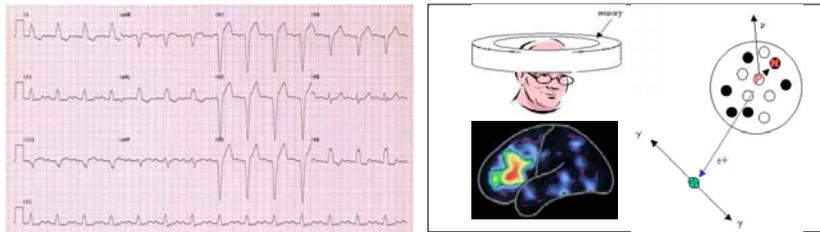




## Kleine medizinische Signalverarbeitung



KAD 2012.12.08

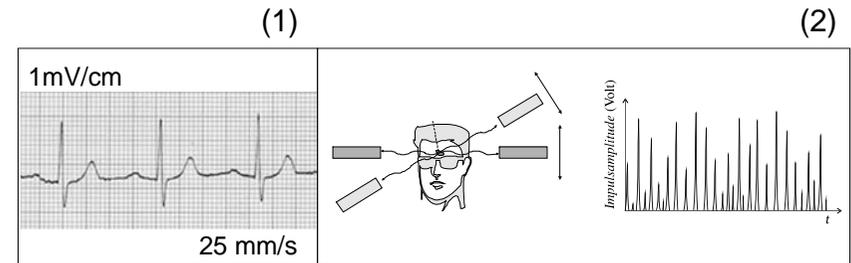
**Signal:** eine Grösse, die Information trägt, weiterleitet oder speichert.

Beispiel1:

elektrische Spannung, die infolge der Herz-/Gehirntätigkeit auf der Körper-/Schädeloberfläche erscheint (EKG/EEG)

Beispiel2:

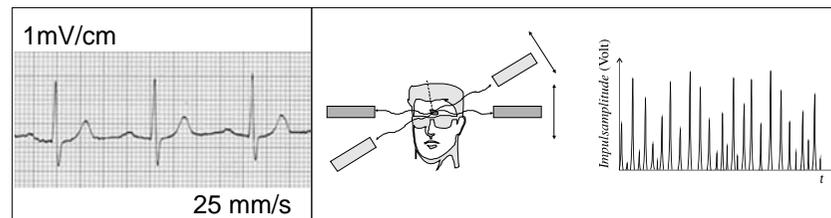
die detektierte Gamma-Quanten bei der Isotopendiagnostik



2

## Klassifizierung der Signale

- |                      |   |                        |
|----------------------|---|------------------------|
| statisches S.        | – | zeitabhängiges S.      |
| periodisches S.      | – | nichtperiodisches S.   |
| stochastisches S.    | – | nichtstochastisches S. |
| nichtelektrisches S. | – | elektrisches S.        |
| analoges S.          | – | digitales S.           |



3

in ausgezeichneter Rolle

## elektrische Signale

die nichtelektrische Signale werden in elektrische Signale umgewandelt

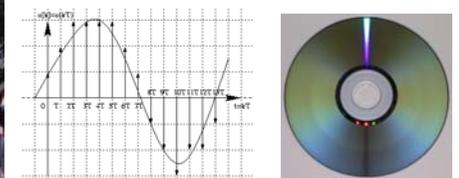
Vorteil der elektrischen Signale:  
Umwandlung, Verstärkung, Weiterleitung ist einfach



## digitale Signale

die analoge Signale werden digitalisiert

Vorteil der digitalen Signale:  
Speicherung ist einfach, Rausch kann minimalisiert werden



4

Grösse (und Einheit), die für die Vergleichung der Masse der Signale verwendet wird:

**Bel-Zahl:  $n$**

(nach A. Bell)

Einheit von  $n$ : Bel (B)

$$n = \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ B} = \lg \frac{J_2}{J_1} \text{ B} = \lg \frac{E_2}{E_1} \text{ B}$$

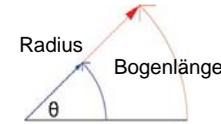
Zehnerlogarithmus des Quotienten von zwei Leistungen (oder Intensitäten, oder Energien)

5

Vgl. **Bogenmass**

$$\Theta = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}}$$

$$[\Theta] = \frac{\text{m}}{\text{m}} = \text{rad} = 1$$



Vgl. **pH** (power of Hydrogen)

$$\text{pH} = -\lg \frac{[\text{H}^+]}{1\text{M}}$$

$$\text{zB.: } [\text{H}^+] = 10^{-7}\text{M}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\lg 10^{-7} = -1 \cdot (-7) = 7$$

Anstatt der Bel-Zahl die angewandte Grösse:

**Dezibel-Zahl oder Pegel**

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB} \quad (10\text{d} = 1)$$

6

**charakteristische** Grösse: **Leistung** (o. Intensität/ Energie),  
**technische** Grösse: (elektrische) **Spannung**

Zusammenhang zwischen der Leistung und der Spannung:

$$P = U \cdot I = U^2 / R \quad (\text{Ohm: } U = R \cdot I)$$

Dezibel Zahl mit Spannungsverhältnis:

