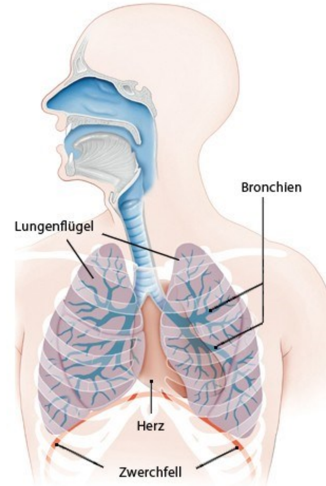
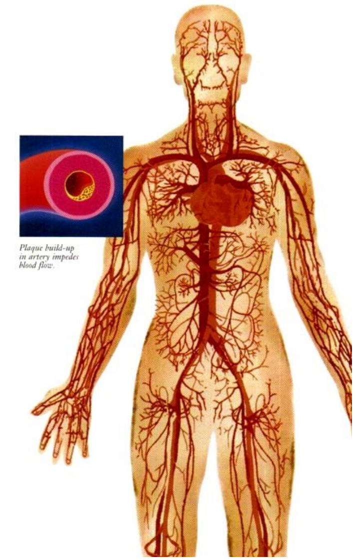
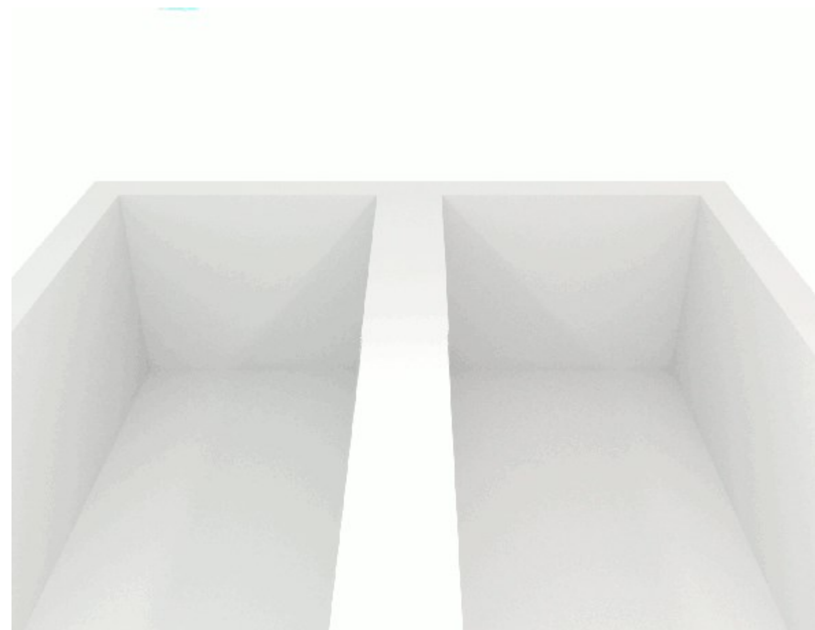
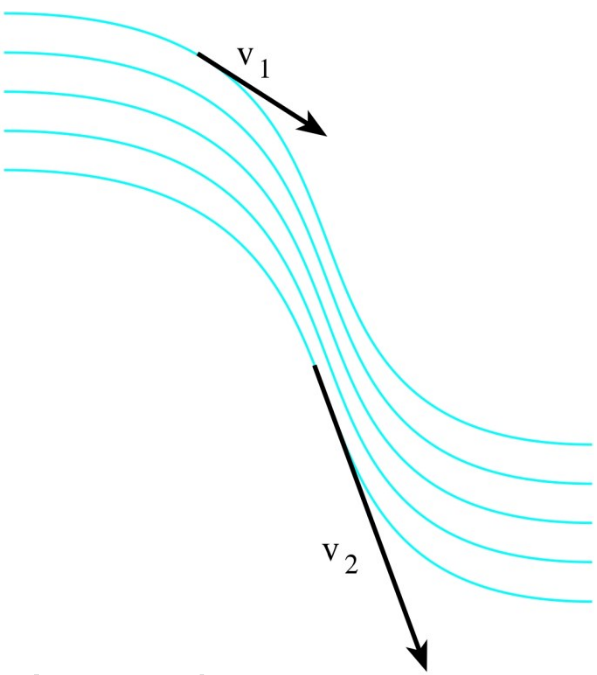
Transportprozesse
Strömung von Gasen und Flüssigkeiten





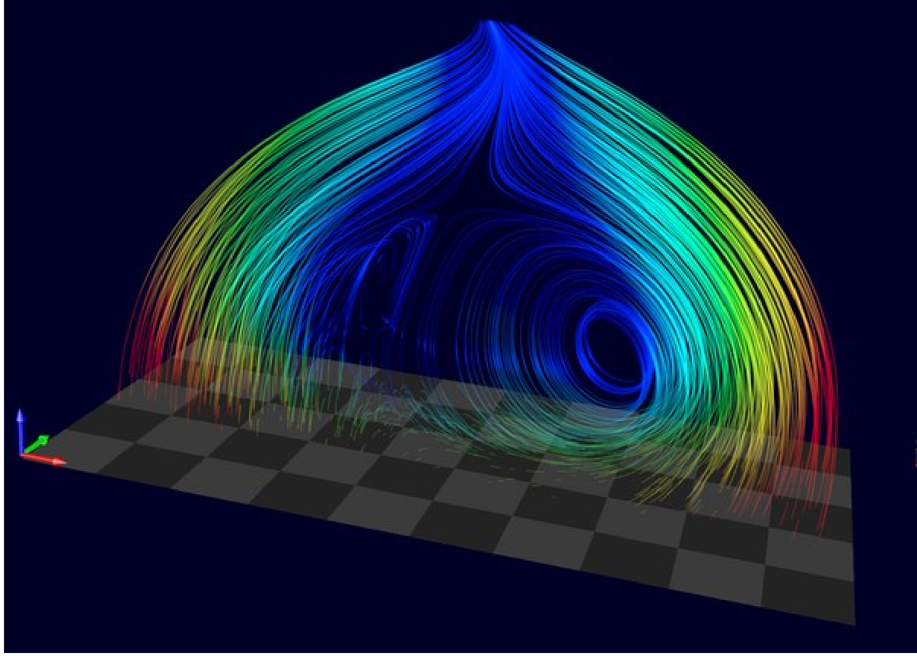


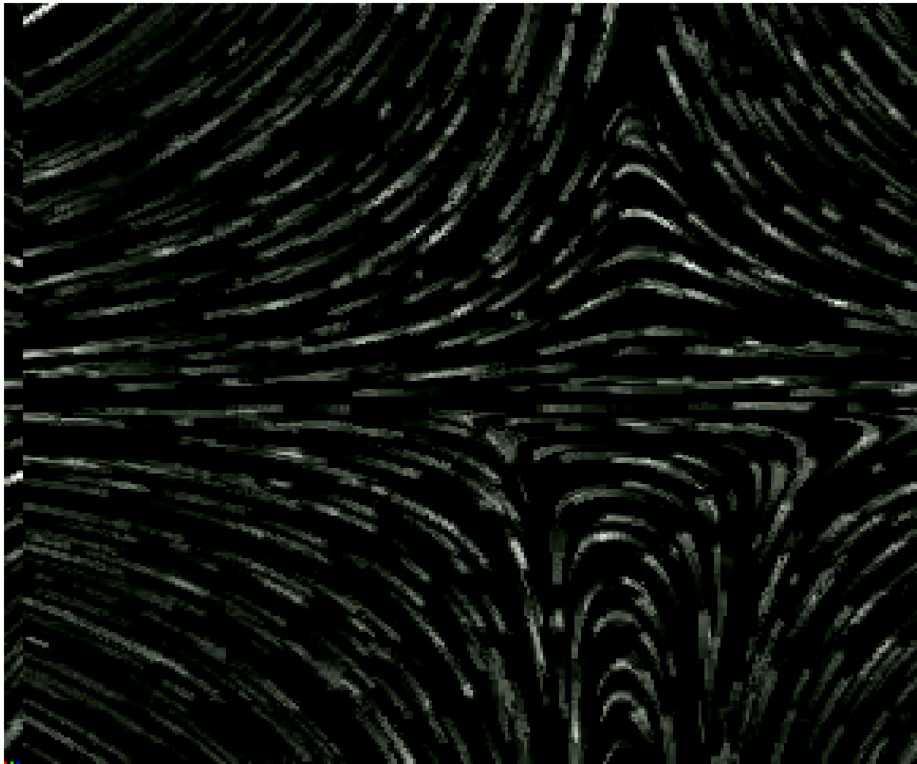
Stromlinien, Strömungsbild

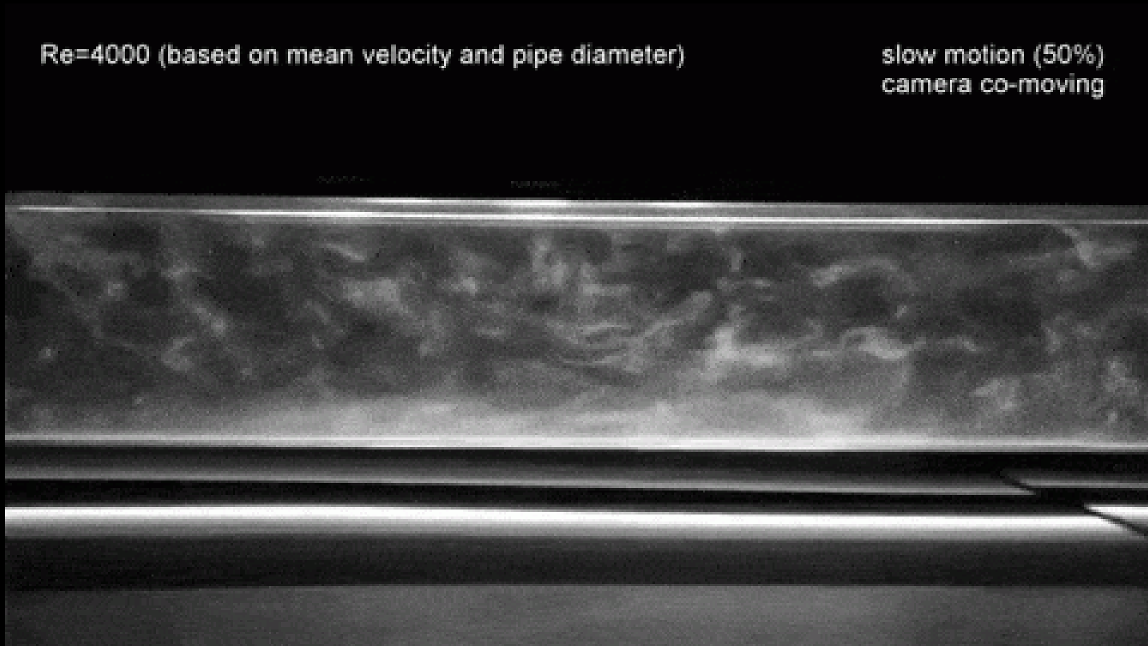


Die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit wird von der Tangente der Stromlinien in einem gegebenen Punkt, die Höhe der Geschwindigkeit wird von der Dichte der Stromlinien angezeigt.

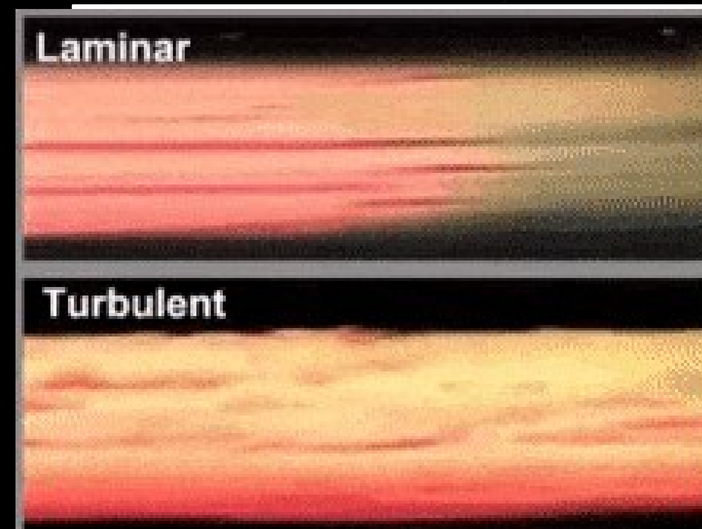
Lehrbuch, Abb. III.1





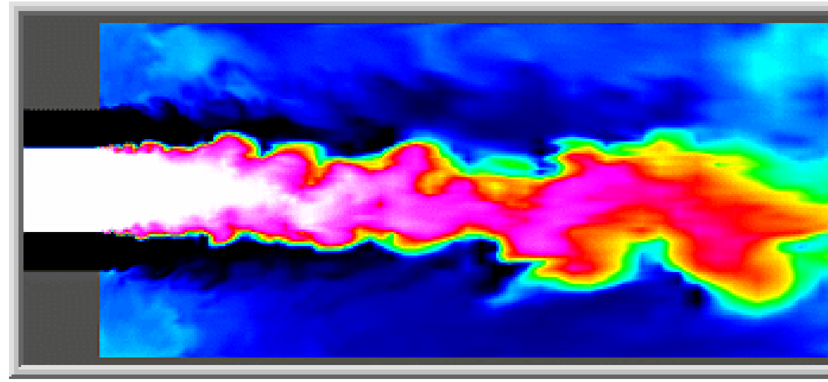

Re=4000 (based on mean velocity and pipe diameter)
slow motion (50%)
camera co-moving


