

# Medizinische Signalverarbeitung

**Balázs Kiss**

kissb3@gmail.com



**Myofilament-Mechanobiophysik Forschungsgruppe,  
Semmelweis Universität,  
Institut für Biophysik und Strahlenbiologie.**

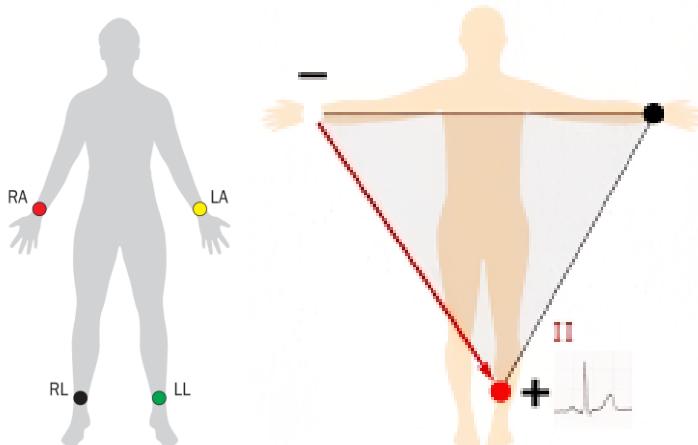
*05. April 2024.*

# Medizinische Signale

- **Signal:** eine physikalische Größe, die Information trägt, weiterleitet oder speichert

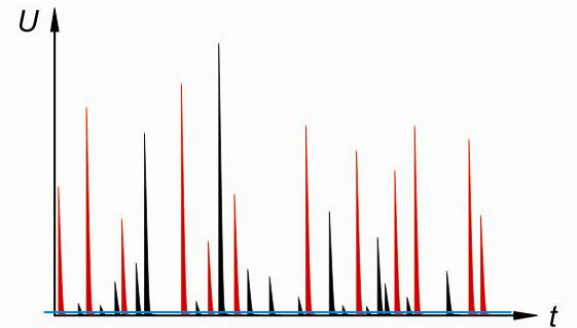
- Beispiel #1: **EKG-Signal**

- elektrische Spannung, die infolge der Herztätigkeit auf der menschlichen Körperoberfläche erscheint



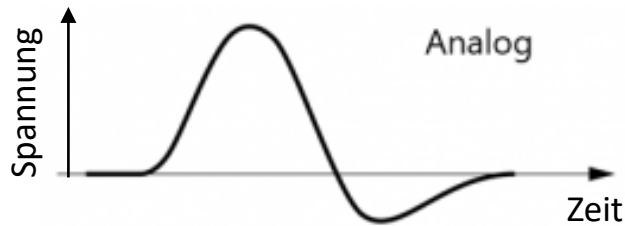
- Beispiel #2: **Gamma-Quanten**

- Spannungsimpulse detektiert bei der Isotopendiagnostik

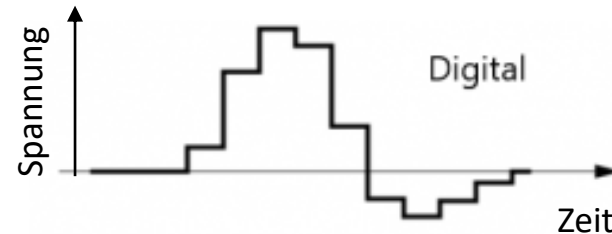


# Klassifizierung der Signale

statisches S.	zeitabhängiges S.
(quasi)periodisches S.	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	nichtstochastisches S. (deterministisches S.)
<b>elektrisches S.</b>	<b>nichtelektrisches S.</b>
<b>analoges S.</b>	<b>digitales S.</b>



analoges Signal: unbeschränkte  
Auflösung in der Zeit und Größe  
(theoretisch)



digitales Signal: beschränkte  
Informationsgehalt  
wegen **zeitliche und wertliche  
Diskretisierung**

- Vorteil der elektrischen Signale:  
Umwandlung, Verstärkung,  
Weiterleitung ist einfach
- Vorteil der digitalen Signale:  
Speicherung ist einfach, Rausch  
kann minimalisiert werden

# Information, Bit

**Information:** diejenige Bedeutung, welche durch eine Nachricht übermittelt wird. Beispielsweise eine **Reihenfolge der Zeichen**, worin die **Zeichen mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten** auftreten.

**Informationsgehalt, Informationsentropie:** bezeichnet die **minimale Anzahl von Bits**, die benötigt werden, um ein **Zeichen (also eine Information)** darzustellen oder zu übertragen.

$$H = \sum_i p_i \cdot \log_2 \left( \frac{1}{p_i} \right)$$

H: Informationsgehalt eines Zeichens  $i$  mit einer Auftrittswahrscheinlichkeit  $p_i$

**Maßeinheit: Bit**

- Beispiel #1: **Münzenwerfen**

- $p_{\text{Kopf}} = 0,5$
- $p_{\text{Zahl}} = 0,5$



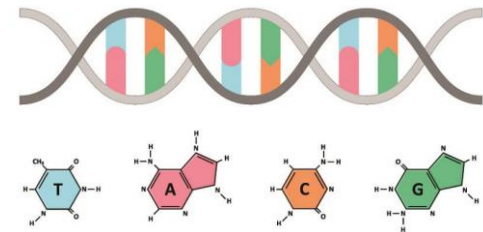
$$H = 0,5 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,5} \right) + 0,5 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,5} \right)$$

$$H = 0,5 \cdot \log_2(2) + 0,5 \cdot \log_2(2)$$

$$H = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ bit}$$

- Beispiel #2: **ein Nukleotid im DNS**

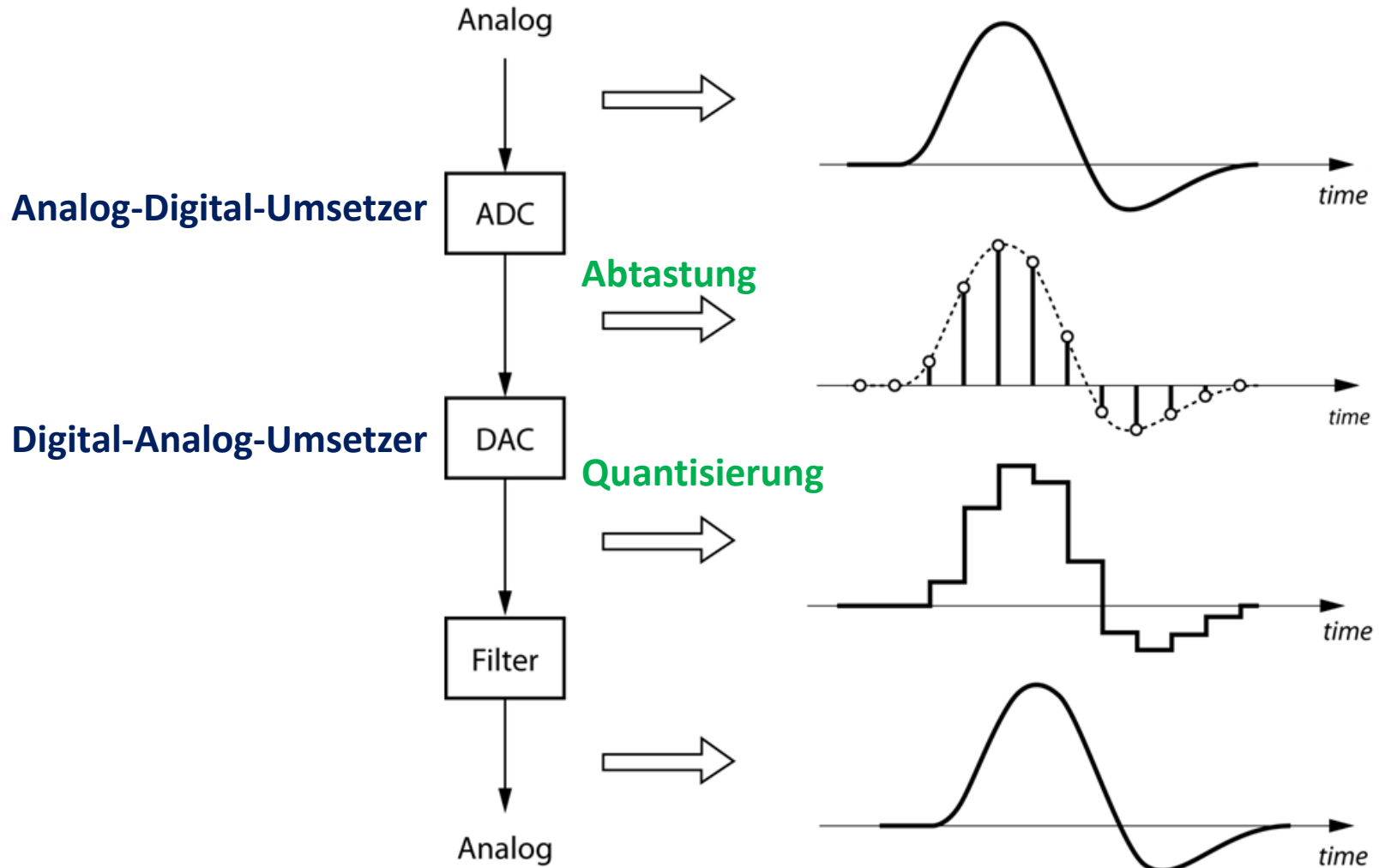
- $p_A = 0,25$
- $p_T = 0,25$
- $p_G = 0,25$
- $p_C = 0,25$