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{U_2^2 / R_2}{U_1^2 / R_1} \text{ dB} \stackrel{R_2 \approx R_1}{\downarrow} =$$

$$= 10 \cdot \lg \frac{U_2^2}{U_1^2} \text{ dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ dB}$$

7

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 0,3 \text{ dB} = 3 \text{ dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -3 \text{ dB}$$

vgl. Halbwerts-Zeit/Dicke

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \lg 10 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 1 \text{ dB} = 10 \text{ dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 100 \Leftrightarrow 10 \lg 100 \text{ dB} =$$

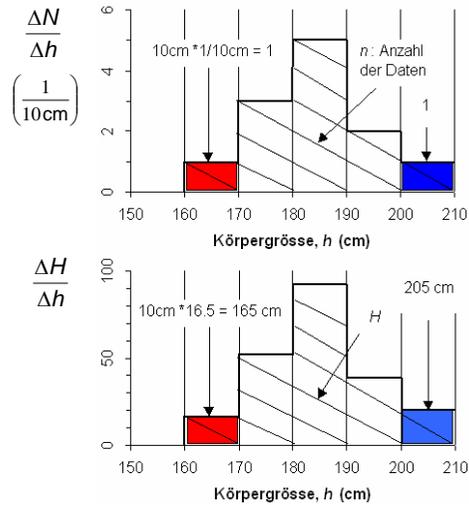
$$= 10 \cdot 2 \text{ dB} = 20 \text{ dB}$$

$U_2/U_1$	$P_2/P_1$	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	$10^6$	60

8

Wiederholung

### Häufigkeitsverteilung



$h$ : Körperhöhe  
 $H$ : kollektive Höhe, Gesamthöhe

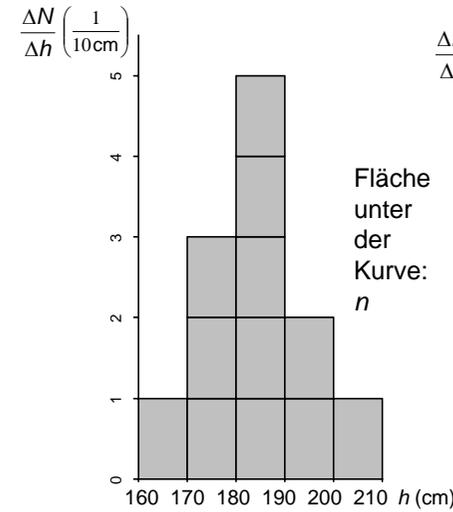


### Spektrum als eine spezielle Häufigkeitsverteilung

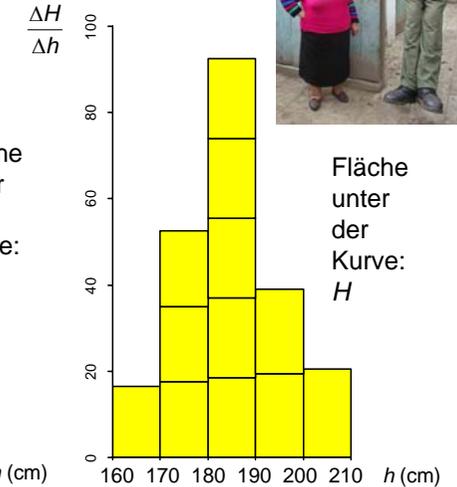
9

Wiederholung

### Häufigkeitsdichte



### Spektrum

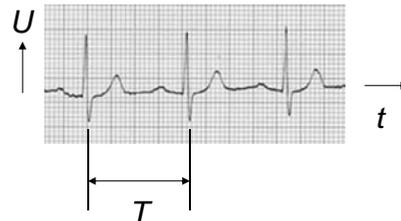


10

### Fourier-Theorem für periodische Funktionen (Signale)

Jede periodische Funktion kann durch die Summe von Sinus- und Kosinusfunktionen (Grundfrequenz + Obertöne) hergestellt werden.

periodische Funktion: es gibt eine Periode(nzeit),  $T$



$1/T=f$ , wo  $f$  ist die Frequenz

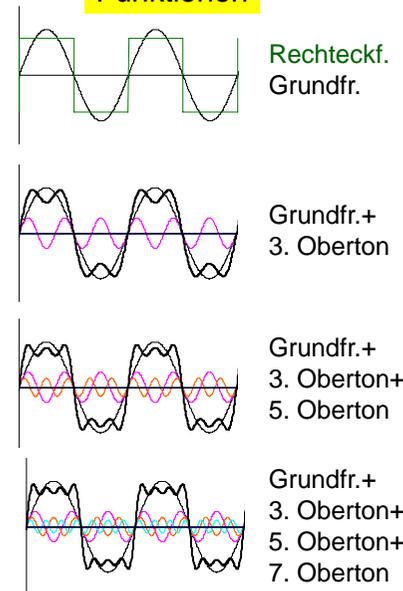
$f$  ist die Frequenz der Sinusfunktion: **Grundfrequenz** (Grundschiwingung)

