

# X-ray

## Generation, properties

Medical Biophysics II. 12 February, 2025

Miklós Kellermayer

Department of Biophysics and Radiation Biology



**SEMMELWEIS**  
EGYETEM 1769

# The mysterious X-ray



Wilhelm Konrad  
Röntgen  
(1845-1923)  
Nobel prize, 1901

**Sitzungs-Berichte**  
der  
**Physikalisch-medicinischen Gesellschaft**  
zu  
**WÜRZBURG.**

---

<b>Jahrgang</b> 1895.	Der Abonnementspreis pro Jahrgang beträgt M. 4.—. Die Nummern werden einzeln nicht abgegeben. Grössere Beiträge erscheinen in Sonderdrucken.	<b>No. 9.</b>
--------------------------	--	---------------

---

Verlag der **Stahel'schen** K. Hof- und Universitäts-Buch- und Kunsthandlung in **Würzburg.**

---

**Inhalt.** *Konrad Rieger:* Demonstration des sogenannten „Vogelkopfkneben“  
*Dóboš Janos* aus *Battonya* in *Ungarn* (Fortsetzung), pag. 129. —  
*W. C. Röntgen:* Ueber eine neue Art von Strahlen, pag. 132. —  
*Wilhelm Wislicenus:* 46. Jahresbericht der physikalisch-medicinischen  
Gesellschaft zu *Würzburg*, pag. 142. — *Mitglieder-Verzeichniss*, pag. 146.

---

Am 28. Dezember wurde als Beitrag eingereicht:  
**W. C. Röntgen: Ueber eine neue Art von Strahlen.**  
(Vorläufige Mittheilung.)

1. Lässt man durch eine *Hittorfsche* Vacuumröhre, oder einen genügend evacuirten *Lenard'schen*, *Crookes'schen* oder ähnlichen Apparat die Entladungen eines grösseren *Ruhmkorff's* gehen und bedeckt die Röhre mit einem ziemlich eng anliegenden Mantel aus dünnem, schwarzem Carton, so sieht man in dem vollständig verdunkelten Zimmer einen in die Nähe des Apparates gebrachten, mit *Bariumplatincyannür* angestrichenen Papierschirm bei jeder Entladung hell aufleuchten, fluoresciren, gleichgültig ob die angestrichene oder die andere Seite des Schirmes dem Entladungsapparat zugewendet ist. Die Fluorescenz ist noch in 2 m Entfernung vom Apparat bemerkbar.

Man überzeugt sich leicht, dass die Ursache der Fluorescenz vom Entladungsapparat und von keiner anderen Stelle der Leitung ausgeht.

2. Das an dieser Erscheinung zunächst Auffallende ist, dass durch die schwarze Cartonhülse, welche keine sichtbaren oder ultravioletten Strahlen des Sonnen- oder des elektrischen Bogenlichtes durchlässt, ein Agens hindurchgeht, das im Stande ist, lebhaft Fluorescenz zu erzeugen, und man wird deshalb wohl zuerst untersuchen, ob auch andere Körper diese Eigenschaft besitzen.

Man findet bald, dass alle Körper für dasselbe durchlässig sind, aber in sehr verschiedenem Grade. Einige Beispiele führe ich an. Papier ist sehr durchlässig: <sup>1)</sup> hinter einem eingebun-

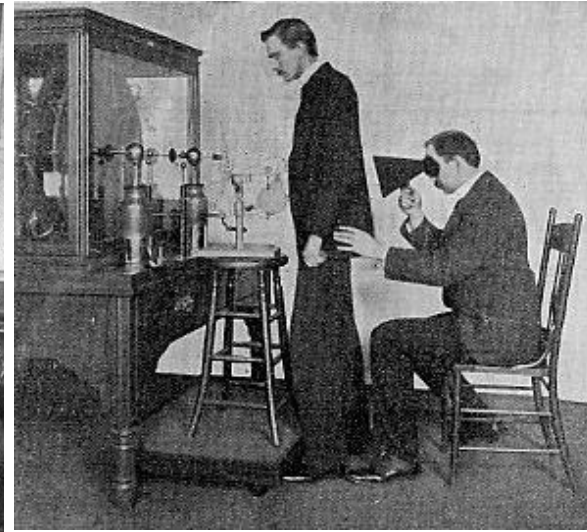
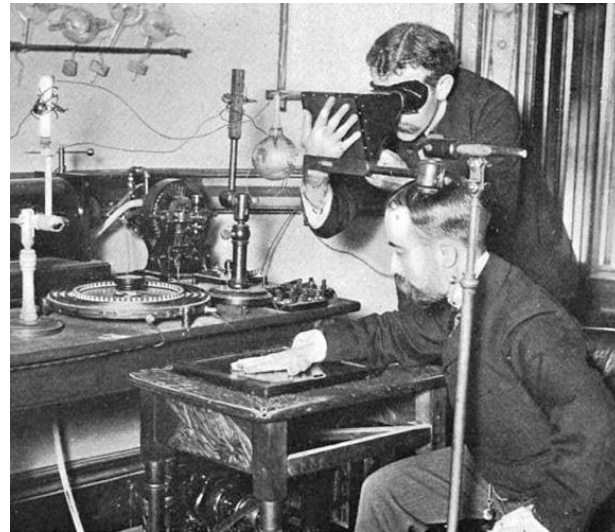
1) Mit „Durchlässigkeit“ eines Körpers bezeichne ich das Verhältniss der Helligkeit eines dicht hinter dem Körper gehaltenen Fluorescenzschirmes zu derjenigen Helligkeit des Schirmes, welcher dieser unter denselben Verhältnissen aber ohne Zwischenschaltung des Körpers zeigt.



*Hand mit Ringen* (Hand with Ring): Wilhelm Röntgen's first "medical" X-ray, of his wife's, Anna Bertha Ludwig's hand, taken on 22 December 1895 and presented to Professor Ludwig Zehnder of the Physik Institut (University of Freiburg, 1 January 1896).

# Glorious history of x-ray

Transparency –  
paper funnel  
radioscope



Late 1890s

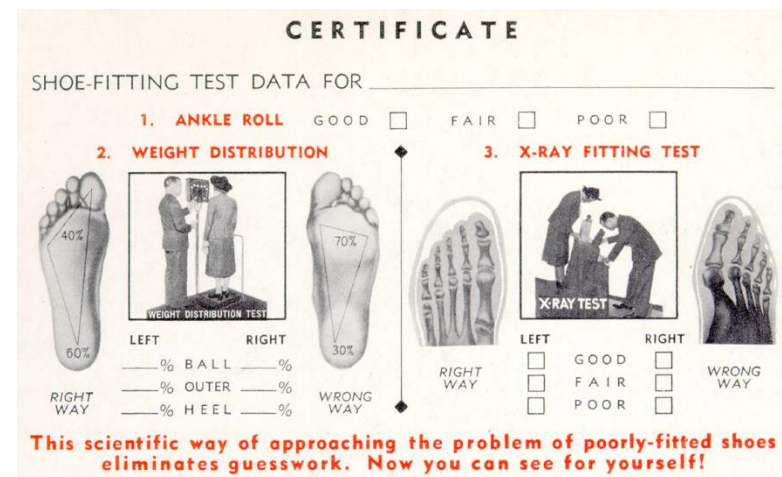
World  
war I.