$$H = 0,25 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left( \frac{1}{0,25} \right)$$

$$H = 4 * 0,25 \cdot \log_2(4) = 2 \text{ bit}$$

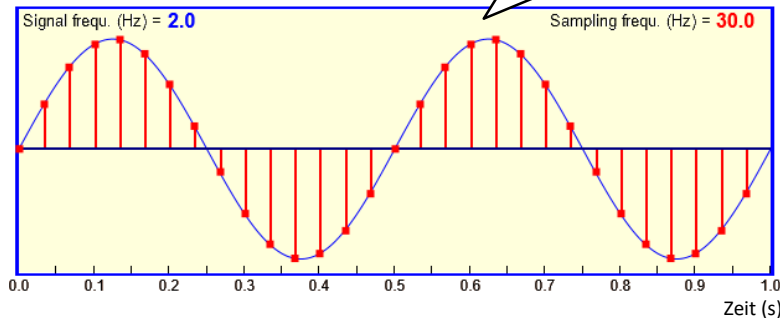
# Kodierung, Dekodierung



# Nyquist-Theorie: Abtastung (Sampling)

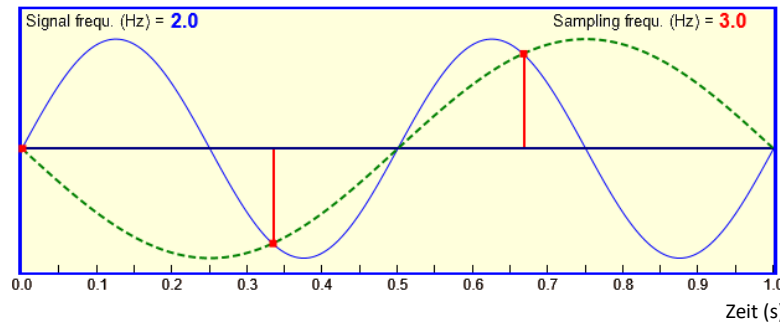
- Wie groß ist die **minimal erforderliche Abtastfrequenz**, die den **Informationsgehalt des Signals nicht verzerrt** und/oder deren genaue Rekonstruktion ermöglicht?

„gute“ Abtastung



Beispiel: hier die genaue Frequenz ist für uns relevant

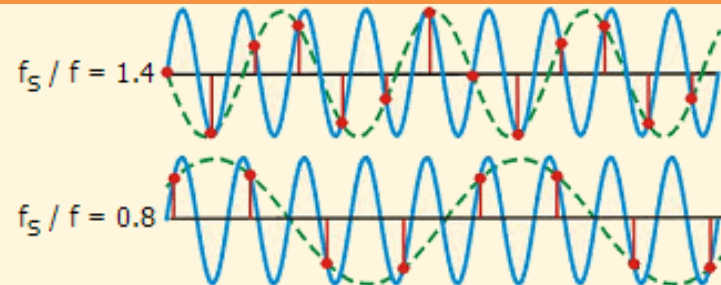
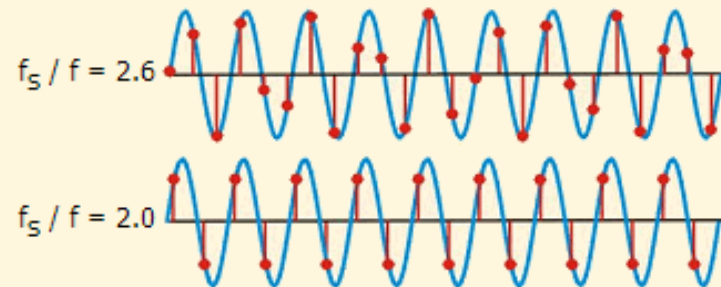
„schlechte“ Abtastung



Harry Nyquist  
(1889-1976)

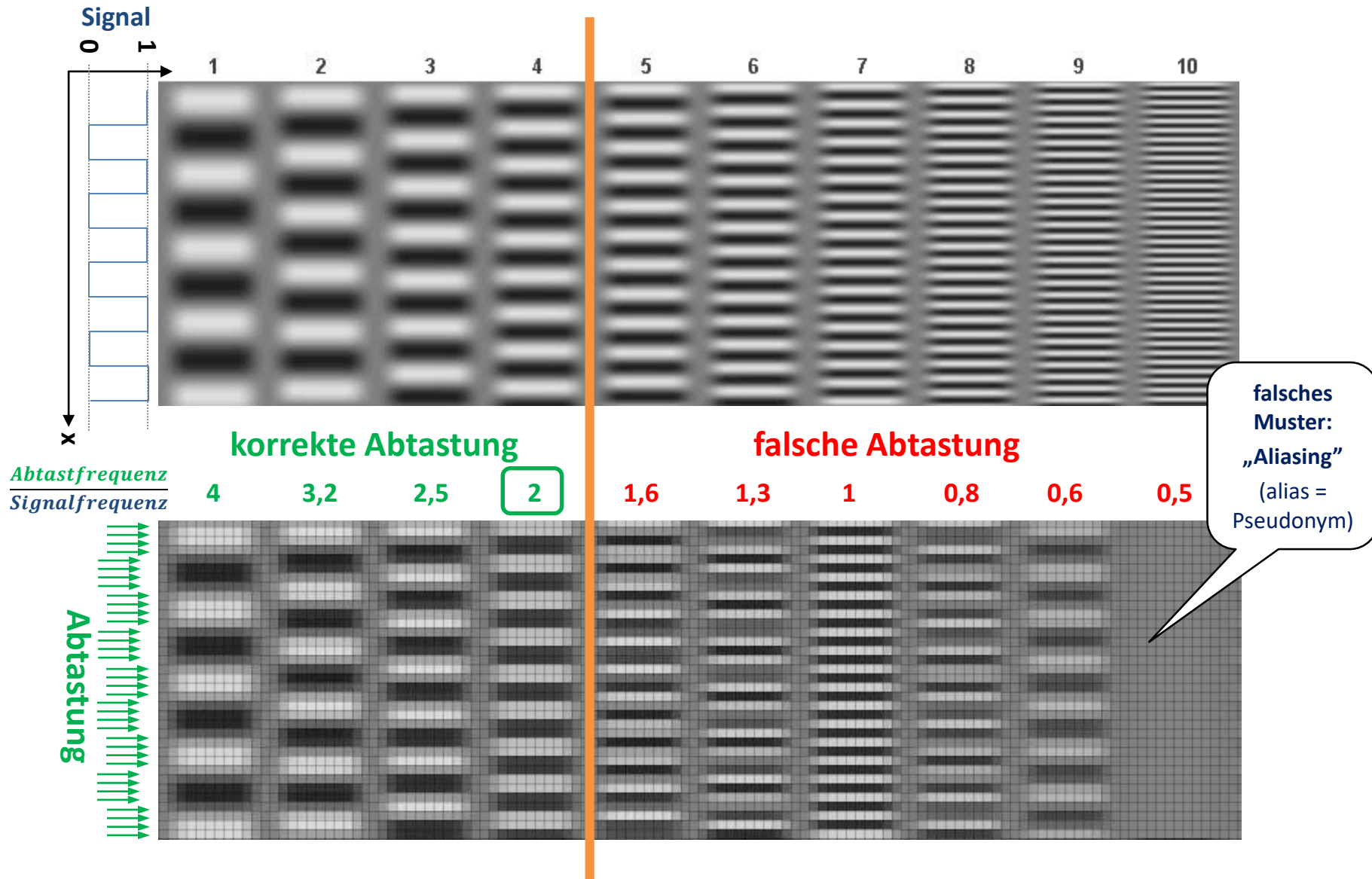


Claude Shannon  
(1916-2001)



Zeit

# Nyquist-Theorie: Abtastung (Sampling)



Die Abtastfrequenz soll mindestens das Zweifache der Signalfrequenz sein!