Cylinder


Laminar
Turbulent

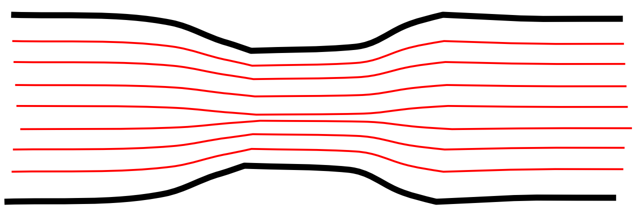

Velocity = 0

Einige Grundbegriffe



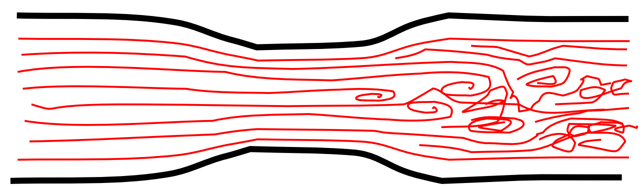
stationäre Strömung:
zeitunabhängig

laminare



$v \leq v_{\text{krit}}$

turbulente

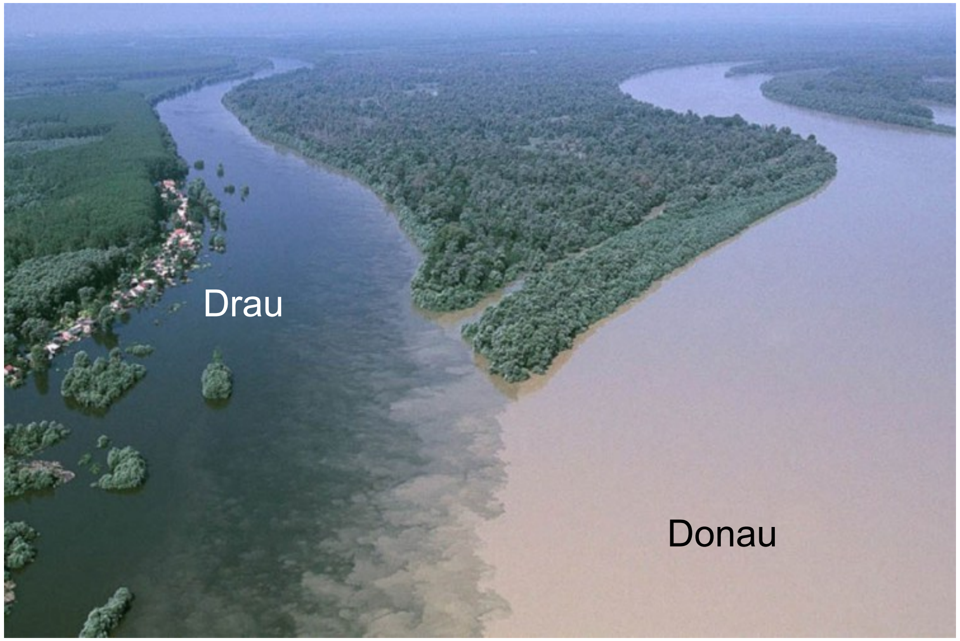


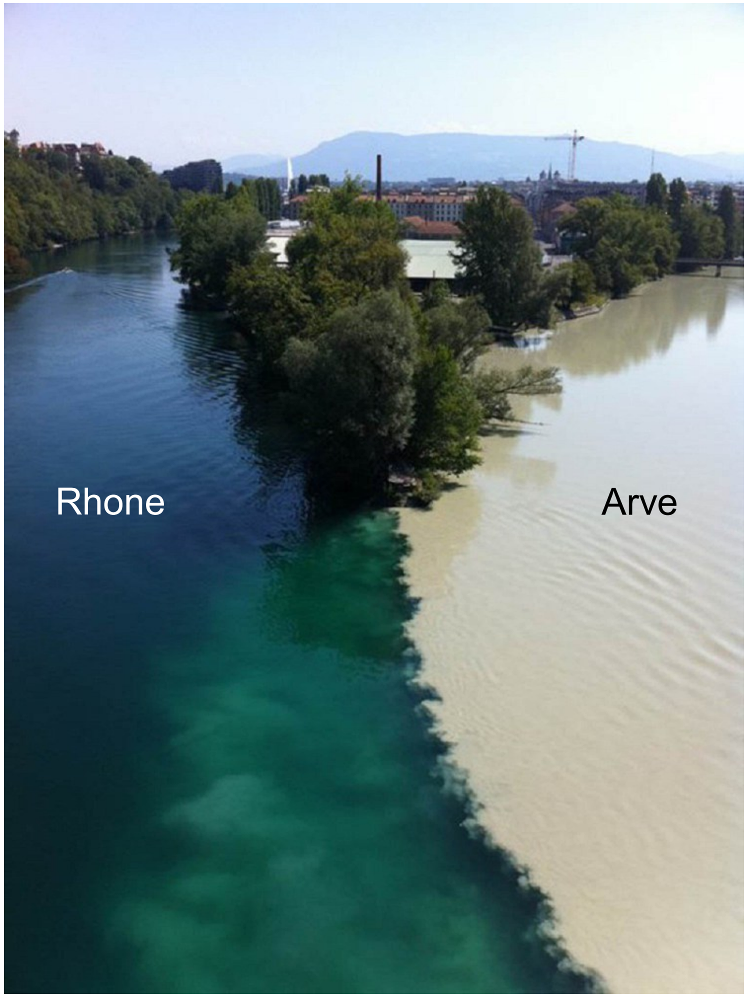
$v > v_{\text{krit}}$

lamina: Platte

$$\left(v_{\text{krit}} = \mathrm{Re} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r} \right)$$

(Quasi-) laminare Strömungen

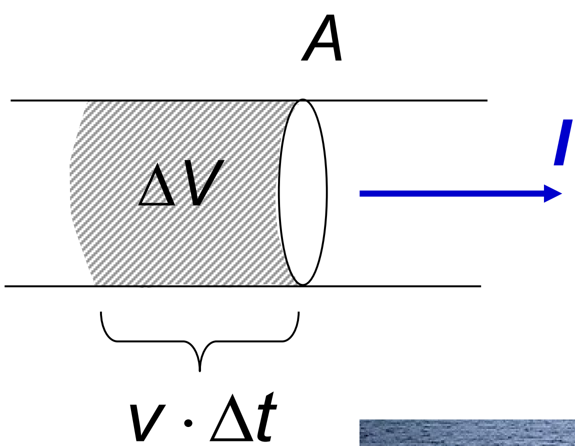




Volumenstromstärke (Strömungsintensität, I)

$$\boxed{I = \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

$$[I] = \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$



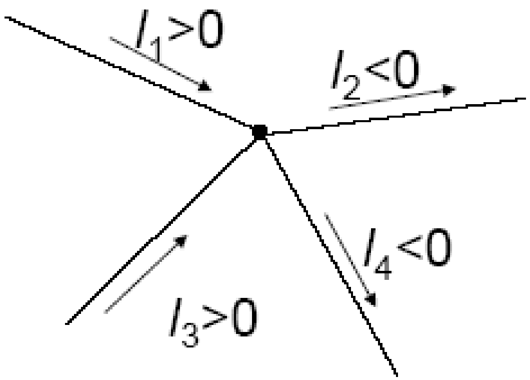
$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \cdot v \cdot \Delta t}{\Delta t} = A \cdot v$$

$$\boxed{I = A \cdot \bar{v}}$$

Bei Strömung gelten auch:

Kirchoffsche Gesetze

1. Kirchoffsches Gesetz: **Knotenregel**

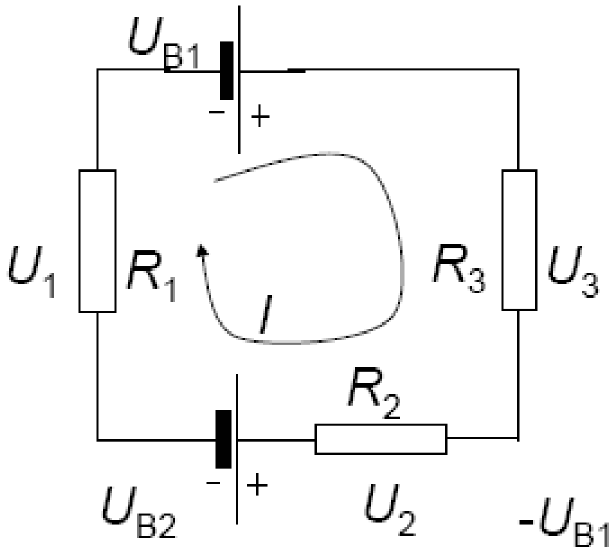


$I_1+I_2+I_3+I_4=0$

$$\boxed{\sum_k I_k = 0}$$

2. Kirchoffsches Gesetz: **Maschenregel**

(Summe der Spannungen in einer Masche ist 0.)



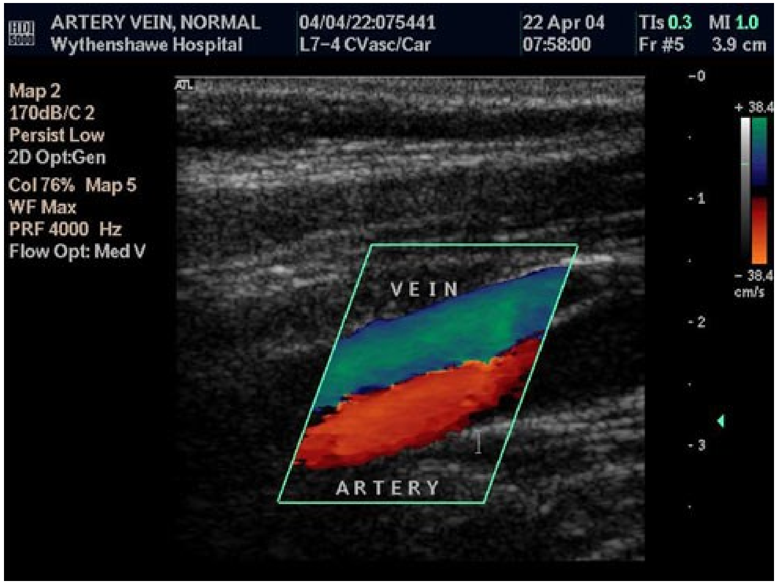
$$\boxed{\sum_k U_k = 0}$$

$-U_{B1}+U_3+U_2+U_{B2}+U_1=0$

Messmethoden der Volumenstromstärke
Anwendung: Blutströmung

Impedanz-Methode

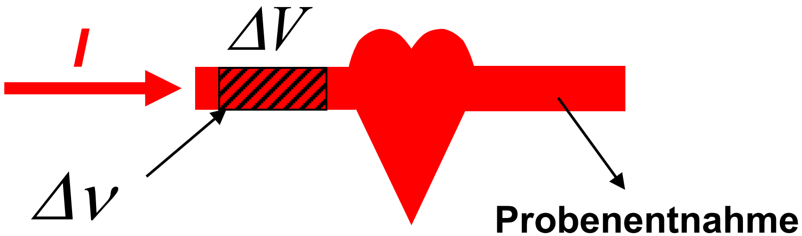
Ultraschall-Doppler



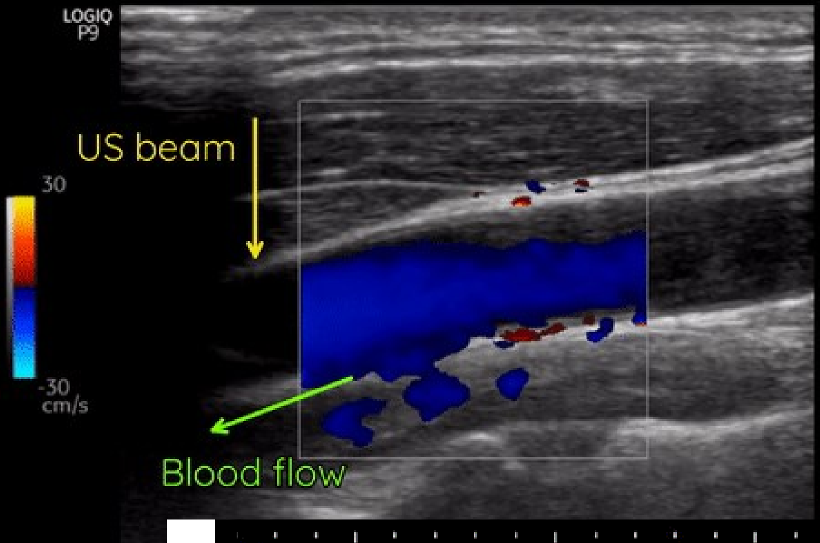
Laser-Doppler

Dilutionsmethoden

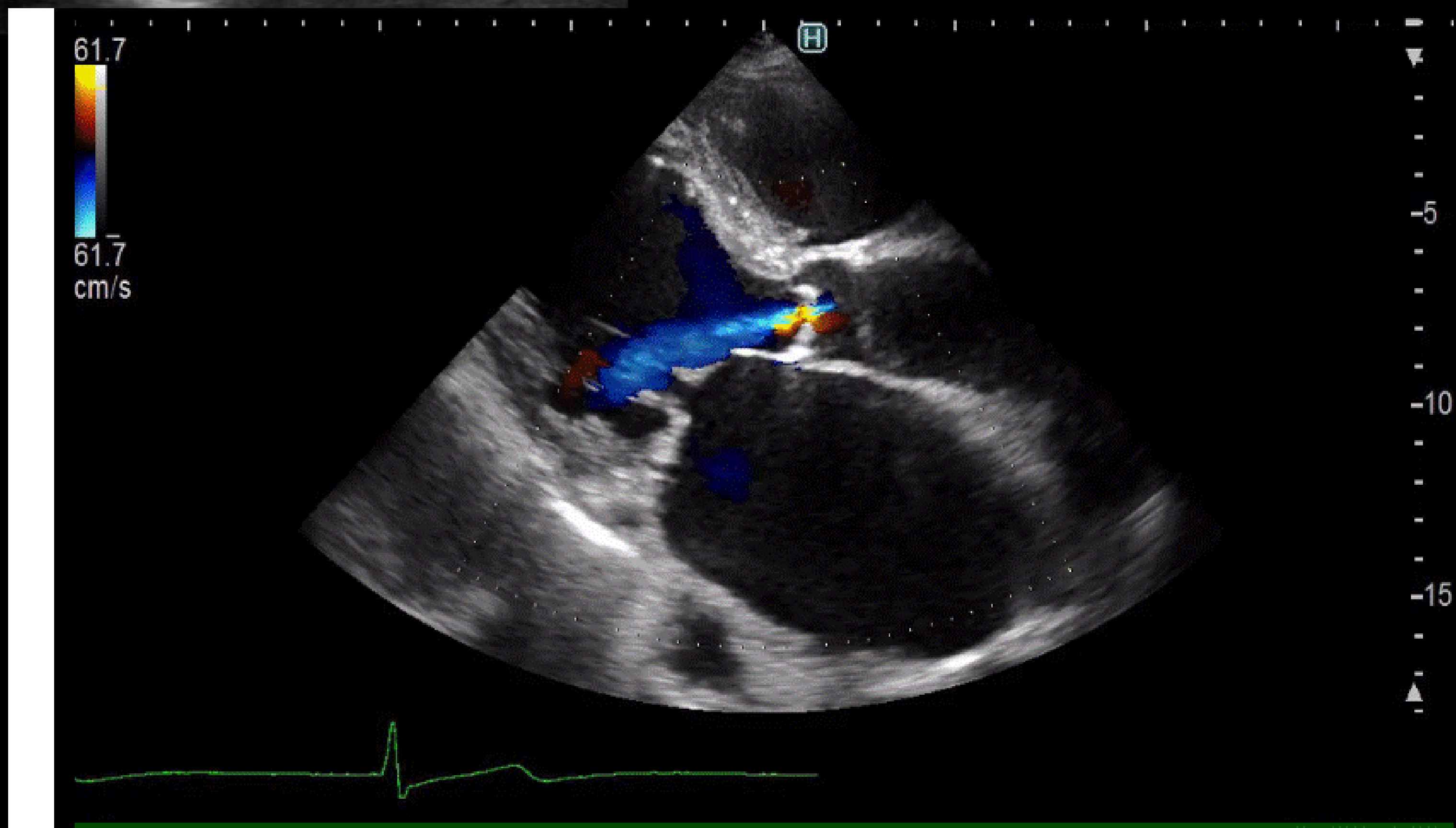
- Fluoreszenzfarbstoffe
- Radioisotope
- kalte phys. Salzlösung



