

Medizinische Signalverarbeitung

Balázs Kiss

kissb3@gmail.com

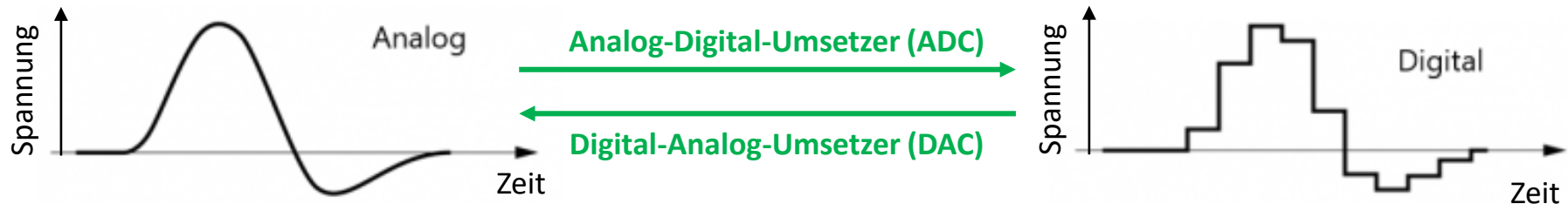


**Myofilament-Mechanobiophysik Forschungsgruppe,
Semmelweis Universität,
Institut für Biophysik und Strahlenbiologie.**

21. März 2025.

Klassifizierung der Signale

statisches S.	zeitabhängiges S.
(quasi)periodisches S.	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	nichtstochastisches S. (deterministisches S.)
elektrisches S.	nichtelektrisches S.
analoges S.	digitales S.



analoges Signal: **unbeschränkte Auflösung** in der Zeit und Größe
(theoretisch)

digitales Signal: **beschränkte Informationsgehalt**
wegen **zeitliche und wertliche Diskretisierung**

- Vorteil der elektrischen Signale:
Umwandlung, Verstärkung,
Weiterleitung ist einfach
- Vorteil der digitalen Signale:
Speicherung ist einfach, Rausch
kann minimisiert werden

Information, Bit

Information: diejenige Bedeutung, welche durch eine Nachricht übermittelt wird. Beispielsweise eine **Reihenfolge der Zeichen**, worin die **Zeichen mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten** auftreten.

Informationsgehalt, Informationsentropie: bezeichnet die **minimale Anzahl von Bits**, die benötigt werden, um ein **Zeichen (also eine Information)** darzustellen oder zu übertragen.

$$H = \sum_i p_i \cdot \log_2 \left(\frac{1}{p_i} \right)$$

H: Informationsgehalt eines Zeichens i mit einer Auftrittswahrscheinlichkeit p_i

Maßeinheit: Bit

- Beispiel #1: **Münzenwerfen**

- $p_{\text{Kopf}} = 0,5$
- $p_{\text{Zahl}} = 0,5$



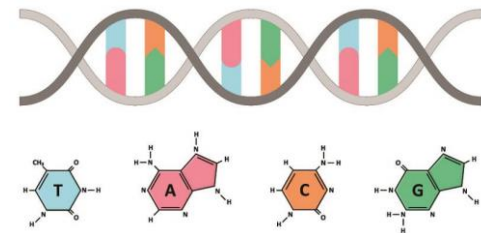
$$H = 0,5 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,5} \right) + 0,5 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,5} \right)$$

$$H = 0,5 \cdot \log_2(2) + 0,5 \cdot \log_2(2)$$

$$H = 0,5 + 0,5 = 1 \text{ bit}$$

- Beispiel #2: **ein Nukleotid im DNS**

- $p_A = 0,25$
- $p_T = 0,25$
- $p_G = 0,25$
- $p_C = 0,25$



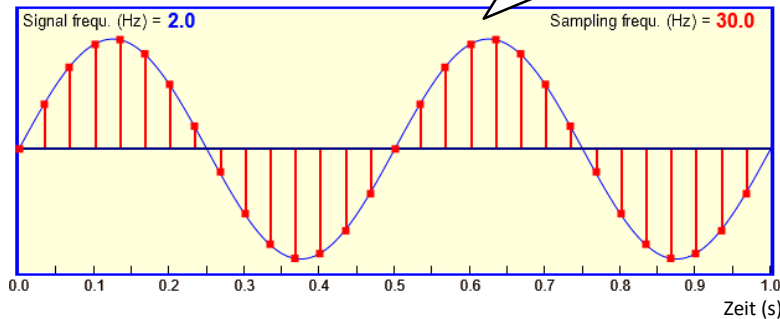
$$H = 0,25 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,25} \right) + 0,25 \cdot \log_2 \left(\frac{1}{0,25} \right)$$

