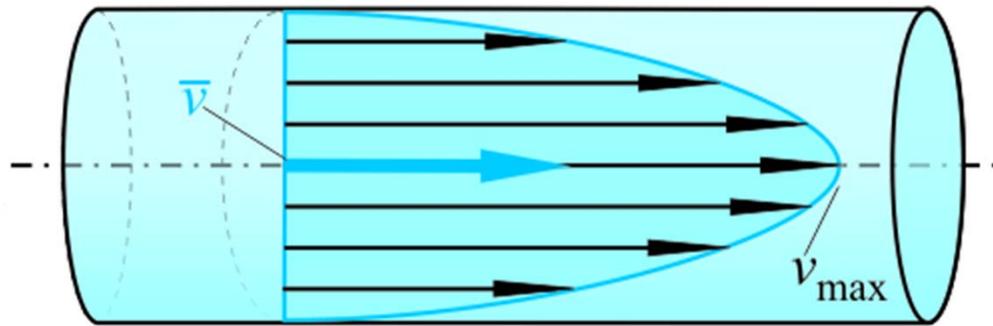
parabolisches Geschwindigkeitsprofil



Hämatokrit: der Anteil der zellulären Bestandteile am Volumen des Blutes

„zellfreies“ Plasma

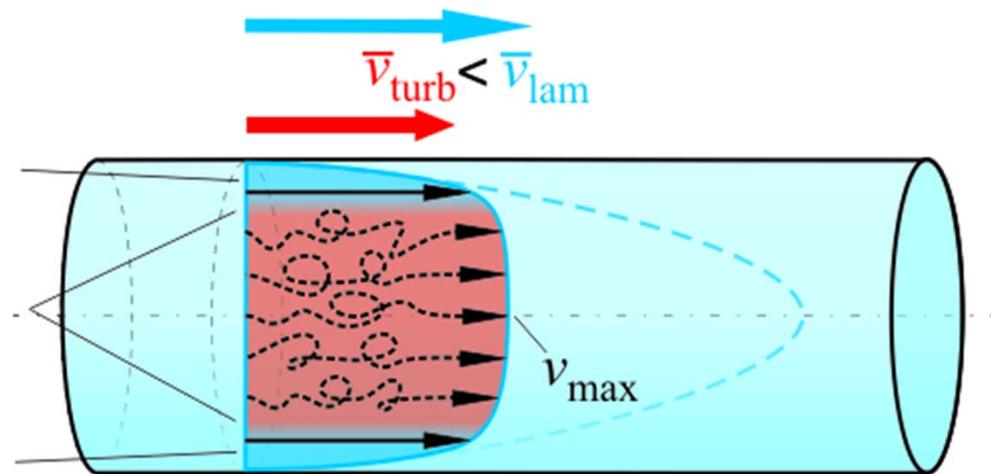
laminäre Strömung



laminäre Strömung

turbulente Strömung

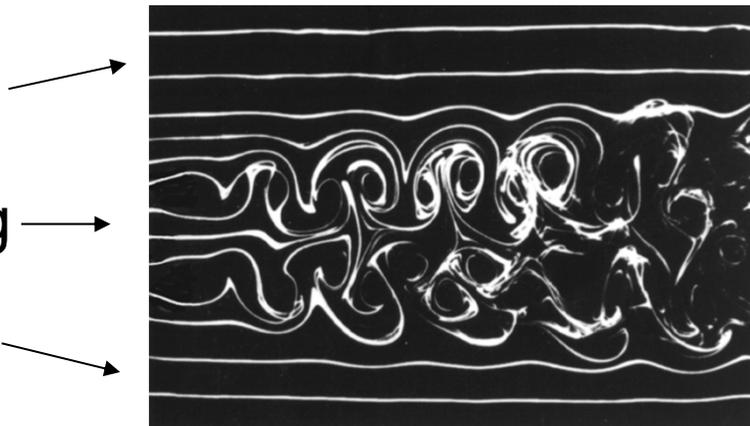
laminäre Strömung



laminäre Strömung

turbulente Strömung

laminäre Strömung



Flüssigkeit

ideale Fl.: $\eta = 0$

reale Fl.: $\eta \neq 0$

newtonsche Fl.:

nicht-newtonsche Fl.:

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

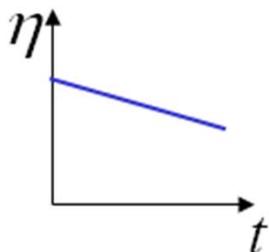
$$\eta \neq \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta h} \right)$$

$$\eta = \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta h} \right)$$

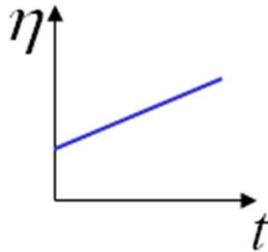
dilatante Fl.:

pseudoplastische Fl.:

zeitabhängige
Strukturveränderungen:
Thixotropie / Rheopexie

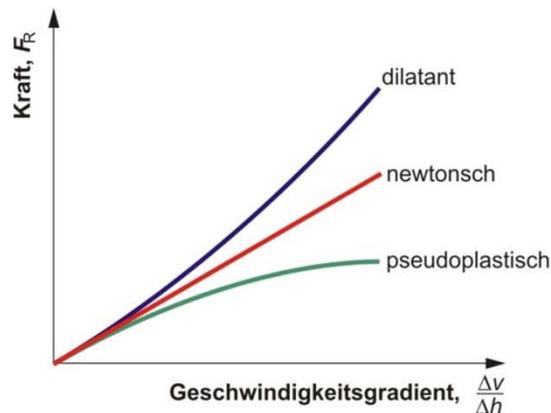


Ketchup

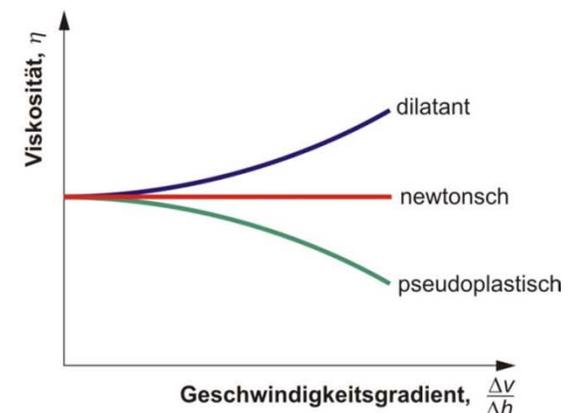


trockener Sand
in einer
Luftballonhülle

deren Viskosität zunimmt,
wenn eine Kraft ausgeübt
wird, z.B.: 1:1-Gemisch aus
Stärke und Wasser

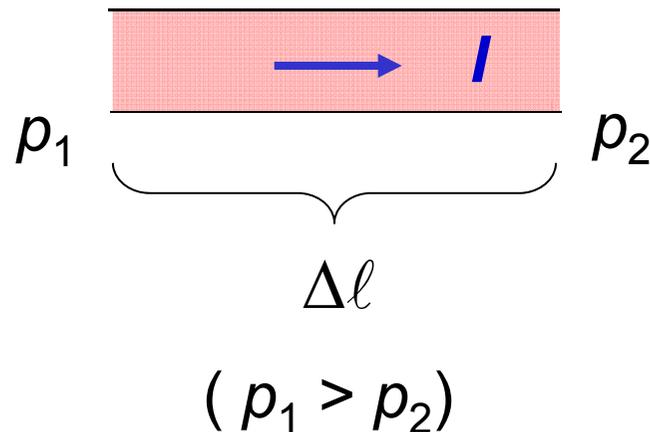


Flüssigkeiten, deren Viskosität
abnimmt, wenn eine Kraft
ausgeübt wird,
z.B.: Blut, Speichel, Zahnzemente



Hagen-Poiseuillesches Gesetz

Druckinhomogenitäten lösen Strömungen aus.
Die Volumenstromstärke ist proportional zu dem Druckgradienten:



$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta \ell}$$

Gültigkeitsbedingungen:

- laminäre Strömung
- stationäre Strömung
- starre Röhre
- Newtonsche Flüssigkeit

Anwendung des H-P Gesetzes an die Blutströmung

- laminäre Strömung?
- stationäre Strömung?
- starre Röhre?
- Newtonsche Flüssigkeit?



Obwohl nicht exakt,
doch ist das H-P
Gesetz annähernd
anwendbar an die
Blutströmung!