Everyday  
applications



Shie-fitting  
fluoroscope  
(1930-50)



Airport  
security



Medical  
applications



1940



1950



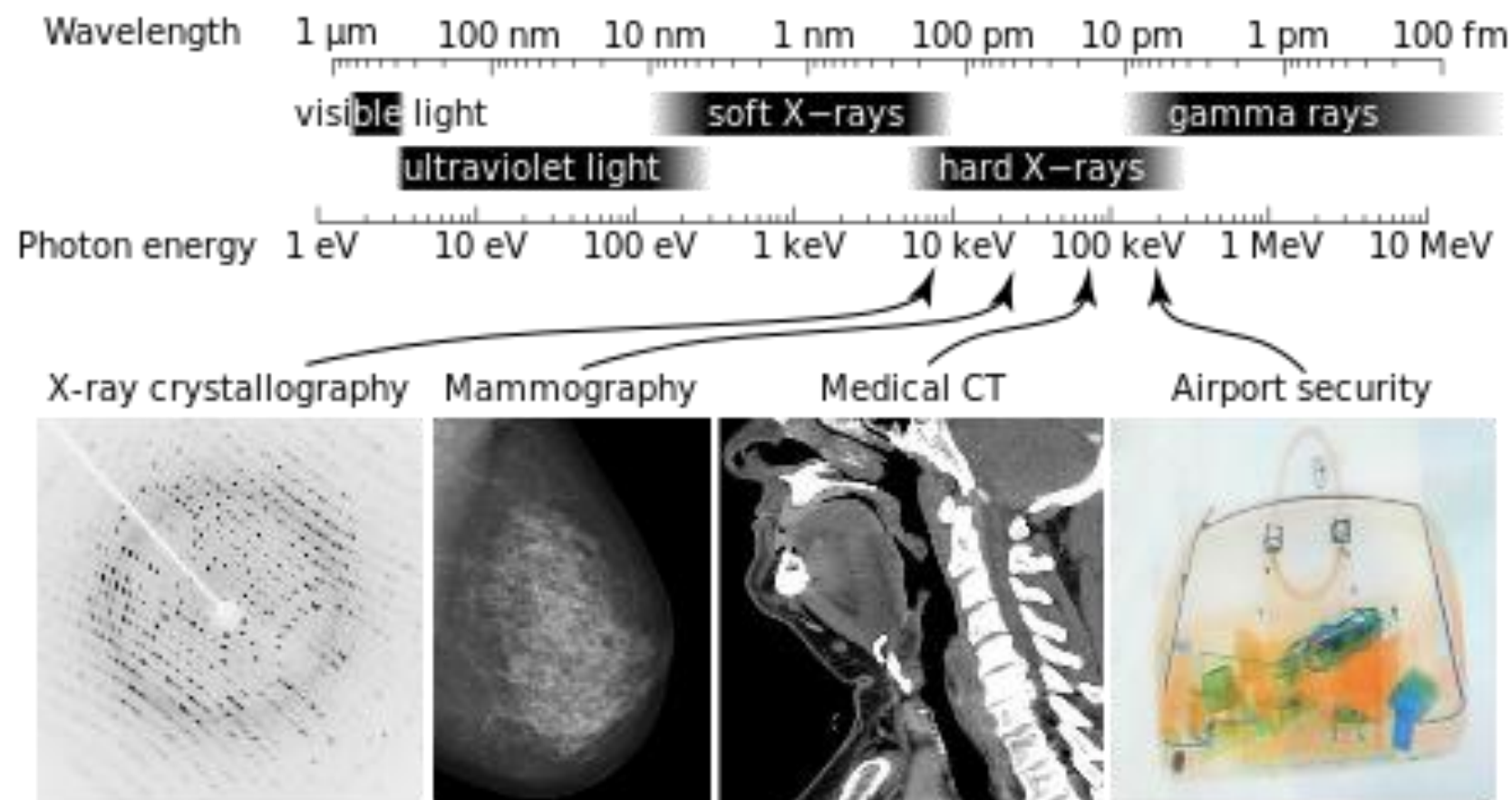
Today



Photon-counting CT



# X-rays are electromagnetic waves



**Wavelength** 10 - 0.01 nm.

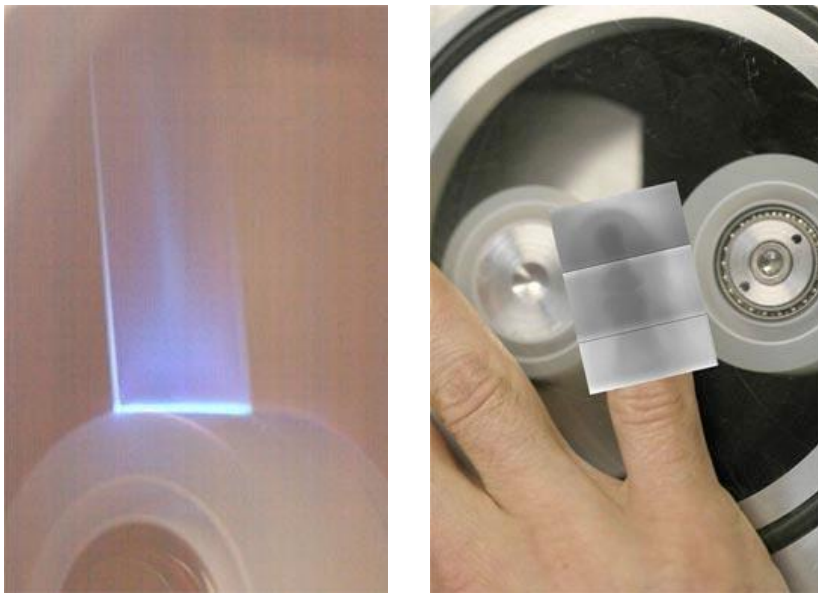
**Frequency**  $30 \times 10^{15}$  -  $30 \times 10^{18}$  Hz (petahertz - exahertz).

**Energy** 120 eV - 120 keV.

# Generation of X-ray

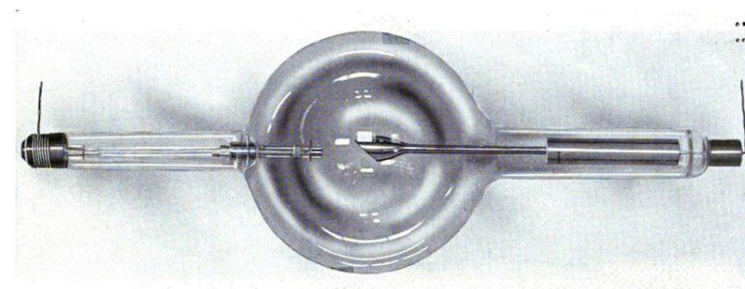
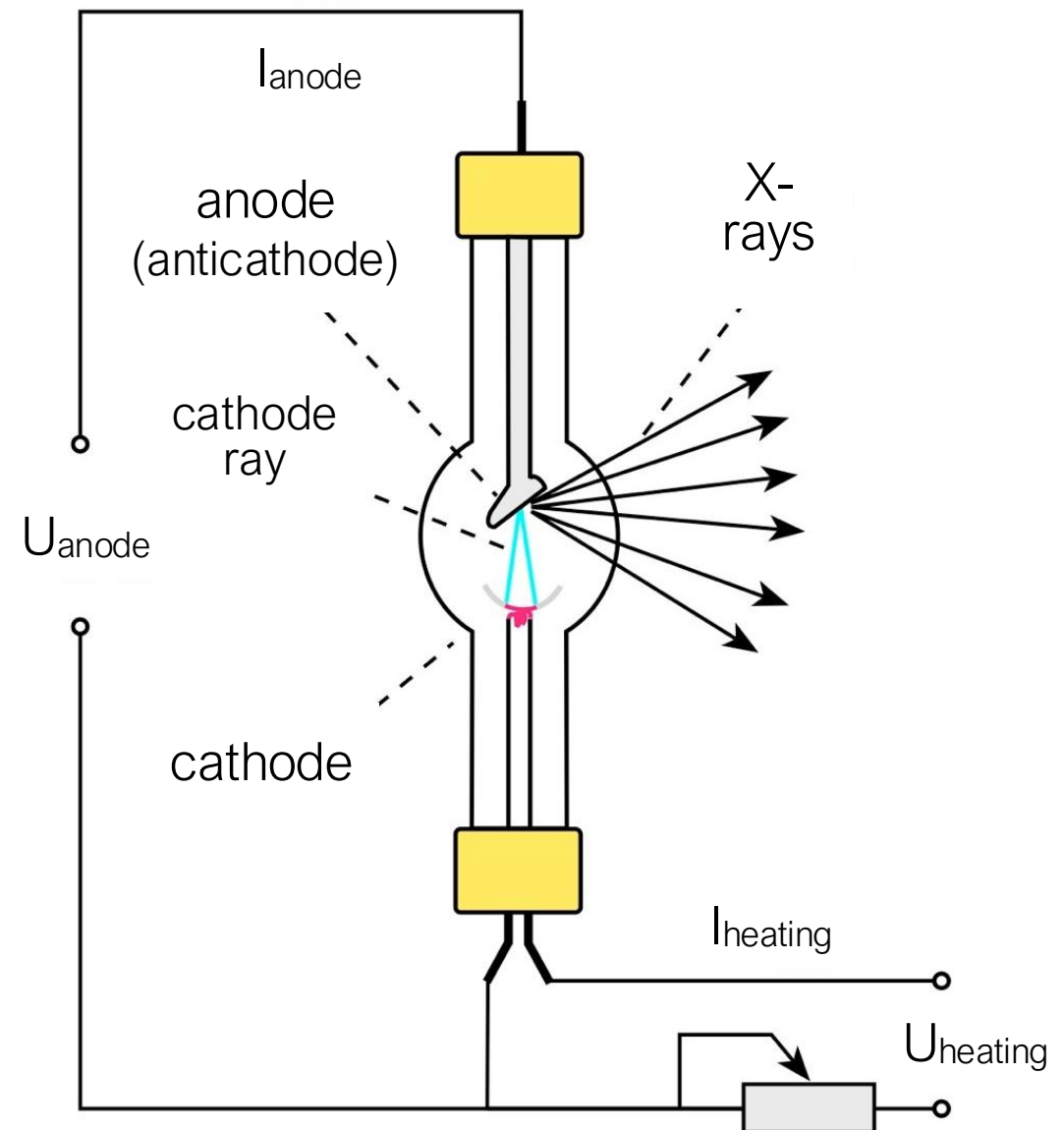
## Non-conventional method