$$H = 4 * 0,25 \cdot \log_2(4) = 2 \text{ bit}$$

Nyquist-Theorie: Abtastung (Sampling)

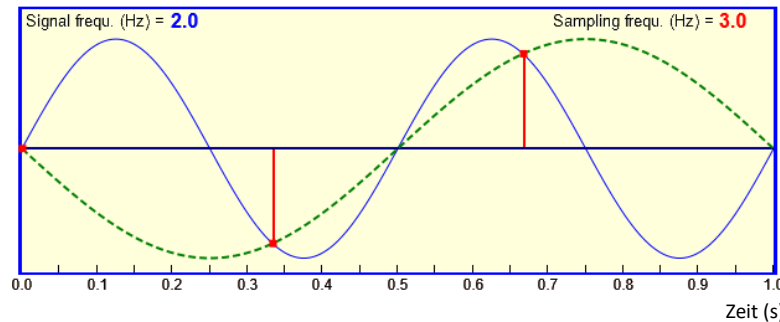
- Wie groß ist die **minimal erforderliche Abtastfrequenz**, die den **Informationsgehalt des Signals nicht verzerrt** und/oder deren genaue Rekonstruktion ermöglicht?

„gute“ Abtastung



Beispiel: hier die genaue Frequenz ist für uns relevant

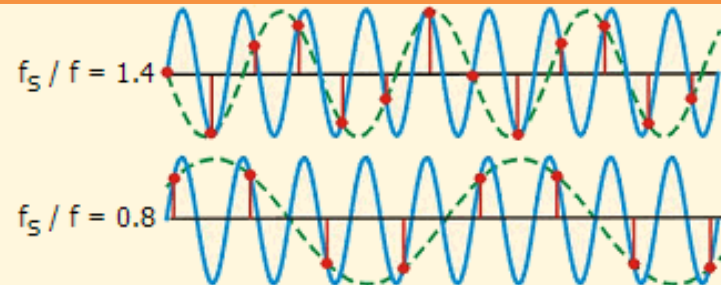
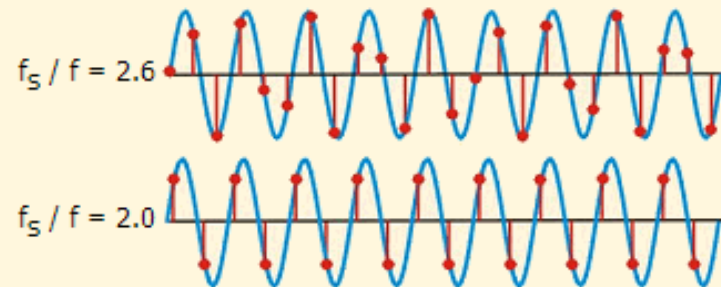
„schlechte“ Abtastung



Harry Nyquist
(1889-1976)