# Moiré-Effekt

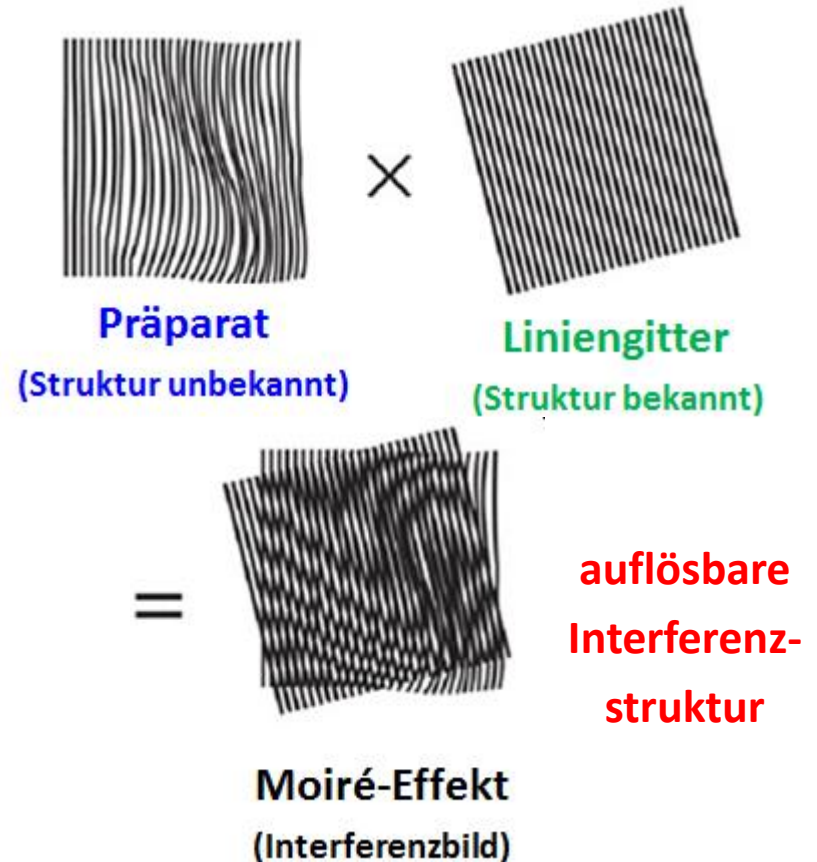
zur Erinnerung

## Mit Kamera aufgenommen



Ein optischer Effekt, bei dem durch **Überlagerung von regelmäßigen Rastern** ein wiederum **periodisches Raster** entsteht, das **spezielle Strukturen** aufweist, die in keinem der Einzel-Muster vorhanden sind.

## SIM Mikroskopie



- **Abbé-Grenze: ~200 nm**
- **Auflösungsgrenze des SIM-Mikroskops: ~100 nm**  
„Nyquist-Grenze“



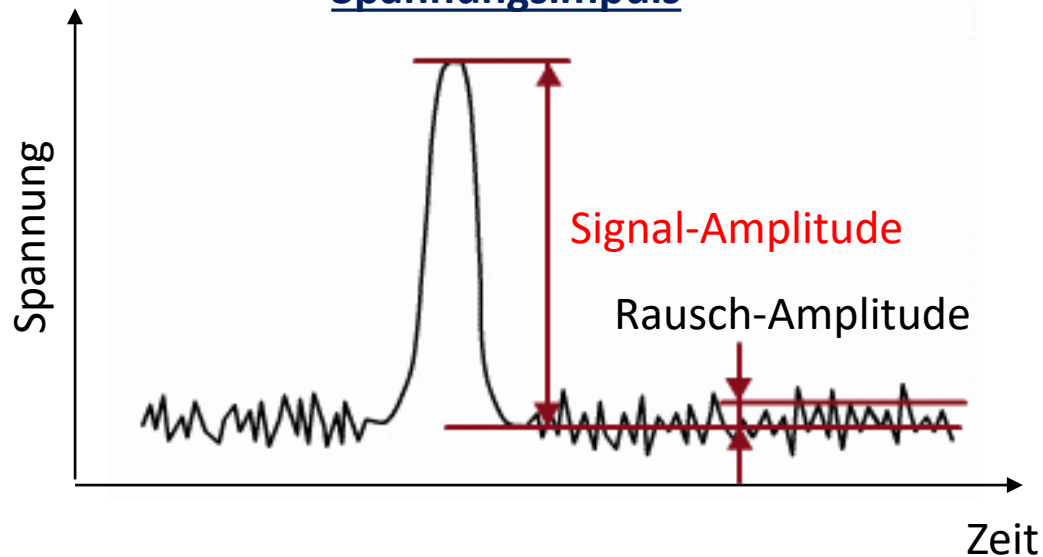
# Rauschen, Signal-Rausch-Verhältnis

Signal zu Rausch Verhältnis: SRV

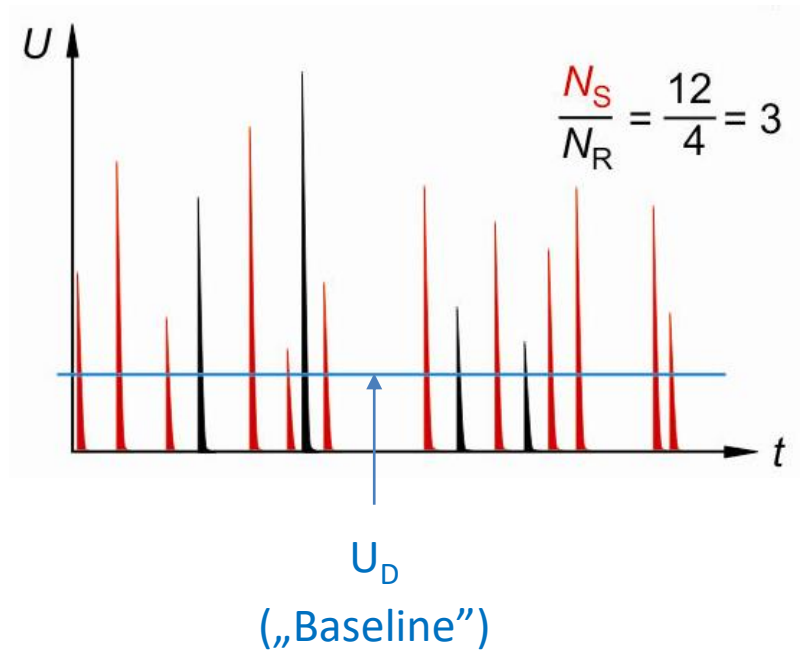
Signal to Noise Ratio: SNR

$$SRV = \frac{\text{mittlere Nutzsignalleistung}}{\text{mittlere Rauschleistung}} \quad \text{oder} \quad \frac{\text{Signalimpulszahl}}{\text{Rauschimpulszahl}} \quad \text{oder} \quad \left( \frac{A_{\text{Signal}}}{A_{\text{Rauschen}}} \right)^2$$

Spannungsimpuls



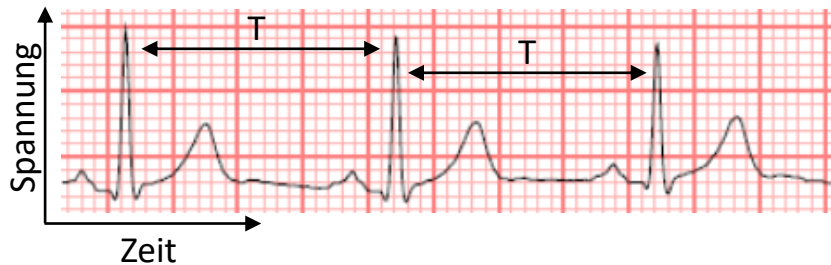
Integraldiskriminator



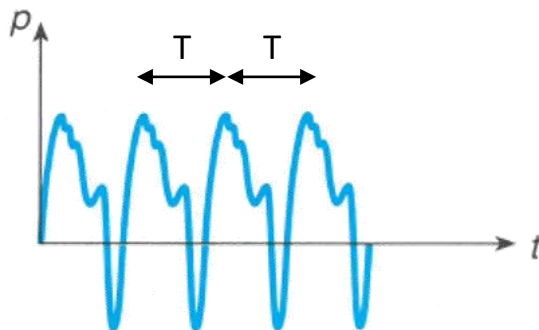
# Fourier Prinzip

**Alle periodische Signale können als eine Summe von Sinusfunktionen mit fester Frequenzbeziehung hergestellt werden.**

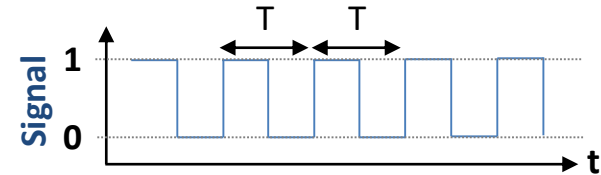
- Beispiel #1: **EKG-Signal**
  - periodisch...
  - ...aber kein einfaches Sinussignal



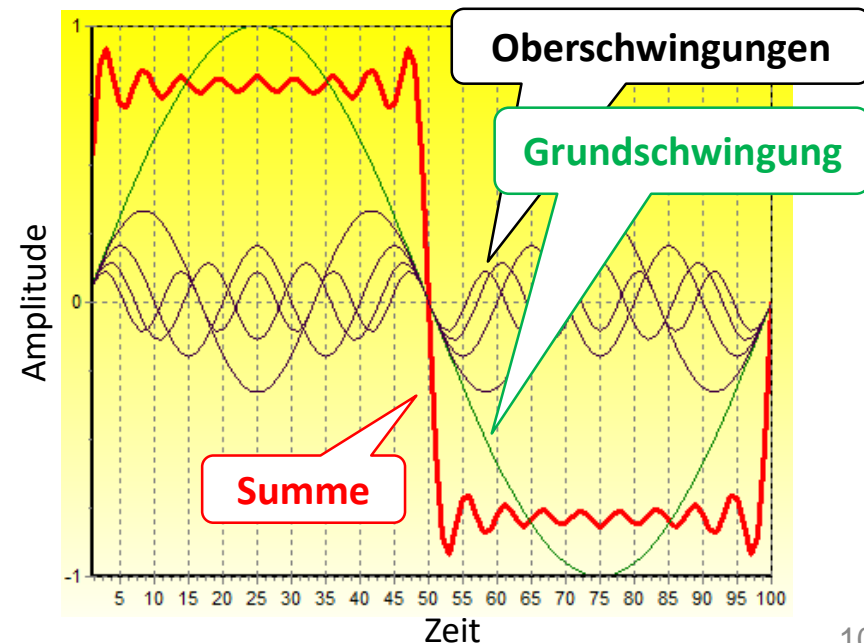
- Beispiel #2: **musikalischer Ton**
  - periodisch...
  - ...aber kein einfaches Sinussignal



