

## Röntgen

- Egy röntgensóvel röntgensugárzást állítunk elő. A gyorsítófeszültség (anódfeszültség) 80 kV, az anódáram 6 mA, az anód wolframból készült.
  - Mekkora a legnagyobb röntgenfoton-energia?
  - Mekkora a határhullámhossz?
  - Mekkora a kisugárzott röntgenteljesítmény?
  - Mekkora a röntgensó hatásfoka?
  - Mennyi hő termelődik percenként az anódban?
  - Mekkora mozgási energiával és sebességgel érik el az anódot az elektronok?
  - Másodpercenként hány elektron csapódik az anódba?
- Egy wolframánódos röntgensó anódjába percenként  $5 \cdot 10^{17}$  elektron csapódik. Az emissziós spektrum határhullámhossza 10 pm.
  - Mekkora a röntgensó gyorsítófeszültsége?
  - Mekkora az anódáram?
  - Mekkora az emittált röntgenteljesítmény?
- Mekkora a röntgensugárzás intenzitása a röntgensótól 1 m-re, ha az anódfeszültség 50 kV, az anódáram 5 mA, a hatásfok pedig 0,37%? A röntgensugárzás a röntgensó fókuszából kiindulva  $2\pi$  térszögben (azaz egy félgömbben) egyenletesen oszlik el.
- Egy mammográfiai röntgenfelvételhez a következő paraméterekkel rendelkező röntgensugárnyaláb szükséges: határhullámhossz: 40 pm; intenzitás a cső fókuszától 2 dm-re:  $0,15 \text{ W/m}^2$ . Milyen anódfeszültséget és anódáramot kell beállítani, ha a sugárzás a molibdénanód fókuszából kiindulva  $2\pi$  térszögben egyenletesen oszlik el?
- Egy röntgensó gyorsítófeszültségét 20%-kal növeljük.
  - Hány százalékkal változik a fékezési röntgensugárzás határhullámhossza?
  - Hány százalékkal változik a fékezési röntgensugárzás teljesítménye?
  - Hány százalékkal tolódnak el a karakterisztikus röntgensócsúcsok hullámhosszai?
  - Hány százalékkal változik a röntgensó hatásfoka?
- Egy röntgensó gyorsítófeszültségét a duplájára növeljük, míg az anódáramot a felére csökkentjük.
  - Hányszorosára változik a röntgensó által kibocsátott fékezési röntgenteljesítmény?
  - Hányszorosára változik a határhullámhossz?
  - Hány százalékkal tolódnak el a karakterisztikus csúcsok hullámhosszai?
  - Hogyan változik a röntgensó hatásfoka?
- Egy röntgensó gyorsítófeszültségét a 15 kV-ról 25 kV-ra növeljük, míg az anódáramot 1 mA-ról 0,8 mA-re csökkentjük.
  - Hányszorosára változik a röntgensó által kibocsátott fékezési teljesítmény?
  - Hányszorosára változik az emissziós spektrum határhullámhossza?
  - Hány százalékkal tolódnak el a karakterisztikus csúcsok hullámhosszai?
  - Hogyan változik a röntgensó hatásfoka?
- Egy röntgensóban a molibdén ( $Z = 42$ ) anódot wolframra ( $Z = 74$ ) cseréljük. Hogyan változik meg
  - az emissziós spektrum határhullámhossza,
  - a fékezési sugárzás teljesítménye és
  - a karakterisztikus csúcsok helye?
  - Hogyan változik a röntgensó hatásfoka?