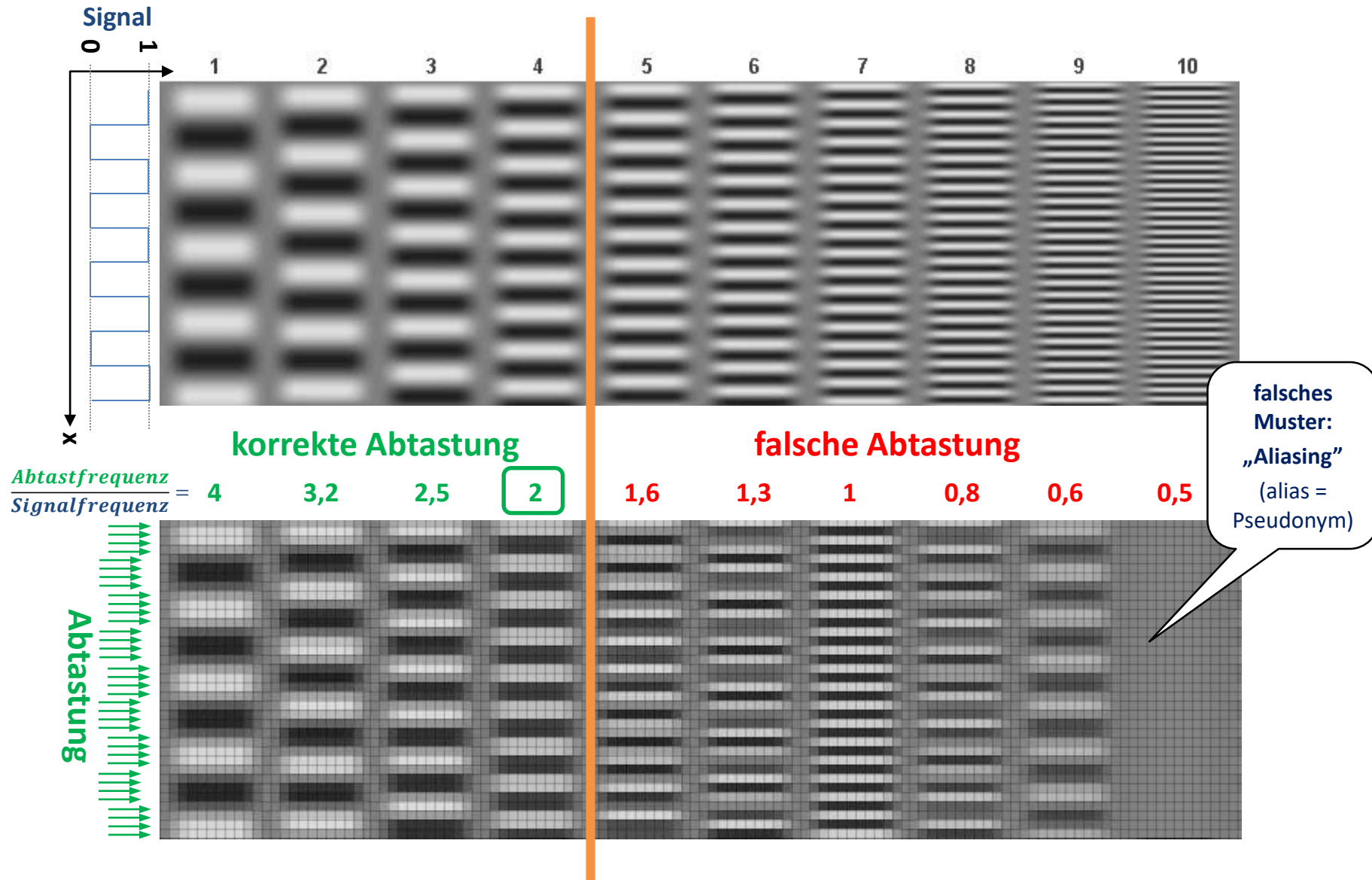


Claude Shannon
(1916-2001)



Zeit

Beispiel: räumliche Abtastung



Die Abtastfrequenz soll mindestens das Zweifache der Signalfrequenz sein!

