


# Medizinische Biophysik

## Transportprozesse

19.04.2024

### I. Strömungen (Volumentransport ) *Fortsetzung*

#### 4. Strömung von reellen Flüssigkeiten (*Fortsetzung*)

- Geschwindigkeitsprofil von reellen Flüssigkeiten:
- Kritische Geschwindigkeit  Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Transportgesetz** (Hagen-Poiseuille-Gesetz)  
Anwendung: **Atmung/Blutströmung**
- **Zusammenfassung über das Blut und den Blutkreislauf**

#### 5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

### II. Wärmeleitung (Energietransport )

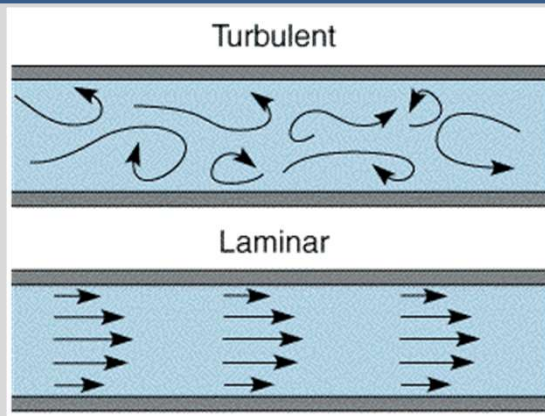
#### 0. Mechanismus:

#### 1. Grundbegriffe

#### 2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz

#### 3. Anwendung: Wärmehaushalt des menschlichen Körpers

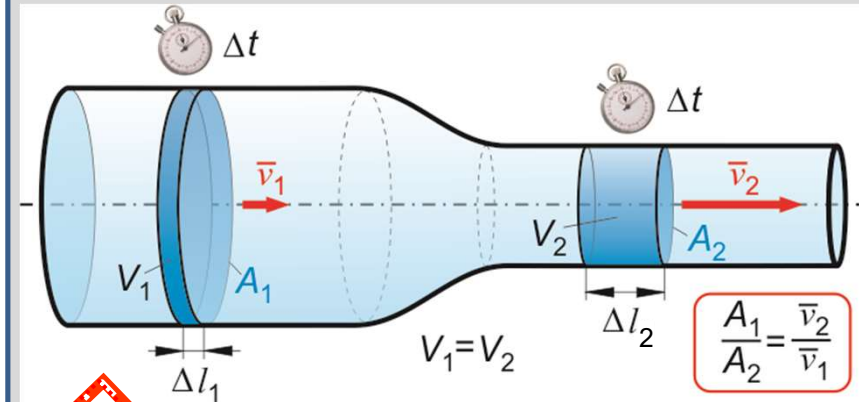
### Verallgemeinerung der Transportgesetze



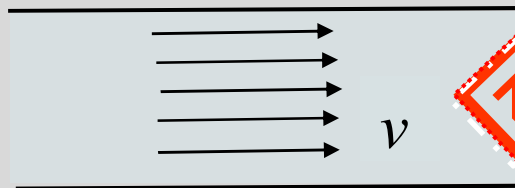
Volumenstromstärke ( $I$ ):  $I = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \left( \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)$

$$I = A \cdot \bar{v}$$

## Kontinuitätsgleichung



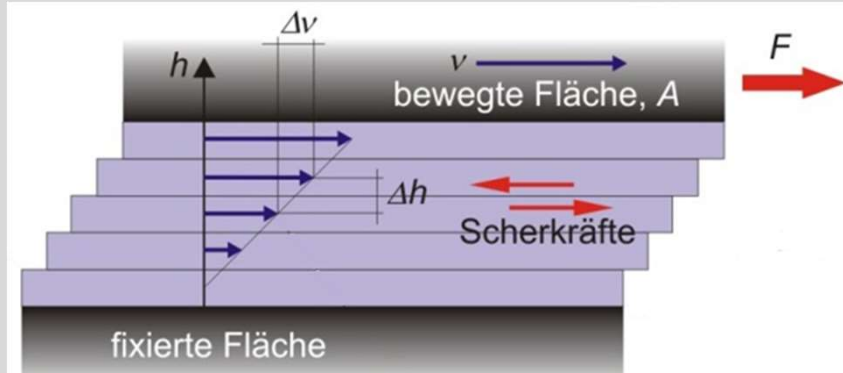
Ideale Flüssigkeit (ohne innere Reibung)



Bernoullische Gleichung

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{konstant}$$

Reelle Flüssigkeit (mit innere Reibung)



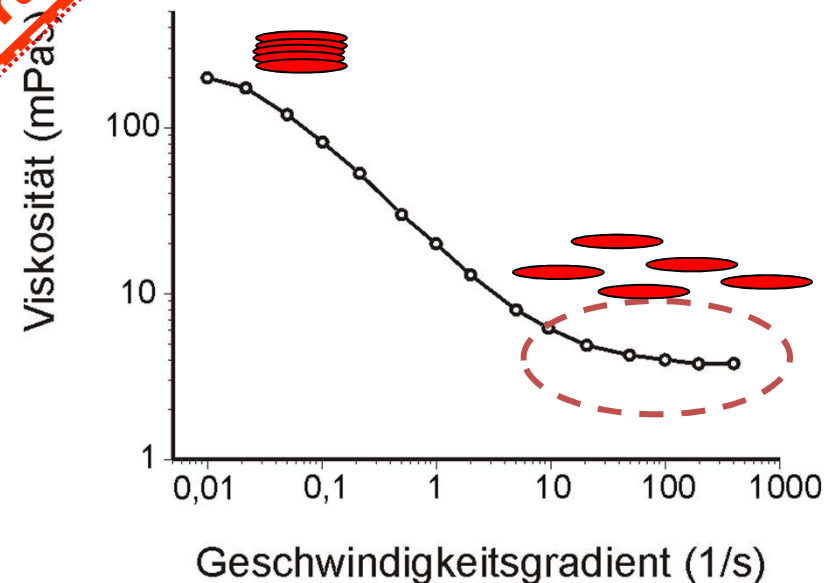
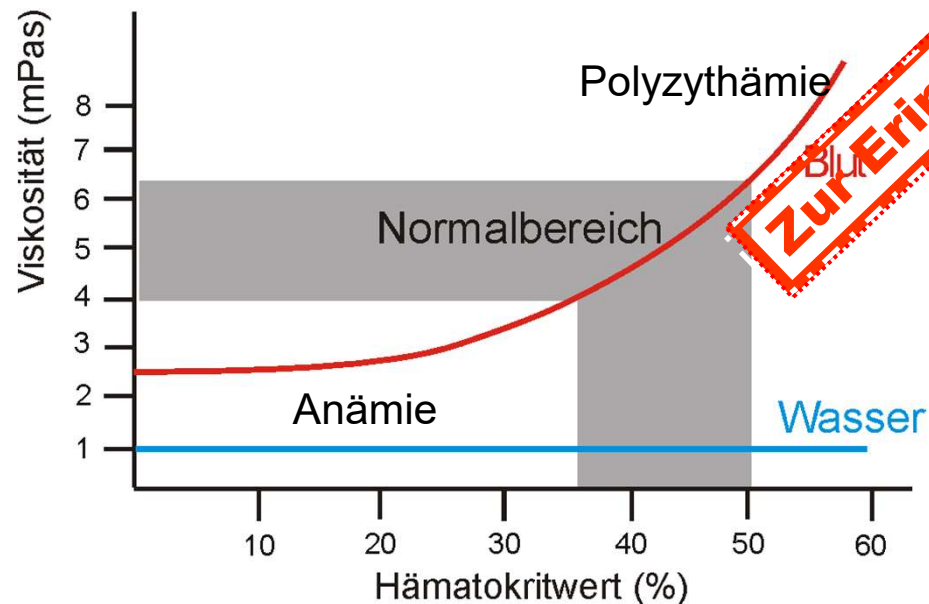
Newtonsches  
Reibungsgesetz