Regulierung der Blutströmung:

0 %



20 %



50 %



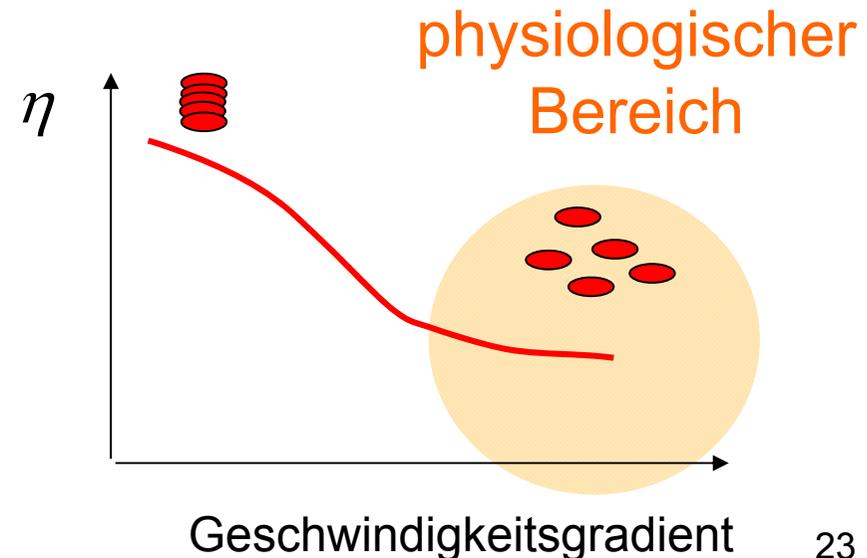
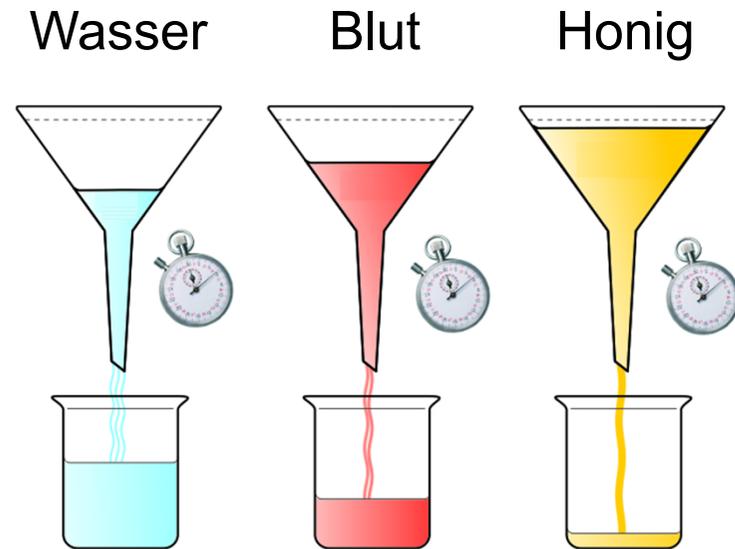
80 %