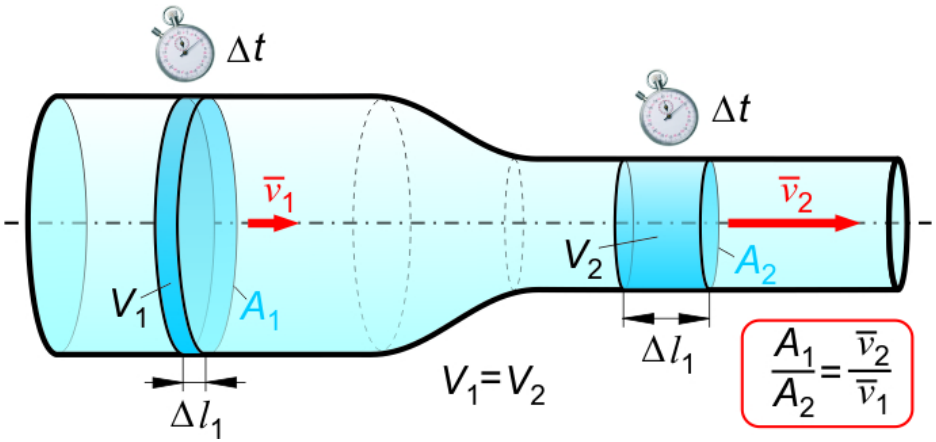
Das Grundprinzip der **Dilutionsmethode** besteht darin, dass ein detektierbarer Indikator in die Blutbahn eingespritzt und dann die Konzentration des verdünnten Indikators in einem späteren Abschnitt der Blutbahn gemessen wird.



NephroPOCUS



Kontinuitätsgleichung
(folgt aus dem Massenerhaltungssatz)

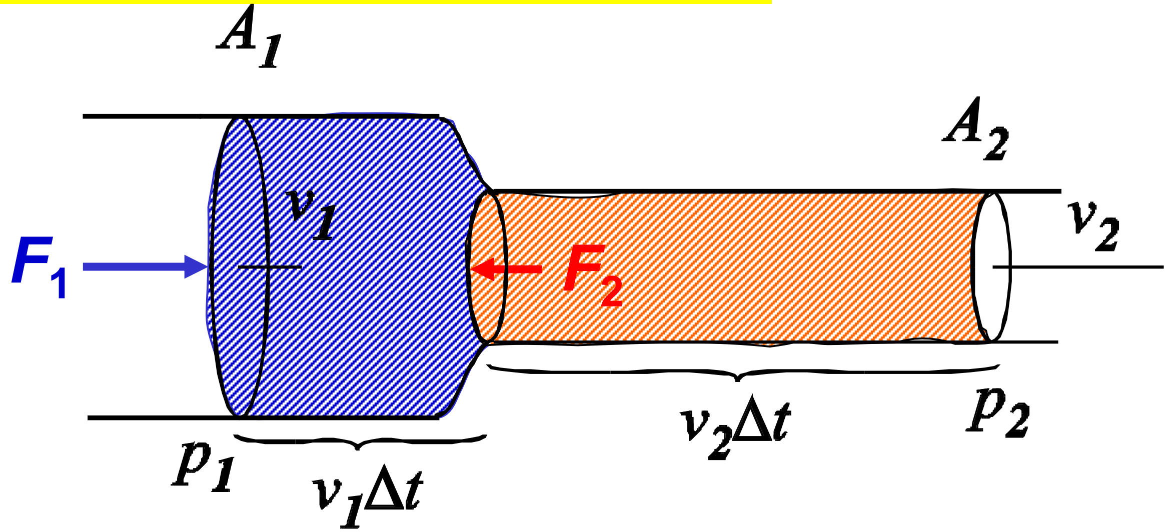


$$I_1 = I_2$$

$$\boxed{A_1 \cdot \overline{v_1} = A_2 \cdot \overline{v_2}}$$

Gefäß	A (cm^2)	v (cm/s)
Aorta	4	30
Arterien	12	10
Arteriolen	600	0,2
Kapillaren	3000	0,04
Venolen	1000	0,12
Venen	30	4

Ideale Flüssigkeiten



innere Reibung = 0

Energie-erhaltungsgesetz!

$F = p \cdot A$

$\Delta W = F \cdot \Delta s = F \cdot v \cdot \Delta t = \Delta E_{kin}$

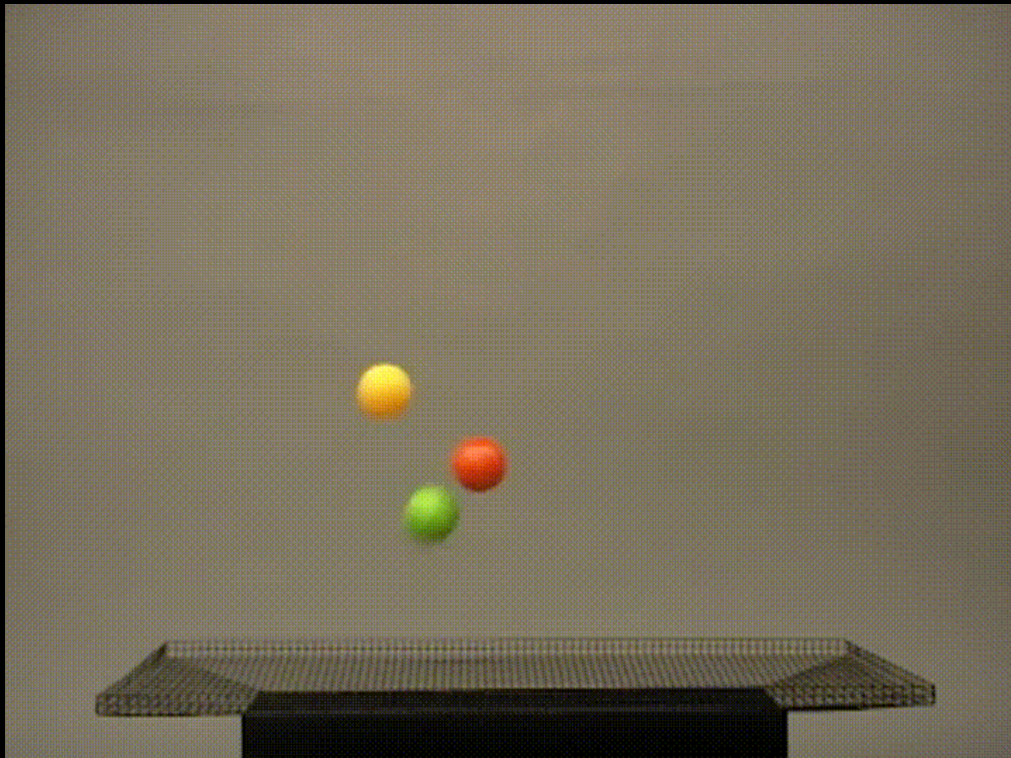
$$p_1 \cancel{\cdot A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t} - p_2 \cancel{\cdot A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t} = \frac{1}{2}\left(\rho \cdot \cancel{v_2 \cdot \Delta t \cdot A_2}\right) \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\left(\rho \cdot \cancel{v_1 \cdot \Delta t \cdot A_1}\right) \cdot v_1^2$$

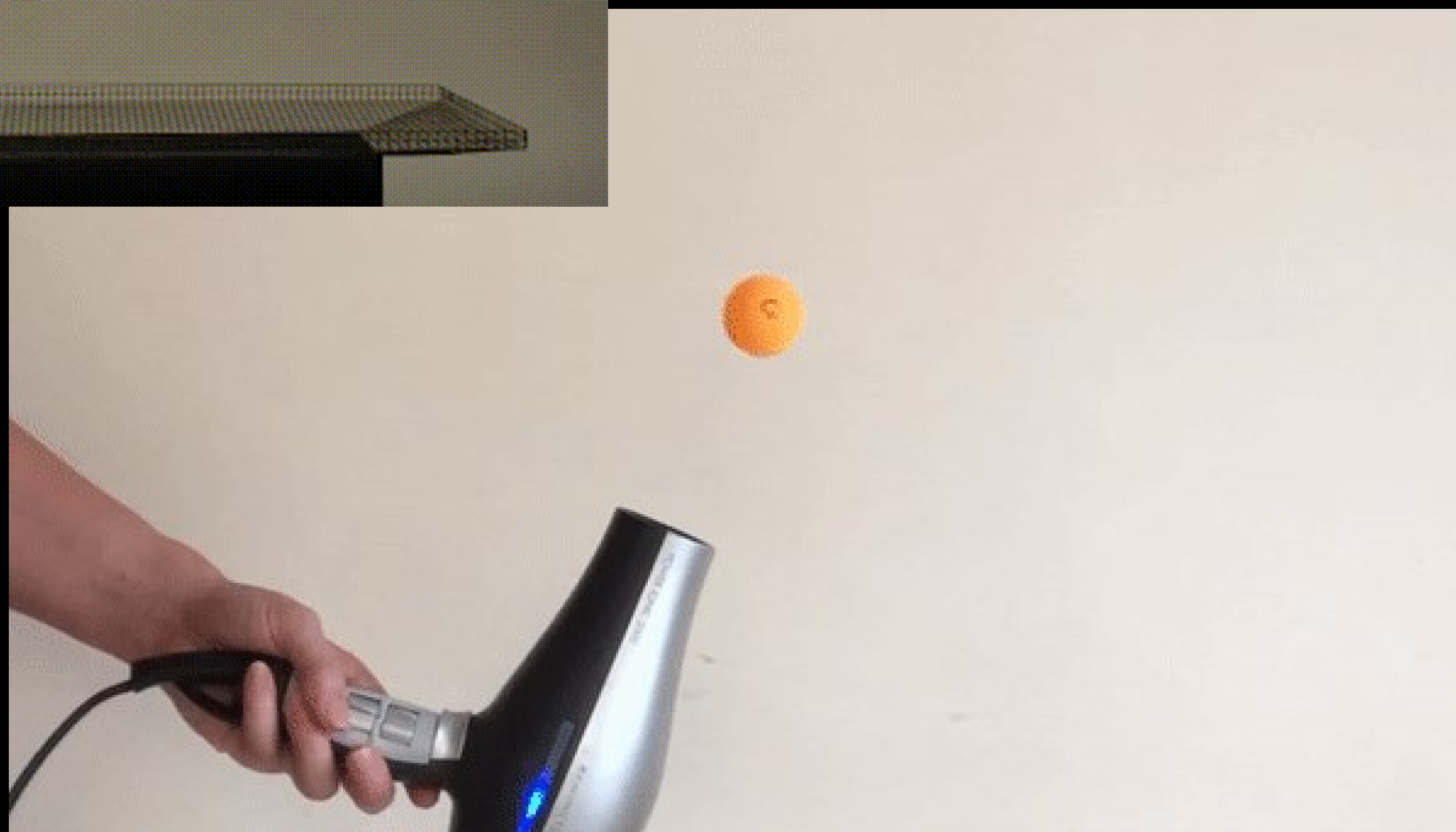
$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

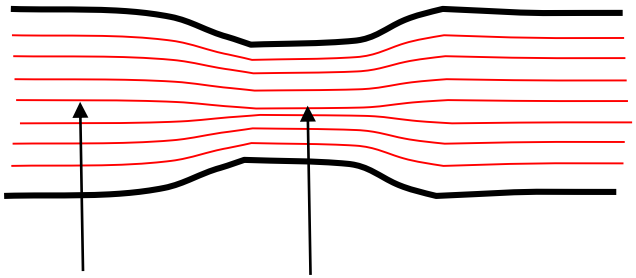
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = \text{konstant}}$$