$$F = F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

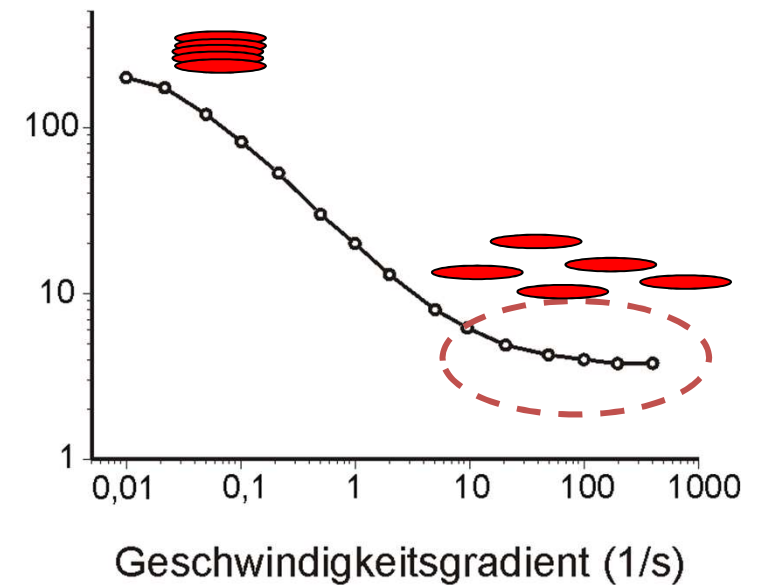
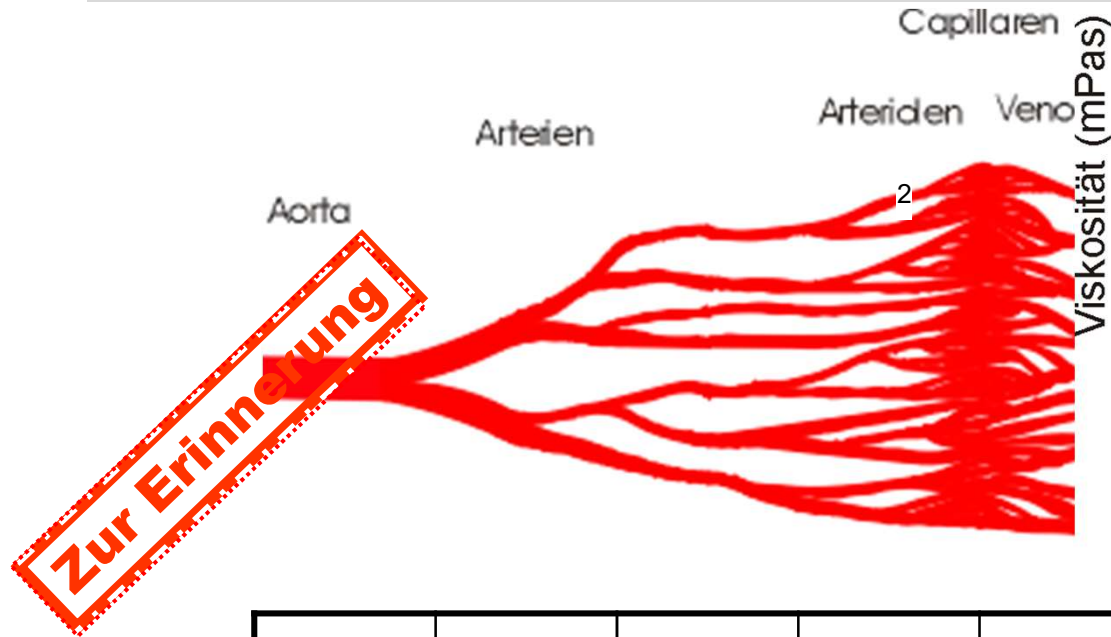
Zur Erinnerung

# Viskosität des Blutes

- bei Körpertemperatur und bei physiologischen Strömungsverhältnissen: 2-10 mPa·s
- hängt von der **Temperatur** ab ( wie bei jeder Flüssigkeit)
- hängt sehr stark von dem **Hämatokritwert** des Blutes ab
- hängt vom **Geschwindigkeitsgradienten** ab, und zwar **pseudoplastisch**
- hängt vom **Blutgefäßdurchmesser** ab, in kleineren Gefäßen (< 1 mm) ist die Viskosität kleiner (Fahraeus-Lindqvist-Effekt)

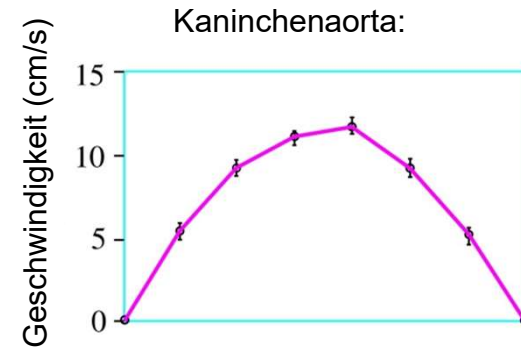
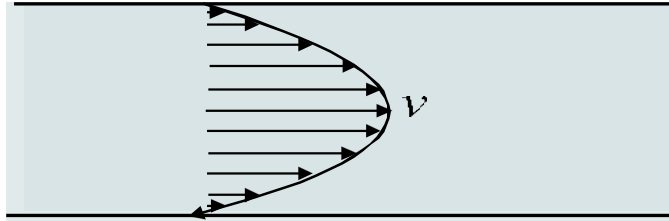


# Blutkreislauf



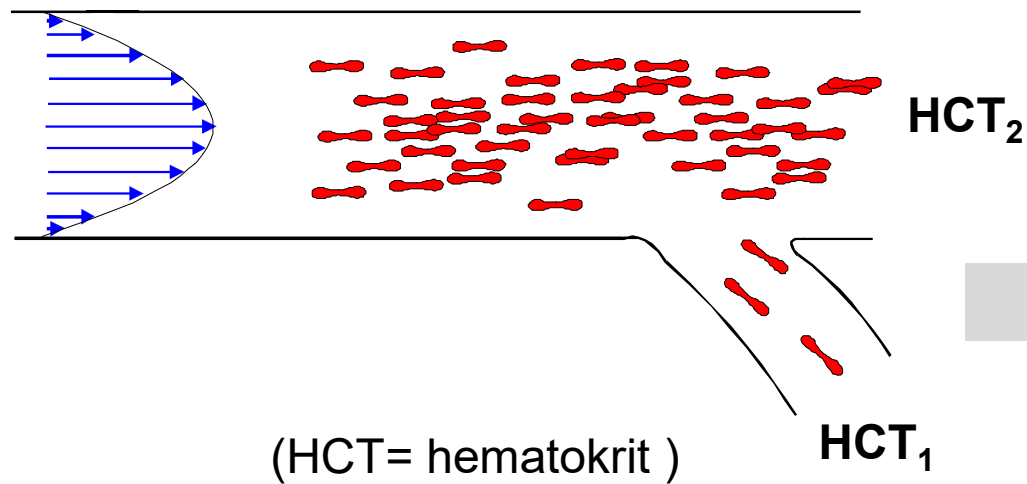
Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
R (cm)	1,2	0,2	0,0015	0,00035	0,001	0,25	1,7
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6
v/R (1/s)	19	25	167	63	25	10	3,5

- Geschwindigkeitsprofil von reellen Flüssigkeiten:



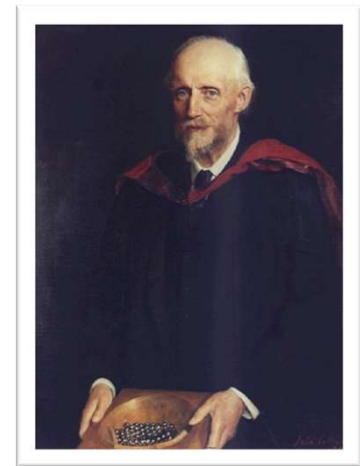
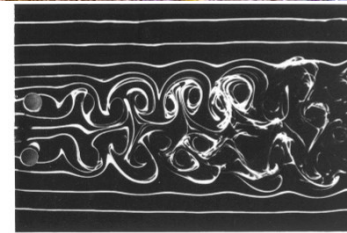
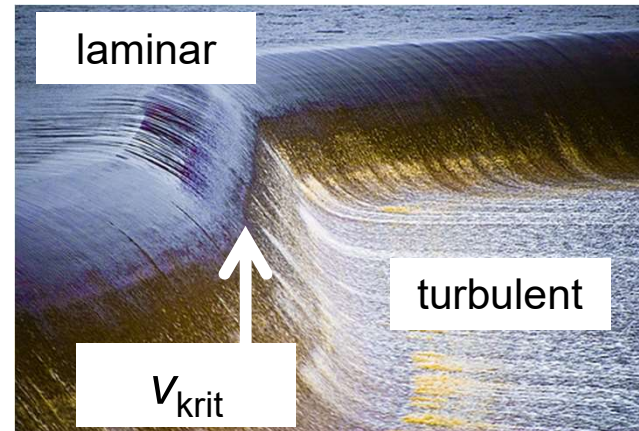
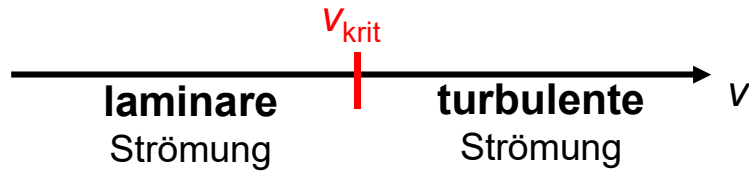
### Eine physiologische Folgerung: Plasma-Skimming