- Δp
- η
- $r^4!$

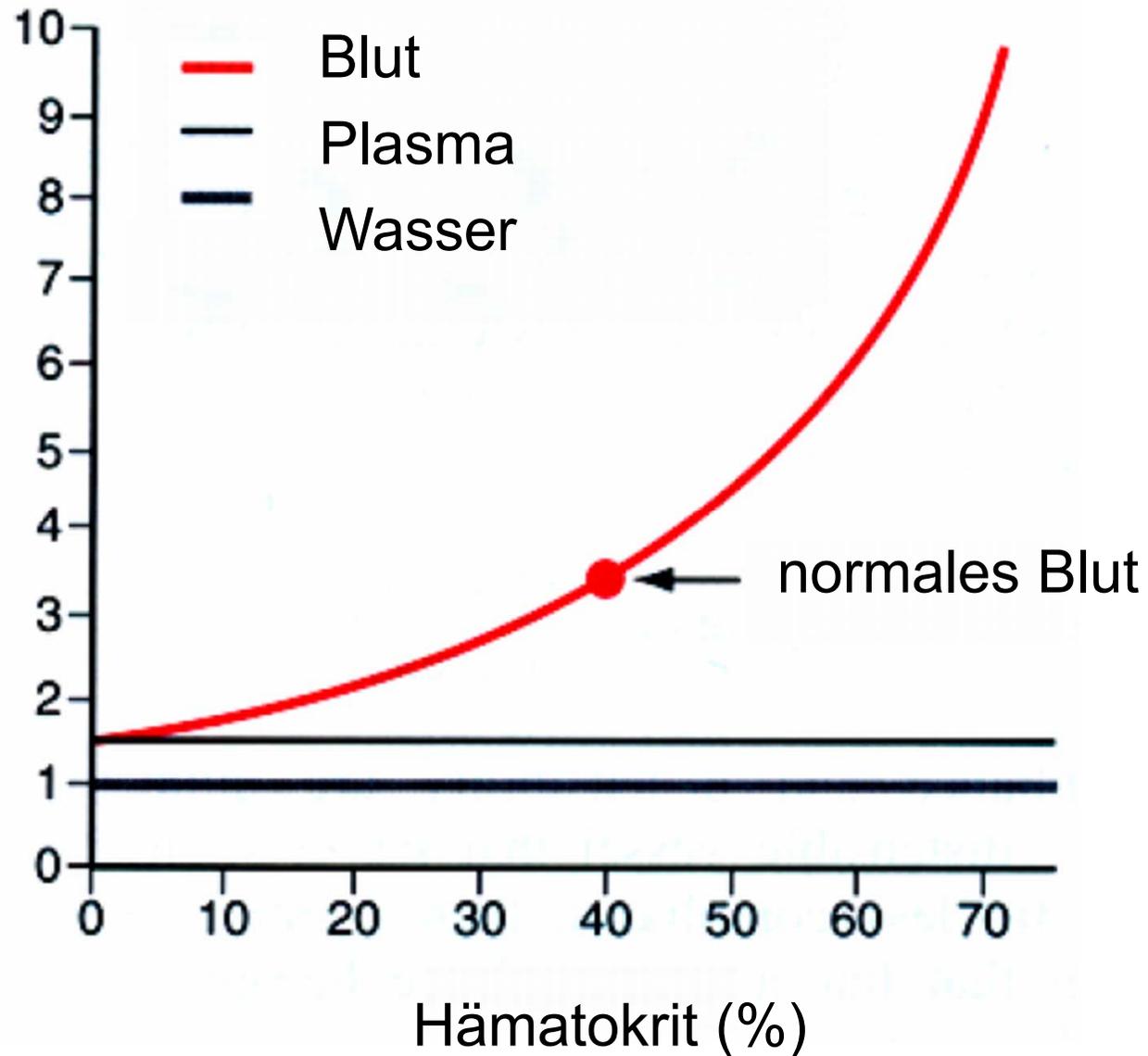
Viskosität des Blutes

- $\eta_{\text{Wasser}} \cong 1 \text{ mPas} \rightarrow$
 $\eta_{\text{Plasma}} \cong 1,5 \text{ mPas} \rightarrow$
 $\eta_{\text{Blut}} \cong 1,5-4 \text{ mPas}$
- Hämatokritwert: Mass für die Zähflüssigkeit des Blutes
- Temperatur
- Geschwindigkeitsgradient:
 - ~ Geschwindigkeit
 - ~ Volumenstromstärke
 - ~ Druckabfall



Viskosität von Blut, Plasma und Wasser

Viskosität
(mPa s)



Analogie zw. Strömung und elektr. Strom

Volumentransport

elektr. Ladungstransport

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$$

Was verursacht den Transport?

Druckgradient: $\frac{\Delta p}{\Delta l}$



el. Pot.gradient: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$

p



φ

Was strömt?

Volumen: V



el. Ladung: Q

$$\frac{\Delta V}{\Delta t}$$



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{8\pi\eta} (r^2\pi)^2 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

A^2



A

Volumentransport

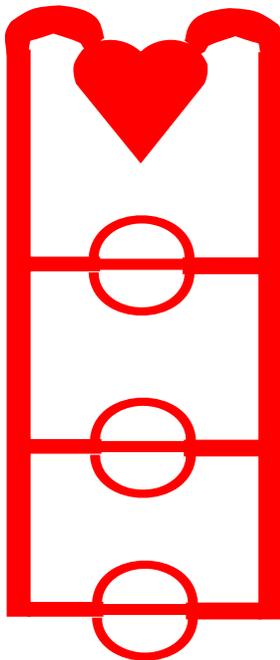
$$\Delta p = -8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

elektr. Ladungstransport

$$\Delta \varphi = U = -R \cdot I$$

$$R_{\text{Strömung}} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}$$

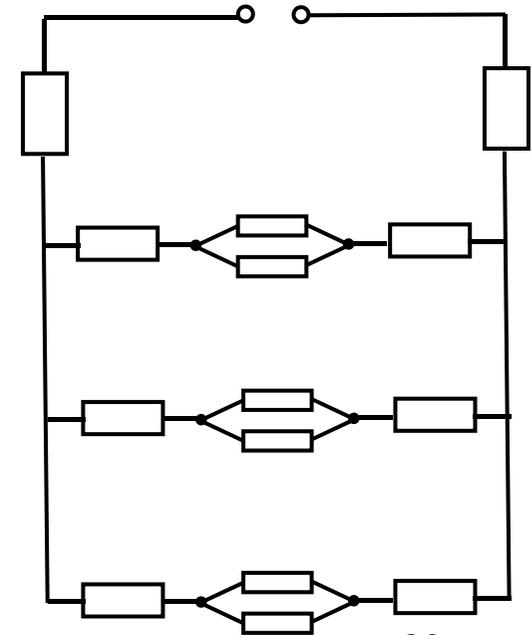
$$R_{\text{elektr}} = \rho \frac{\Delta l}{A}$$