**Triboluminescence:** light emission evoked by scratching or rubbing.  
(Francis Bacon, 1605)



Peeling away sticky tape emits light and X-rays. (Nature News, October 2008)

## Usual method: x-ray tube



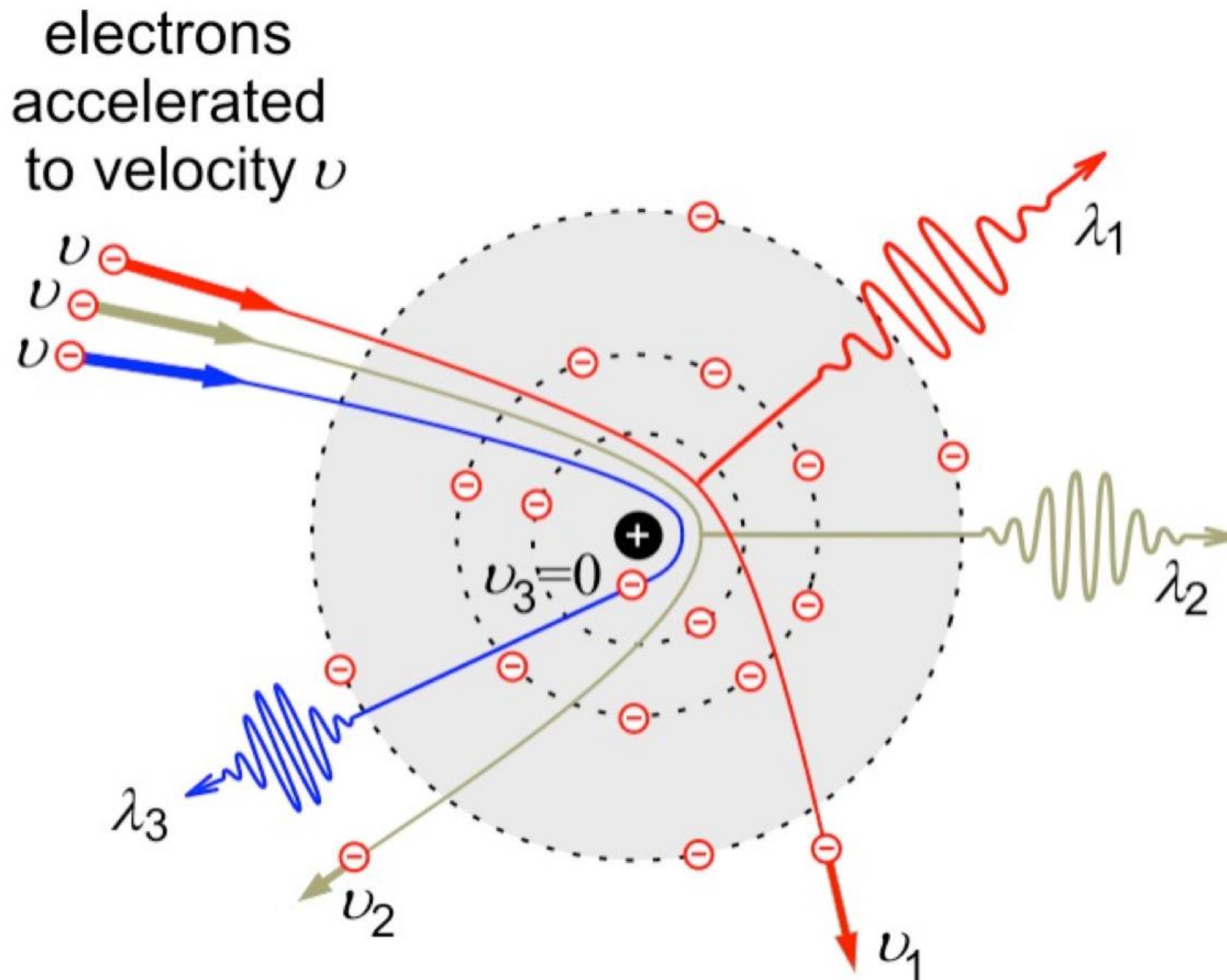
Coolidge x-ray tube (1900s). Heated cathode on the left, anode target on the right. x-ray emitted downwards.



Rotating-anode X-ray tube. Anode rotation is used for cooling.

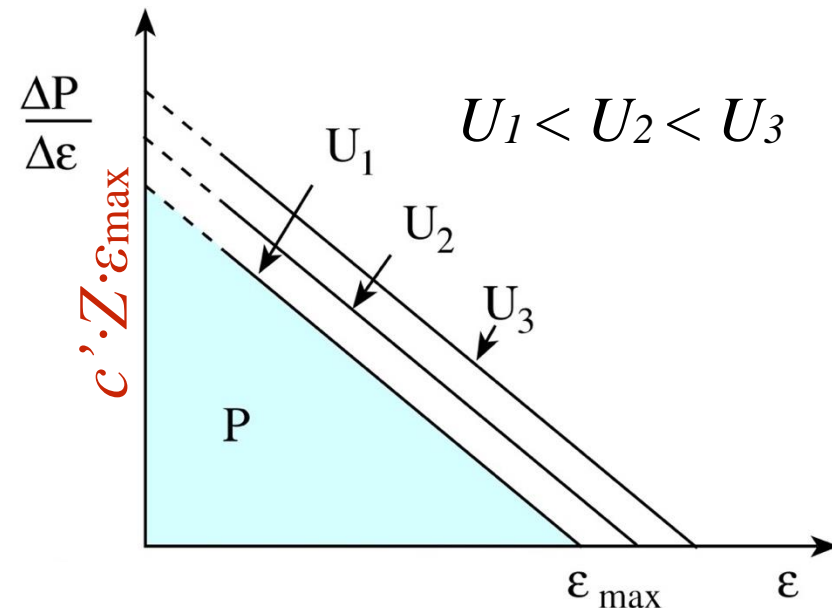
# Mechanism I. “Bremsstrahlung”

Electrons *decelerate*, thereby loose their kinetic energy, when interacting with the atoms of the anode (“braking radiation”).



# Spectrum of Bremsstrahlung

## Continuous



$$eU_{\text{anode}} = \epsilon_{\max} = hf_{\max}$$

Maximal photon energy ( $\epsilon_{\max}$ )

N.B.: Total kinetic energy of electron is transformed in one step (rare event).