Parabolisches Geschwindigkeitsprofil + bernoullische Gleichung →



$$HCT_1 < HCT_2$$

- Kritische Geschwindigkeit ( $v_{\text{krit}}$ ):



Osborne Reynolds  
1842-1912  
Physiker und  
Wasseringenieur

$$v_{\text{krit}} = \text{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Reynolds-Zahl  
(für glatte Wand:  $\text{Re} = 1160$ )

Viskosität

Dichte

Radius des Rohres

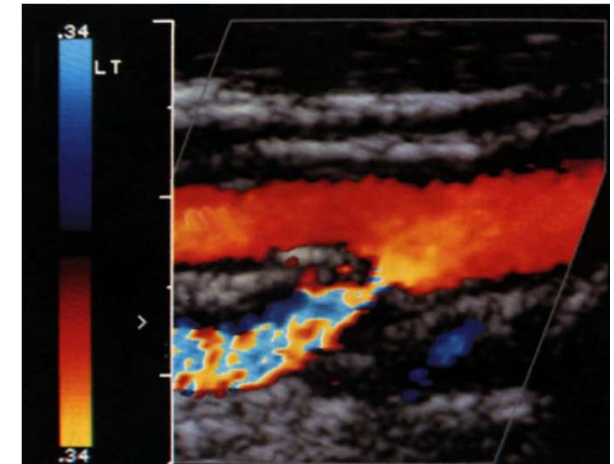
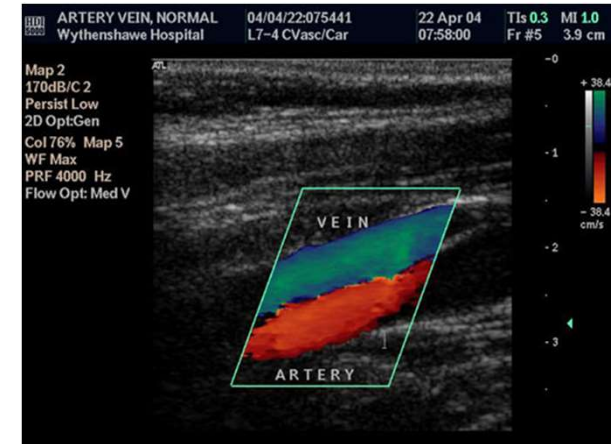
## Ist die Blutströmung laminar oder turbulent?



$$\eta = 5 \text{ mPas}$$

$$r = 12 \text{ mm}$$

$$\rho = 1,05 \text{ kg/dm}^3$$



## Ist die Strömung der Luft bei Atmung laminar oder turbulent?



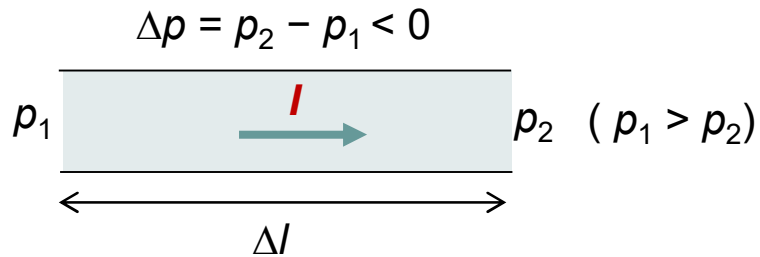
$$\eta = 19 \text{ }\mu\text{Pas}$$

$$r = 9 \text{ mm}$$

$$\rho = 1,3 \text{ kg/m}^3$$

- Was treibt die Strömung?
- Wovon hängt die Volumenstromstärke der Strömung ab?

■ **Transportgesetz (Hagen–Poiseuille-Gesetz):**



G. H. L. Hagen  
1797-1884  
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille  
1799-1869  
Physiologe

Volumenstromstärke

Druckgradient

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Viskosität

Radius

Gültigkeitsvoraussetzungen:

- inkompressible Flüssigkeit/Gas
- laminare Strömung
- stationäre Strömung
- newtonsche Flüssigkeit/Gas



- **Strömungswiderstand (Analogie mit dem elektrischen Strom):**

Strömung

Elektrischer Strom

Hagen–Poiseuille-Gesetz

Ohmsches Gesetz

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$\frac{1}{R_{str}}$

↖

$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{U}{R_{el}} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$I_{str} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = - \frac{\Delta p}{R_{str}}$$



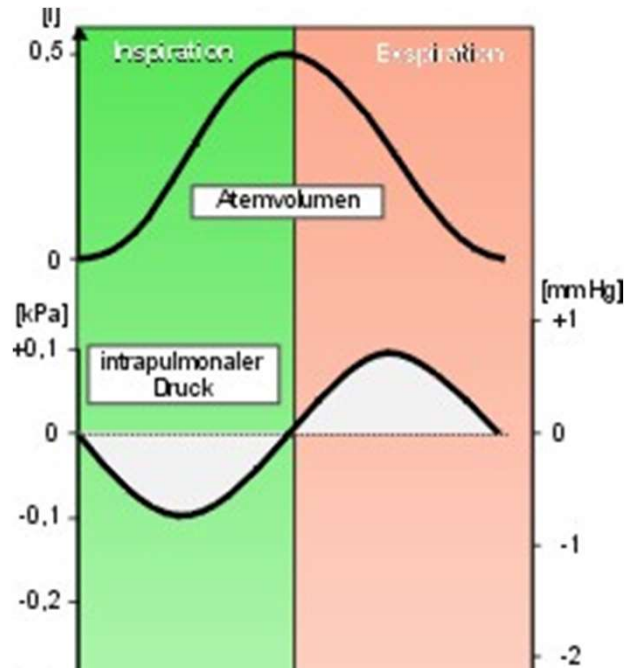
$$I_{el} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = - \frac{\Delta \varphi}{R_{el}}$$

$$R_{str} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{(\pi R^2)^2} = 8\pi\eta \frac{\Delta l}{A^2}$$

$$R_{el} = \rho \frac{l}{A}$$

# Anwendung des H–P-Gesetzes: Atmung

## ■ Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Atmung?



- inkompressible Luft?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsches Gas?

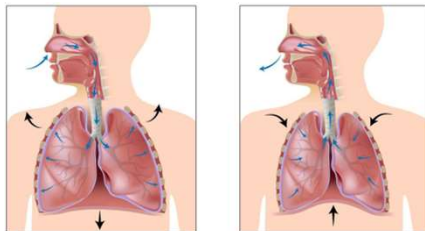


Das H–P-Gesetz ist mit guter Annäherung anwendbar!