9. Hányszor nagyobb a fotoeffektusra vonatkozó résztömeggyengítési együtthatója (más néven parciális tömeggyengítési együtthatója) egy adott sugárzásnak az "A" anyagban a "B" anyaghoz képest, ha az "A" anyag rendszáma kétszerese a "B" anyagénak?
10. Hányszor nagyobb a fotoeffektusra vonatkozó résztömeggyengítési együtthatója egy adott sugárzásnak vasban ( ${}_{26}\text{Fe}$ ), mint grafitban ( ${}_{6}\text{C}$ )?
11. Hányszor nagyobb a fotoeffektusra vonatkozó résztömeggyengítési együtthatója egy adott sugárzásnak gyémántban ( $\rho_{\text{gyémánt}} = 3,52 \text{ g/cm}^3$ ), mint grafitban ( $\rho_{\text{grafit}} = 2,26 \text{ g/cm}^3$ )?
12. Egy "A" monoenergetikus röntgensugárzás fotonenergiája harmada egy másik, "B" röntgensugárzásénak. Hány százalékkal tér el az "A" sugárzás fotoeffektusra vonatkozó résztömeggyengítési együtthatója a "B" sugárzásétól?
13. A wolframanód  $K_{\alpha}$  vonala kb. 147 pm-nél,  $K_{\beta}$  vonala kb. 127 pm-nél található. Hány százalékkal nagyobb a  $K_{\alpha}$ -komponens esetén a fotoeffektusra vonatkozó résztömeggyengítési együttható, mint a  $K_{\beta}$ -komponens esetén
  - a) egyazon abszorbensre nézve?
  - b) ha az előbbit rézben ( $Z = 29$ ), az utóbbit vasban ( $Z = 26$ ) nyeletjük el?
14. Egy röntgensugárzás spektrumát vesszük fel. A szögmérő (goniométer) hány fokos állásánál fog jelentkezni a 120 pm-es hullámhosszkomponens, ha a lítium-fluorid monokromátorkristály rácssíkjai között 202 pm a távolság?
15. Melyik hullámhosszkomponens érkezik a detektorba a röntgenspektrométer goniométerének  $25^{\circ}$ -os állásánál, ha a monokromátorkristály LiF (rácssíkköze 202 pm)?

## Képletek

$$\varepsilon_{el} = \varepsilon_{kin} = \varepsilon_{foton} + Q \text{ (energiakonverzió a röntgenszóben)}$$

$$\varepsilon_{el} = \varepsilon_{kin} = \varepsilon_{foton,max}$$

$$q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_{min}}$$

$$\lambda_{min} = \frac{h \cdot c}{q \cdot U} = \frac{h \cdot c}{q} \cdot U^{-1} \text{ (Duane-Hunt-törvény)}$$

$$P_{befektetett} = P_{hasznos} + P_{veszteség} \text{ röntgenszó esetén: } P_{el} = P_{rtg} + P_Q$$

$$P_{rtg} = c_{rtg} \cdot U^2 \cdot I \cdot Z \text{ (teljes emittált röntgenteljesítmény)}$$

$$P_{el} = U \cdot I \text{ (elektromos teljesítmény)}$$

$$\eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{befektetett}} \text{ (hatásfok)}$$

$$\eta_{rtg} = \frac{P_{rtg}}{P_{el}} = c_{rtg} \cdot U \cdot Z \text{ (röntgenszó hatásfoka)}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow P_Q = \frac{Q}{\Delta t} \text{ (teljesítmény definíciója általában és hőre)}$$

$$J = \frac{P}{A} \text{ (intenzitás definíciója)}$$

$$A_{gömb} = 4r^2 \pi \text{ (gömb felszíne)}$$

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \text{ (intenzitásgyengülés törvénye)}$$

$$\mu = \mu_m \cdot \rho \text{ (a lineáris gyengítési együttható sűrűségfüggése)}$$