- Beispiel #3: **Rechteck-Impuls (Signal)**
  - periodisch...
  - ...aber definitiv kein Sinus

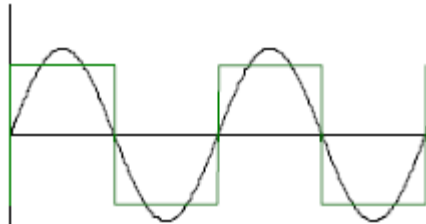


**Können wir diese Beispiele mit Sinusfunktionen herstellen? ... JA!**

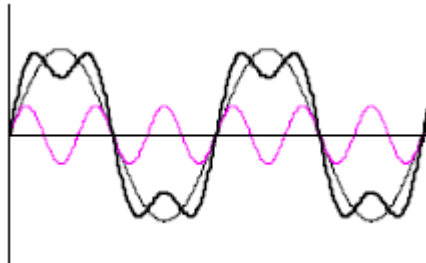


# Fourier-Theorem für periodische Funktionen

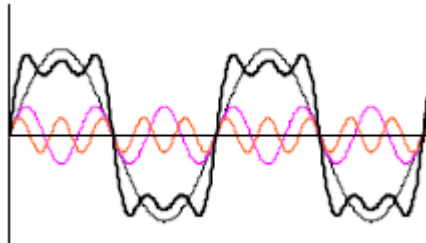
## Entstehung des Rechteck-Signals



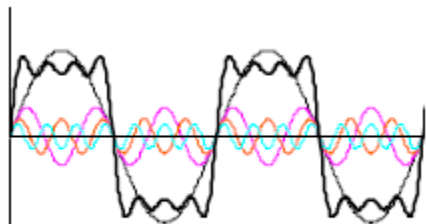
Rechteckf.  
Grundfr.