$2f, 3f, 4f, \dots$  : **Obertöne** (Oberschwingungen)

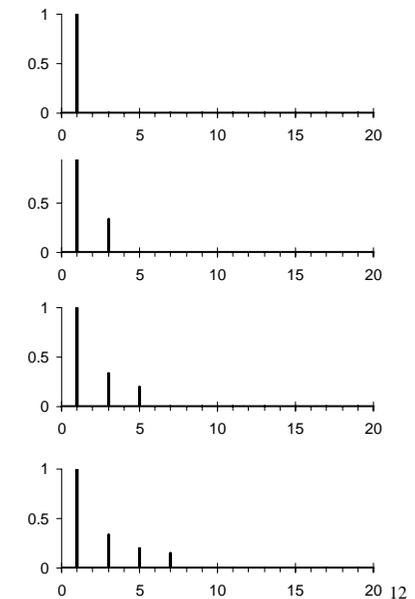
(Linienspektrum)

11

### Funktionen

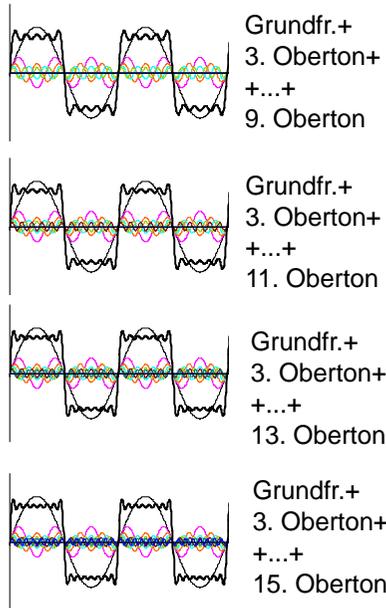


### Spektrum

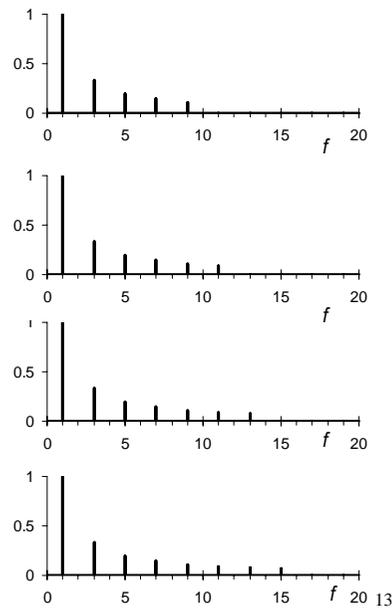


12

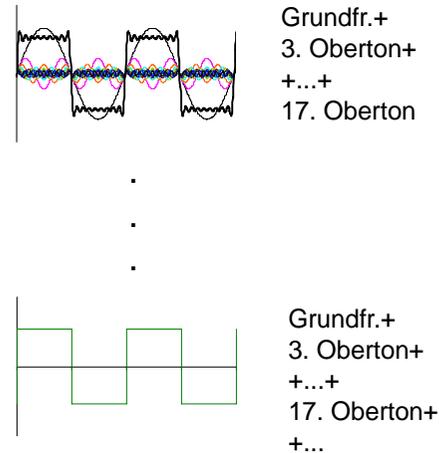
## Funktionen



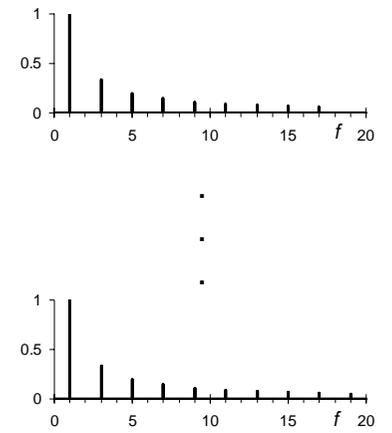
## Spektrum



## Funktionen

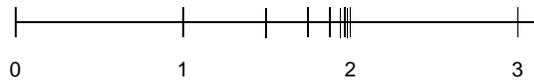


## Spektrum

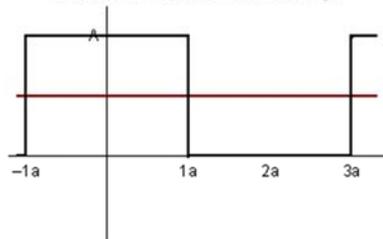


Vgl. Funktionsreihe

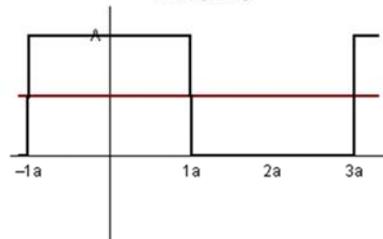
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$