## ■ Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen–Poiseuille-Gesetzes:

### ➤ Druck ( $\Delta p$ )

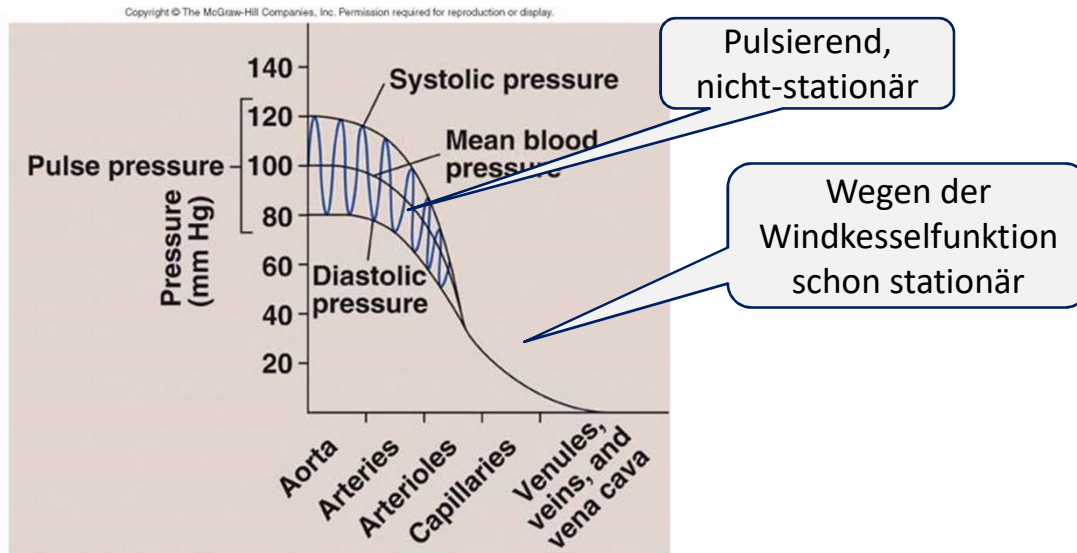
- Intrapulmonaler **Druck** ( $\Delta p$ ) kann in einem Atemzyklus stark geändert werden:  
0,1 kPa – 0,5 kPa
- Der Durchschnittswert des intrapulmonalen Druckes ( $\overline{\Delta p}$ ) für die Einatmung kann durch die **Atemfrequenz** geändert werden:  
12 1/min – 40 1/min



### ➤ ~~Radius ( $R^4$ )~~

# Anwendung: Blutkreislauf

- Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?



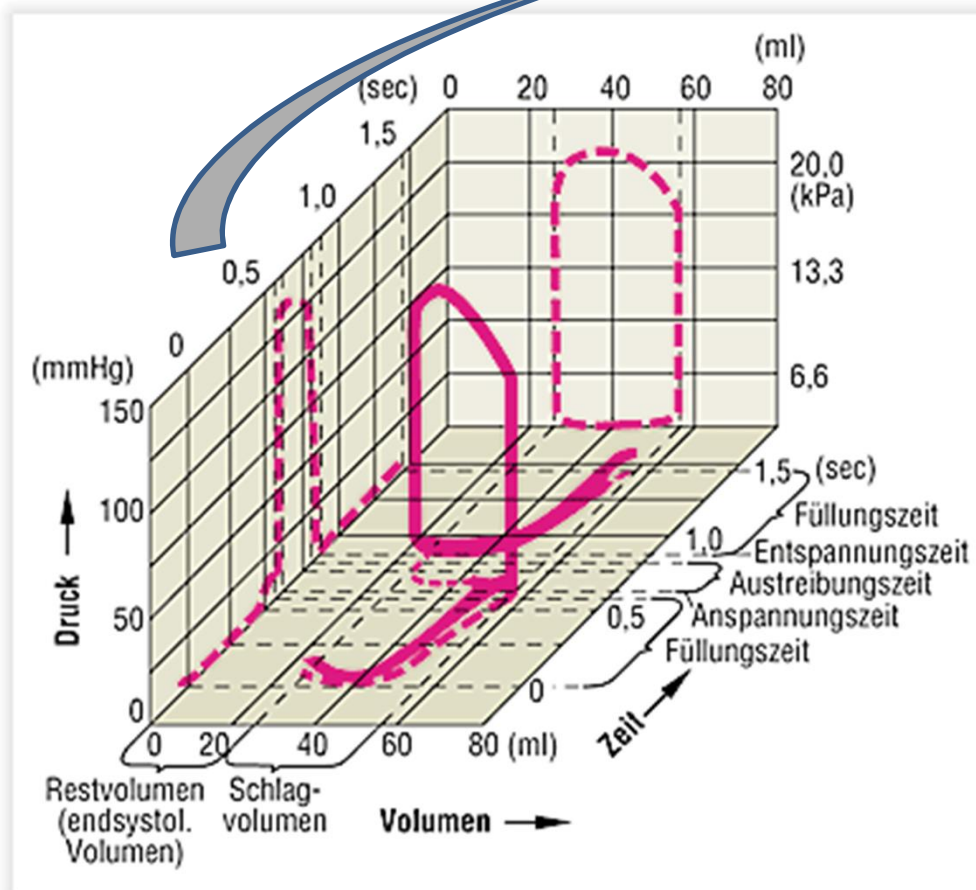
- inkompressible Fl.? 🤔
- laminare Strömung? 😊
- stationäre Strömung? 😊
- newtonsche Fl.? 😞

Folgerung: Das H-P-Gesetz ist nur annähernd anwendbar!

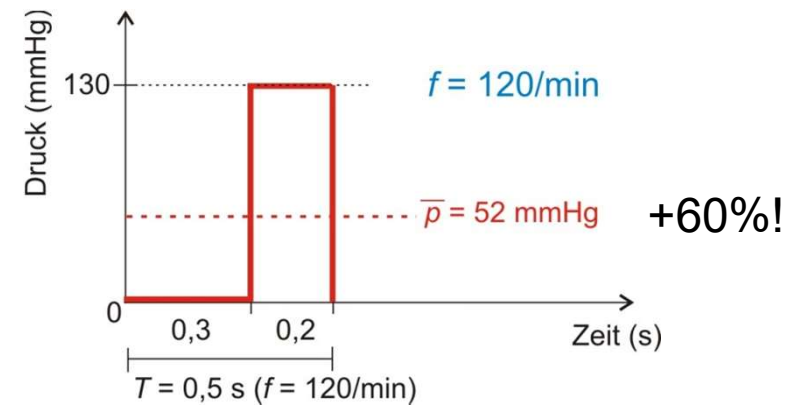
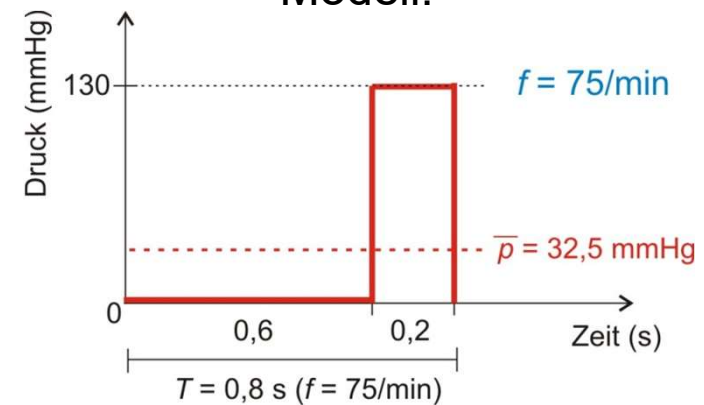
Doch zeigt das Gesetz richtig, wie die Blutströmung reguliert werden kann.

# Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:
  - Druck ( $\Delta p$ )



Modell:

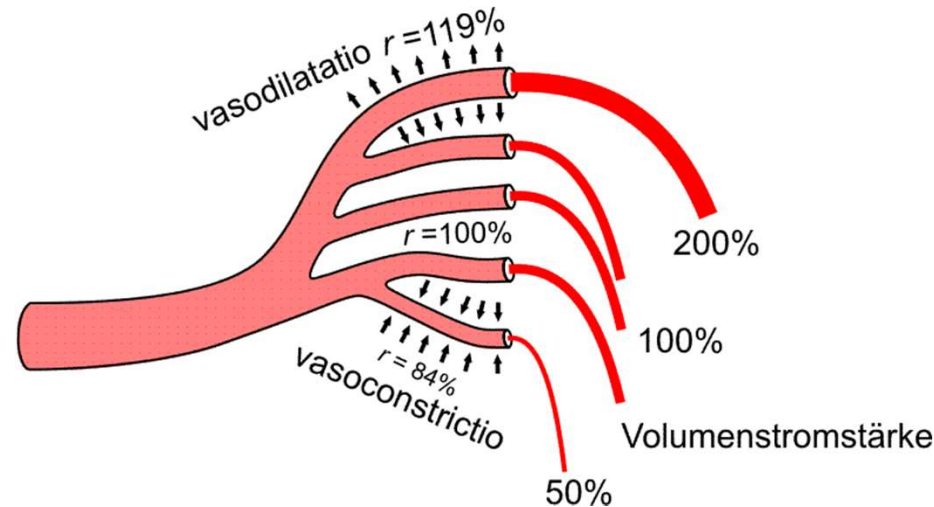


Der Durchschnittswert ( $\bar{\Delta p}$ ) kann durch die Pulszahl geändert werden!

# Anwendung: Blutkreislauf

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

➤ Radius ( $R^4$  !)