$e$ : electron's charge;

$U_{\text{anode}}$ : accelerating voltage;

$eU_{\text{anode}}$ : acceleration work;

$h$ : Planck's constant;

$f_{\max}$ : limiting frequency

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e} \cdot \frac{1}{U_{\text{anode}}}$$

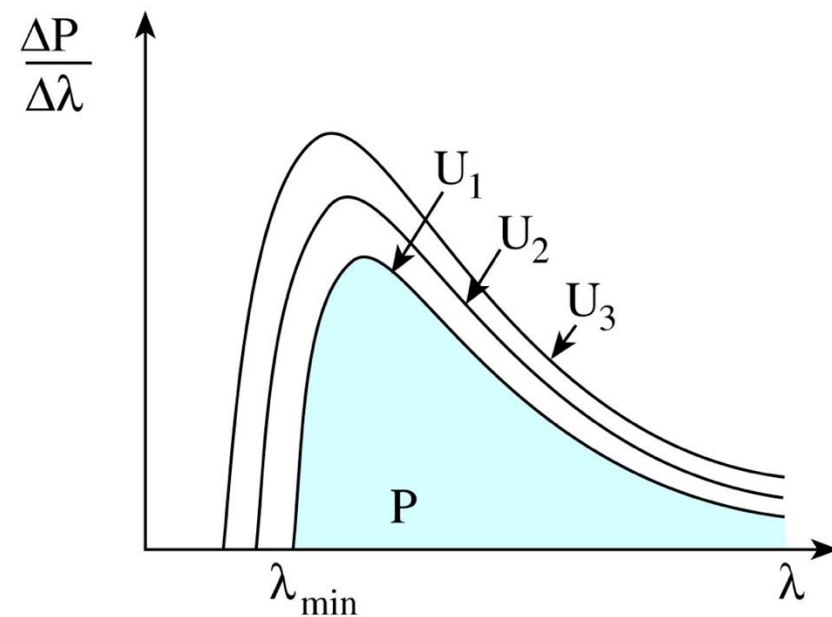
Limiting wavelength ( $\lambda_{\min}$ )

(Duane-Hunt Law)

N.B.: Limiting wavelength is inversely proportional to accelerating voltage.

$c$ : light speed;

$hc/e$ : constant (1.2398 kV·nm)



$$\frac{\Delta P}{\Delta \epsilon} = c' \cdot Z \cdot (\epsilon_{\max} - \epsilon)$$

Energy spectrum

(energy dependence of power)

$$P_{\text{tot}} = \frac{1}{2} c' \cdot Z \cdot \epsilon_{\max}^2 = c \cdot Z \cdot U_{\text{anode}}^2 \cdot e^2$$

$$P_{\text{tot}} = C_{\text{Rtg}} \cdot I_{\text{anode}} \cdot U_{\text{anode}}^2 \cdot Z$$

Total power ( $P_{\text{tot}}$ )

(based on the area of the triangle)

$C_{\text{Rtg}}$ : coefficient ( $1.1 \times 10^{-9} \text{ V}^{-1}$ );

$I_{\text{anode}}$ : anode current (number of electrons hitting the anode per unit time);

$Z$ : atomic number of the anode atoms

$$\eta = \frac{P_{\text{tot}}}{P_{\text{in}}} = \frac{C_{\text{Rtg}} \cdot I_{\text{anode}} \cdot U_{\text{anode}}^2 \cdot Z}{I_{\text{anode}} \cdot U_{\text{anode}}} = C_{\text{Rtg}} \cdot U_{\text{anode}} \cdot Z$$

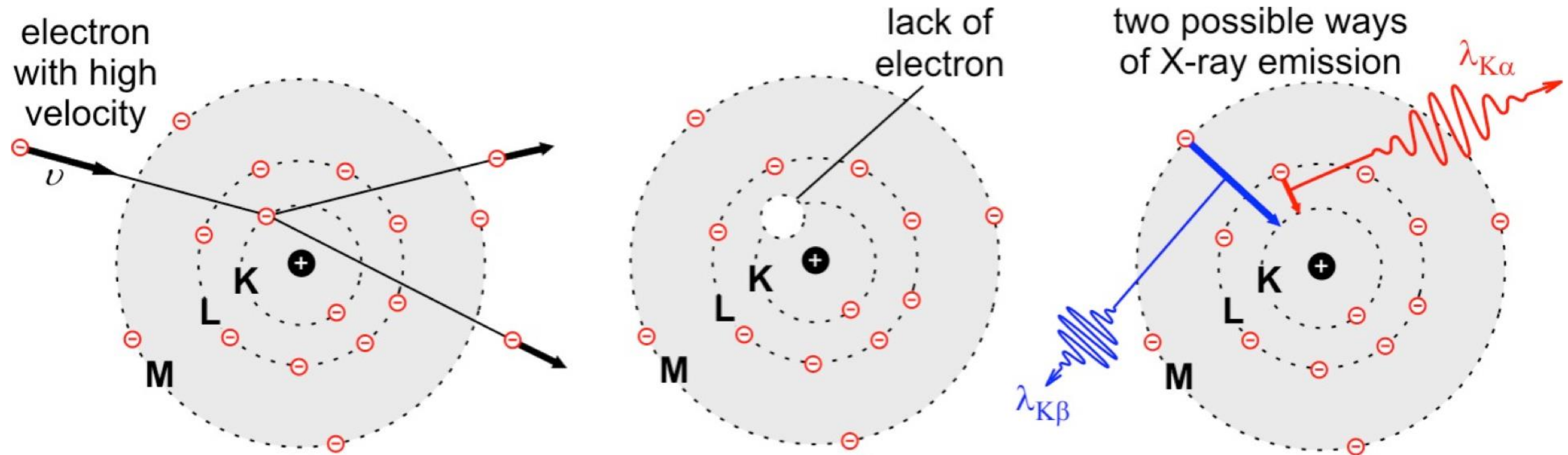
Efficiency ( $\eta$ )

$P_{\text{in}}$ : invested power

N.B.: Typically,  $\eta < 1\%$ .