$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m + \kappa_m \text{ (résztömeggyengítési együtthatók)}$$

$$\tau_m = C \cdot \lambda^3 \cdot Z^3 \text{ (fotoeffektus rész-tömeggyengítési együttható hullámhossz- és rendszámfüggése)}$$

$$\sin \Theta = \frac{N\lambda}{2d} \text{ (Bragg-képlet)}$$

## Megoldások

1. a)  $\varepsilon_{\text{foton,max}} = \varepsilon_{\text{el}} = qU = e \cdot 80000V = \underline{\underline{80000eV}} = 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 80000V = \underline{\underline{1,28 \cdot 10^{-14} J}}$

b)  $\lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{q \cdot U} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} Js \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 80000V} = 1,55 \cdot 10^{-11} m = \underline{\underline{15,5 pm}}$

c)  $P_{\text{rtg}} = c_{\text{rtg}} \cdot U^2 \cdot I \cdot Z = 1,1 \cdot 10^{-9} V^{-1} \cdot (80000V)^2 \cdot 0,006A \cdot 74 = \underline{\underline{3,126W}}$

d)  $\eta_{\text{rtg}} = c_{\text{rtg}} \cdot U \cdot Z = 1,1 \cdot 10^{-9} V^{-1} \cdot 80000V \cdot 74 = 0,0065 = \underline{\underline{0,65\%}}$

e)  $P_{\text{el}} = P_{\text{rtg}} + P_Q \Rightarrow P_Q = P_{\text{el}} - P_{\text{rtg}} = P_{\text{el}} - P_{\text{el}} \cdot \eta = P_{\text{el}} \cdot (1 - \eta) = I \cdot U \cdot (1 - \eta)$

$P_Q = 0,006A \cdot 80000V \cdot (1 - 0,0065) = 476,88W$

$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Rightarrow P_Q = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = P_Q \cdot \Delta t = 476,88W \cdot 60s = \underline{\underline{28613J}}$

f)  $\varepsilon_{\text{el}} = \varepsilon_{\text{kin}}$

$\varepsilon_{\text{el}} = q \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 80000V = \underline{\underline{1,28 \cdot 10^{-14} J}}$  (lásd a) részt)

$\varepsilon_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,28 \cdot 10^{-14} J}{9,1 \cdot 10^{-31} kg}} = \underline{\underline{1,68 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}}$

g)  $N = \frac{q}{q_e} = \frac{I \cdot t}{q_e} = \frac{0,006A \cdot 1s}{1,6 \cdot 10^{-19} C} = \underline{\underline{3,75 \cdot 10^{16}}}$

2. a)  $\lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{q \cdot U} \Rightarrow U = \frac{h \cdot c}{q \cdot \lambda_{\text{min}}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} Js \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10 \cdot 10^{-12} m} = 123750V = \underline{\underline{123,75kV}}$

b)  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{N \cdot e}{\Delta t} = \frac{5 \cdot 10^{17} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C}{60s} = 0,001333A = \underline{\underline{1,333mA}}$

c)  $P_{\text{rtg}} = c_{\text{rtg}} \cdot U^2 \cdot I \cdot Z = 1,1 \cdot 10^{-9} V^{-1} \cdot (123750V)^2 \cdot 0,001333A \cdot 74 = \underline{\underline{1,662W}}$

3.  $\eta_{\text{rtg}} = \frac{P_{\text{rtg}}}{P_{\text{el}}} \Rightarrow P_{\text{rtg}} = \eta_{\text{rtg}} \cdot P_{\text{el}} = \eta_{\text{rtg}} \cdot U \cdot I = 0,0037 \cdot 50000V \cdot 0,005A = 0,925W$

$A_{\text{félgömb}} = \frac{4r^2 \pi}{2} = 2 \cdot (1m)^2 \cdot \pi = 6,283m^2$

$J = \frac{P}{A} = \frac{0,925W}{6,283m^2} = \underline{\underline{0,1472 \frac{W}{m^2}}}$

4.  $\lambda_{\text{min}} = \frac{h \cdot c}{q \cdot U} \Rightarrow U = \frac{h \cdot c}{q \cdot \lambda_{\text{min}}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} Js \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 40 \cdot 10^{-12} m} = 30938V \approx \underline{\underline{31kV}}$