- Regulation der Druckverhältnisse im Blutkreislauf laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

$$\Delta p = \frac{8\eta}{R^2} \frac{\Delta l}{R^2 \pi} \cdot I$$

„Strömungs-  
widerstand“

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4}$$

Durch **Gefäßverengung** (Vasokonstriktion) wird der **Strömungswiderstand** und dadurch auch der **Druckabfall** stark **erhöht** (falls die gleiche Stromstärke durch das Herz aufrechterhalten wird).

# Zusammenfassend über Blut und Blutströmung

## Blut

Das Blut ist eine reelle Flüssigkeit mit einer Viskosität von 2-10 mPa·s.

Die Viskosität hängt

- vom Hämatokritwert,
- vom Geschwindigkeitsgradienten (pseudoplastische Flüssigkeit),
- vom Blutgefäßdurchmesser,
- und von der Temperatur ab.

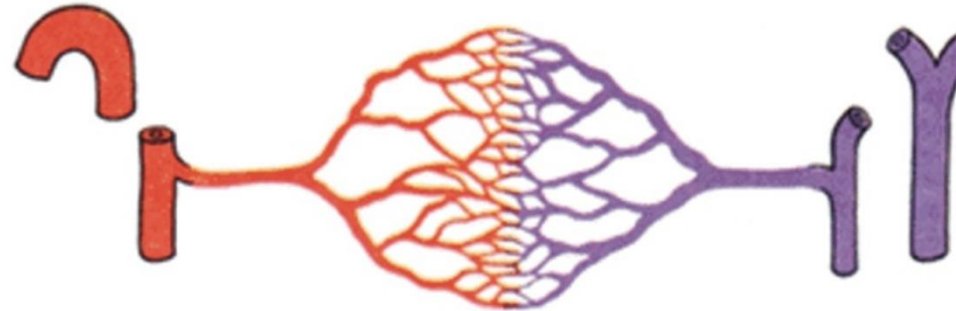
## Blutströmung

Die Blutströmung ist

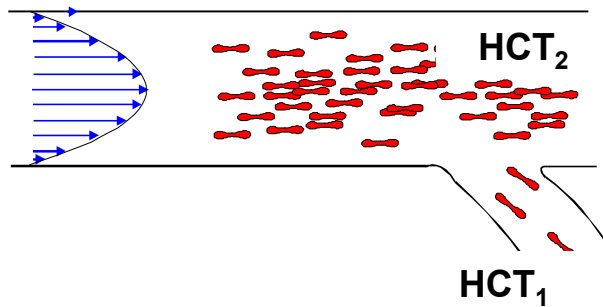
- überwiegend **laminar** ( $v < v_{\text{krit}}$ ),
- in dem ersten Abschnitt des Blutkreislaufs **nicht-stationär** (pulsierend), später schon **stationär**.

Es gilt die  
Kontinuitätsgleichung:

	Arterien					Venen			
	Aorta	große Arterien	kleine Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	kleine Venen	große Venen	Hohlvenen
Zahl der Äste	1	160 zunehmend		$57 \cdot 10^6$	$12 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^9$	200 abnehmend		2

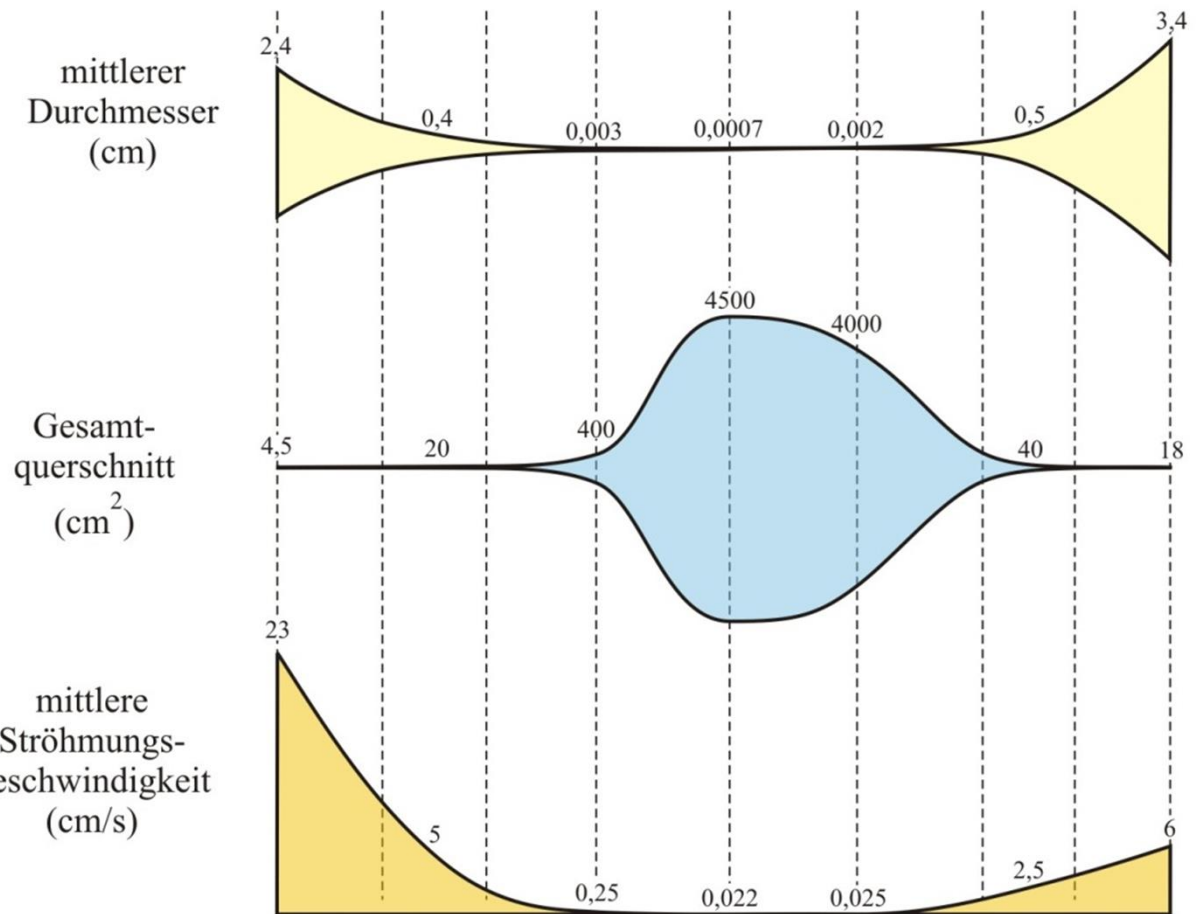


Annähernd gilt die  
Bernoulli-Gleichung:



$$HCT_1 < HCT_2$$

Plasma-Skimming

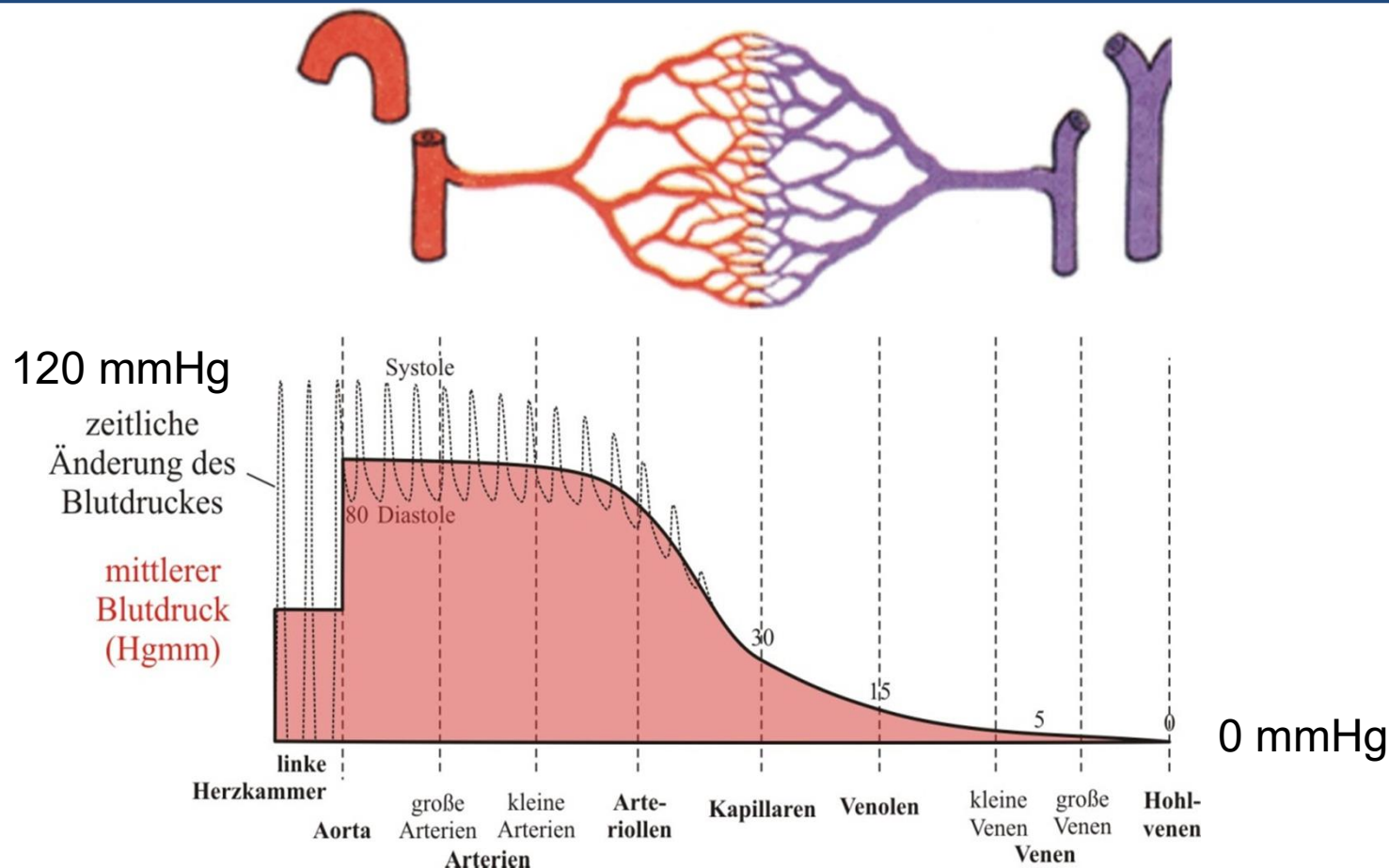




Die Blutströmung wird durch die Herzarbeit aufrecht erhalten:

Durch Muskelkontraktion wird in dem linken Ventrikel (über dem atmosphärischen Druck (cca. 760 mmHg)) ein Überdruck erzeugt.

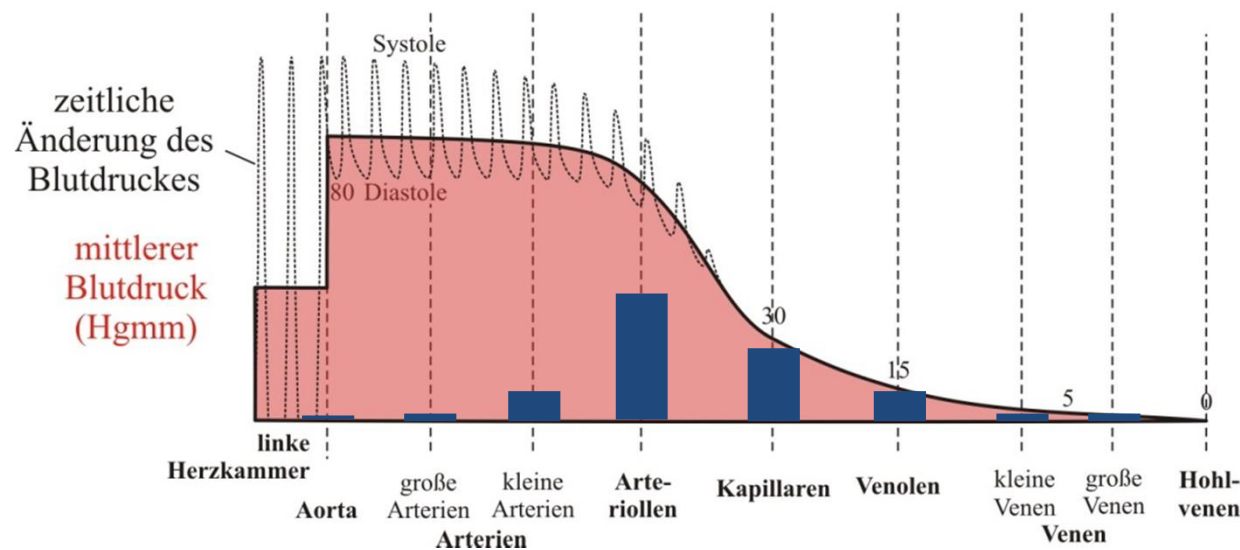
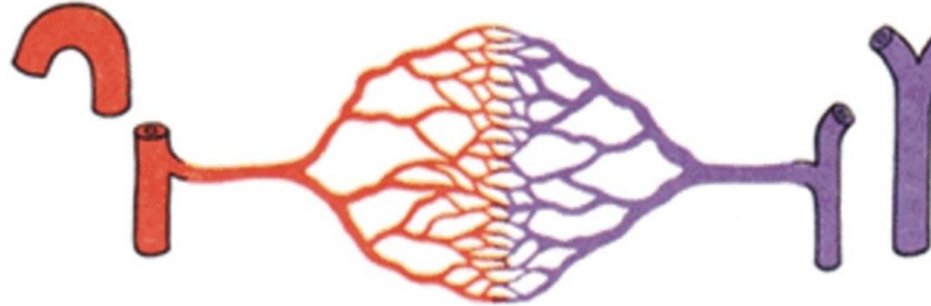
- Der Überdruck schwankt zwischen 0 und etwa 120 mmHg.
- Der Höchstdruckwert sinkt vom linken Ventrikel bis zum rechten Vorhof (0 mmHg).
- Der mittlere Blutdruck steigt vom linken Ventrikel bis zur Aorta (Klappen!), danach sinkt er bis zum rechten Vorhof.





Die Volumenstromstärke (Blutversorgung der Organe/Gewebe) wird aufgrund des Hagen–Poiseuille-Gesetzes durch

- $\overline{\Delta p}$  (durch Herzfrequenz!)
- und  $r$  (Gefäßerweiterung bzw. Gefäßverengung;  $R^4$ !) reguliert.