A^2



A

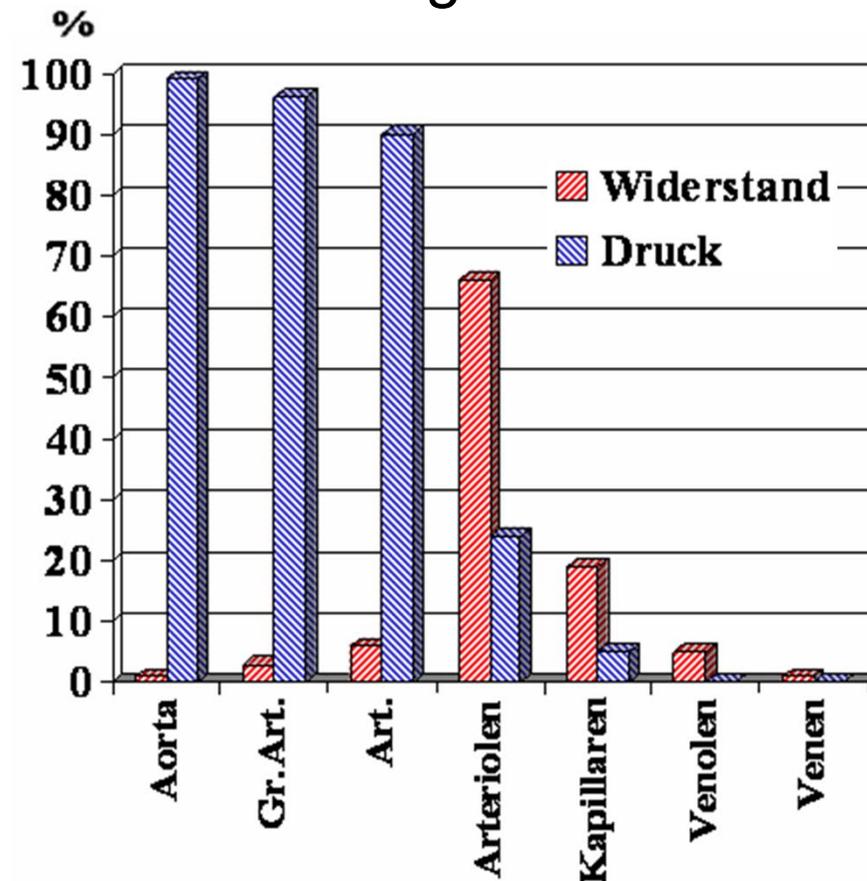


Verteilung des Strömungswiderstandes und des Druckabfalles im dem Blutkreislauf

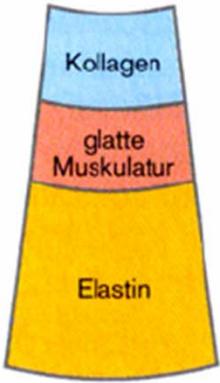
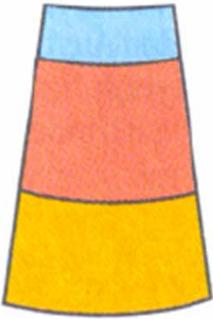
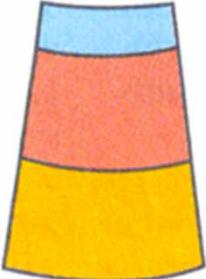
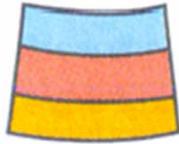
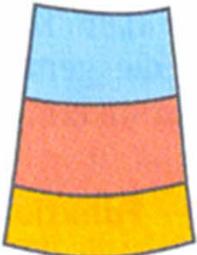
Daten:

Adertyp	Anzahl	Länge (cm)	Gesamtquerschnitt (cm ²)
Aorta	1	40	3
Großarterien	40	20	6
Arterien	2000	5	15
Arteriolen	4·10 ⁷	0,2	130
Kapillaren	5·10 ⁹	0,1	1500
Venolen	8·10 ⁷	0,2	600
Venen	1200	5	40