Moiré-Effekt

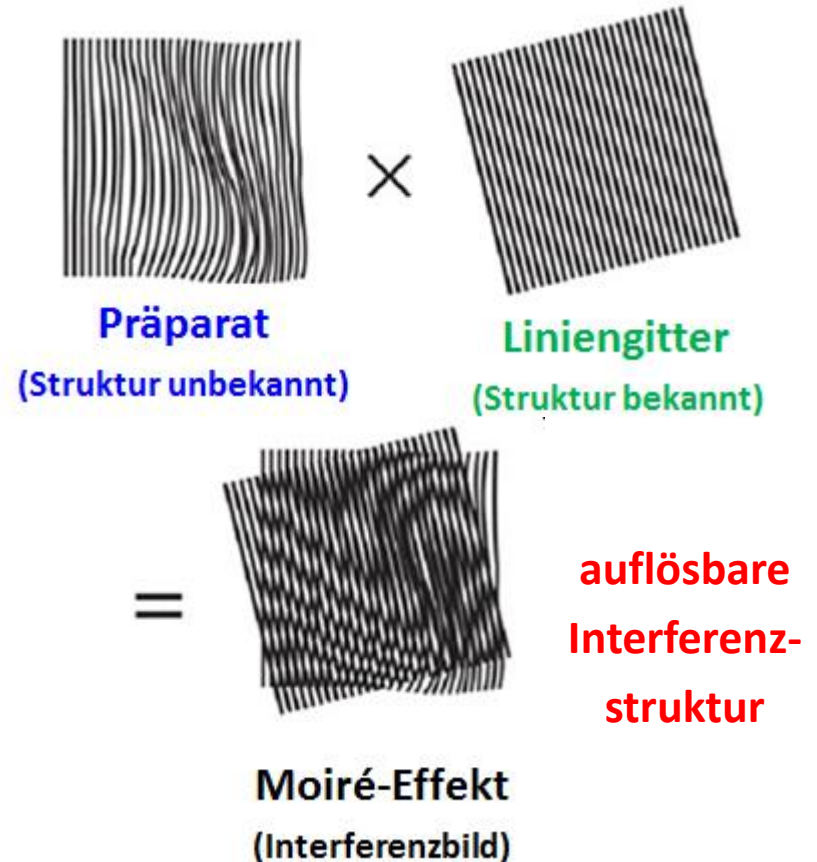
zur
Erinnerung

mit Kamera aufgenommen



Ein optischer Effekt, bei dem durch **Überlagerung von regelmäßigen Rastern** ein wiederum **periodisches Raster** entsteht, das **spezielle Strukturen** aufweist, die in keinem der Einzel-Muster vorhanden sind.

SIM-Superresolutionsmikroskopie



- **Abbé-Grenze: ~200 nm**
- **Auflösungsgrenze des SIM-Mikroskops: ~100 nm**
„Nyquist-Grenze“ (zweifach bessere Auflösung)