Einzelne Summanden bis zur Ordnung 0



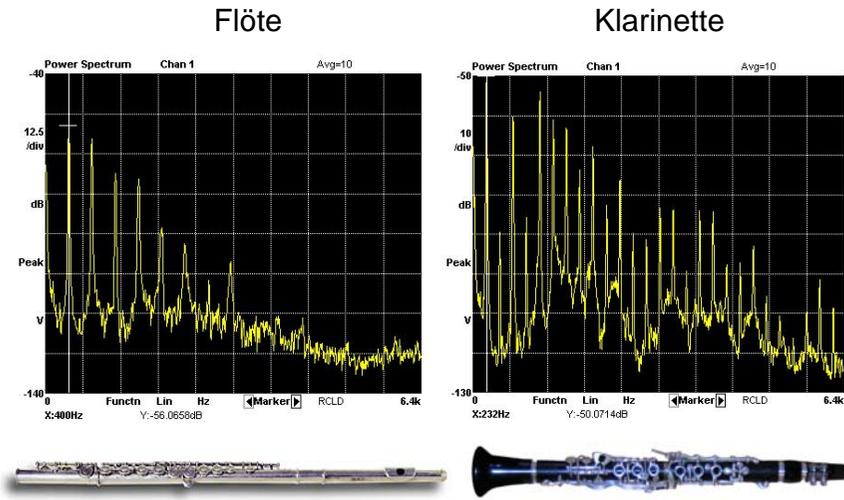
Überlagerung



Erzeugung  
eines EKG-  
Signals aus der  
Summe von  
Sinussignalen



Warum nennen wir die Grund- und Oberfrequenzen als Grundton und Obertönen?



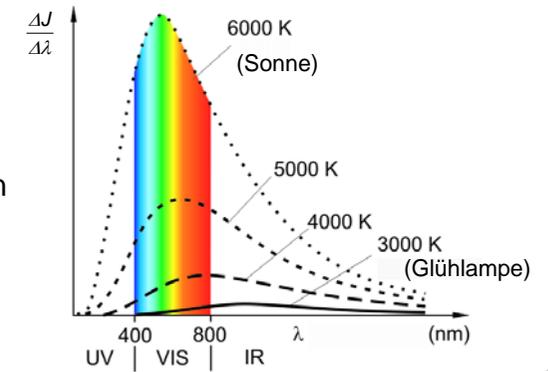
17

**Fourier-Theorem für aperiodische Funktionen (Signale)**

Jede Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen hergestellt werden.

Das Spektrum: kontinuierliches Spektrum.

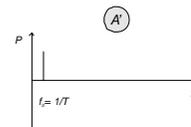
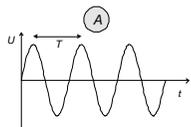
vgl. Emissionsspektren



18

**Funktionen**

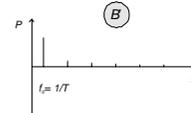
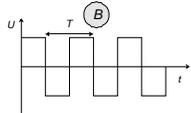
Sinus-Funktion



**Spektrum**

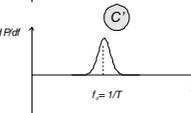
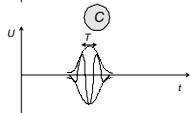
Linienspektrum (1 Linie)

periodische Funktion



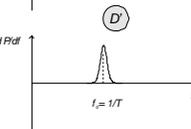
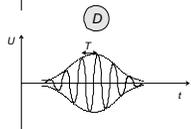
Linienspektrum

ein Paar Periode



Bandenspektrum

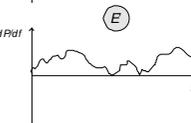
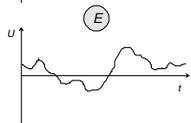
ein Paar Periode