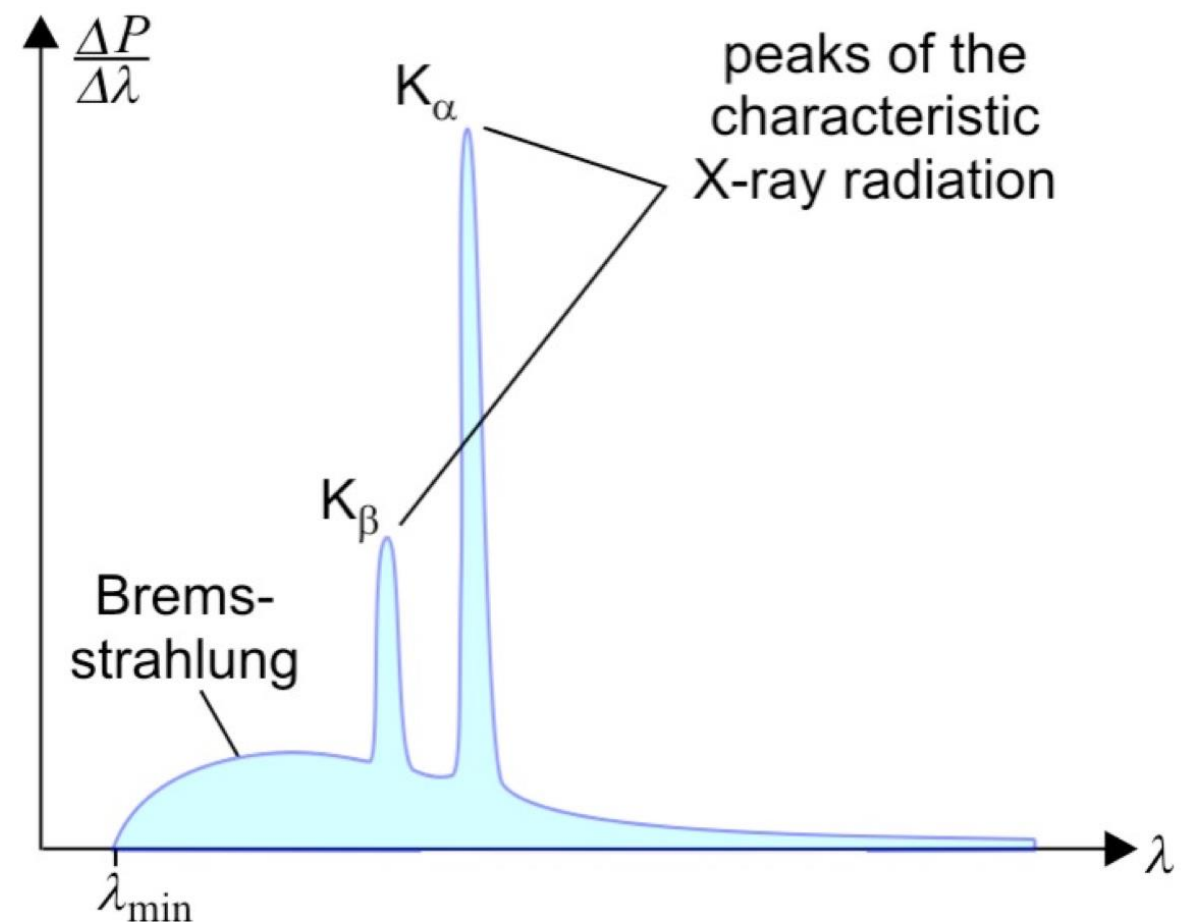
# Mechanism II. Characteristic X-ray

Knocked-out inner-shell electron is replaced by one on a higher-energy shell



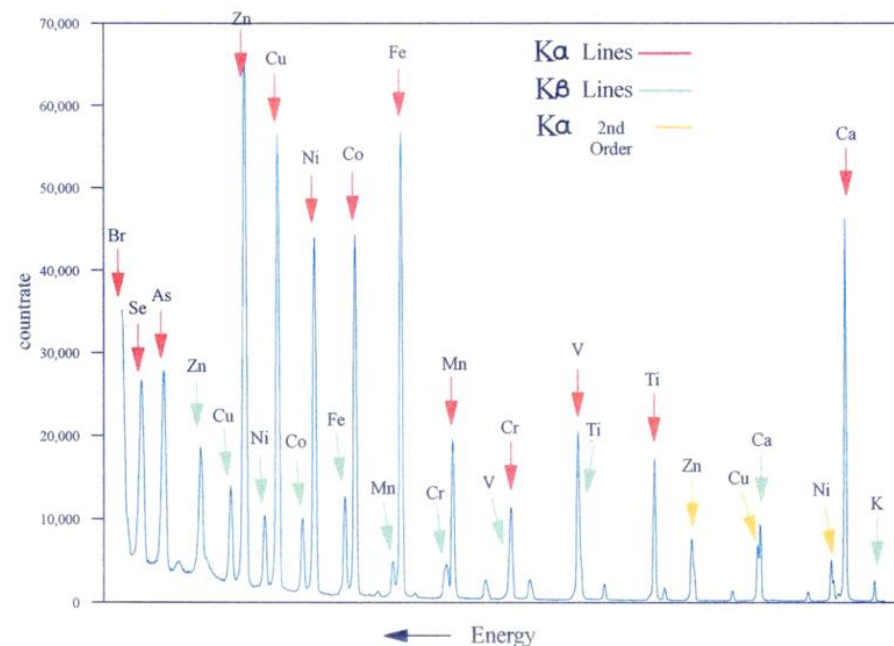
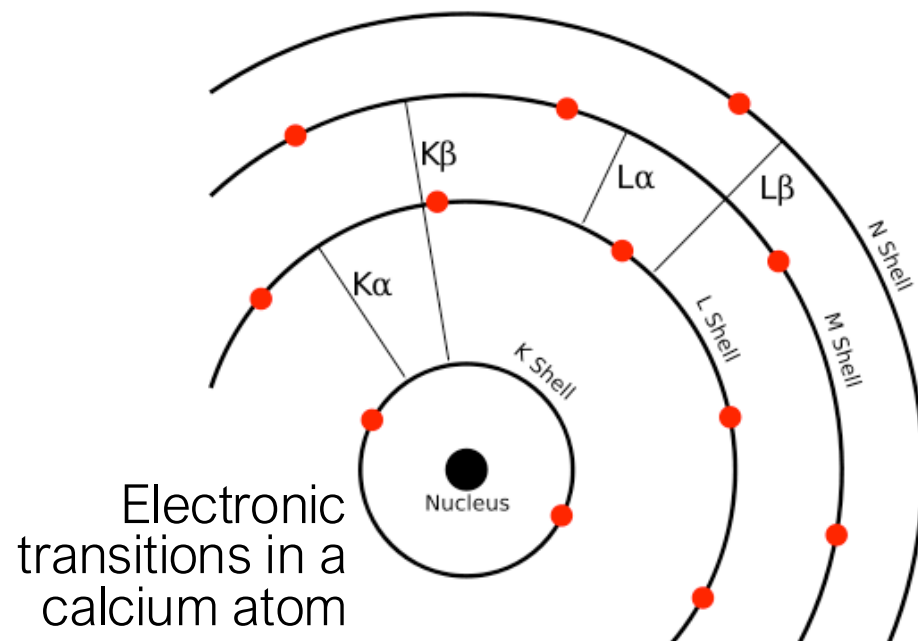
Spectrum of  
characteristic X-ray

**Linear**

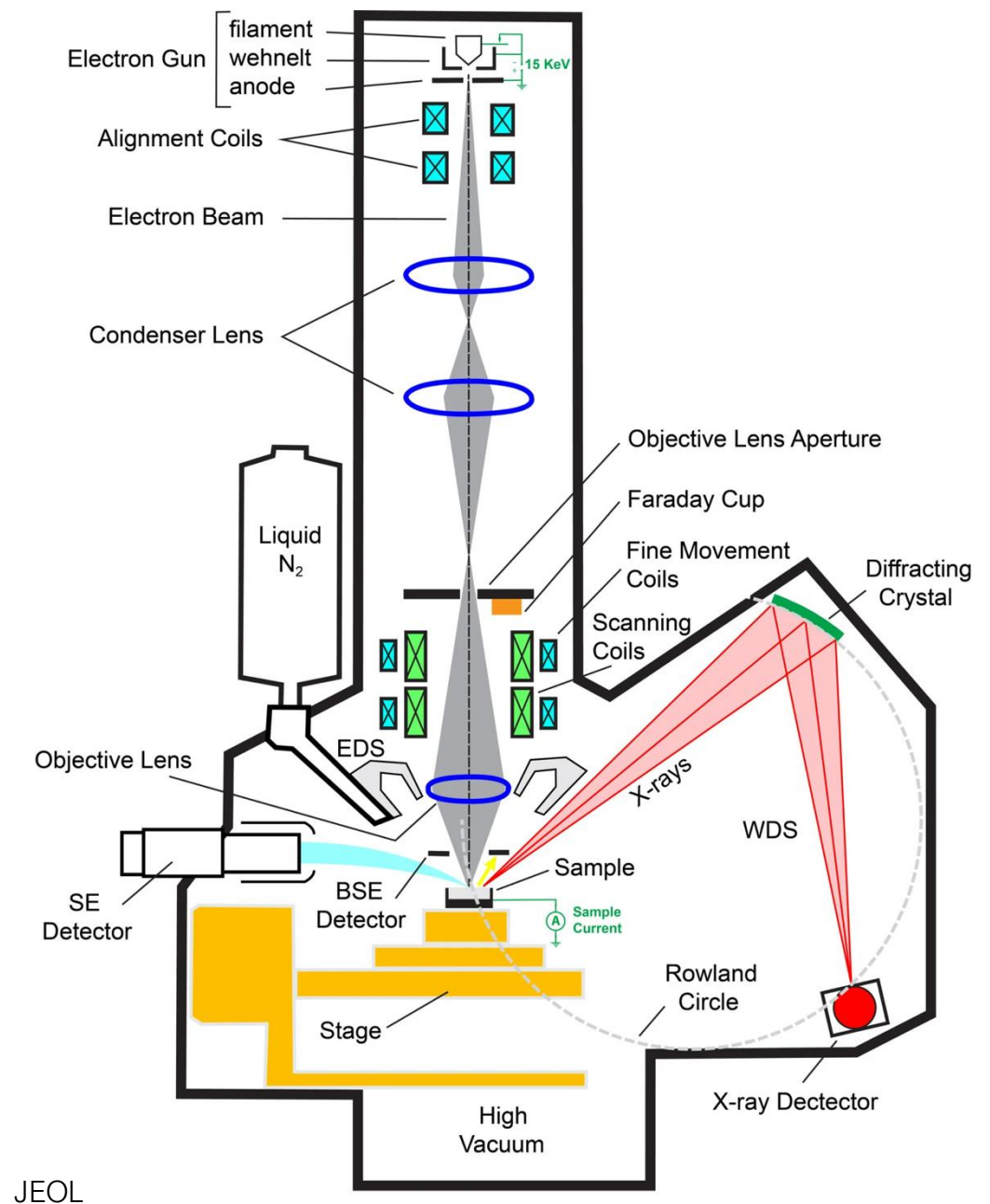


# X-ray spectrum characterizes *atomic* composition

Because inner-shell electrons participate in characteristic X-radiation, only the *atomic* (and not the molecular) properties are revealed