$A_{\text{félgömb}} = \frac{4r^2 \pi}{2} = 2 \cdot (0,2m)^2 \cdot \pi = 0,251m^2$

$J = \frac{P_{\text{rtg}}}{A} \Rightarrow P_{\text{rtg}} = J \cdot A = 0,15 \frac{W}{m^2} \cdot 0,251m^2 = 0,0377W$

$$P_{rfg} = c_{rfg} \cdot U^2 \cdot I \cdot Z \Rightarrow I = \frac{P_{rfg}}{c_{rfg} \cdot U^2 \cdot Z} = \frac{0,0377W}{1,1 \cdot 10^{-9} V^{-1} \cdot (30938V)^2 \cdot 42} = 8,53 \cdot 10^{-4} A = \underline{\underline{0,853mA}}$$

5.  $U_2 = 1,2 \cdot U_1$

a)  $(\lambda_{\min})_1 = \frac{h \cdot c}{q \cdot U_1}$

$$(\lambda_{\min})_2 = \frac{h \cdot c}{q \cdot U_2} = \frac{h \cdot c}{q \cdot (1,2 \cdot U_1)} = 0,8333 \cdot \frac{h \cdot c}{q \cdot U_1} = \underline{\underline{0,8333 \cdot (\lambda_{\min})_1}}$$
 vagyis 16,67%-kal csökken.

b)  $(P_{rfg})_1 = c_{rfg} \cdot (U_1)^2 \cdot I \cdot Z$

$$(P_{rfg})_2 = c_{rfg} \cdot (U_2)^2 \cdot I \cdot Z = c_{rfg} \cdot (1,2 \cdot U_1)^2 \cdot I \cdot Z = 1,44 \cdot c_{rfg} \cdot (U_1)^2 \cdot I \cdot Z = \underline{\underline{1,44 \cdot (P_{rfg})_1}}$$
 vagyis

44%-kal nő.

c) Nem változik a helyük.

d)  $\eta_1 = c_{rfg} \cdot U_1 \cdot Z$

$$\eta_2 = c_{rfg} \cdot U_2 \cdot Z = c_{rfg} \cdot (1,2 \cdot U_1) \cdot Z = \underline{\underline{1,2 \cdot \eta_1}}$$
 vagyis 20%-kal nő.

6.  $U_2 = 2 \cdot U_1$  és  $I_2 = 0,5 \cdot I_1$

a)  $(P_{rfg})_1 = c_{rfg} \cdot (U_1)^2 \cdot I_1 \cdot Z$

$$(P_{rfg})_2 = c_{rfg} \cdot (U_2)^2 \cdot I_2 \cdot Z = c_{rfg} \cdot (2 \cdot U_1)^2 \cdot (0,5 \cdot I_1) \cdot Z = 2 \cdot c_{rfg} \cdot (U_1)^2 \cdot I_1 \cdot Z = \underline{\underline{2 \cdot (P_{rfg})_1}}$$

vagyis a duplájára (100%-kal) nő.

b)  $(\lambda_{\min})_1 = \frac{h \cdot c}{q \cdot U_1}$

$$(\lambda_{\min})_2 = \frac{h \cdot c}{q \cdot U_2} = \frac{h \cdot c}{q \cdot (2 \cdot U_1)} = 0,5 \cdot \frac{h \cdot c}{q \cdot U_1} = \underline{\underline{0,5 \cdot (\lambda_{\min})_1}}$$
 vagyis a felére (50%-kal) csökken.

c) Nem tolódnak el.

d)  $\eta_1 = c_{rfg} \cdot U_1 \cdot Z$

$$\eta_2 = c_{rfg} \cdot U_2 \cdot Z = c_{rfg} \cdot (2 \cdot U_1) \cdot Z = \underline{\underline{2 \cdot \eta_1}}$$
 vagyis a duplájára nő.