Bernoulli-Gesetz

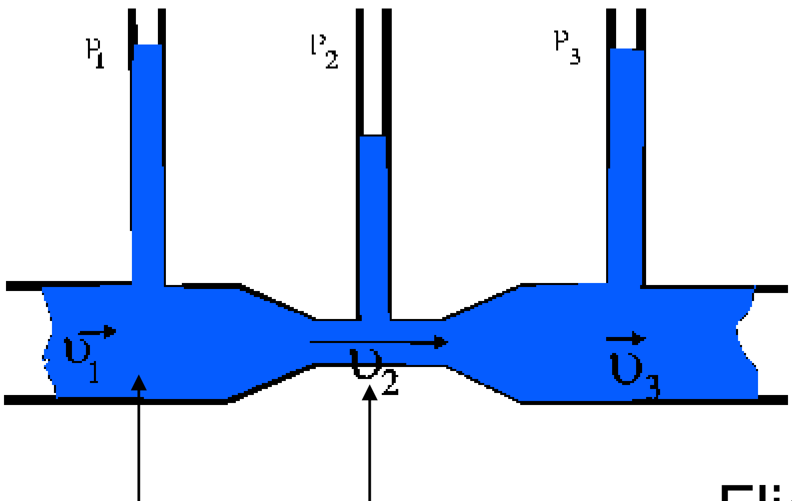




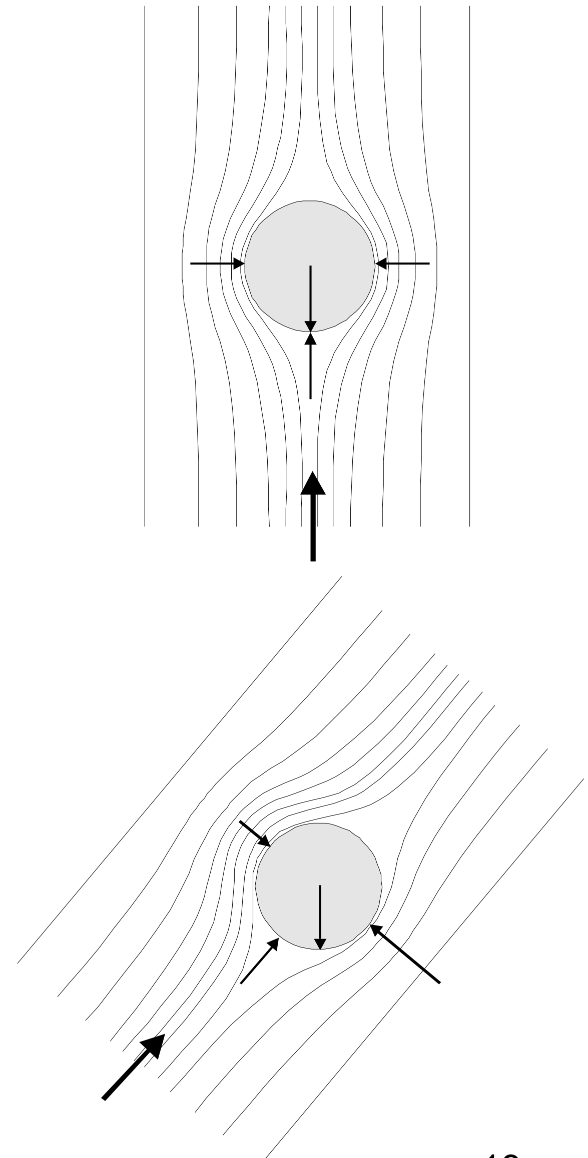
Konsequenz des Bernoulli-Gesetzes



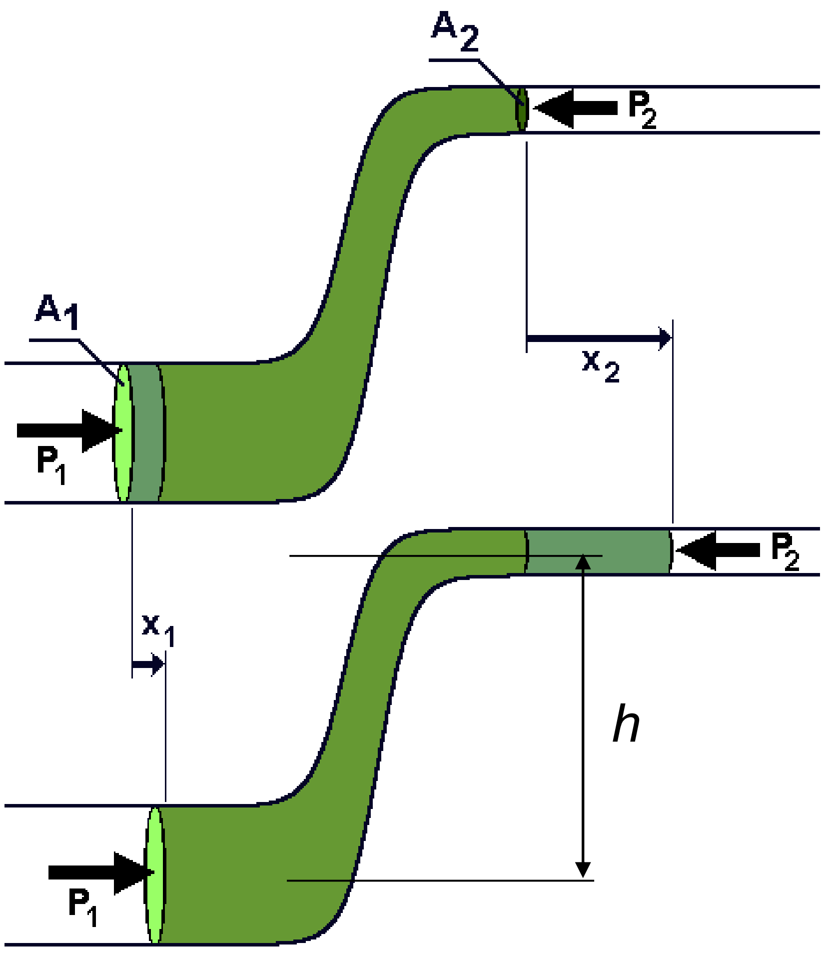
höherer kleinerer Druck



kleinere grössere Fliess-geschwindigkeit



Strömung im Graviationsfeld



statischer Druck

dynamischer Druck (Staudruck)

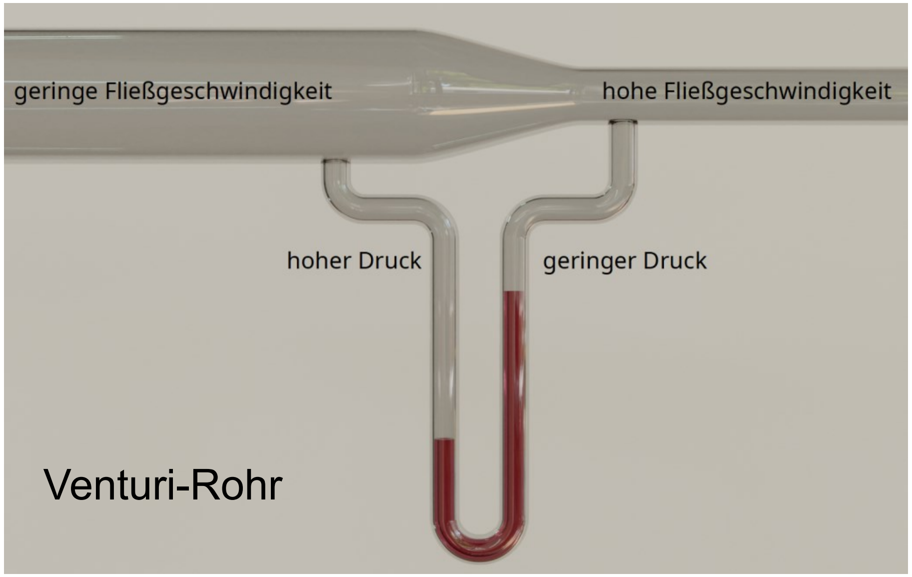
Schweredruck (Potentialdruck)

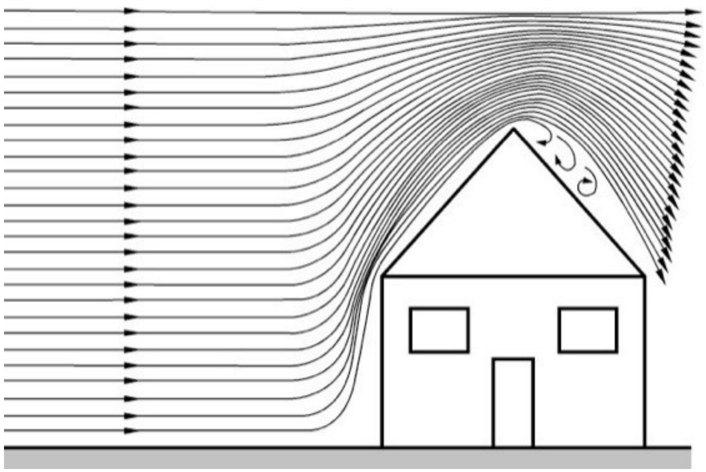
$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho g h = \text{konstant}}$$

Bernoulli-Gesetz

Die Summe aus Potential-, Stau- und statischem Druck ist überall gleich

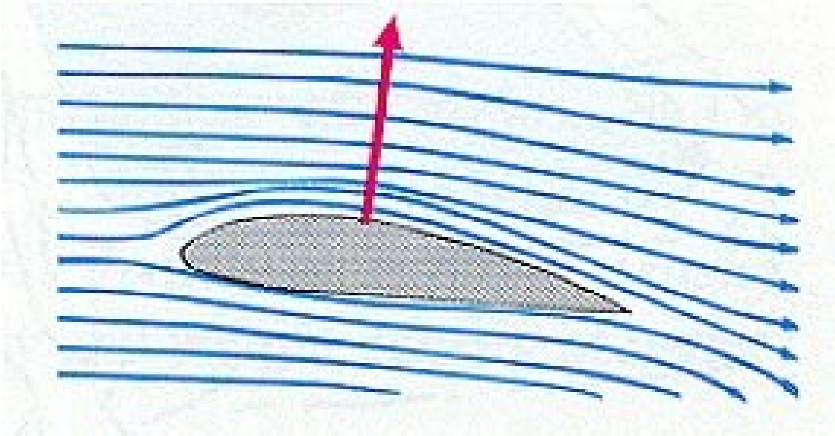
Anwendungen der bernoullischen Gleichung

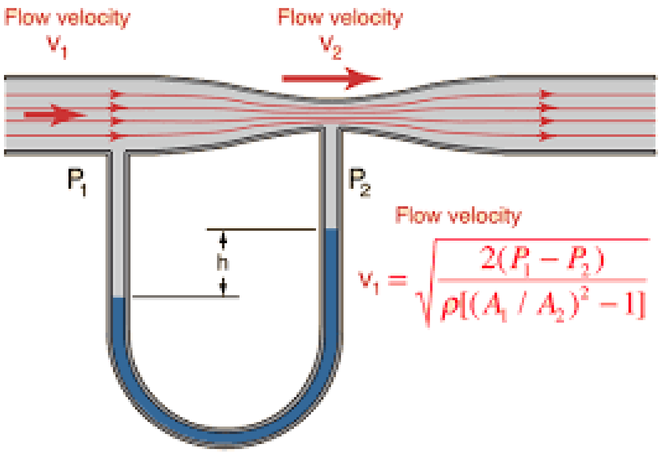


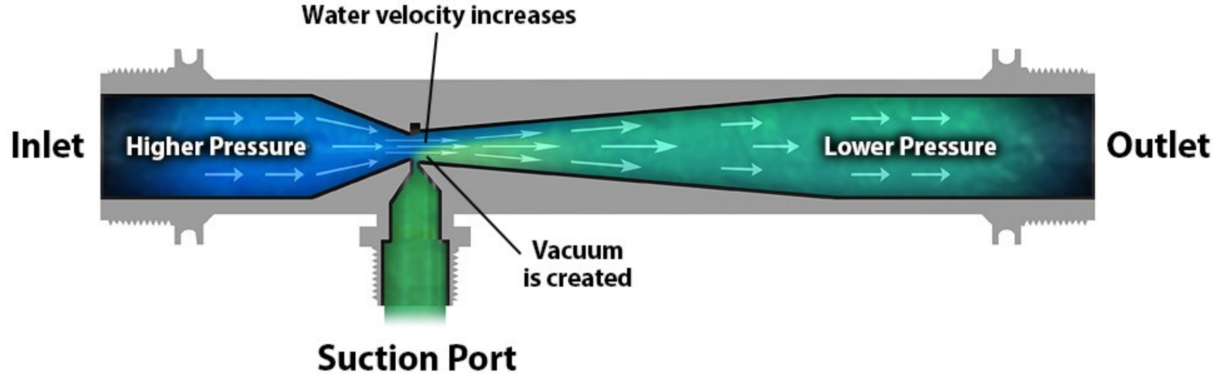


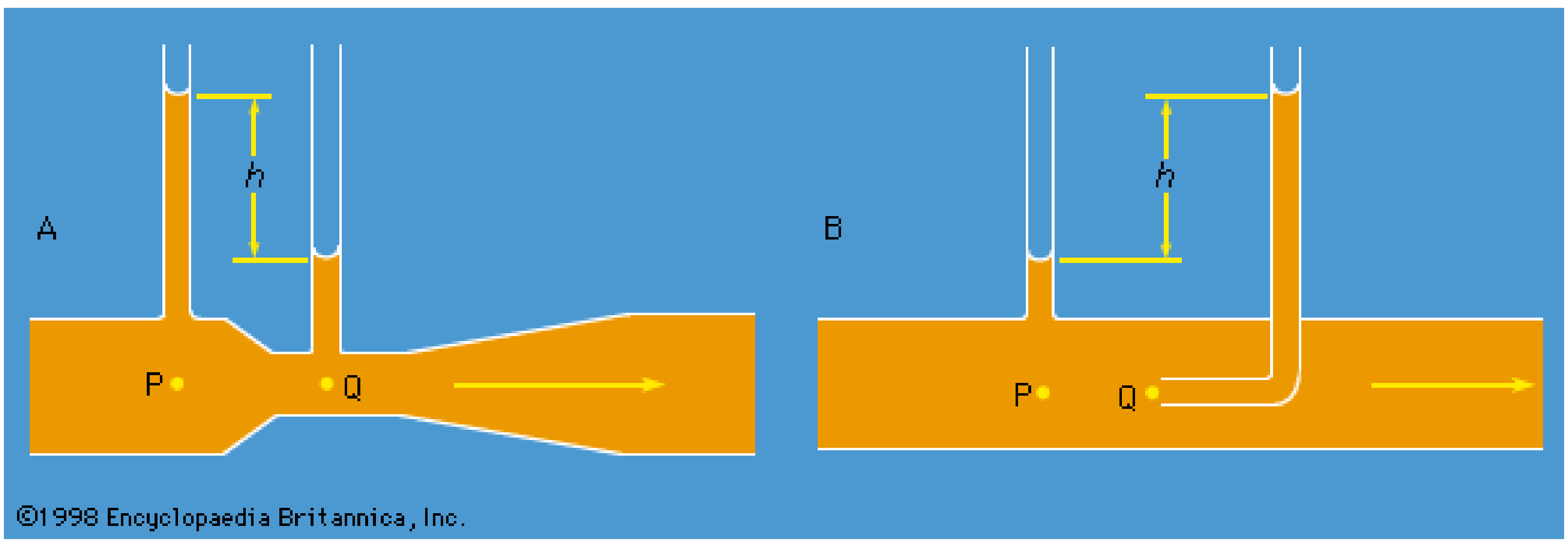
Strömung über ein Hausdach

Flugzeug







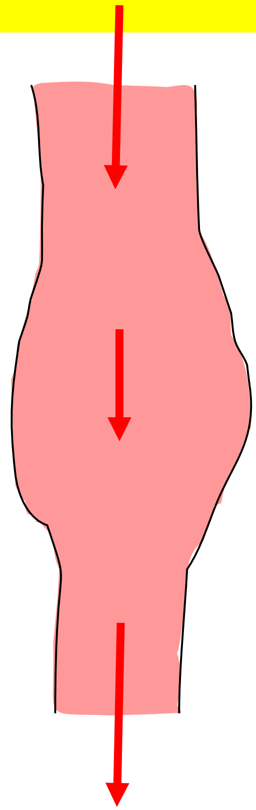


Venturi

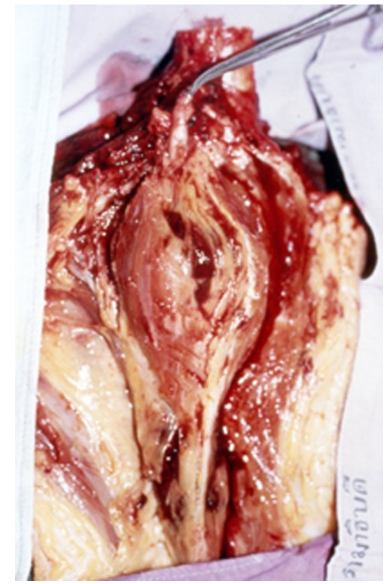
Pitot

Ärztliche Konsequenzen des Bernoulli-Gesetzes

- Entstehung von Aneurysmen

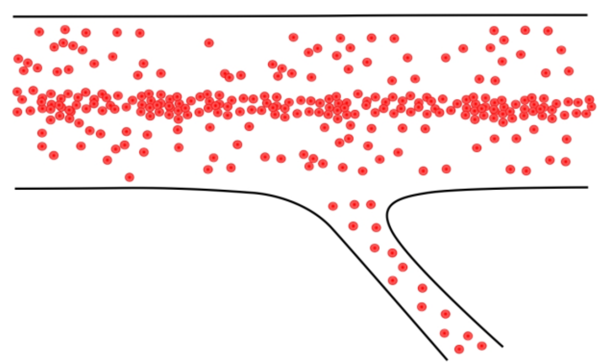


Erweiterung →
langsamere Strömung →
erhöhte Druck →
Erweiterung →



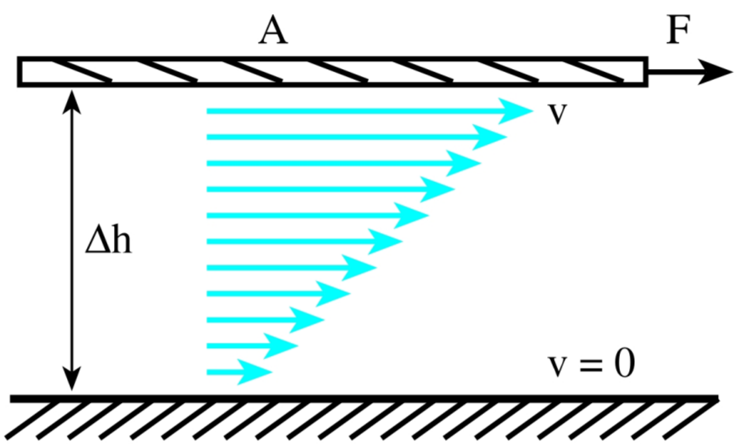
- Plasma „skimming”

Der Druckunterschied „treibt“ die Erythrozyten von der Wand zur Rohrmitte hin.