Anwendung: Puls-Ultraschall

Bandenspektrum

aperiodische Funktion



kontinuier. Spektrum

19

Inisheer

**Musik in Zeit-Frequenz Darstellung**

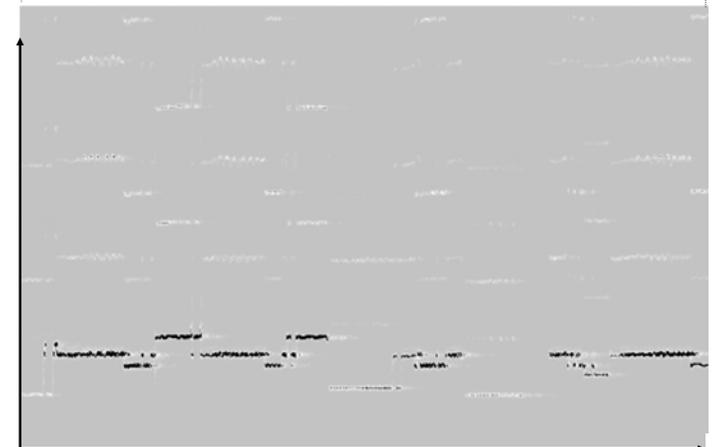
Traditional

Penny Whistle

Air

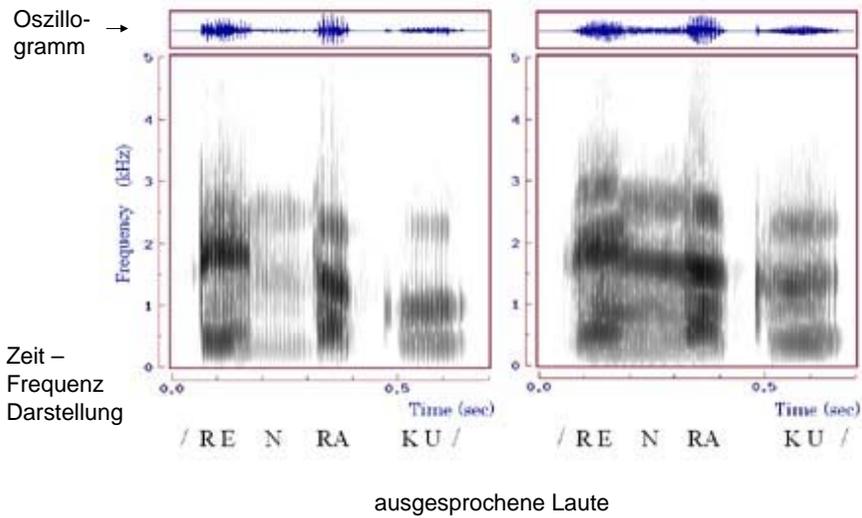


$f_{\text{sinus}}$



$t$   
20

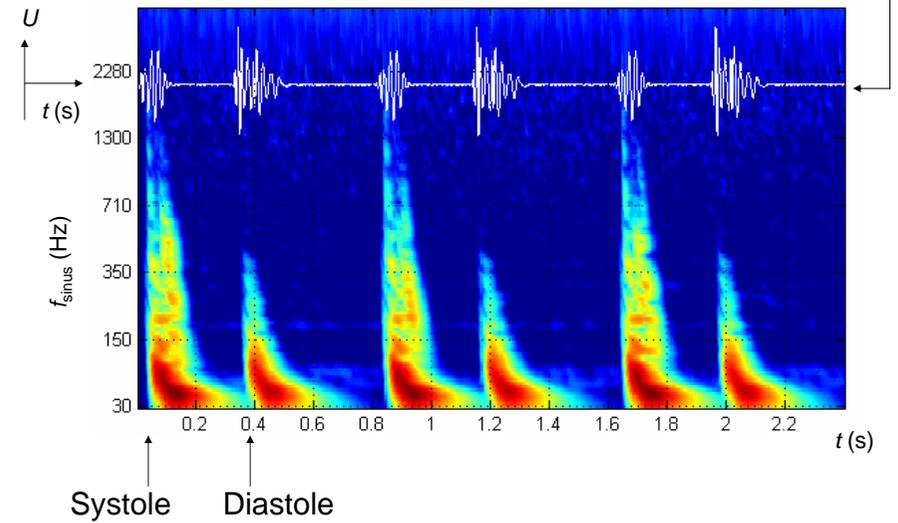
## Sonogramm = Schall-Spektrogramm (voiceprint)



<http://www.nrips.go.jp/org/fourth/info3/index-e.html>

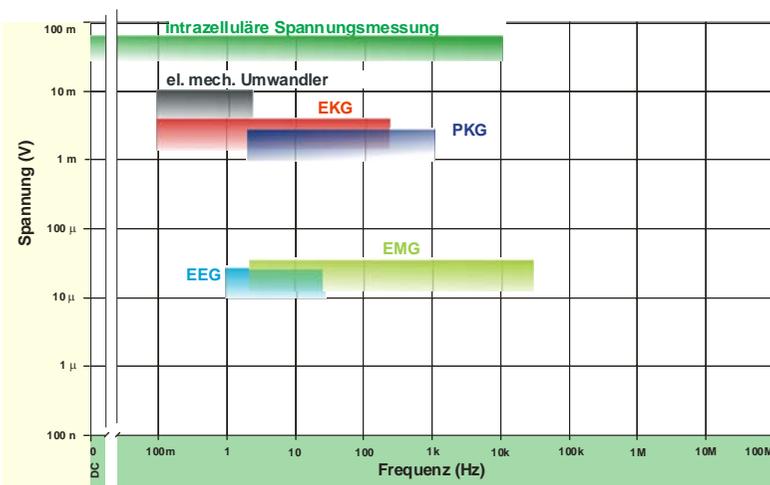
21

## Herztöne in Zeit-Frequenz Darstellung (+ Oszillogramm)



22

## Einige charakteristischen Daten bioelektrischer Potentiale



Biophysik für Mediziner, Abb. VII.4.