7.  $U_2 = \frac{25}{15} \cdot U_1 = 1,667 \cdot U_1$  és  $I_2 = \frac{0,8}{1} \cdot I_1 = 0,8 \cdot I_1$

a) 2,222-szeresére (122,2%-kal) nő.

b) 0,6-szorosára (40%-kal) csökken.

c) Nem tolódnak el.

d) 1,667-szorosára nő.

8.  $Z_2 = \frac{74}{42} \cdot Z_1 = 1,762 \cdot Z_1$

a) Nem változik meg.

b) 1,762-szeresére (76,2%-kal) nő.

c) Eltolódnak (az eltolódás pontos mértéke az atomok elektronszerkezetének ismeretében adható meg).

d) 1,762-szeresére nő.

9.  $Z_A = 2 \cdot Z_B$   
 $(\tau_m)_B = C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_B)^3$   
 $(\tau_m)_A = C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_A)^3 = C \cdot \lambda^3 \cdot (2 \cdot Z_B)^3 = 8 \cdot C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_B)^3 = \underline{\underline{8 \cdot (\tau_m)_B}}$  vagyis 8-szor nagyobb.

10.  $Z_{Fe} = \frac{26}{6} \cdot Z_C = 4,333 \cdot Z_C$   
 $(\tau_m)_B = C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_B)^3$   
 $(\tau_m)_A = C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_A)^3 = C \cdot \lambda^3 \cdot (4,333 \cdot Z_B)^3 = 81,37 \cdot C \cdot \lambda^3 \cdot (Z_B)^3 = \underline{\underline{81,37 \cdot (\tau_m)_B}}$  vagyis 81,37-szer nagyobb.

11. Ugyanakkora, mivel Z ugyanaz.

12.  $\lambda_A = \frac{1}{3} \cdot \lambda_B$   
 $(\tau_m)_B = C \cdot (\lambda_B)^3 \cdot Z^3$   
 $(\tau_m)_A = C \cdot (\lambda_A)^3 \cdot Z^3 = C \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \lambda_B\right)^3 \cdot Z^3 = C \cdot \frac{1}{3^3} \cdot (\lambda_B)^3 \cdot Z^3 = \frac{1}{27} \cdot C \cdot (\lambda_B)^3 \cdot Z^3 = \underline{\underline{\frac{1}{27} \cdot (\tau_m)_B}}$   
 vagyis a 27-ed részére csökken, ami 96,3%-os csökkenésnek felel meg.

13. a)  $\lambda_{K_\alpha} = \frac{147 \text{ pm}}{127 \text{ pm}} \cdot \lambda_{K_\beta} = 1,1575 \cdot \lambda_{K_\beta}$   
 $(\tau_m)_{K_\alpha} = 1,1575^3 \cdot (\tau_m)_{K_\beta} = \underline{\underline{1,55 \cdot (\tau_m)_{K_\beta}}}$  vagyis 1,55-szörösére nő, ami 55%-os növekedésnek felel meg.

b)  $Z_{K_\alpha} = \frac{29}{26} \cdot Z_{K_\beta} = 1,1154 \cdot Z_{K_\beta}$   
 $(\tau_m)_{K_\alpha} = 1,1575^3 \cdot 1,1154^3 \cdot (\tau_m)_{K_\beta} = \underline{\underline{2,15 \cdot (\tau_m)_{K_\beta}}}$  vagyis 2,15-szörösére nő, ami 115%-os növekedésnek felel meg.

14.  $\sin \Theta = \frac{N\lambda}{2d} = \frac{1 \cdot 120 \text{ pm}}{2 \cdot 202 \text{ pm}} = 0,594$   
 $\Theta = \arcsin 0,594 = \underline{\underline{36^\circ 26' 44''}}$

15.  $\sin \Theta = \frac{N\lambda}{2d} \Rightarrow \lambda = \frac{2d \sin \Theta}{N} = \frac{2 \cdot 202 \text{ pm} \cdot \sin 25^\circ}{1} = \underline{\underline{170,7 \text{ pm}}}$