Reelle Flüssigkeiten

innere Reibung !



Newtonsches Reibungsgesetz:

$$\boxed{F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}}$$

Viskosität (innerer Reibungskoeff.)

Geschwindig-keitsgradient

$[\eta]$ = Pa·s

Viskosität (Innerer Reibungskoeffizient)

hängt von mehreren Faktoren ab:

- Temperatur $\left(\eta \sim e^{\frac{\Delta E}{RT}} \right)$

Newtonsche (normale) Flüssigkeit

- Geschwindigkeitsgradient

nicht-Newtonsche (anomale) Flüssigkeit

Viskosität für verschiedene Flüssigkeiten

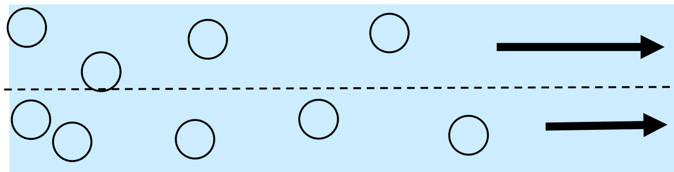
Flüssigkeit	η [mPa s]
Quecksilber	1.554
Diäthyläther	0.24
Benzol	0.648
Wasser	1
Blut	4
Rizinusöl	990
Glycerin	1480

Die Viskosität des Wassers

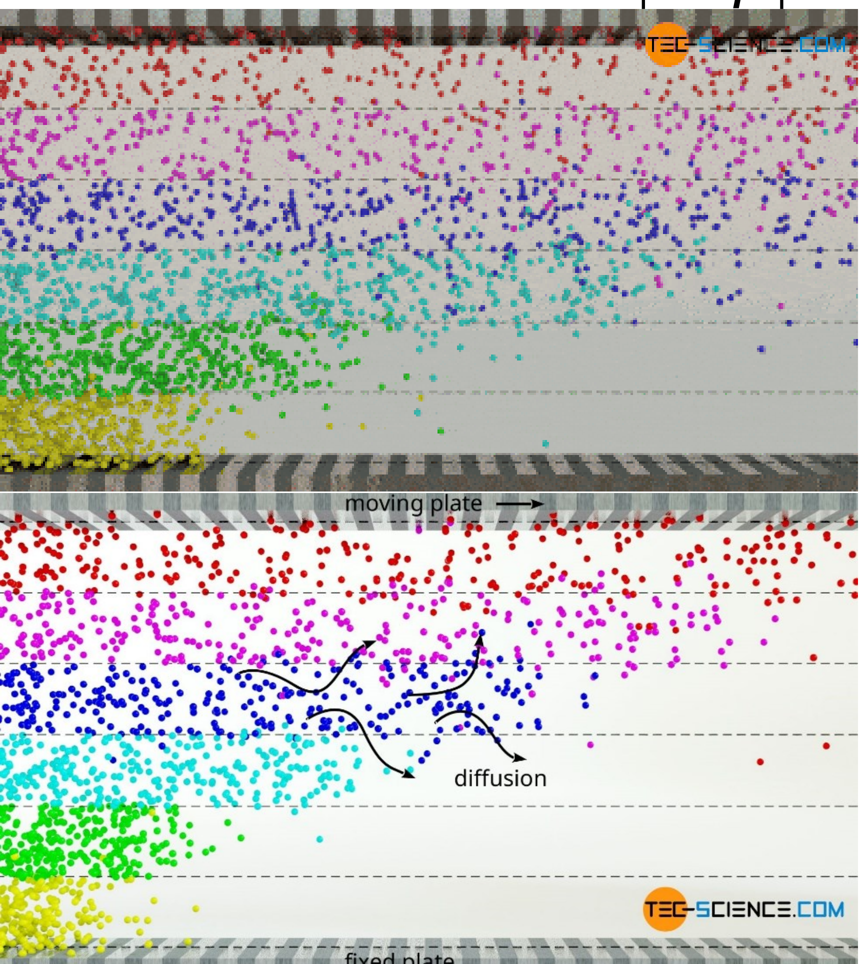
t [°C]	0°	10°	20°	30°	50°	70°	100°
η [mPa s]	1.792	1,397	1.002	0.798	0.548	0.404	0.283

Über den Mechanismus der inneren Reibung

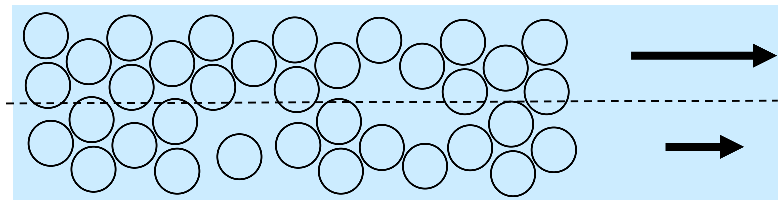
Gase:



Bewegung der Schichten $T\uparrow$ $\eta\uparrow$

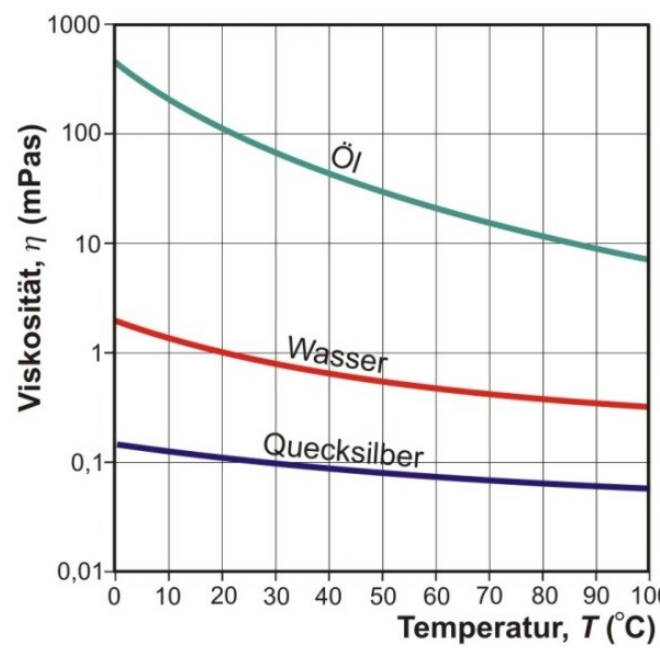


Flüssigkeiten:



$T\uparrow$ $\eta\downarrow$

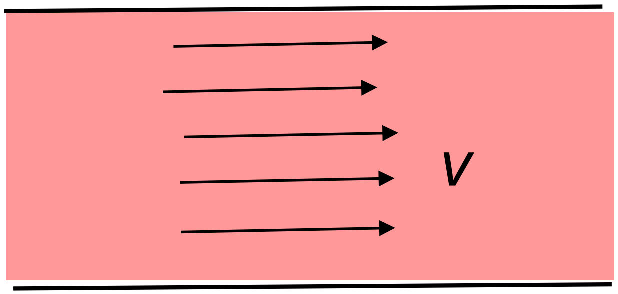
Bewegung der Schichten

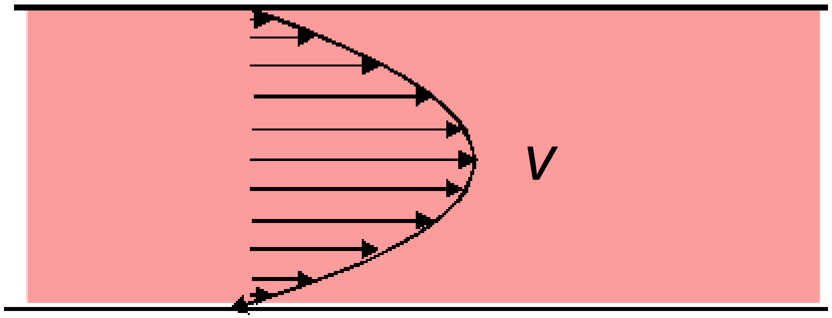


Konsequenzen der inneren Reibung

ideale Flüssigkeit

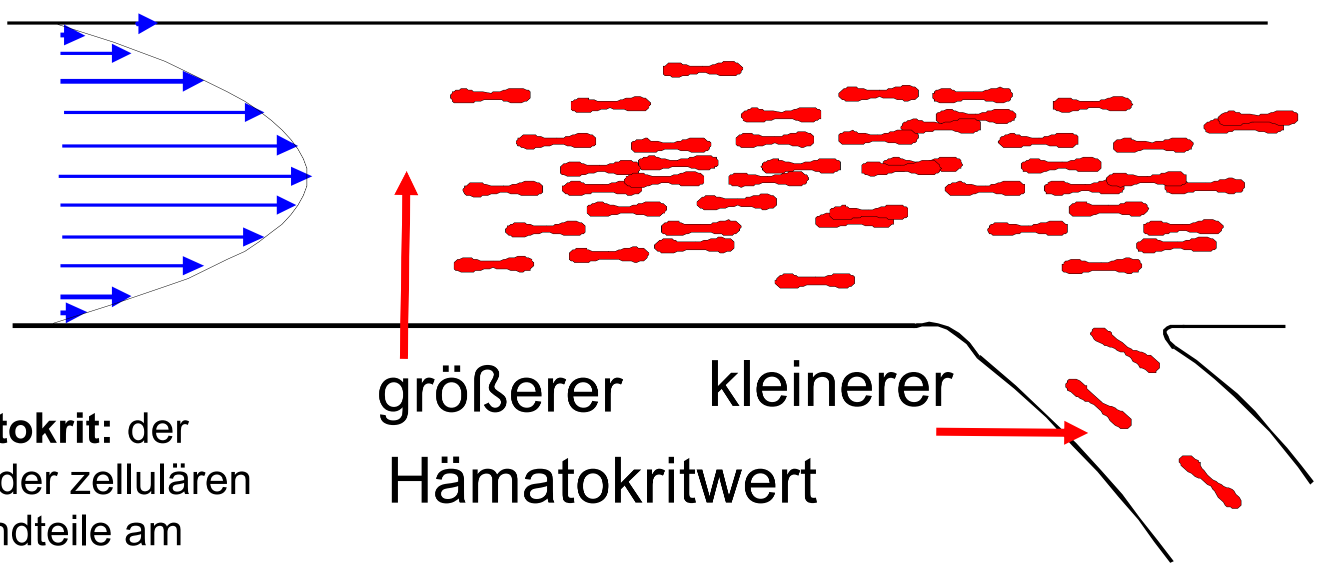
reelle Flüssigkeit





keine Reibung

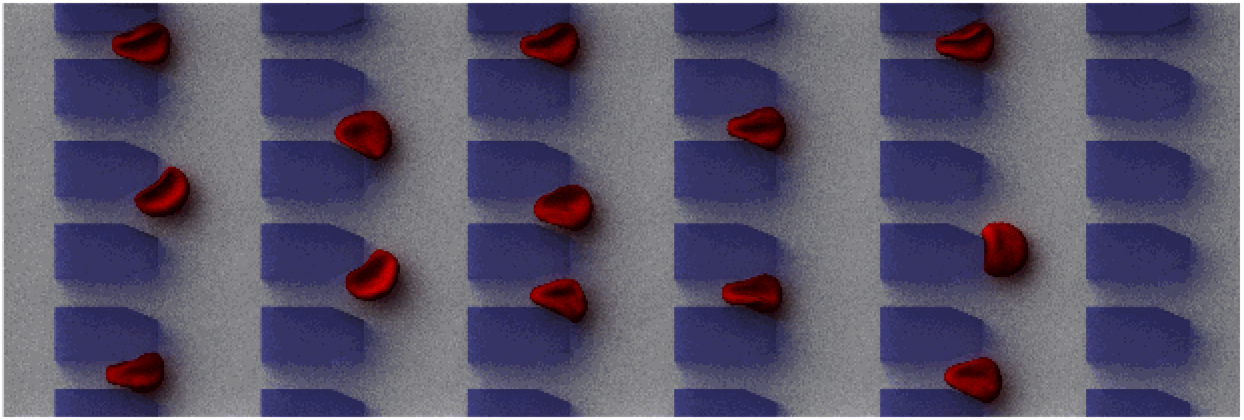
parabolisches Geschwindigkeitsprofil

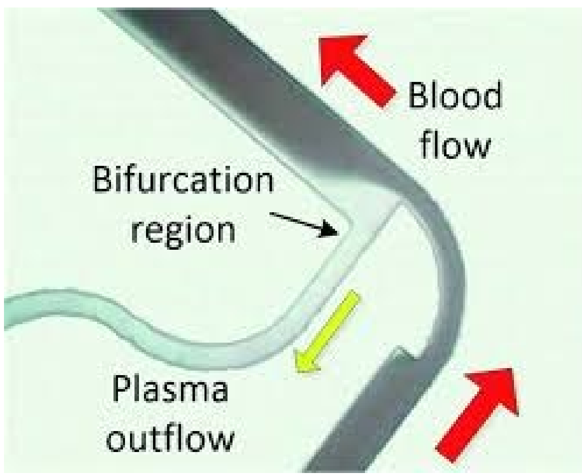


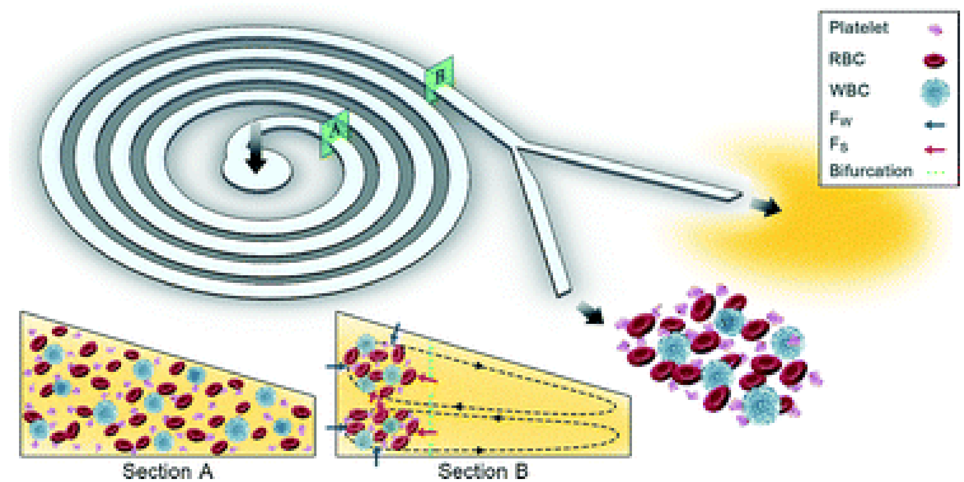
„skimming”