23

## Eine frequenzabhängige Einheit: (elektrischer) Verstärker

- (1)  $P_{\text{ein}} < P_{\text{aus}}$
- (2)  $P_{\text{ein}}$  und  $P_{\text{aus}}$  : gleiche Funktionen

gleich: „fundamentale“ Anforderung  
ähnlich: reelle Anforderung

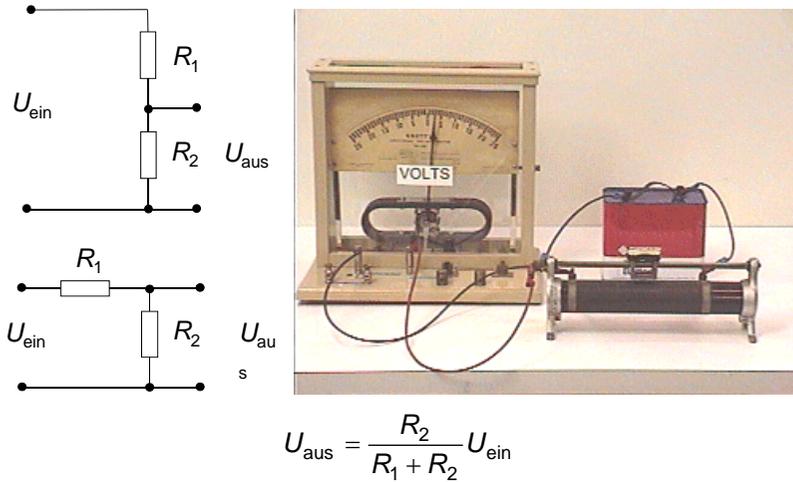
$$(1) + (2) \quad V_P \cdot P_{\text{ein}}(t) \equiv P_{\text{aus}}(t), \text{ wo } V_P > 1$$

$$V_P = \frac{P_{\text{aus}}}{P_{\text{ein}}}, \text{ Leistungsverstärkung(sfaktor)}$$

$$V_U = \frac{U_{\text{aus}}}{U_{\text{ein}}}, \text{ Spannungsverstärkung(sfaktor)}$$

24

## Frequenzunabhängiger Spannungsteiler

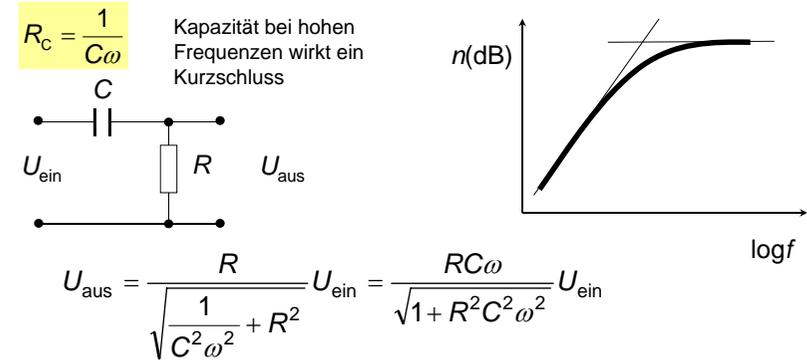


Frequenzabhängige Spannungsteilung mit Kondensator

25

Ergänzungsmaterial

## Hochpass Filter (high-pass filter)



bei sehr kleinen Frequenzen: wenn  $\omega \approx 0$ ,  $U_{\text{aus}} = 0$

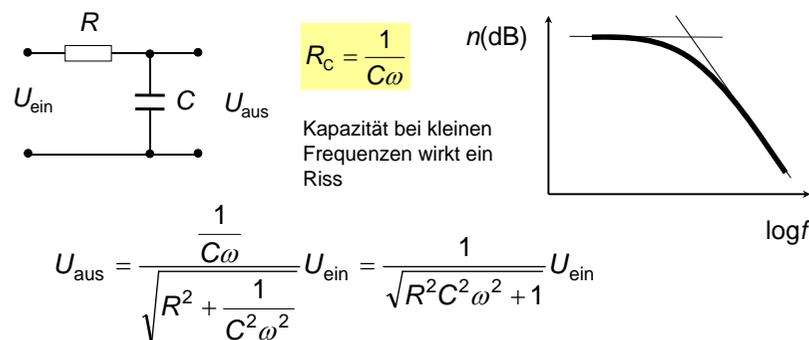
bei kleinen Frequenzen: wenn  $\omega \ll \omega_0$ ,  $U_{\text{aus}} = RC\omega U_{\text{ein}}$

bei hohen Frequenzen: wenn  $\omega \gg \omega_0$  ( $\omega \approx \infty$ ),  $U_{\text{aus}} = U_{\text{ein}}$

26

Ergänzungsmaterial

## Tiefpass Filter (low-pass filter)



bei kleinen Frequenzen: wenn  $\omega \ll \omega_0$  ( $\omega \approx 0$ ),  $U_{\text{aus}} = U_{\text{ein}}$