Grundfr. +  
3. Oberton

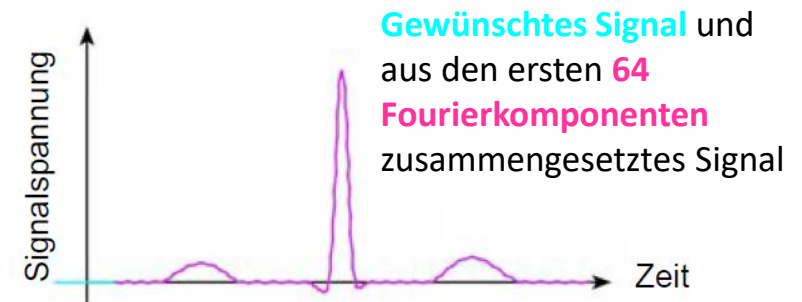


Grundfr. +  
3. Oberton +  
5. Oberton

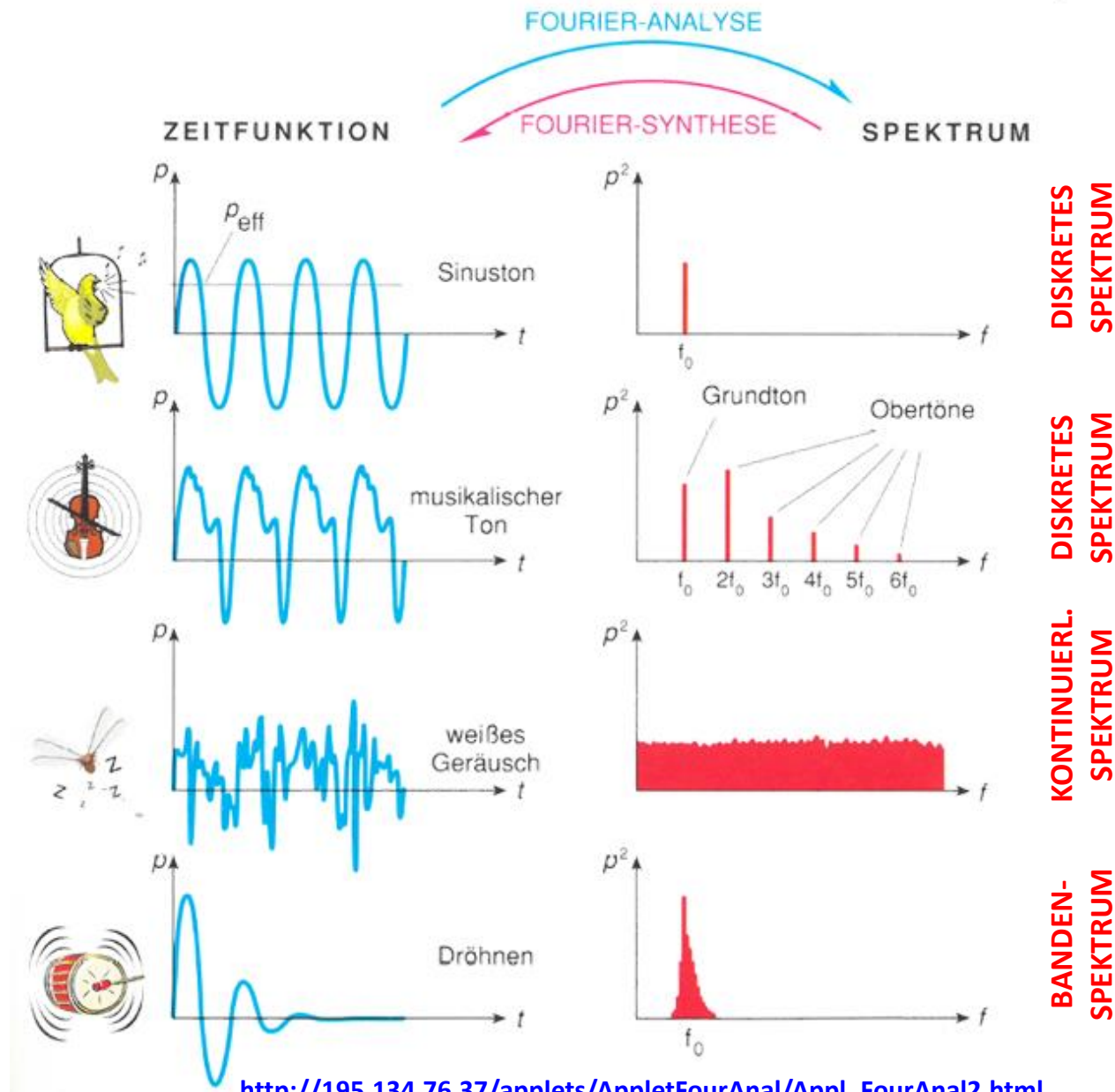


Grundfr. +  
3. Oberton +  
5. Oberton +  
7. Oberton

## Entstehung des EKG-Signals

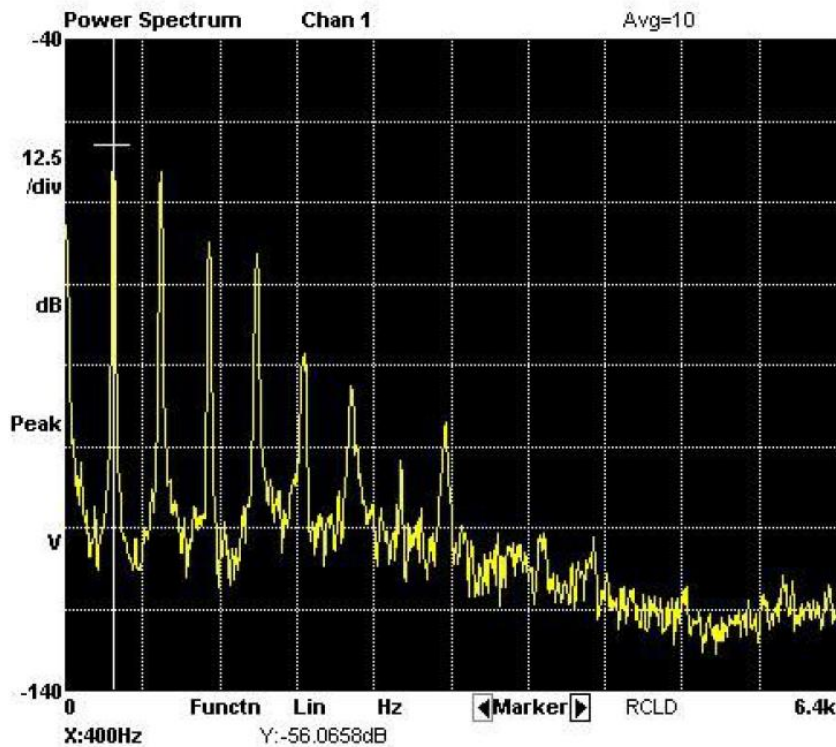


# Fourier Spektrum (Frequenzspektrum)

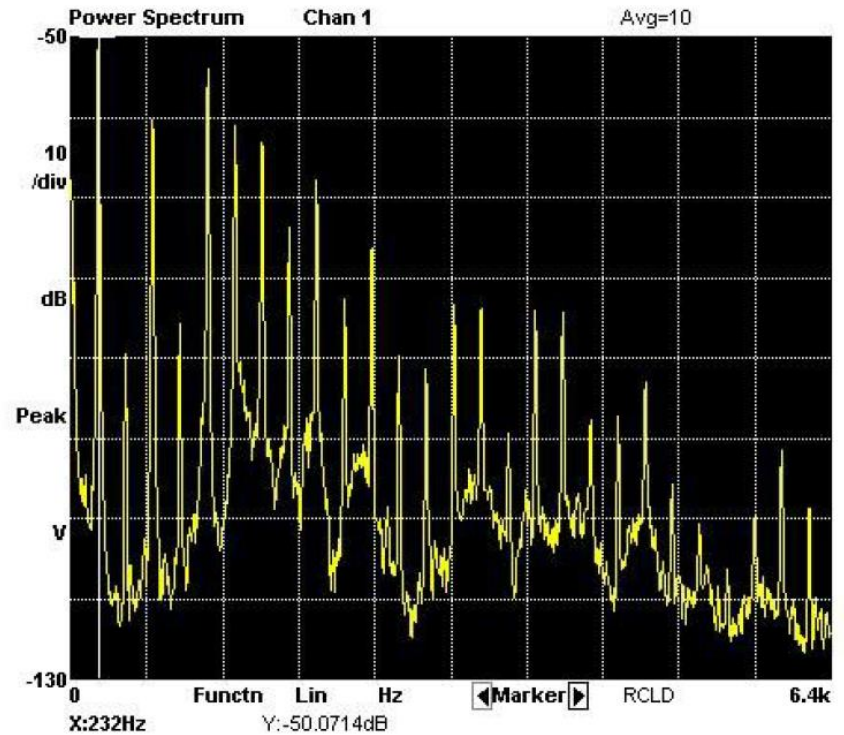


# Frequenzspektren von unterschiedlichen Musikinstrumenten

## Querflöte



## Klarinette



Spektralanalyse: mit Soundcard Scope oder mit Spectroid App

# Anwendungen der Fourier-Analyse

s. Wellen: zeitliche und räumliche Ausbreitung des Schwingungszustandes

**ZEITfunktion**

oder

**RAUMfunktion**

$$y(t) = \sum_k a_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_k)$$

$$y(x) = \sum_k a_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot x + \varphi_k)$$

Fourier-Transformation (FT)

invers-FT

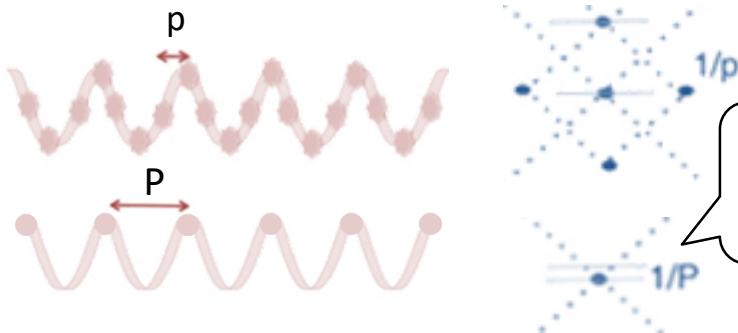
**FREQUENZfunktion**  
(~Spektrum)

zur Erinnerung

zur Erinnerung

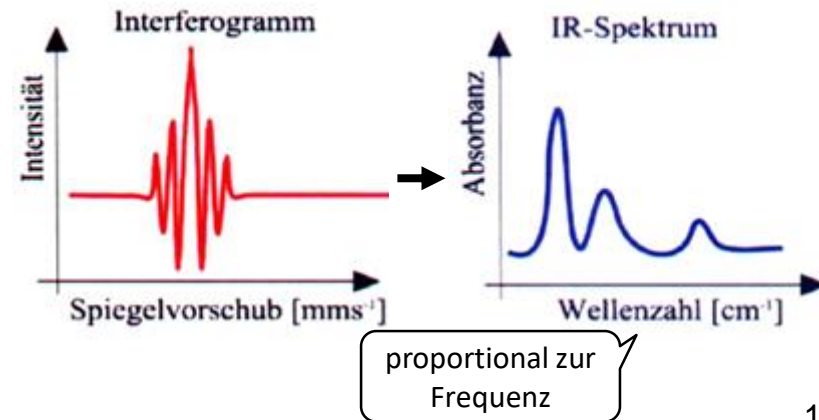
- Beispiel #1: **Diffraktionsmethoden**

- Beugung des Lichtes
- Röntgendiffraktion



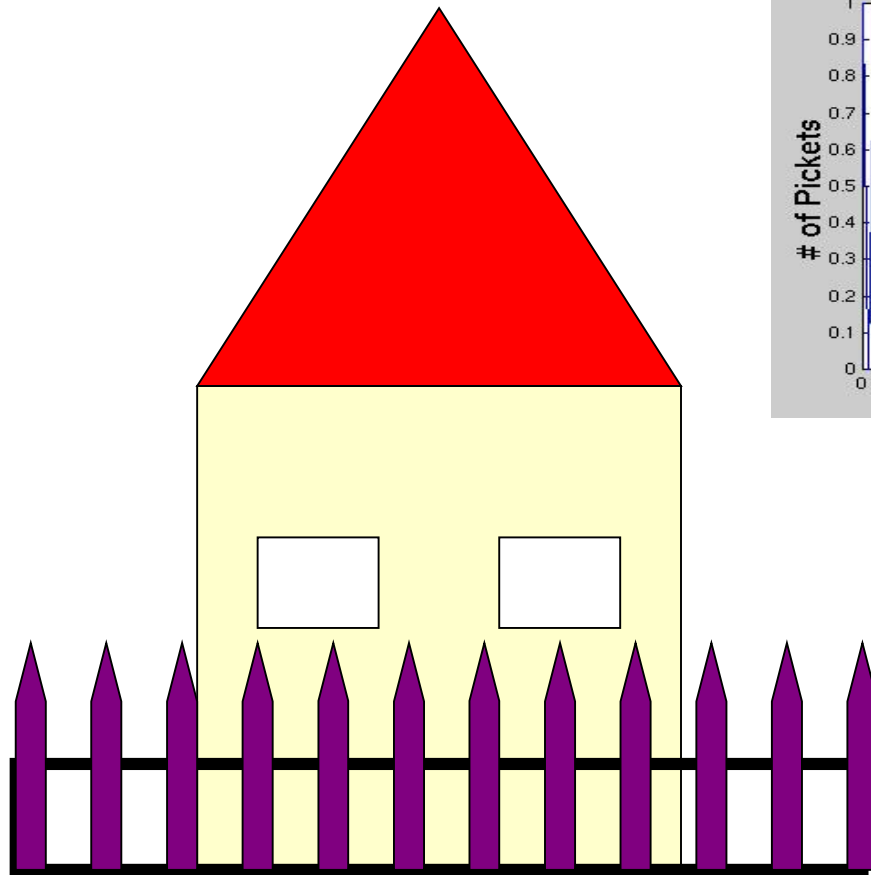
Untereinheit-  
Abstand (P):  
groß, Frequenz  
(1/P): klein

- Beispiel #2: **IR-Spektroskopie**



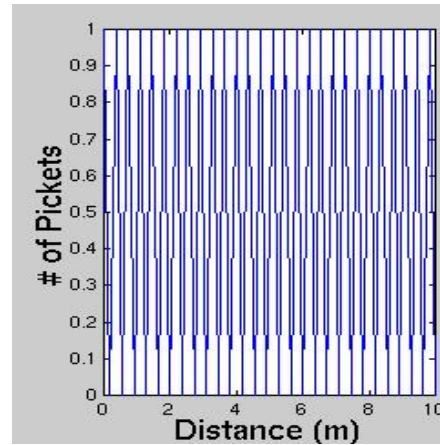


# Fourier Analyse (Raumdomain $\rightarrow$ Frequenzdomain)

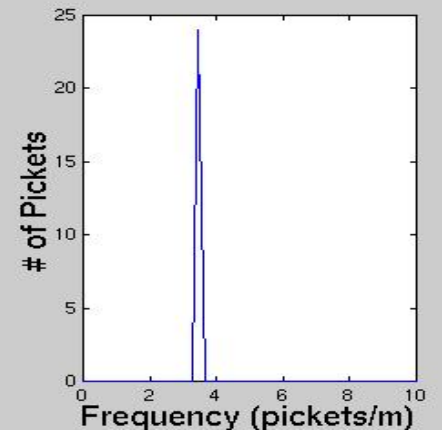


Raumdomain  
(Haus mit Zaun)