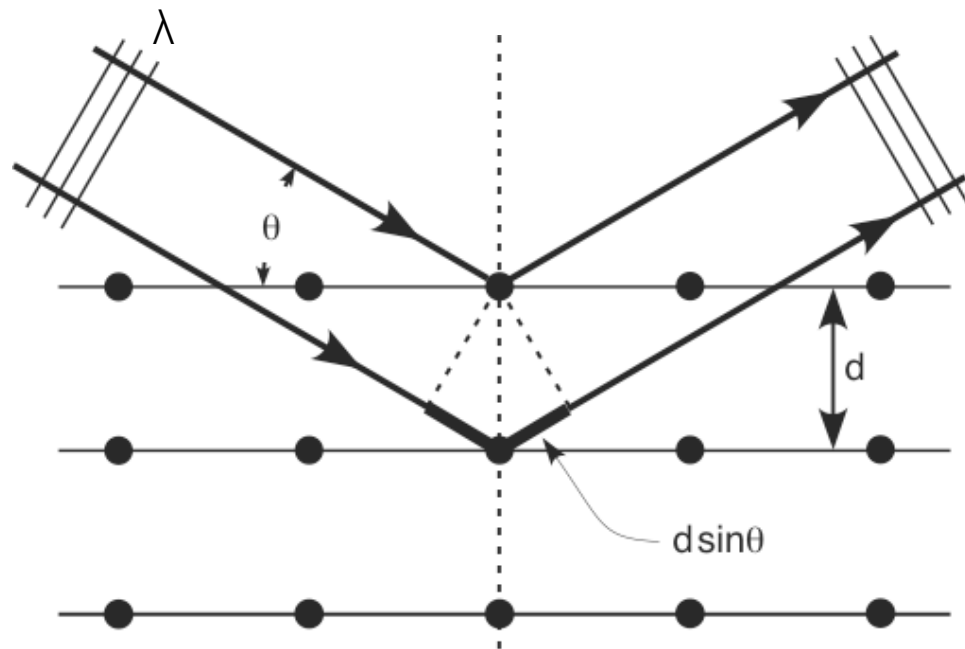
Energy dispersive X-ray fluorescence spectrum



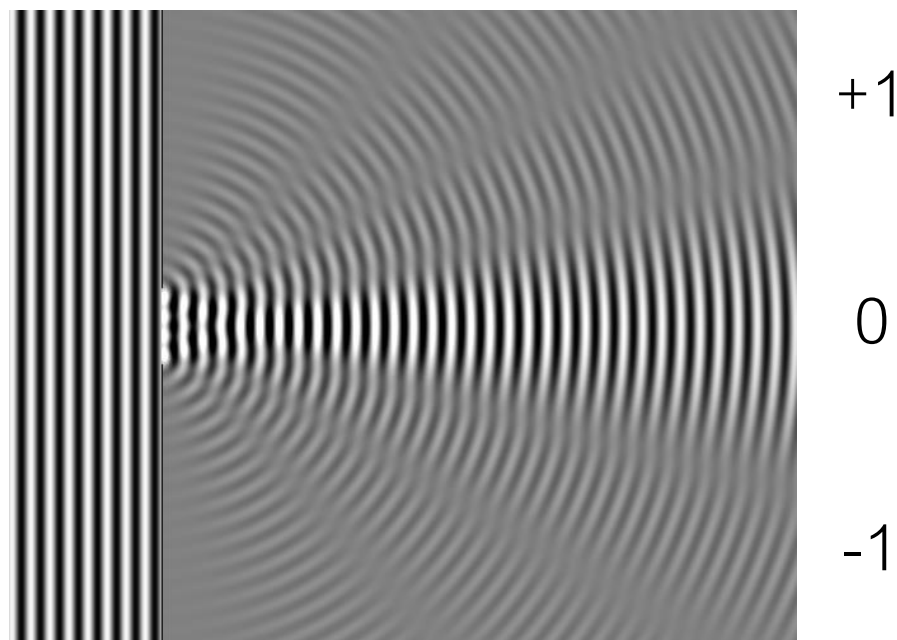
X-ray spectroscope (in an electron microscope!)  
(measures x-ray energy spectrum)

# Interaction of x-ray with matter

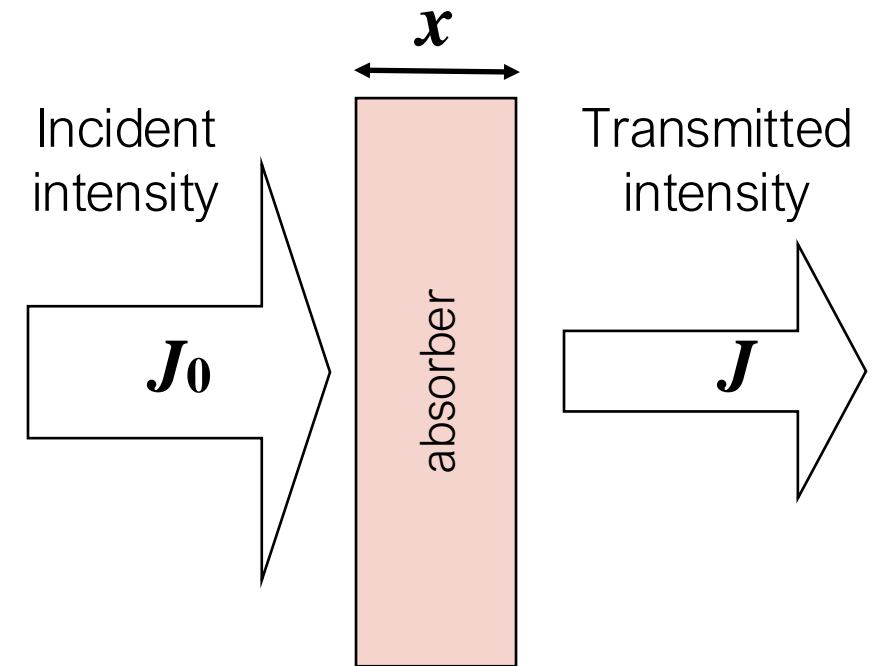
## 1. Diffraction



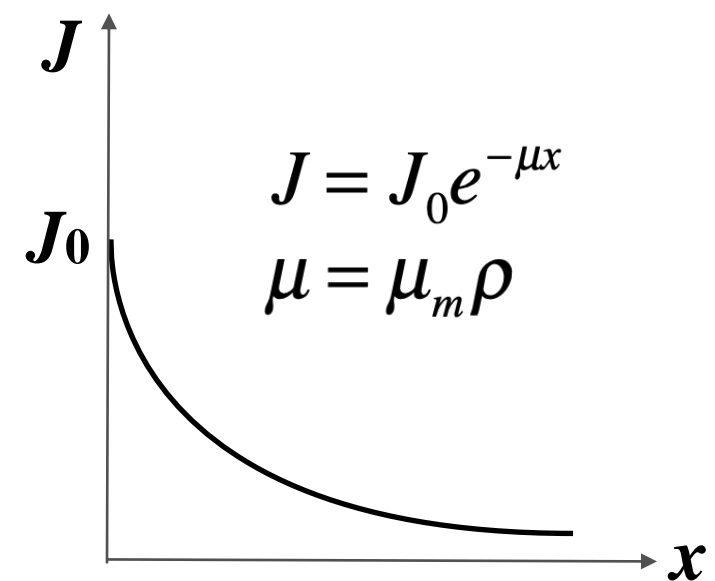
Condition of constructive interference:  $2d \sin \theta = n\lambda$