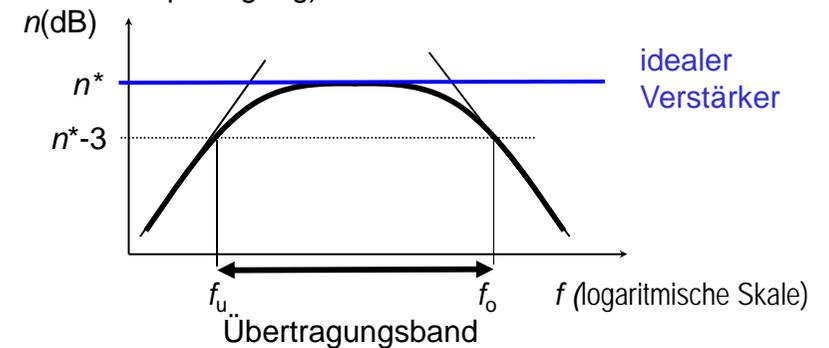
bei grossen Frequenzen: wenn  $\omega \gg \omega_0$ ,  $U_{\text{aus}} = \frac{1}{RC\omega} U_{\text{ein}}$

bei sehr grossen Frequenzen: wenn  $\omega \approx \infty$ ,  $U_{\text{aus}} = 0$

27

für (1):  $V_p > 1$ ,  $n = 10 \lg V_p = 20 \lg U_U(\text{dB}) > 0 \text{ dB}$

für (2): **Frequenzcharakteristik**  
(Frequenz-Antwort-Funktion, Übertragungskennlinie, Frequenzgang)

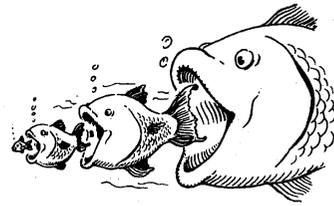
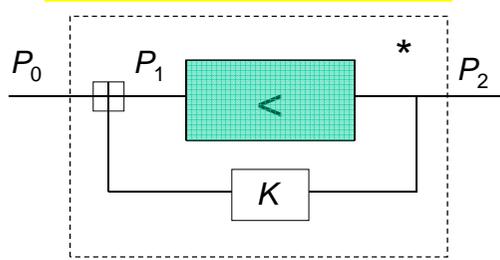


$f_u$  : untere Grenzfrequenz

$f_o$  : obere Grenzfrequenz

28

## Rückkopplung(sverstärker)



$$(a) P_1 = P_0 + KP_2 \quad (b) V_P = \frac{P_2}{P_1}$$

$$(c) V_P^* = \frac{P_2}{P_0} = \frac{P_1 V_P}{P_0} = \frac{(P_0 + KP_2) V_P}{P_0} = V_P + K \frac{P_2}{P_0} V_P = V_P + KV_P^* V_P$$

$$V_P^* - KV_P^* V_P = V_P \quad \boxed{V_P^* = \frac{V_P}{1 - KV_P}}$$

29

$$V_P^* = \frac{V_P}{1 - KV_P}, \quad V_P^* : \text{Verstärkungsfaktor des rückgekoppelten Verstärkers}$$

$V_P$  : Verstärkungsfaktor des Verstärkers (ohne R.k.)

$K > 0$ , Mitkopplung (positive R.k. - gleiche Phase),

$$V_P^* > V_P \quad (\text{Vorteil})$$

$K < 0$ , Gegenkopplung (negative R.k. - entgegengesetzte Phase),

$$V_P^* < V_P \quad (\text{Nachteil})$$

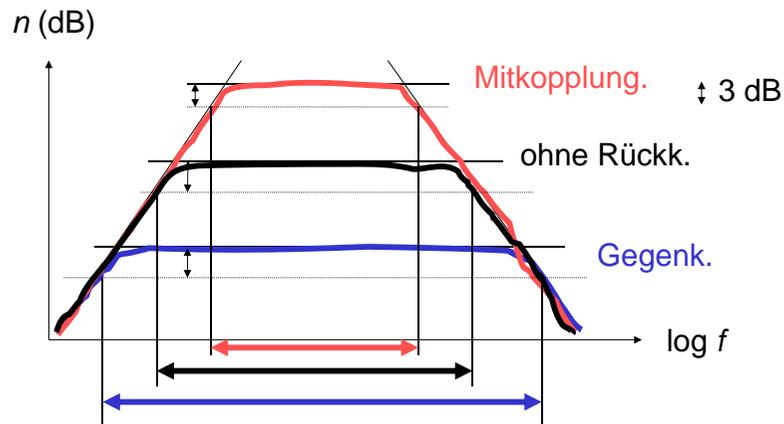
**Mitkopplung:** Sinusoszillator  
( $KV_P=1$ , Verstärkung: „unendlich“)

Anwendung: Ultraschall(generator)  
Wärmetherapie(gen.)