„zellfreies” Plasma

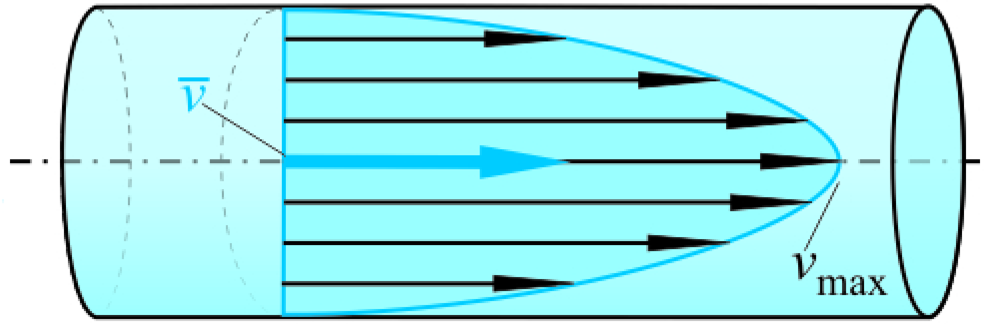
Hämatokrit: der Anteil der zellulären Bestandteile am Volumen des Blutes

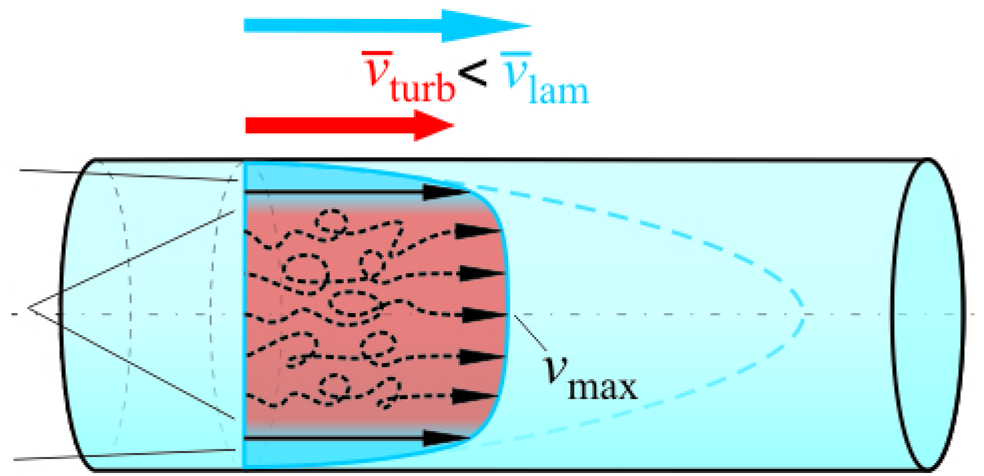



Blood
flow
Bifurcation
region
Plasma
outflow


Platelet
RBC
WBC
Bifurcation
Section A
Section B

laminäre Strömung





laminäre Strömung

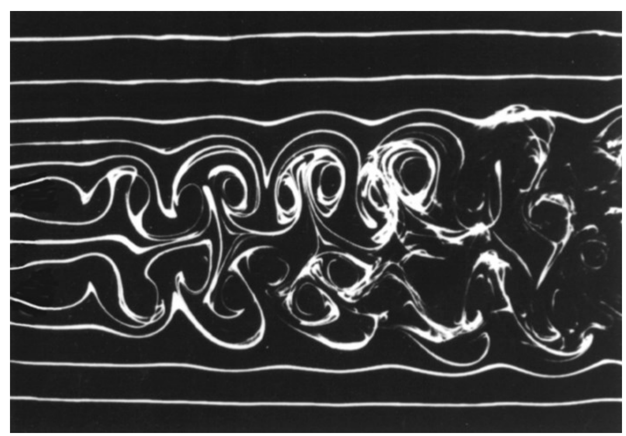
turbulente Strömung

laminäre Strömung

laminäre Strömung

turbulente Strömung

laminäre Strömung



Flüssigkeit

ideale Fl.: $\eta = 0$

reale Fl.: $\eta \neq 0$

$$F_R = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

newtonsche Fl.:

$$\eta \neq \eta\left(\frac{\Delta v}{\Delta h}\right)$$

nicht-newtonsche Fl.:

$$\eta = \eta\left(\frac{\Delta v}{\Delta h}\right)$$

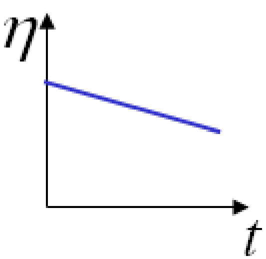
dilatante Fl:

deren Viskosität zunimmt, wenn eine Kraft ausgeübt wird, z.B: 1:1-Gemisch aus Stärke und Wasser

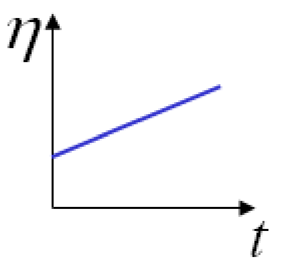
pseudoplastische Fl:

Flüssigkeiten, deren Viskosität abnimmt, wenn eine Kraft ausgeübt wird,
z.B.: Blut, Speichel, Zahnzemente

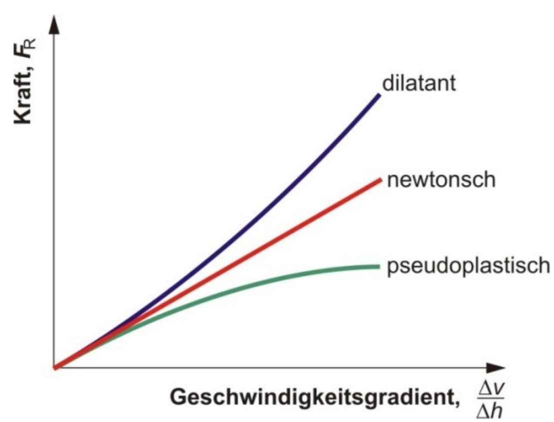
zeitabhängige Strukturveränderungen:
Thixotropie / Rheopexie

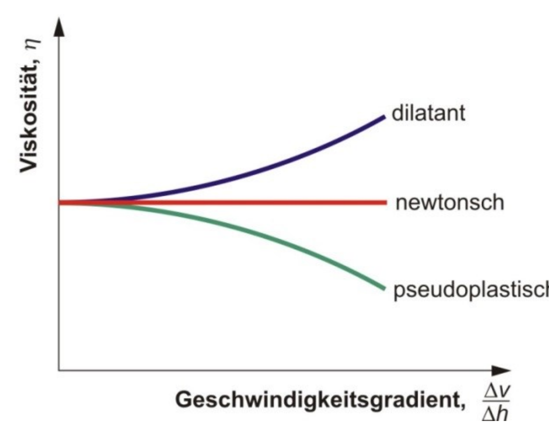


Ketchup



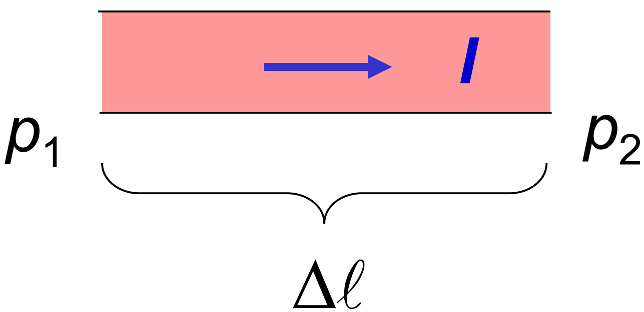
trockener Sand in einer Luftballonhülle





Hagen-Poiseuillesches Gesetz

Druckinhomogenitäten lösen Strömungen aus.
Die Volumenstromstärke ist proportional zu dem Druckgradienten:



$(p_1 > p_2)$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta}r^4\frac{\Delta p}{\Delta \ell}}$$

Gültigkeitsbedingungen:

- laminäre Strömung
- stationäre Strömung
- starre Röhre
- Newtonsche Flüssigkeit

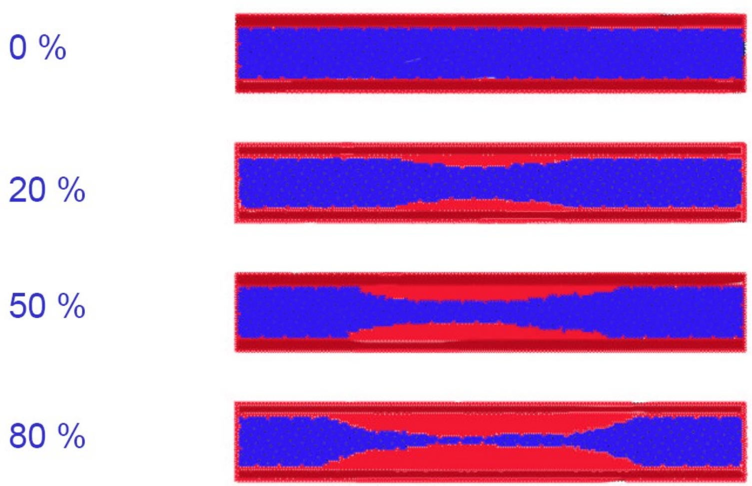
Anwendung des H-P Gesetzes an die Blutströmung

- laminäre Strömung?
- stationäre Strömung?
- starre Röhre?
- Newtonsche Flüssigkeit?

Obwohl nicht exakt, doch ist das H-P Gesetz annähernd anwendbar an die Blutströmung!

Regulierung der Blutströmung:

- Δp
- η
- $\boxed{r^4 \,!}$



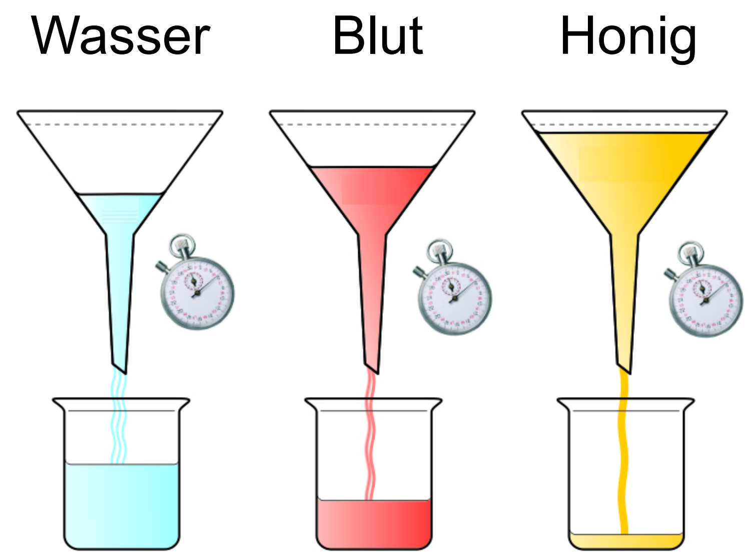
Viskosität des Blutes

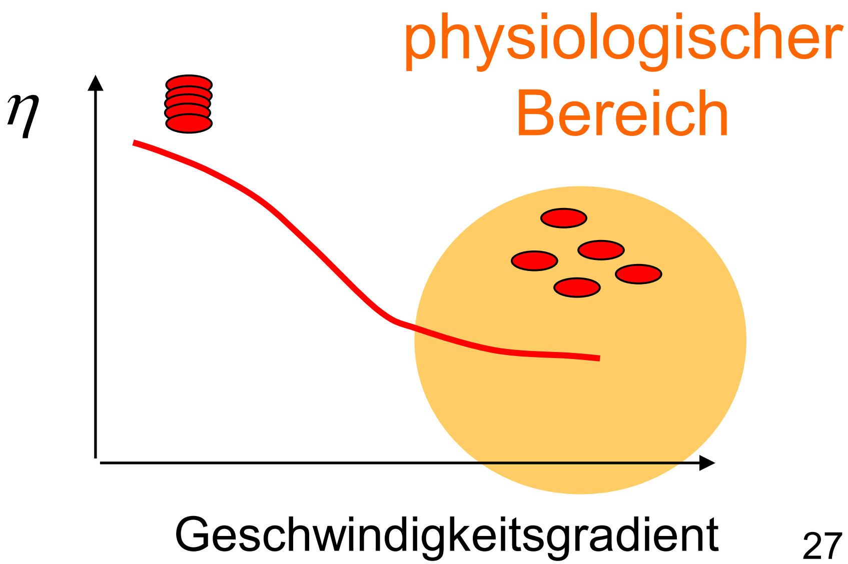
- $\eta_{\text{Wasser}} \cong$ 1 mPas $\rightarrow$
  $\eta_{\text{Plasma}} \cong$ 1,5 mPas $\rightarrow$
  $\eta_{\text{Blut}} \cong$ 1,5-4 mPas
- Hämatokritwert: Mass für die Zähflüssigkeit des Blutes
- Temperatur
- Geschwindigkeitsgradient:

  ~ Geschwindigkeit

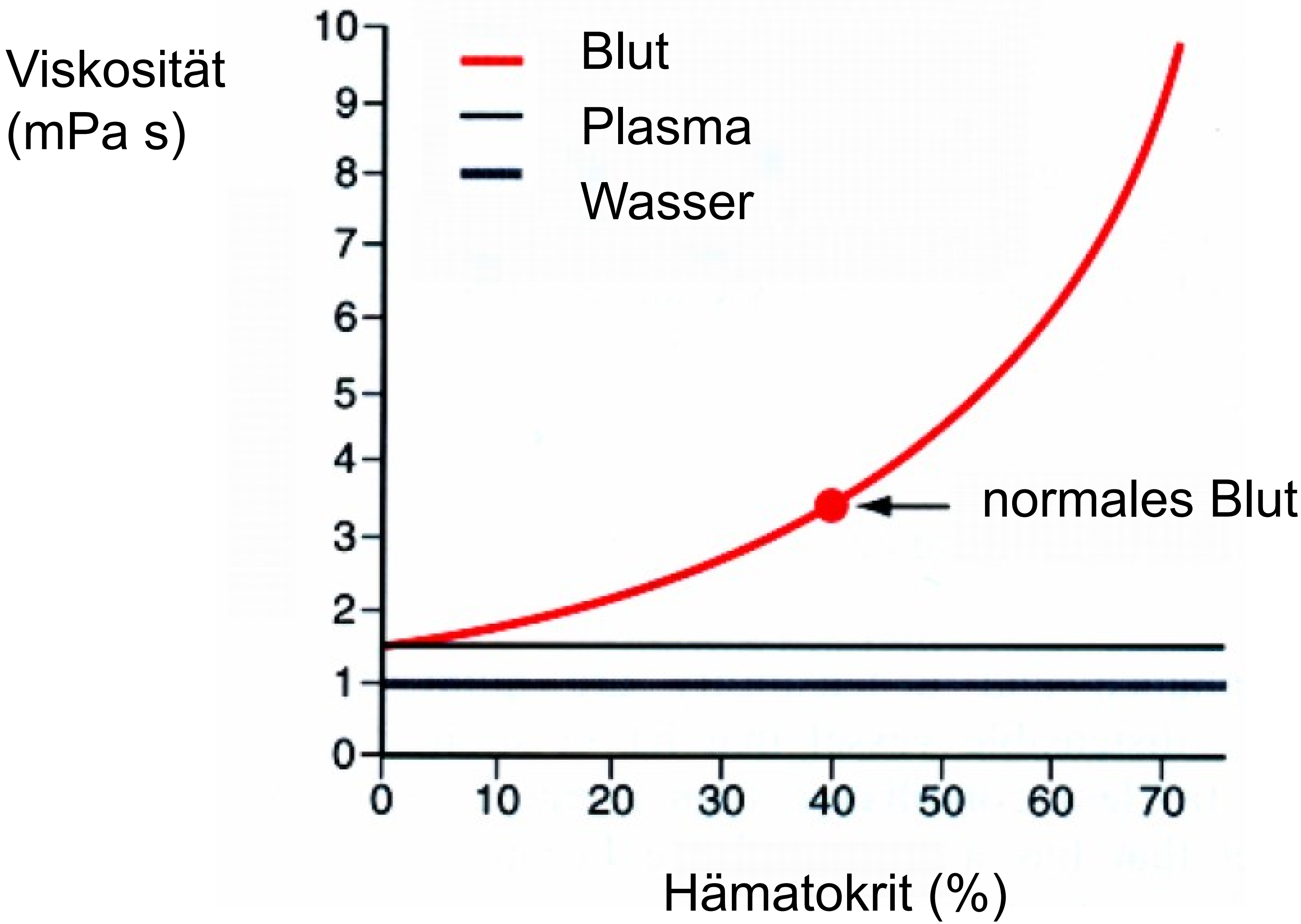
  ~ Volumenstromstärke

  ~ Druckabfall





Viskosität von Blut, Plasma und Wasser



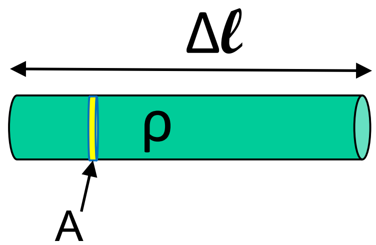
Analogie zw. Strömung und elektr. Strom

Ohmsches Gesetz: $U = R \cdot I$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Spannung = Widerstand · Stromstärke

$$[I] = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A}\ (\text{Amper})$$



$[U]$ = V; $[R]$ = Ω

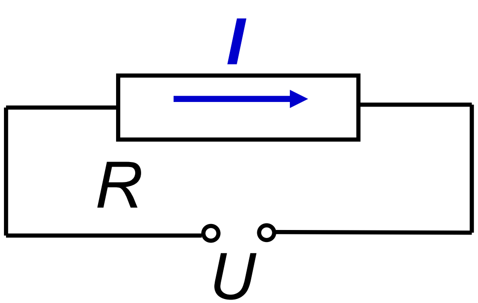
Länge

$$R = \rho \frac{\Delta \ell}{A} \longrightarrow U = \rho \frac{\Delta \ell}{A} I$$

spezifischer Widerstand

Querschnittsfläche

$$I = \frac{1}{\rho} A \frac{U}{\Delta \ell}$$



$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta \ell}}$$

spezifische Leitfähigkeit

elektr. Potentialdifferenz

Analogie zw. Strömung und elektr. Strom

Volumentransport | **elektr. Ladungstransport**

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta \ell} \longleftrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\sigma A \frac{\Delta \varphi}{\Delta \ell}$$

Was verursacht den Transport?

Druckgradient: $\frac{\Delta p}{\Delta \ell}$ $\longleftrightarrow$ el. Pot.gradient: $\frac{\Delta \varphi}{\Delta \ell}$

$p \longleftrightarrow \varphi$

Was strömt?

Volumen: V $\longleftrightarrow$ el. Ladung: Q

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \longleftrightarrow \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{1}{8\pi\eta}\left(r^2\pi\right)^2 \frac{\Delta p}{\Delta \ell}$$

$A^2 \longrightarrow\longleftarrow A$

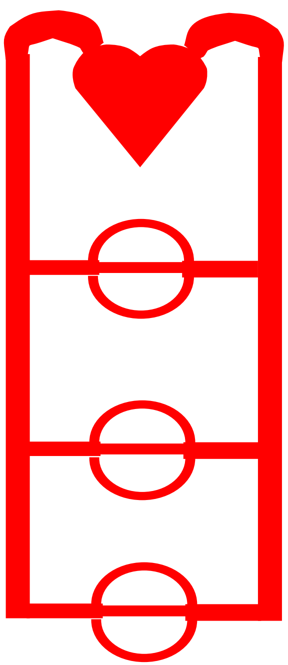
Volumentransport

elektr. Ladungstransport

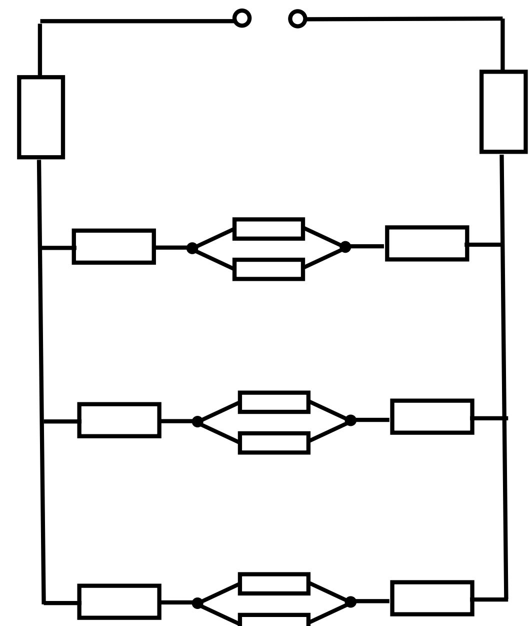
$$\Delta p = -8\pi\eta \frac{\Delta \ell}{A^2} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \longleftrightarrow \quad \Delta\varphi = U = -R \cdot I$$

$$R_{\text{Strömung}} = 8\pi\eta \frac{\Delta \ell}{A^2} \quad \longleftrightarrow \quad R_{\text{elektr}} = \rho \frac{\Delta \ell}{A}$$

$$A^2 \longrightarrow \longleftarrow A$$



$\longleftrightarrow$

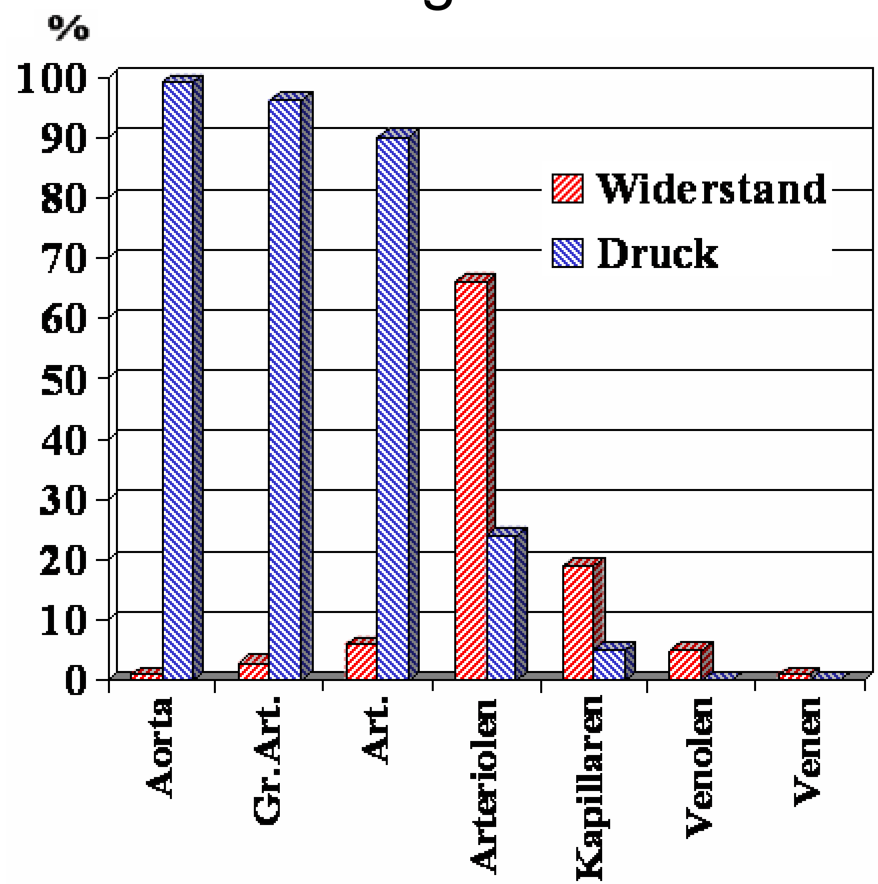


Verteilung des Strömungswiderstandes und des Druckabfalles im dem Blutkreislauf

Daten:

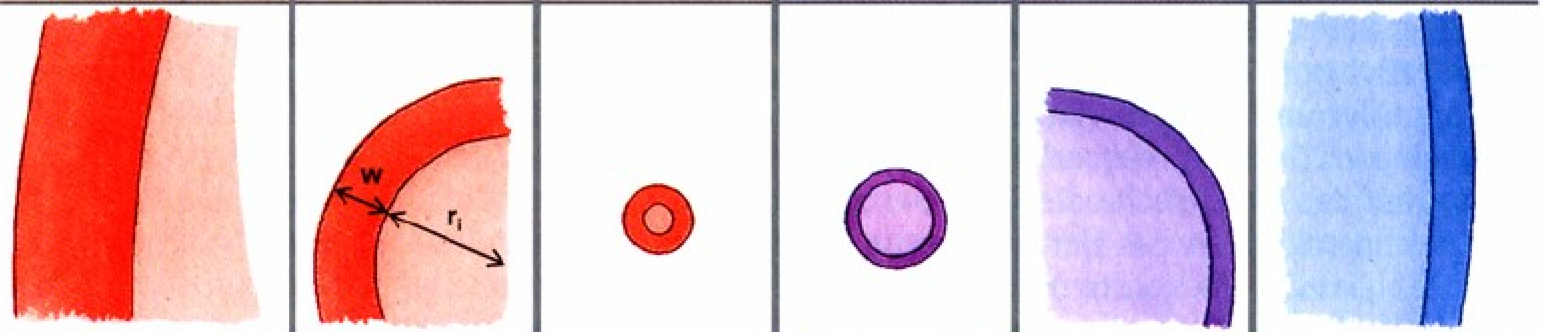
Adertyp	Anzahl	Län-ge (cm)	Gesamt quer-schnitt (cm^2)
Aorta	1	40	3
Groß-arterien	40	20	6
Arterien	2000	5	15
Arteriolen	$4 \cdot 10^7$	0,2	130
Kapillaren	$5 \cdot 10^9$	0,1	1500
Venolen	$8 \cdot 10^7$	0,2	600
Venen	1200	5	40

Ergebnis:



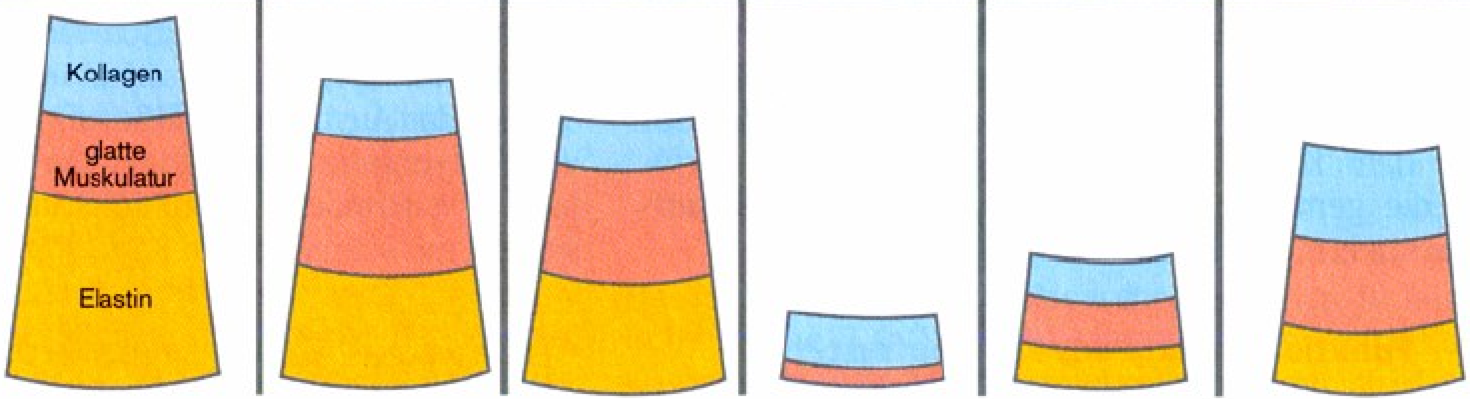
Daten der Gefäßsegmente

	Aorta	Arterie	Arteriole	Venole	Vene	V. cava
Wandstärke (w)	2,5 mm	1 mm	20 µm	10 µm	0,5 mm	1,5 mm