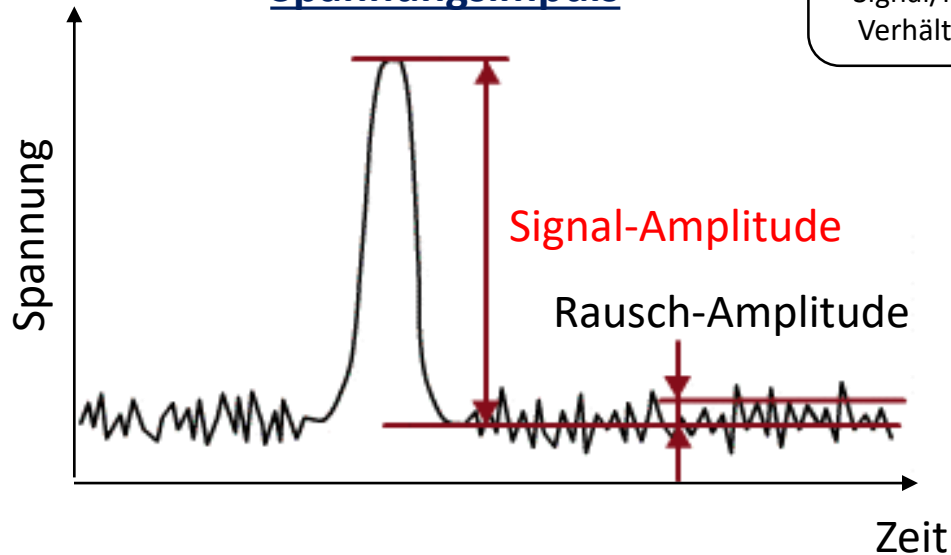
Rauschen, Signal-Rausch-Verhältnis

Signal zu Rausch Verhältnis: SRV

Signal to Noise Ratio: SNR

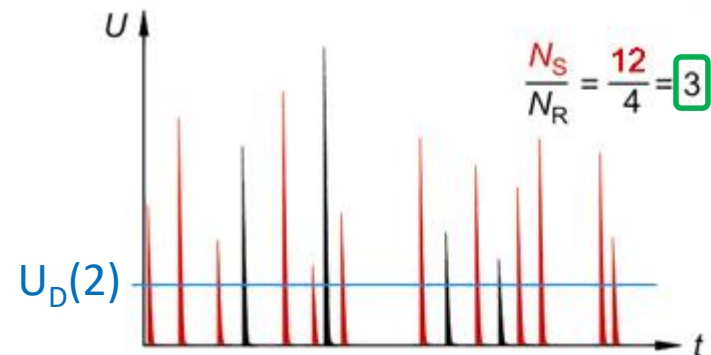
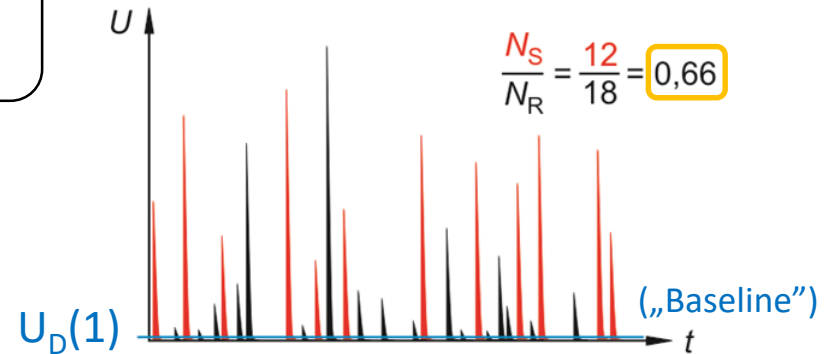
$$SRV = \frac{\text{mittlere Nutzsignalleistung}}{\text{mittlere Rauschleistung}} \quad \text{oder} \quad \frac{\text{Signalimpulszahl}}{\text{Rauschimpulszahl}} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{A_{\text{Signal}}}{A_{\text{Rauschen}}} \right)^2$$

Spannungsimpuls



zur Bestimmung
des optimalen
Signal/Rausch
Verhältnisses

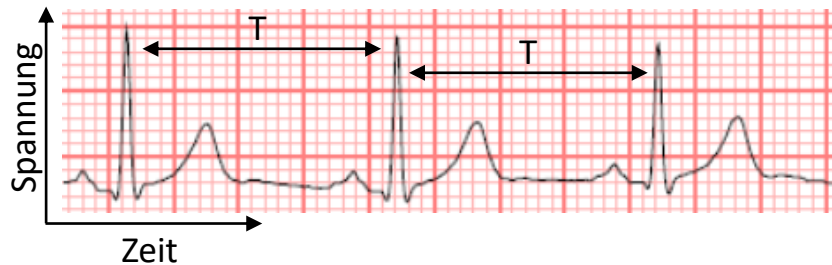
Integraldiskriminator



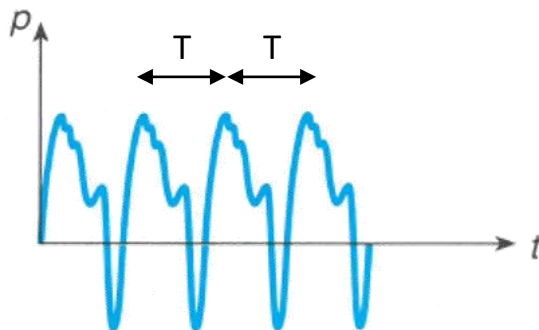
Fourier Prinzip

Alle periodische Signale können als eine Summe von Sinusfunktionen mit fester Frequenzbeziehung hergestellt werden.

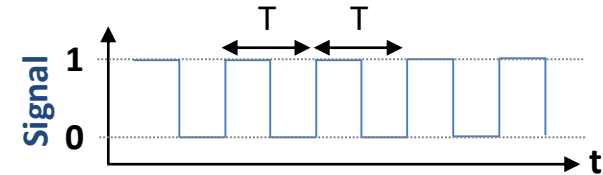
- Beispiel #1: **EKG-Signal**
 - periodisch...
 - ...aber kein einfaches Sinussignal