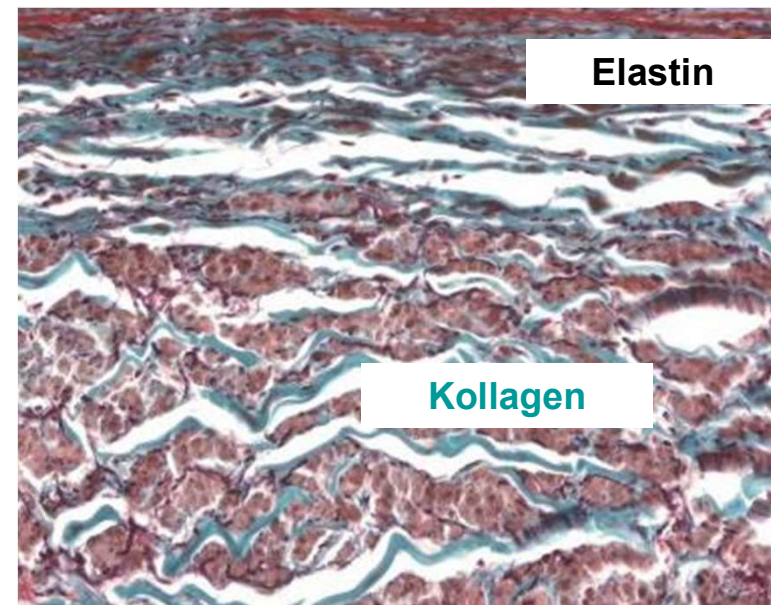
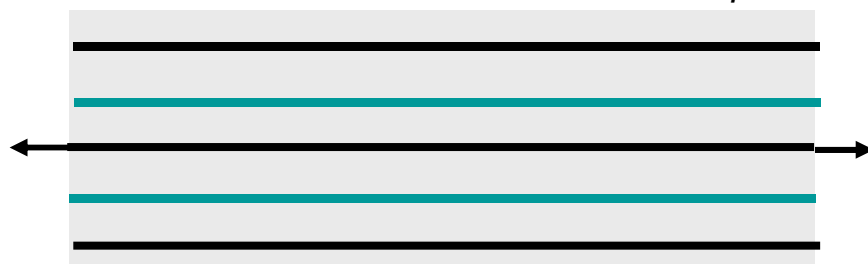
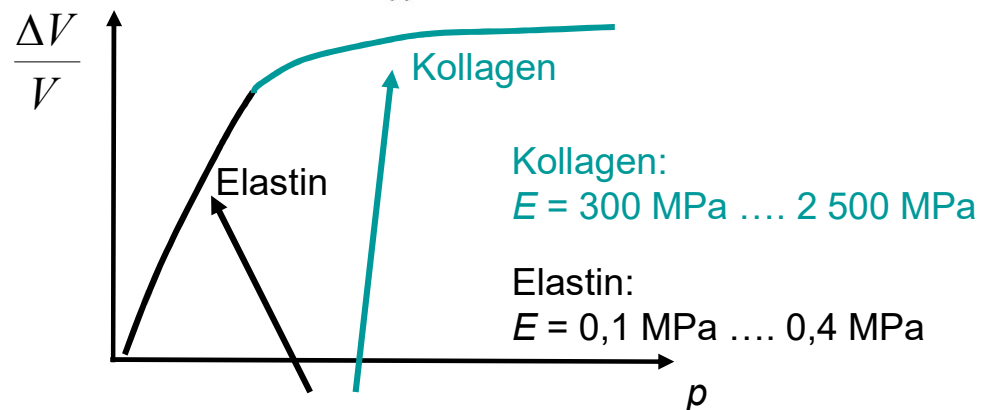
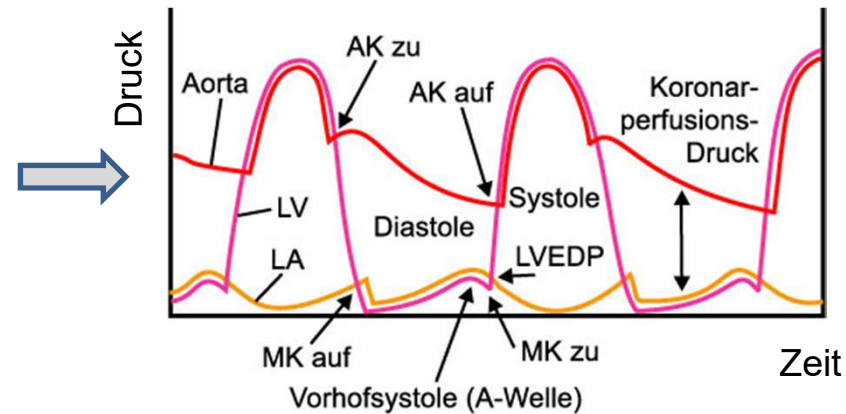
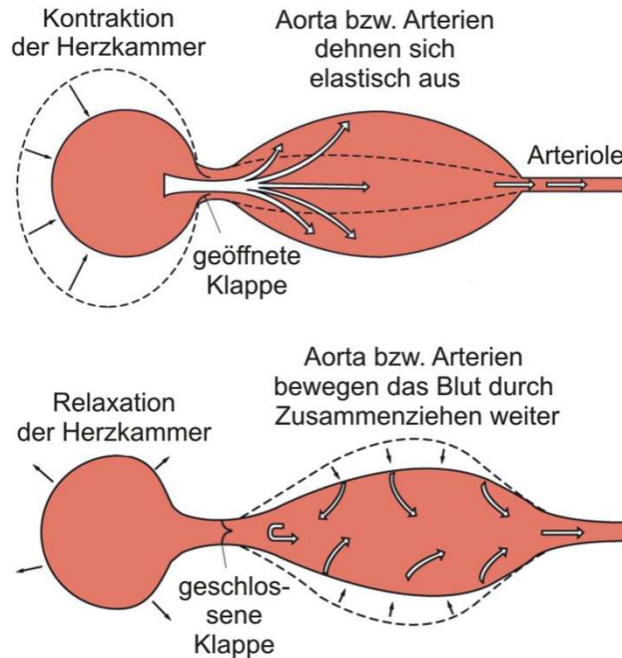
$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8\eta}{R^2} \frac{\Delta l}{A}$$

Der Strömungswiderstand ist im Bereich der Arteriolen am größten (=Widerstandgefäße).

Der periphere Gesamtwiderstand ( $\frac{\overline{\Delta p}}{I}$ ) ist die Summe aller Widerständen. Er kann am effektivsten im Bereich der Arteriolen reguliert werden.

$$R_{\text{Strömung}} = \frac{8}{\pi} \eta \frac{\Delta l}{R^4}$$

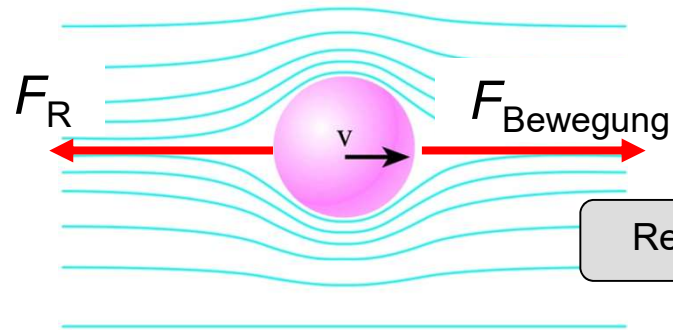
## Ergänzung: Rolle der Elastizität der Aorta und der Arterien (Windkesselfunktion)



➡ Abweichung von dem HP-Gesetz!

## 5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren  
Geschwindigkeiten:



**stokessches  
Reibungsgesetz:**

Reibungskraft

$$F_R = 6\pi\eta r v$$

Viskosität

Radius des  
kugelförmigen  
Teilchens

Geschwindigkeit des  
Teilchens



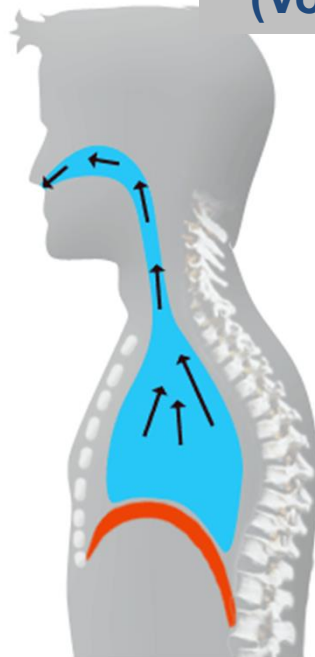
G. G. Stokes  
1819-1903  
Mathematiker  
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung:  $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

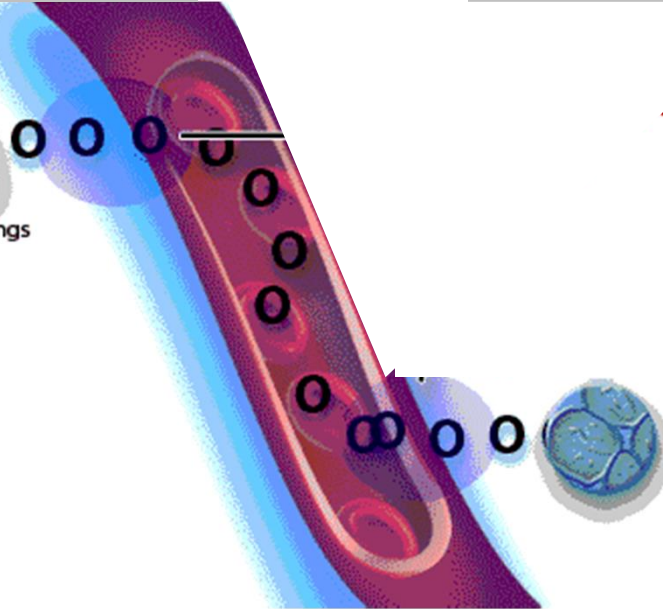
**Beweglichkeit ( $u$ )** eines Teilchens:  $u = \frac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$  s. Diffusion