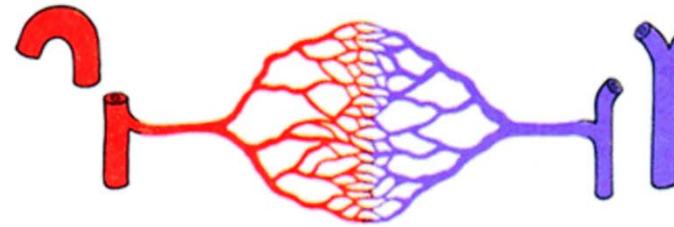
Ergebnis:



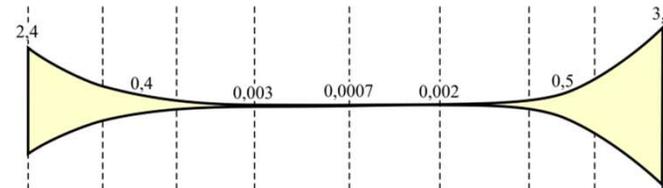
Daten der Gefäßsegmente

	Aorta	Arterie	Arteriole	Venole	Vene	V. cava
Wandstärke (w)	2,5 mm	1 mm	20 μm	10 μm	0,5 mm	1,5 mm
Innenradius (r_i)	12,5 mm	2 mm	20 μm	30 μm	2,5 mm	15 mm
relative Wanddicke (w/r_i)	0,2	0,5	1,0	0,3	0,2	0,1
relative Wandzusammensetzung						

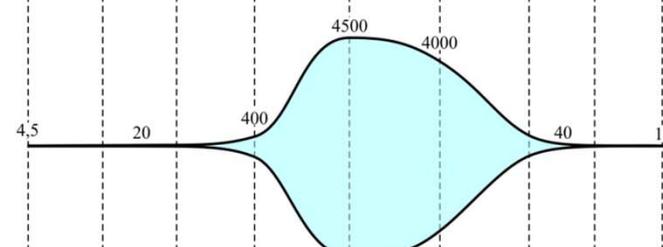
Verteilungen im dem Blutkreislauf



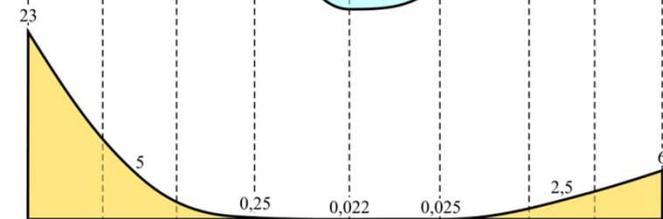
Querschnitt einer Ader (cm²)



Gesamtquerschnitt (cm²)

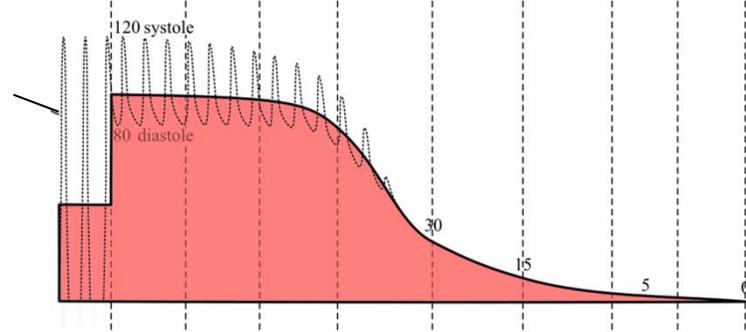


durchschnittliche Strömungs-
geschwindigkeit (cm/s)



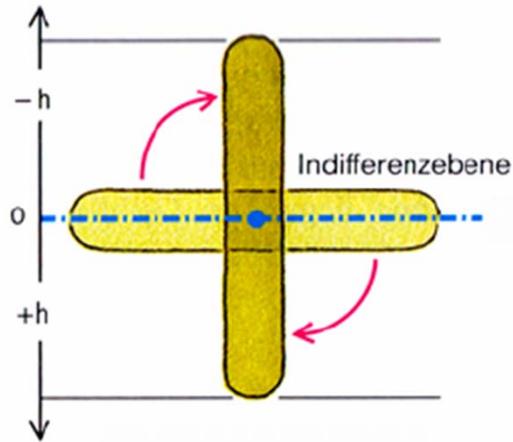
Zeitabhängigkeit
des Blutdruckes

durchschnittlicher
Blutdruck (Hgmm)