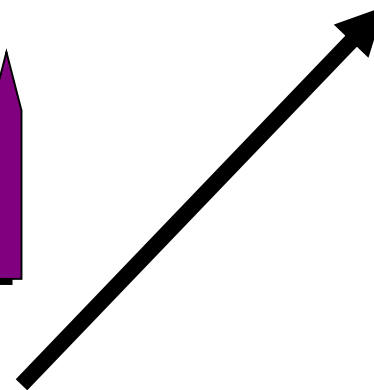
Raumfunktion



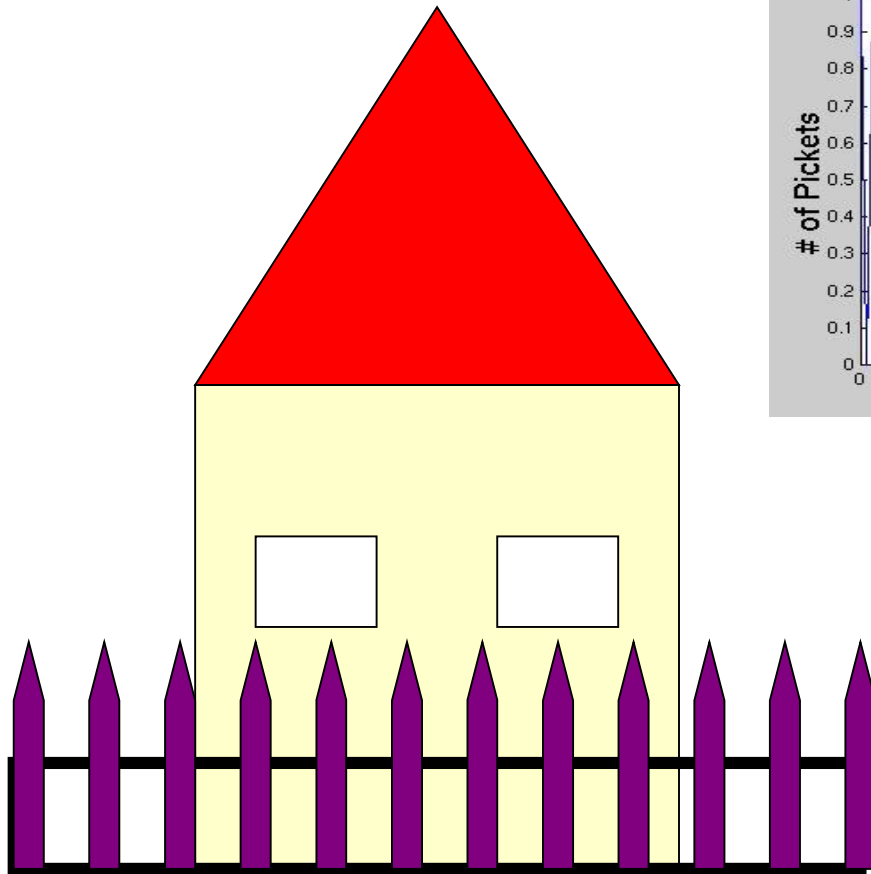
Frequenzspektrum



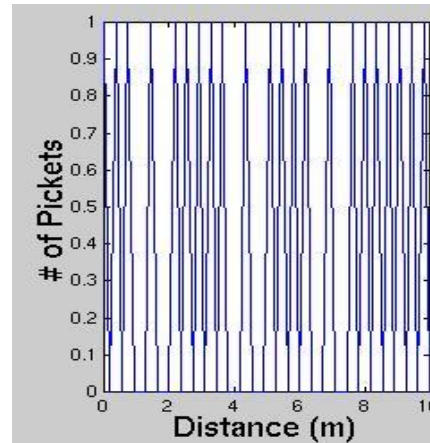
Frequenzdomain  
(repetierende Zaunelemente)



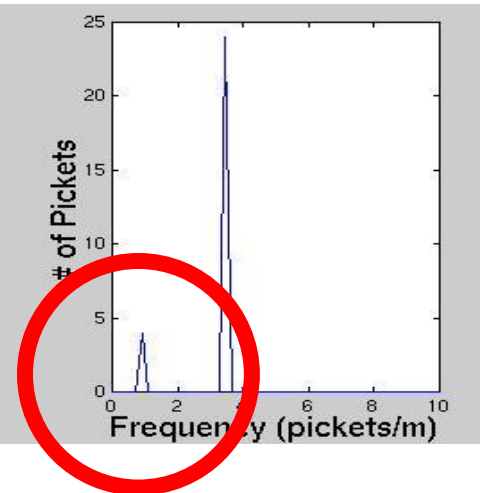
# Fourier Analyse (Raumdomain $\rightarrow$ Frequenzdomain)



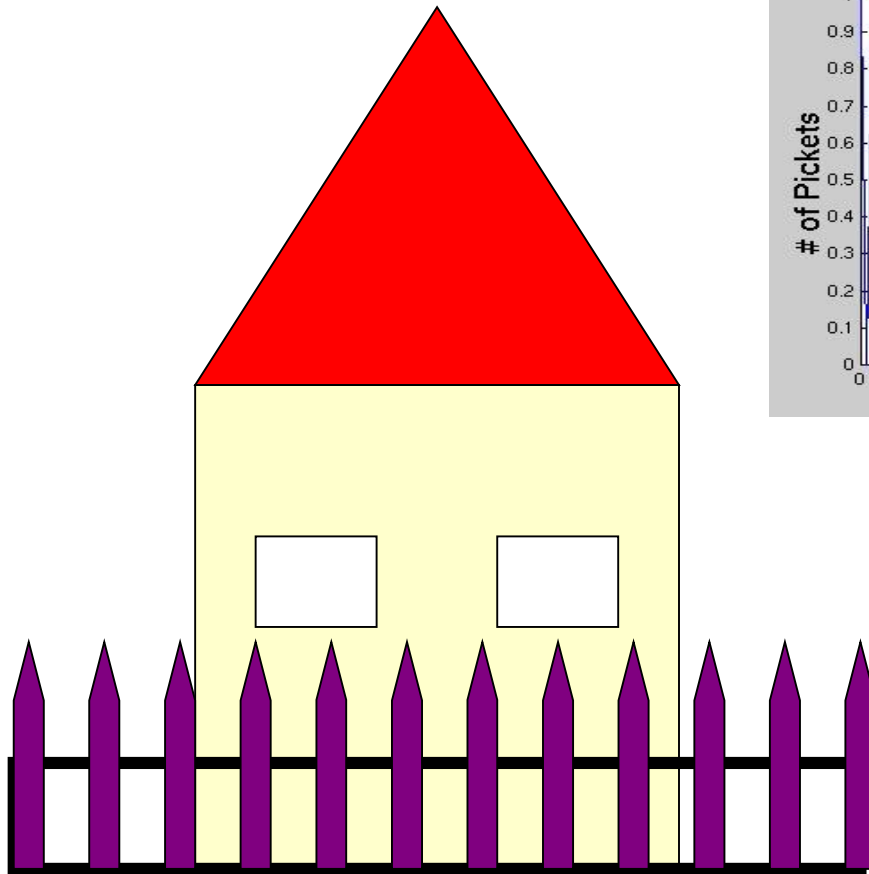
Raumfunktion



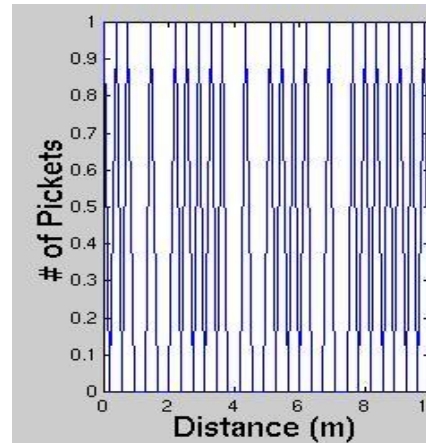
Frequenzspektrum



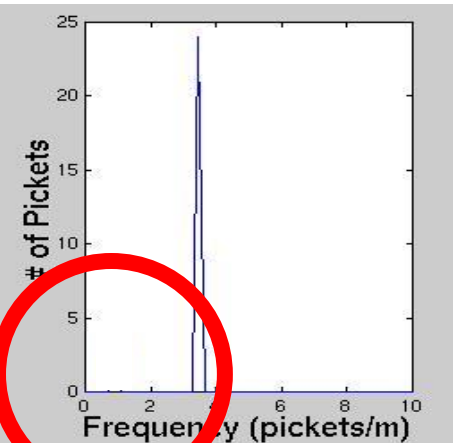
# Fourier **Synthese** (Raumdomain $\leftarrow$ Frequenzdomain)