# Transportprozesse

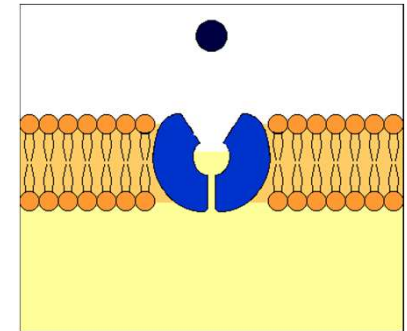
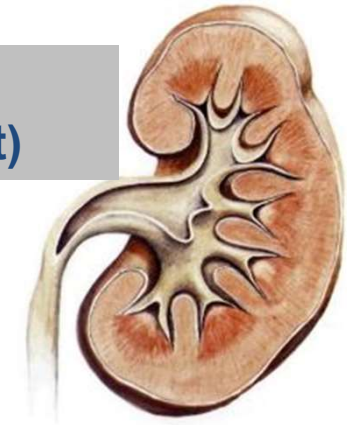
**Strömung  
(Volumentransport)**



entspannt



**Diffusion  
(Stofftransport)**



**Elektrischer Strom  
(el. Ladungstransport)**



**Wärmeleitung  
(Energietransport)**



**V. Verallgemeinerung**



# II. Wärmeleitung (Energietransport)

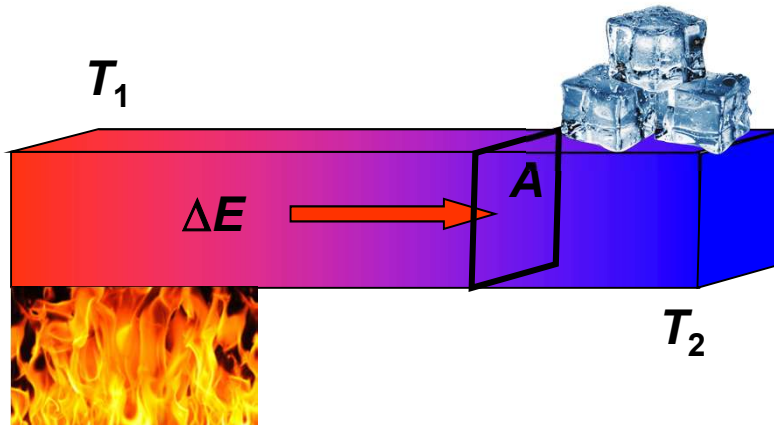


J. B. J. Fourier  
1768-1830  
Mathematiker  
und Physiker

**0. Mechanismus:** Stöße zw. Atomen und Molekülen + freie Elektronen = **Konduktion**

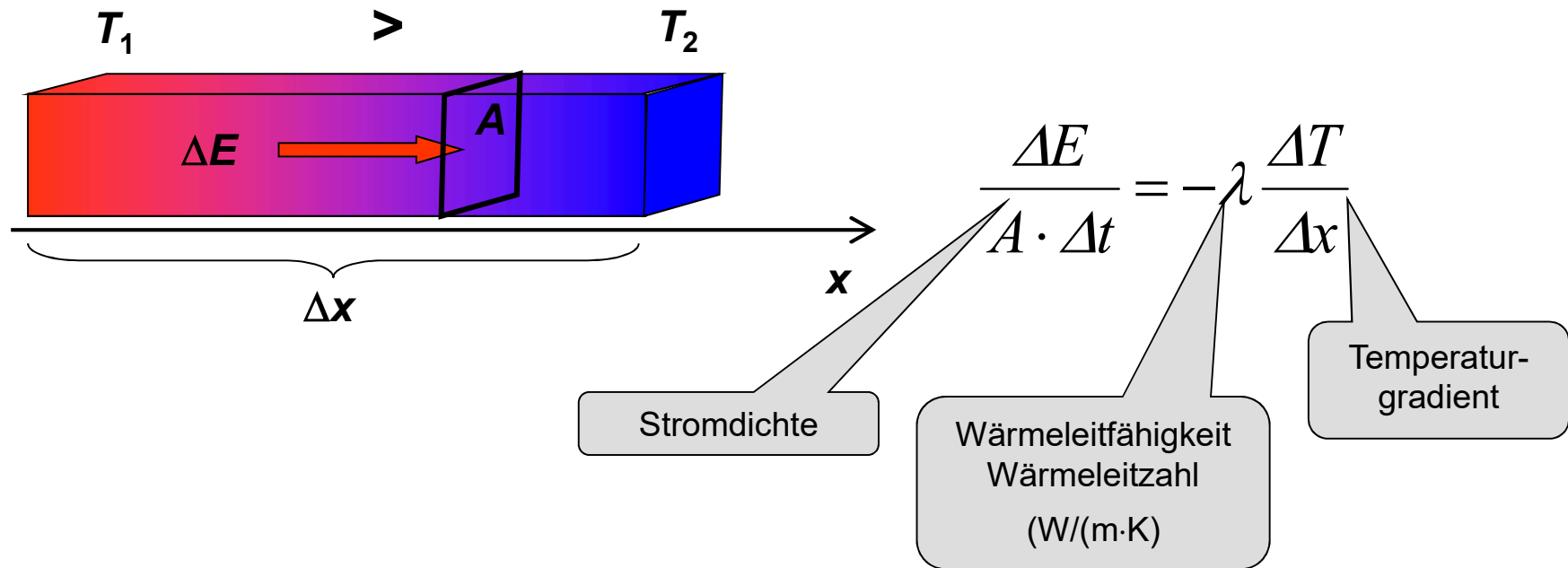
## 1. Grundbegriffe

- Energiestromstärke ( $I$ ):  
(Wärmestromstärke)  $I = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W} \right)$
- Energiestromdichte ( $J$ ):  
(Wärmestromdichte)  $J = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} \quad \left( \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$



$$T_1 > T_2$$

## 2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz



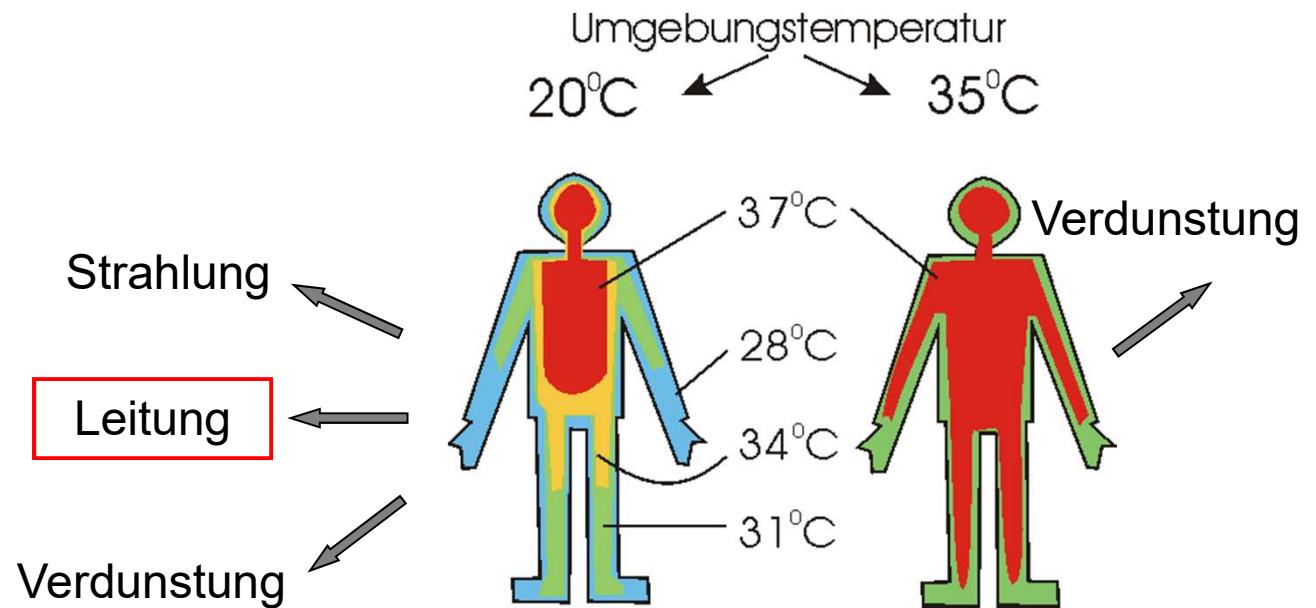
- Wärmeleitfähigkeit: ➤ stoffspezifisch



Stoff	$\lambda$ (W/(m·K))
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

### 3. Anwendung: Wärmehaushalt des menschlichen Körpers

Aktivität	Wärme- bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppen- steigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150



■ Wärmeleitung  $P = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$

$T_{\text{Körper}} = 28^\circ\text{C}$   $\Rightarrow P \approx 40 \text{ W}$

$T_{\text{Umgebung}} = 20^\circ\text{C}$

- Luft ↔ Wasser als Umgebung
- Strömungen! (z. B. Wind)



# Verallgemeinerung der Transportgesetze

	Was „strömt“?	Stärke?	Was treibt die „Strömung“?	Zusammenhang?
<b>Volumen- transport</b>	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
<b>Energie- transport</b>	$E$	$J_E = \frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	$T$	$J_E = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$