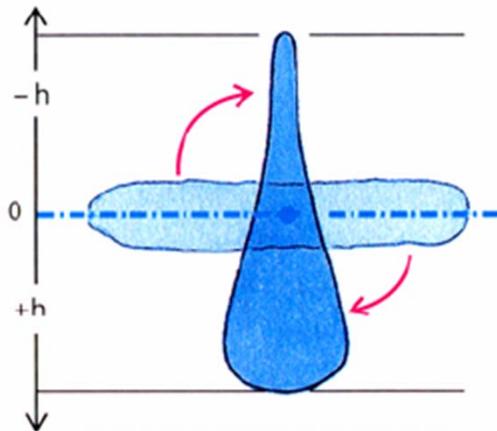


Effekt der Schwere auf die Blutverteilung

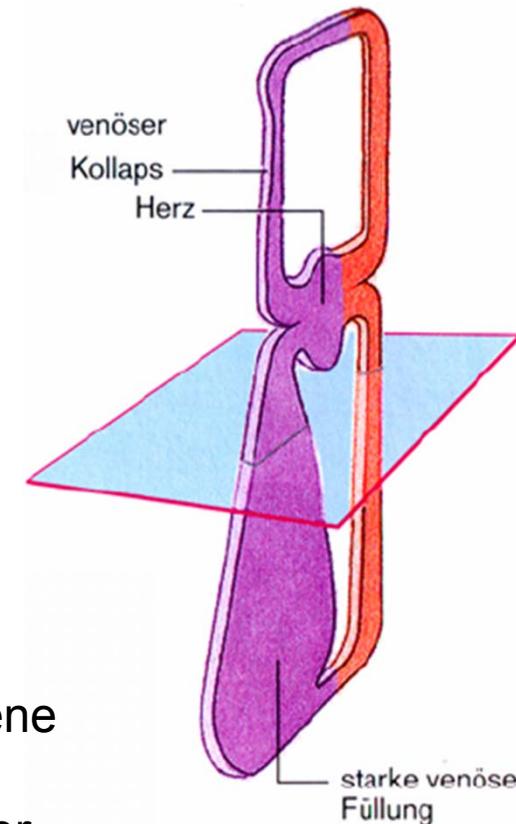
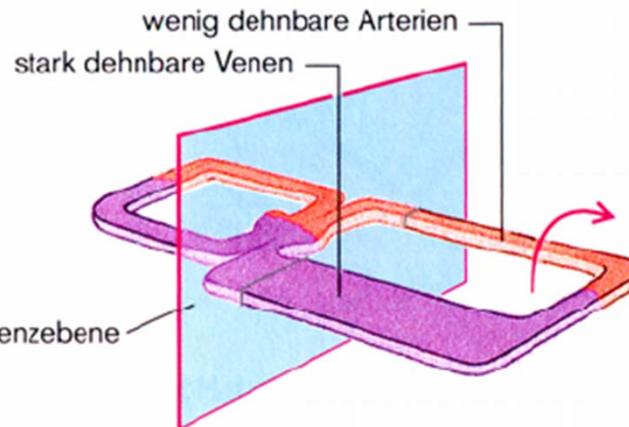
starres Gefäß



dehnbares Gefäß



Kreislaufsystem



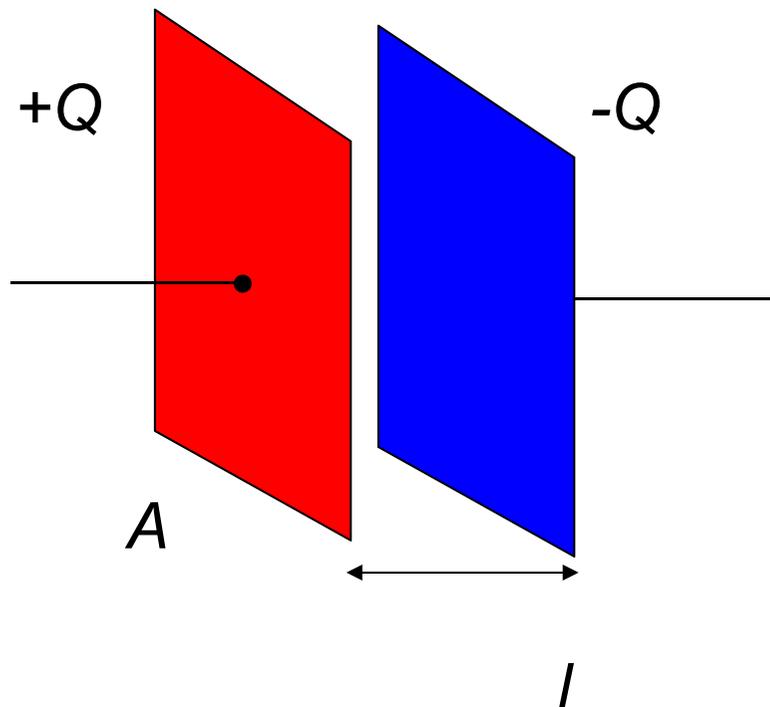
(Hydrostatische) Indifferenzebene bezeichnet die Stelle im menschlichen Körper, an der der Blutdruck sowohl im Stehen wie auch im Liegen identisch ist.