Raumfunktion

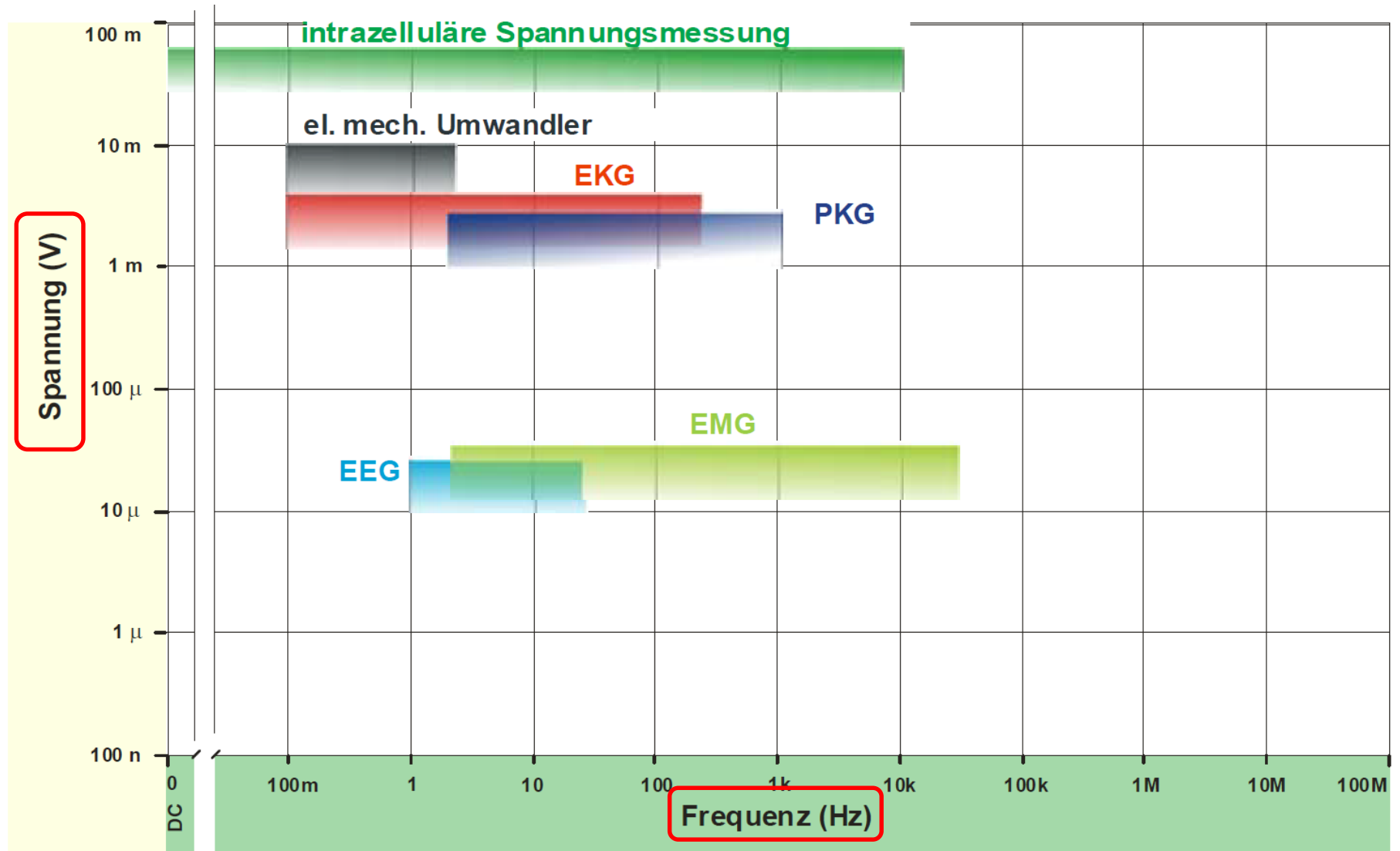


Frequenzspektrum

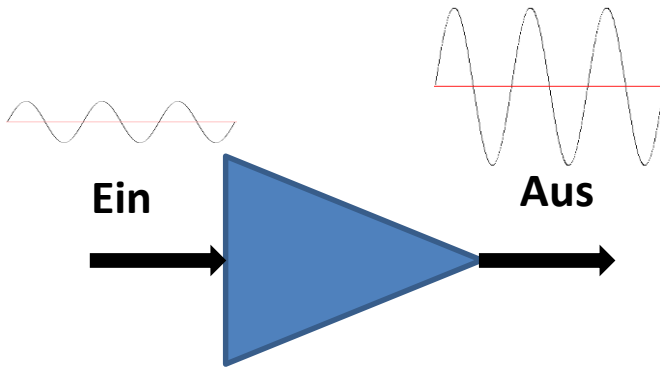


Anwendungsbeispiel  
der Fourier Synthese:  
**Rauschfilterung**

# Bioelektrische Potentiale



# Verstärker



Leistungsverstärkung:

$$V_P = \frac{P_{aus}}{P_{ein}}$$

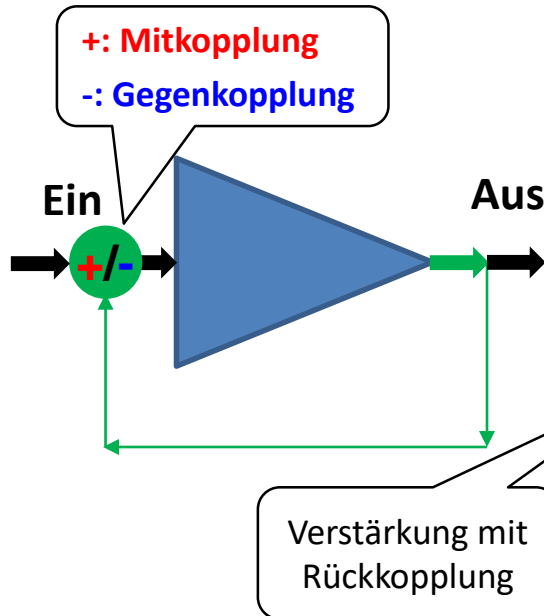
Spannungsverstärkung:

$$V_U = \frac{U_{aus}}{U_{ein}}$$

Verstärkungspegel:

$$n(dB) = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{aus}}{P_{ein}} \right)$$

## Rückgekoppelter Verstärker



Verstärkung ohne Rückkopplung

$$U_{aus} = (U_{ein} - U_{aus} \cdot \beta) \cdot V$$

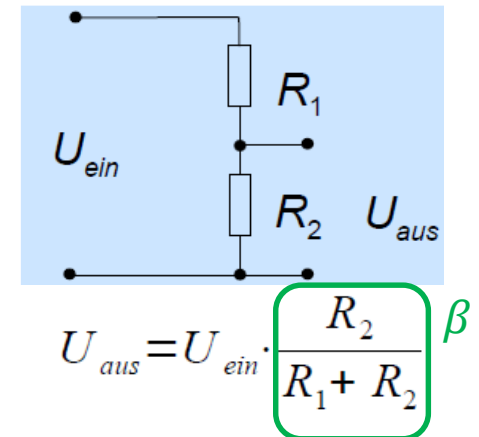
$$V_R = \frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{V}{1 + V \cdot \beta}$$

$$V \cdot \beta \gg 1$$

$$V_R \cong \frac{1}{\beta}$$

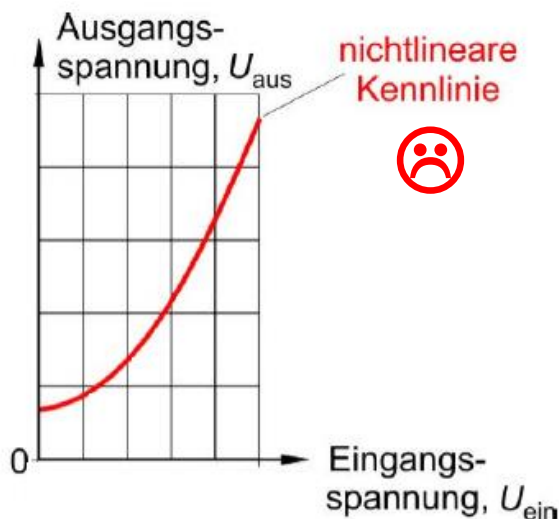
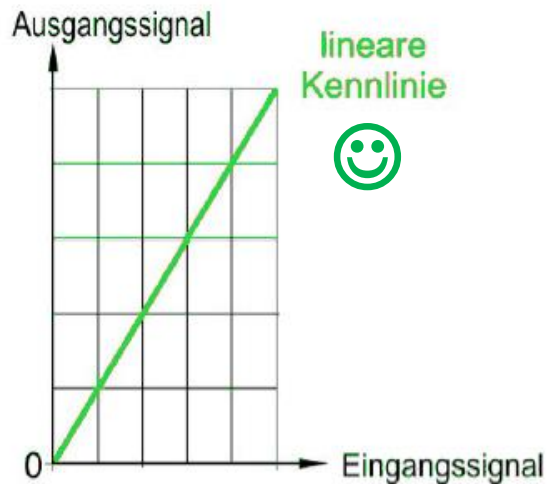
Verstärkung mit Rückkopplung