**Gegenkopplung:** alle Verstärker



30

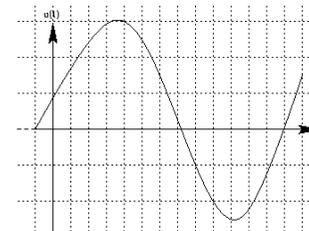


**Mitkopplung:** Übertragungsband – schmaler (Nachteil)

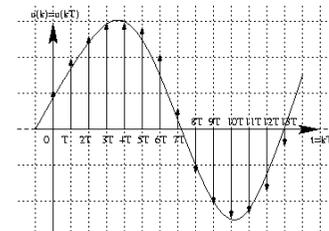
**Gegenkopplung:** Übertragungsband – breiter (Vorteil)

31

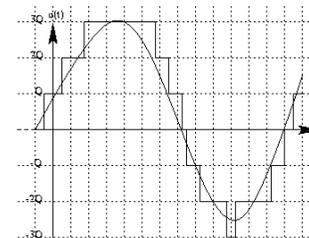
## Analoges Signal – digitales Signal



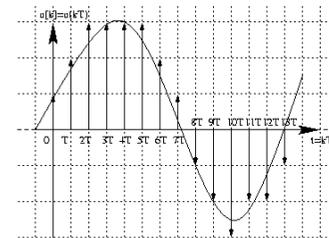
analoges Signal: zeit- und wertkontinuierliches S.



zeitdiskretes, wertkontinuierliches S.



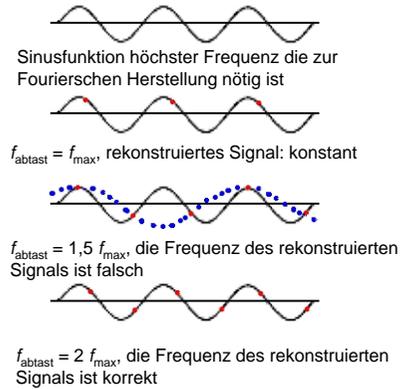
wertdiskretes, zeitkontinuierliches S.



digitales Signal: zeit- und wertdiskretes S.

32

zeitdiskretes Signal: man kennt den Signalwert nicht in allen Zeitpunkten



### Nyquist-Shannon Abtasttheorem:

Ein Signal einer Maximalfrequenz  $f_{\text{max}}$  mit einer Frequenz grösser als  $2f_{\text{max}}$  abgetastet werden muss, damit man aus dem so erhaltenen zeitdiskreten Signal das Ursprungssignal ohne Informationsverlust rekonstruieren kann.

z.B.: hifi,  $f_{\text{max}} = 20 \text{ kHz}$

$f_{\text{abtast}} = 44.1 \text{ kHz} > 2 \cdot 20 \text{ kHz}$

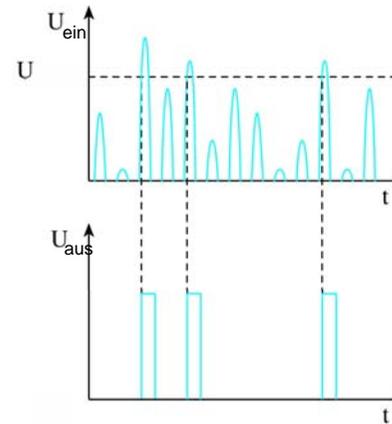
wertediskretes Signal: der Wert des Signals kann nicht beliebig gross sein

z.B.: hifi, 16 bit =  $2^{16} = 65\,536$  (CD Standard)

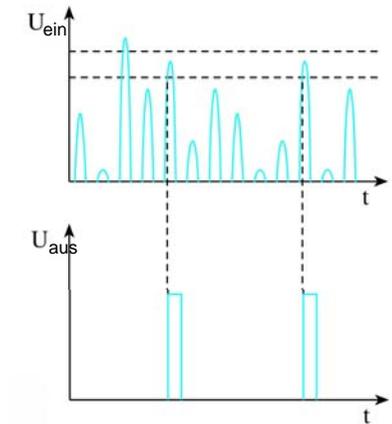
24 bit =  $2^{24} = 16\,777\,216$  ("beste" Tonkarte)

## Selektieren von Impulssignalen

### Integralkrimination

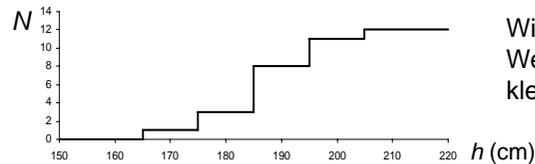


### Differentialdiskrimination



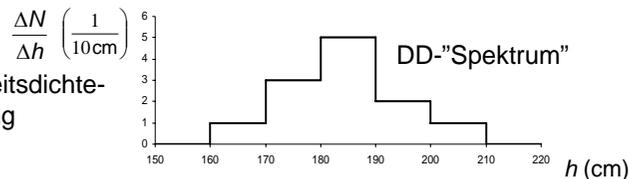
## Summen- (kumulierte/kumulative) Häufigkeitsverteilung

Summen-Häufigkeitsverteilung

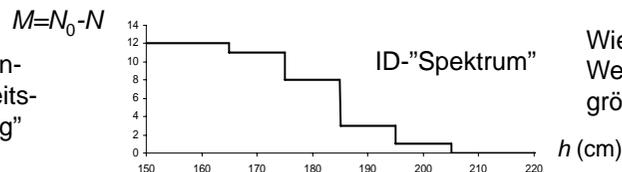


Wieviele Werte sind kleiner als  $h$ ?

Häufigkeitsdichte-Verteilung



"Summen-Häufigkeitsverteilung"



Wieviele Werte sind grösser als  $h$ ?

## Konzentration von Leukozyten