(Wiederholung)

Kondensator und Kapazität

Kondensator (dichtgedrängt, bezogen auf die Ladungen):
Bauelement, das die elektrische Ladungen und Energie speichern kann, Ladungsspeicher

Plattenkondensator



Kapazität des Kondensators

$$Q = C U$$

$$C = \frac{Q}{U}$$

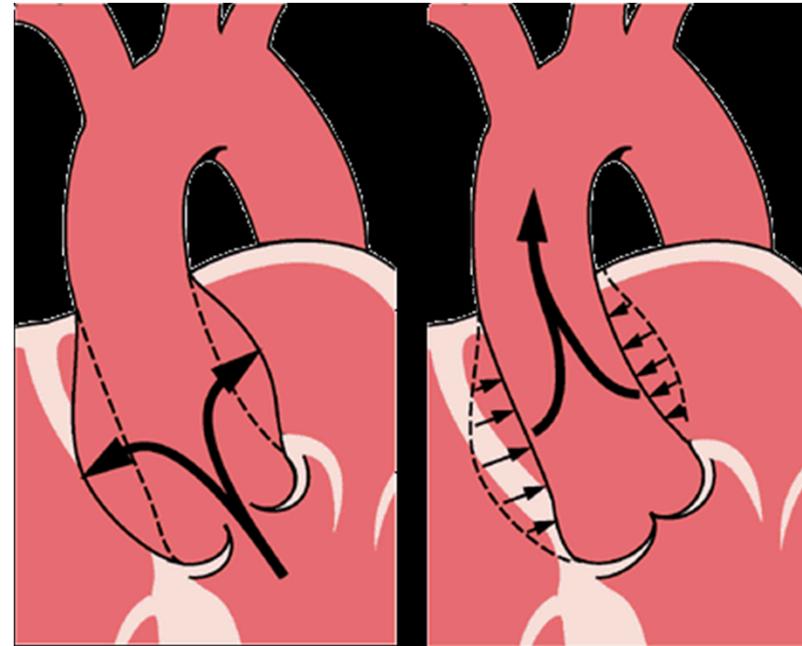
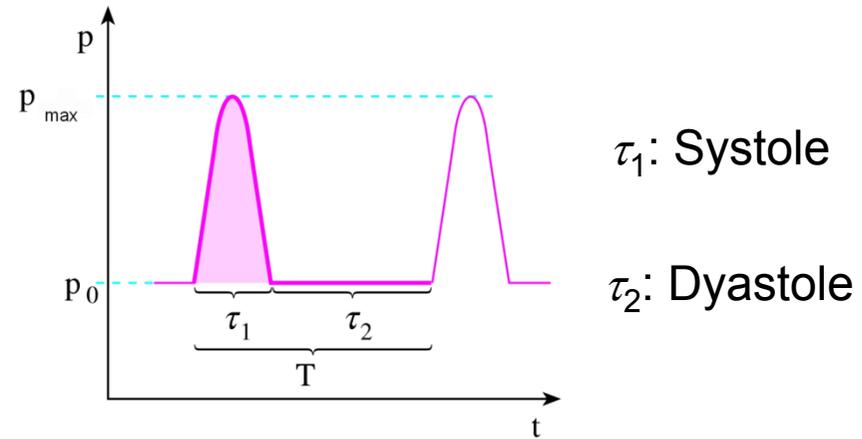
Ladungsspeicherungsfähigkeit

Einheit: farad $1\text{F} = \frac{1\text{C}}{1\text{V}}$

Für Plattenkondensator:

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Windkesselfunktion der Aorta



Kondensator: Ladungsspeicherungsfähigkeit

Windkessel: Volumenspeicherungsfähigkeit

elektr. Analogie