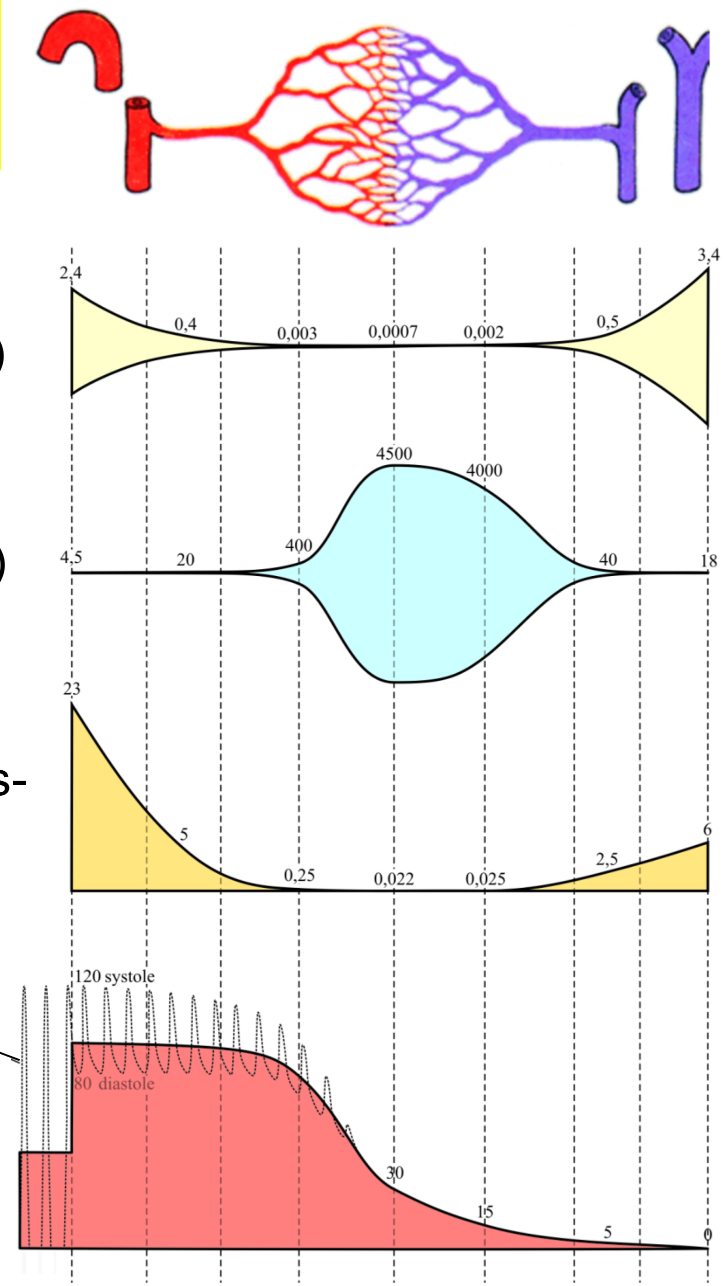


	Aorta	Arterie	Arteriole	Venole	Vene	V. cava
Innenradius (r_i)	12,5 mm	2 mm	20 µm	30 µm	2,5 mm	15 mm
relative Wanddicke (w/r_i)	**0,2**	**0,5**	**1,0**	**0,3**	**0,2**	**0,1**

relative Wand-zusammensetzung



Verteilungen im dem Blutkreislauf



Querschnitt einer Ader (cm^2)

Gesamtquerschnitt (cm^2)

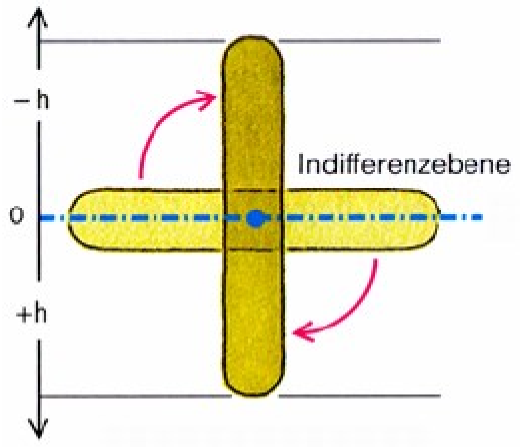
durchschnittliche Strömungs-geschwindigkeit (cm/s)

Zeitabhängigkeit des Blutdruckes

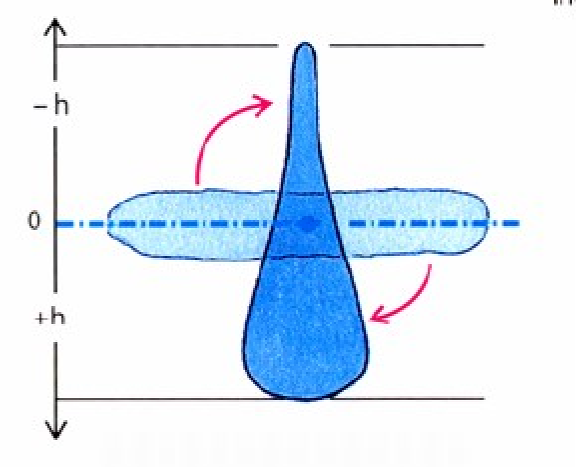
durchschnittlicher Blutdruck (Hgmm)

Effekt der Schwere auf die Blutverteilung

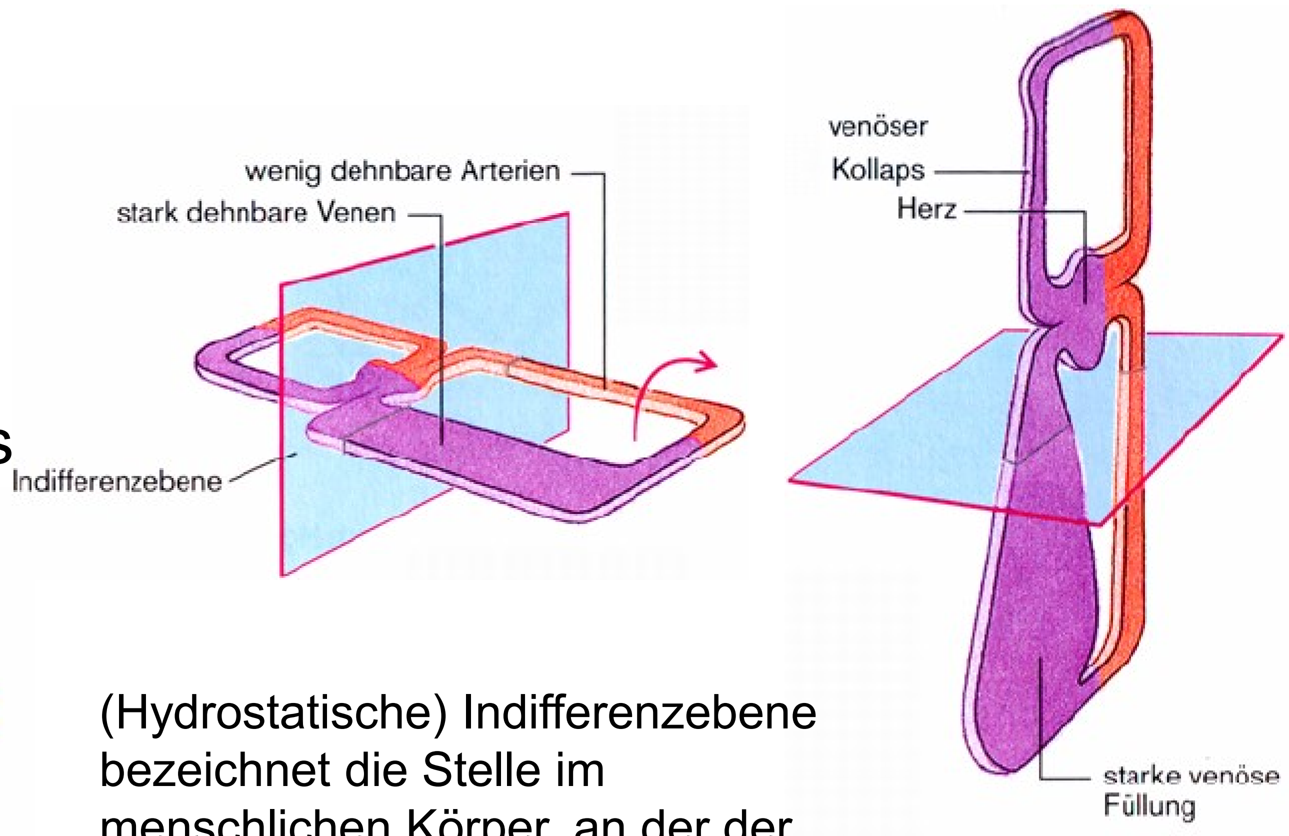
starres Gefäss



dehnbares Gefäss



Kreislaufsystem



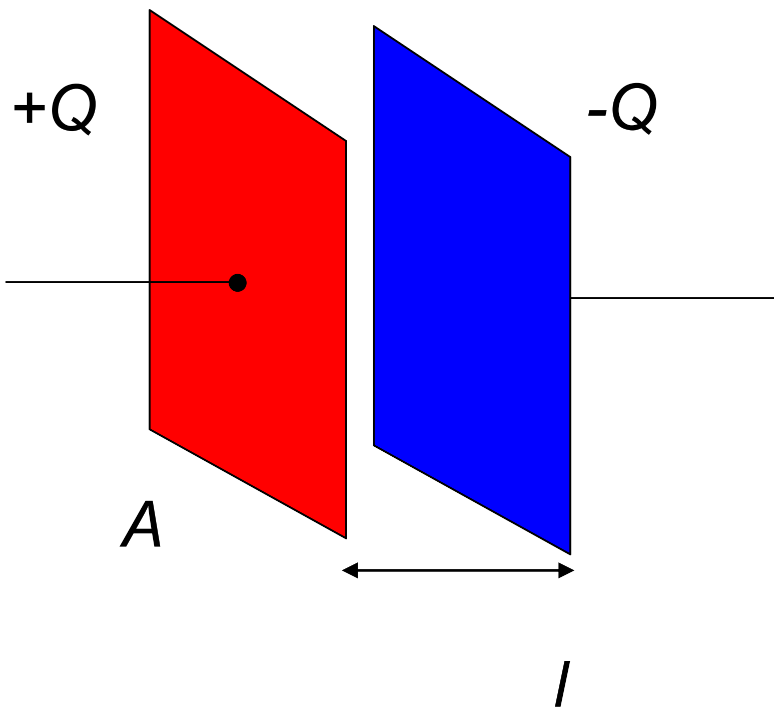
(Hydrostatische) Indifferenzebene bezeichnet die Stelle im menschlichen Körper, an der der Blutdruck sowohl im Stehen wie auch im Liegen identisch ist.

(Wiederholung)

Kondensator und Kapazität

Kondensator (dichtgedrängt, bezogen auf die Ladungen):
Bauelement, das die elektrische Ladungen und Energie speichern kann, Ladungsspeicher

Plattenkondensator



Kapazität des Kondensators

$Q = C\,U$

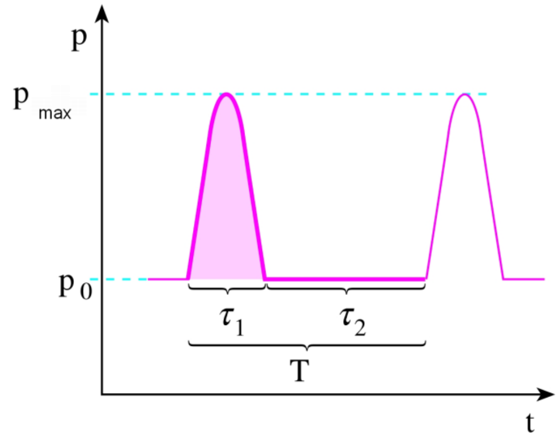
$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

Ladungsspeicherungsfächigkeit

Einheit: farad $1\mathrm{F} = \frac{1\mathrm{C}}{1\mathrm{V}}$

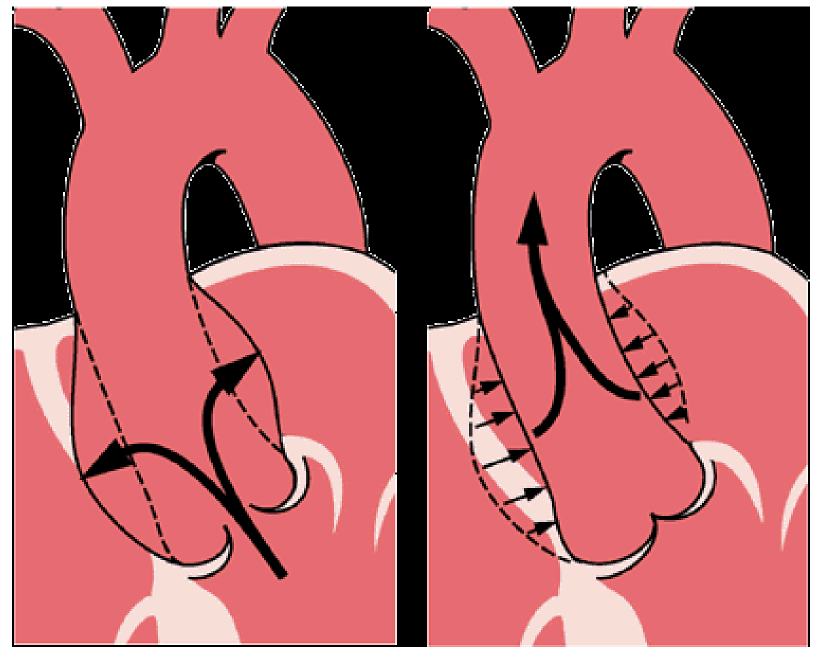
Für Platten-kondensator: $$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

Windkesselfunktion der Aorta



τ_1: Systole

τ_2: Dyastole



Kondensator: Ladungsspeicherungsfähigkeit

Windkessel: Volumenspeicherungsfähigkeit

elektr. Analogie