### Spannungsteiler

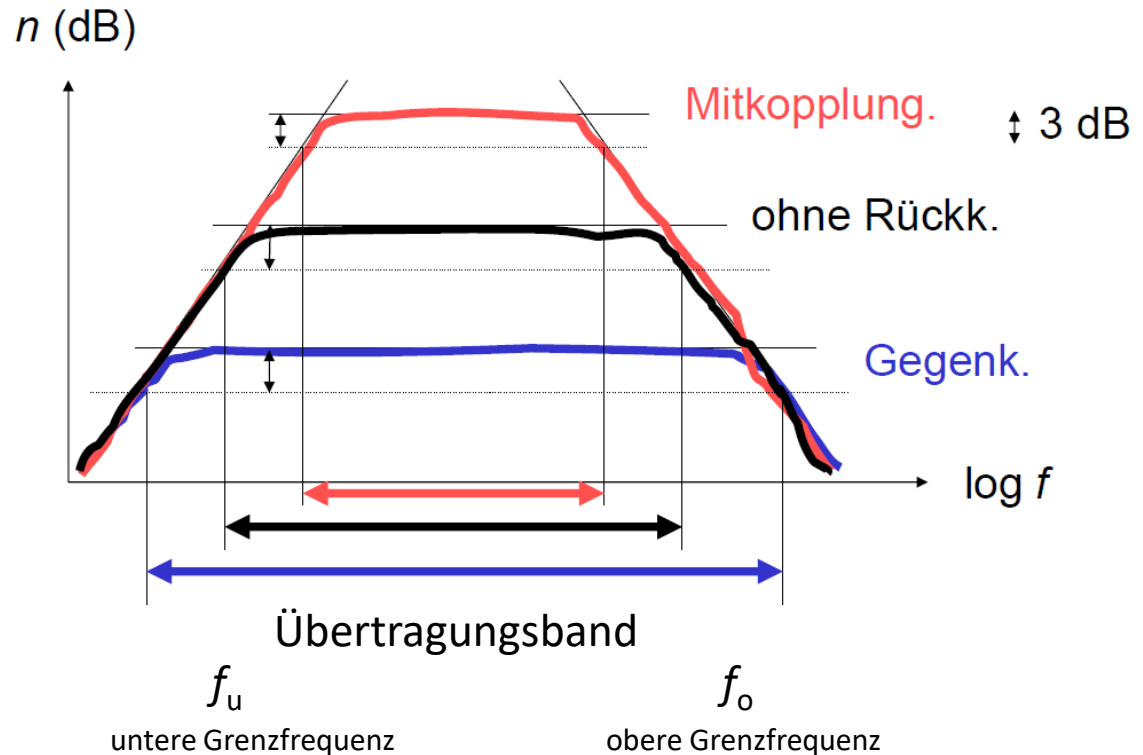


# Kennlinie, Frequenzübertragungsfunktion

## Kennlinie



## Frequenzcharakteristik



**Mitkopplung:** Übertragungsband: schmaler

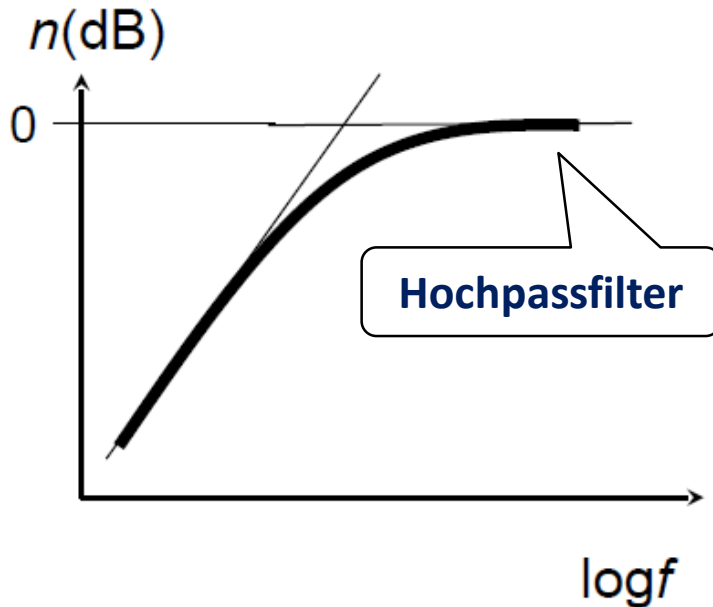
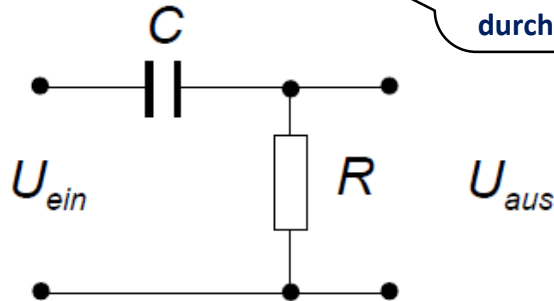
**Gegenkopplung:** Übertragungsband: breiter



# Hoch- und Tiefpassfilter

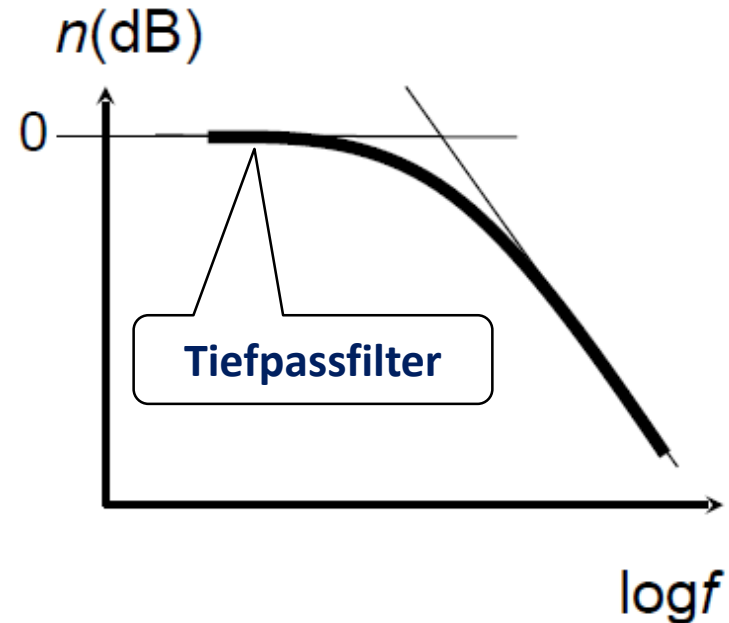
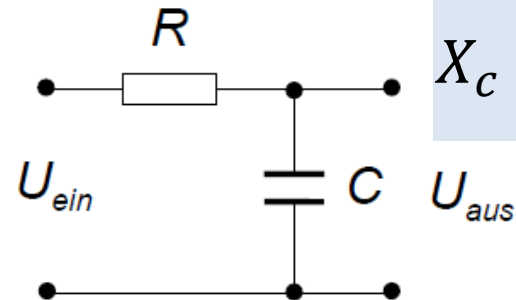
$$X_c = \frac{1}{2\pi f c}$$

bei **niedriger**  
Frequenzen:  $X_c$   
ist sehr groß:  
Eingangssignal  
wird nicht  
durchgelassen



bei **hohen**  
Frequenzen:  $X_c$  ist  
klein: Kurzschluss  
(Shunt)  
Eingangssignal  
wird nicht  
durchgelassen

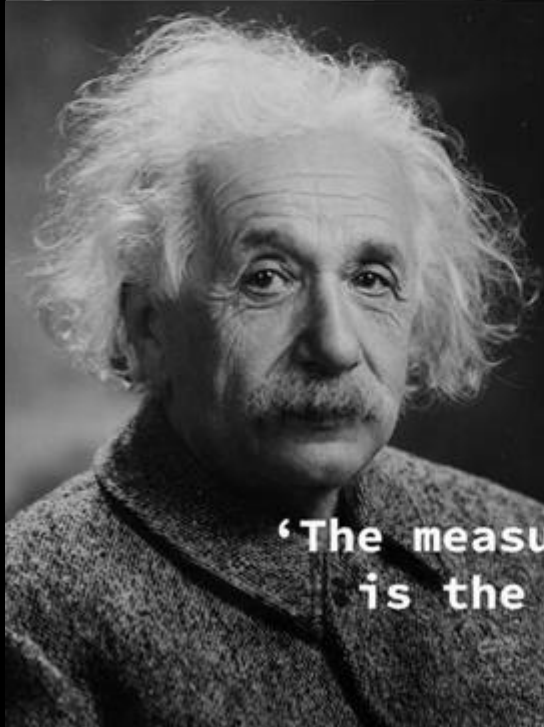
$$X_c = \frac{1}{2\pi f c}$$



**1N73LL1G3NC3  
15 7H3 4B1L17Y  
70 4D4P7  
70 CH4NG3.**

**573PH3N H4WK1NG**

**'Intelligence is the ability  
to adapt to change.'**  
- Stephen Hawking



**'The measure of intelligence  
is the ability to change.'**  
- Albert Einstein