## 2. Absorption

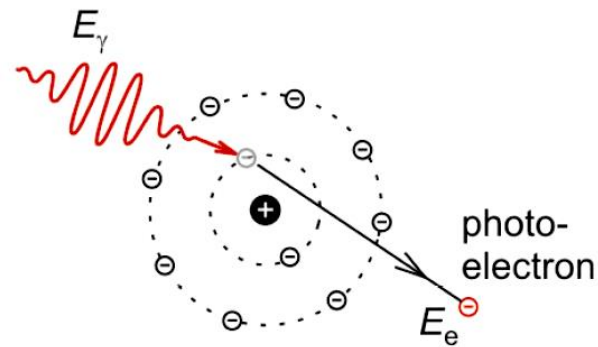


Exponential attenuation principle



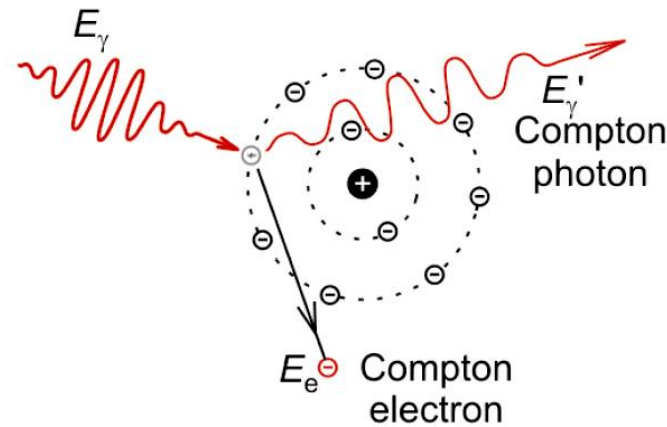
$\mu$  : linear attenuation coefficient  
 $\mu_m$  : mass attenuation coefficient ( $\text{cm}^2/\text{g}$ )  
 $\rho$  : density ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )

# Attenuation mechanisms



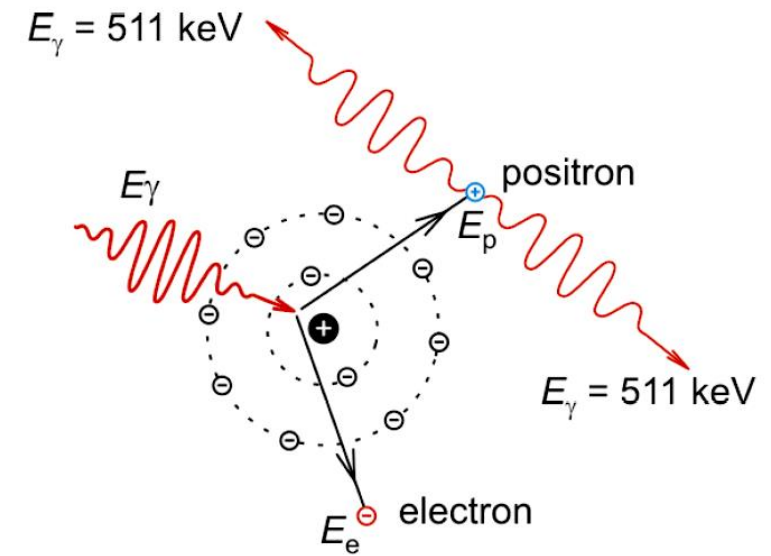
a.) **photoeffect**  
 $E_\gamma = A + E_e$   
 $A$  = work function  
 (escape energy)

$$\tau = \tau_m \rho$$



b.) **Compton scattering**  
 $E_\gamma = A + E_e + E'_\gamma$

$$\sigma = \sigma_m \rho$$



c.) **pair production, annihilation**  
 $E_\gamma = 2 m_e c^2 + E_e + E_p$   
 ( if  $E_\gamma > 1022 \text{ keV}$  )

$$\kappa = \kappa_m \rho$$

$\tau_m$ ,  $\sigma_m$ ,  $\kappa_m$ : mass attenuation coefficients,  $\rho$ : density

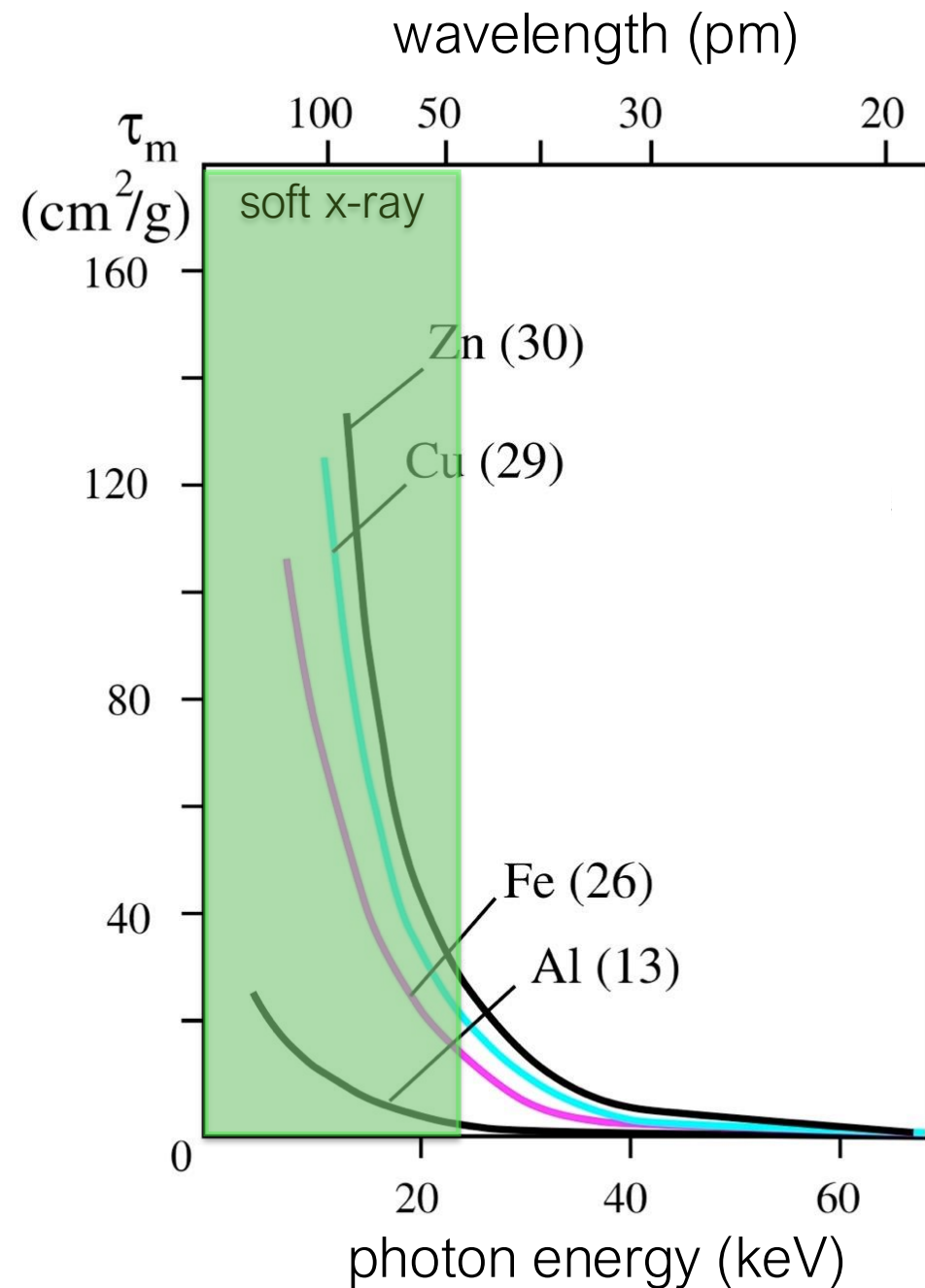
$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m + \kappa_m$$

Mechanism	Photon energy ( $\epsilon$ ) dependence of the mass attenuation coefficient	Atomic number ( $Z$ ) dependence of the mass attenuation coefficient	Relevant energy range in soft tissue
Photoeffect	$\sim 1 / \epsilon^3$	$\sim Z^3$	10 - 100 keV
Compton scatter	falls gradually with $\epsilon$	$\sim Z/A$ ( $A$ : mass number)	0.5 - 5 MeV
Pair production	rises slowly with $\epsilon$	$\sim Z^2$	> 5 MeV

Diagnostic X-ray:

1. Contrast mechanism between soft tissue and bone: photoeffect ( $\sim Z^3$ )
2. Contrast mechanism within soft tissue: Compton-scatter ( $\sim \rho$ )

# Photoeffect attenuation depends strongly on photon energy and atomic number



$$\tau_m = \text{const} \cdot \frac{Z^3}{\epsilon^3} = C \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$

For multi-component system: “effective atomic number” ( $Z_{\text{eff}}$ )

$$Z_{\text{eff}} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n w_i Z_i^3}$$