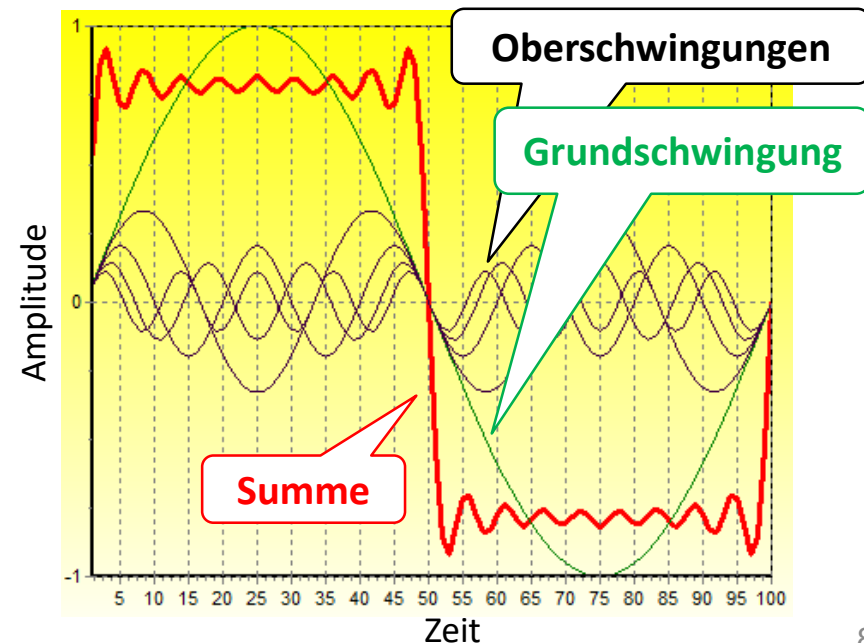
- Beispiel #2: **musikalischer Ton**
 - periodisch...
 - ...aber kein einfaches Sinussignal



- Beispiel #3: **Rechteck-Impuls (Signal)**
 - periodisch...
 - ...aber definitiv kein Sinus

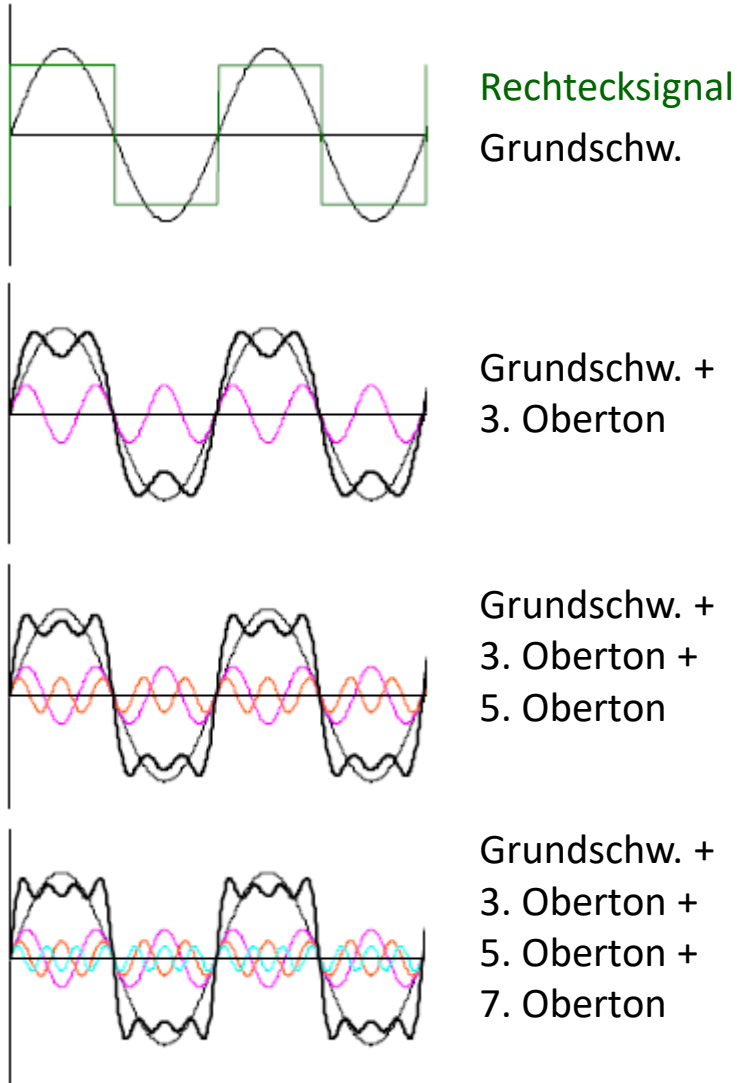


Können wir diese Beispiele mit Sinusfunktionen herstellen? ... JA!