$\epsilon$ =photon energy

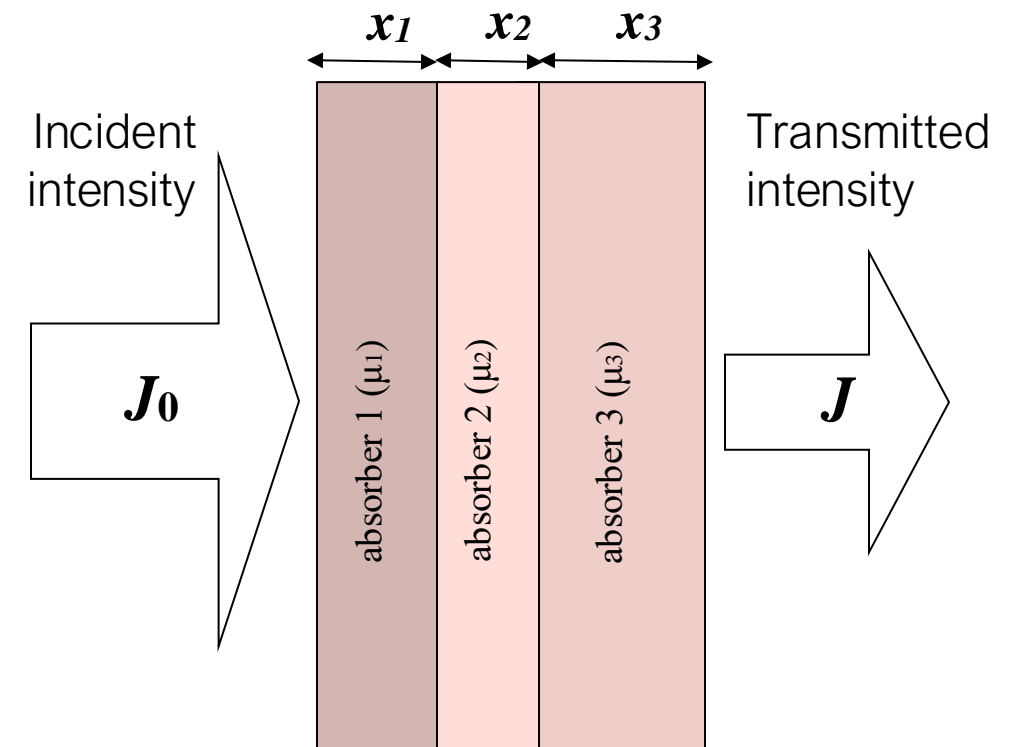
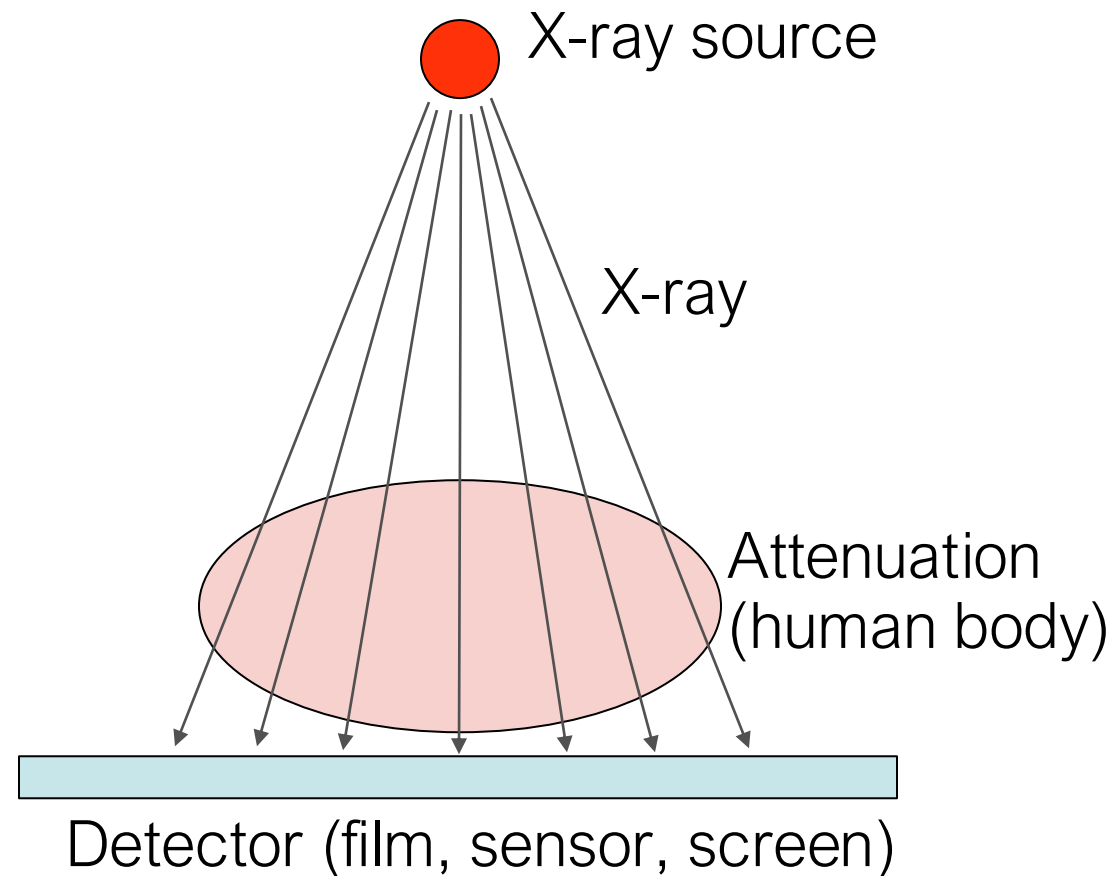
$Z$ =atomic number

$w$ =mole fraction

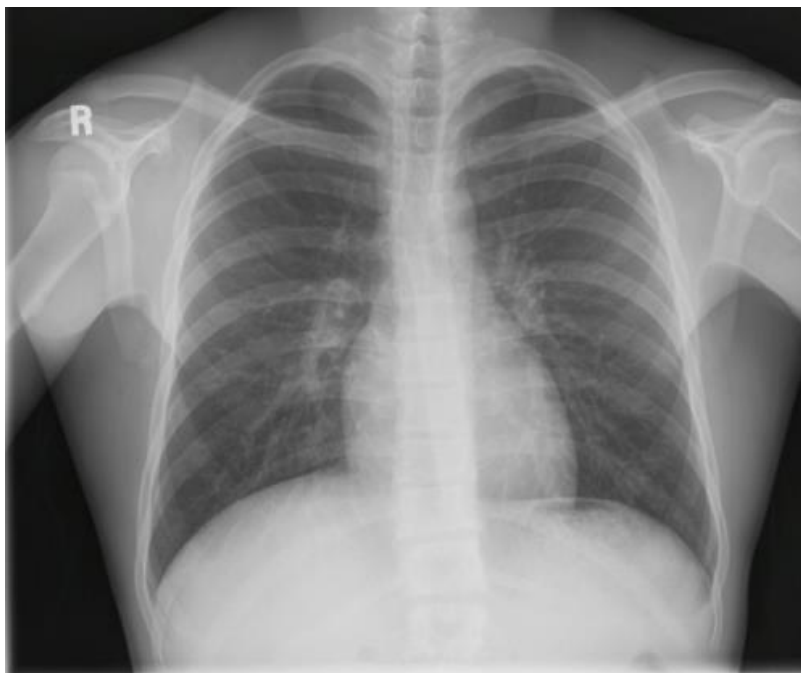
$n$ =number of components

Material	$Z_{\text{eff}}$
Air	7.3
Water	7.7
Soft tissue	7.4
Bone	13.8

# Absorption is the foundation of applications



The X-ray image is a summation image ("X-ray image", "radiographic image", "roentgenogram"). Contrast arises due to spatially varying attenuation.



$$J = J_0 e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 + \dots)}$$

$$\lg \frac{J_0}{J} = (\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 + \dots) \cdot \lg e$$

$\mu_n$  :  $n^{\text{th}}$  absorber's attenuation coefficient

$x_n$  :  $n^{\text{th}}$  absorber's thickness

# Feedback



<https://feedback.semmelweis.hu/feedback/pre-show-qr.php?type=feedback&qr=HHTKJRCKB9135TQW>