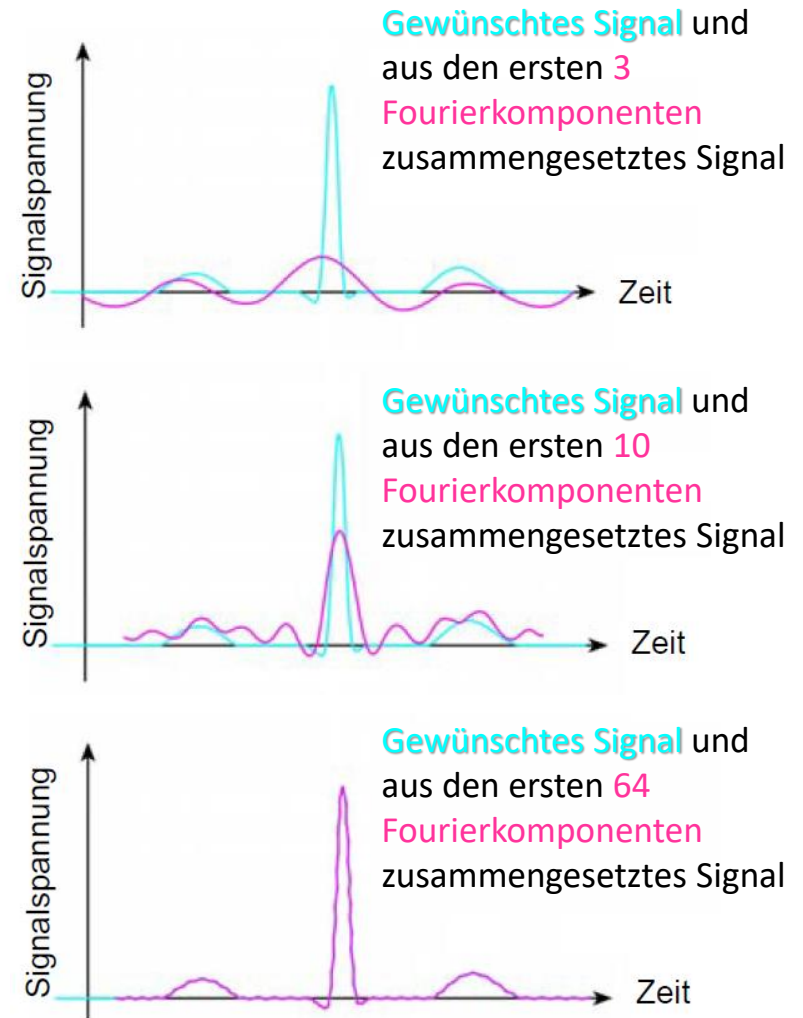


Fourier-Prinzip für periodische Funktionen

Entstehung des Rechteck-Signals

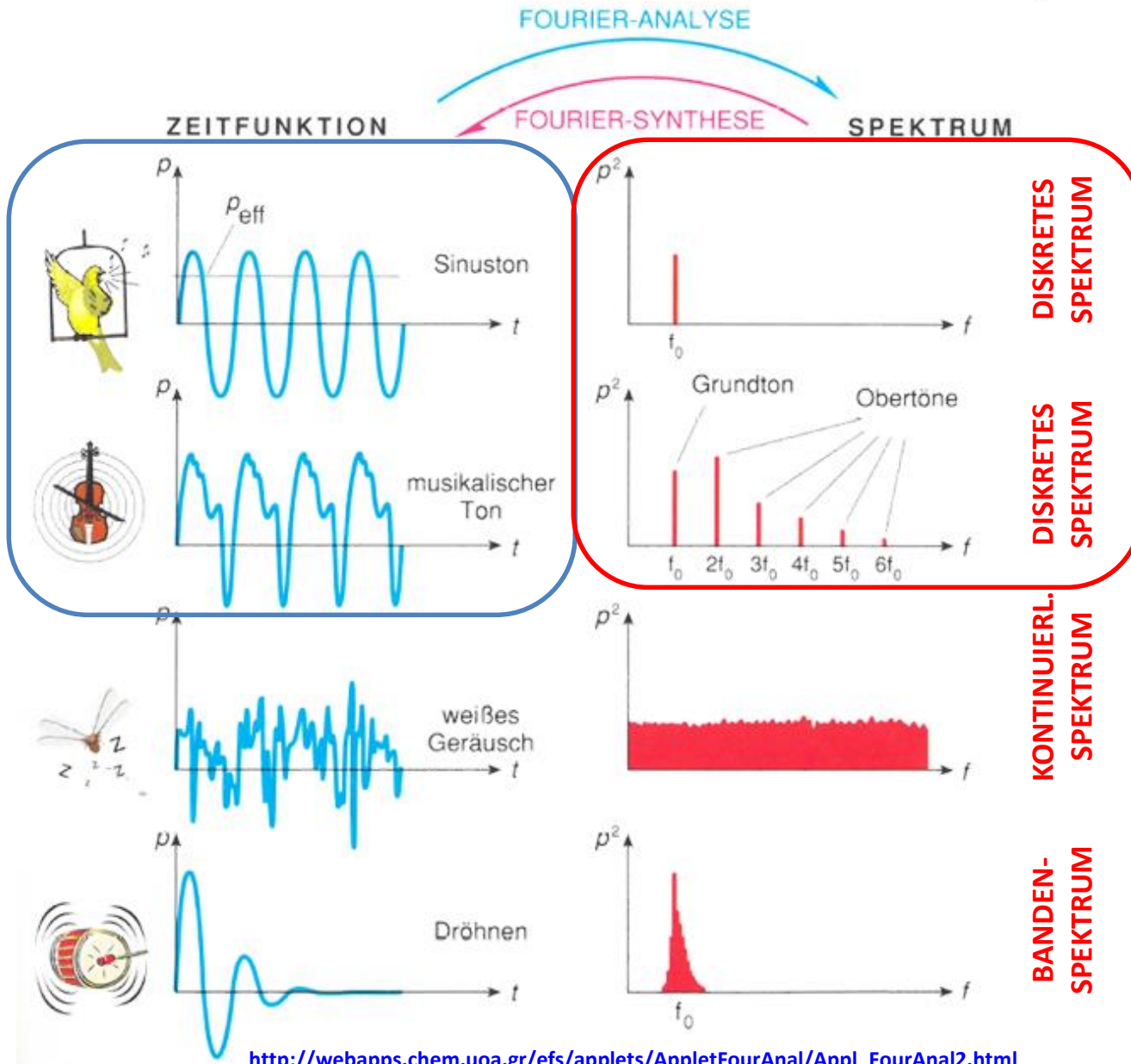


Entstehung des EKG-Signals



Fourier Spektrum (Frequenzspektrum)

PERIODISCHE SIGNALLE



Anwendungen der Fourier-Analyse

s. Wellen: zeitliche und räumliche Ausbreitung des Schwingungszustandes

ZEITfunktion

oder

RAUMfunktion

$$y(t) = \sum_k a_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t + \varphi_k)$$

$$y(x) = \sum_k a_k \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot x + \varphi_k)$$

Fourier-Transformation (FT)

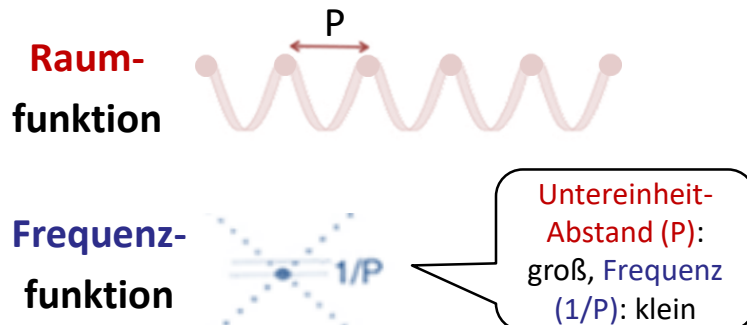
invers-FT

FREQUENZfunktion
(~Spektrum)

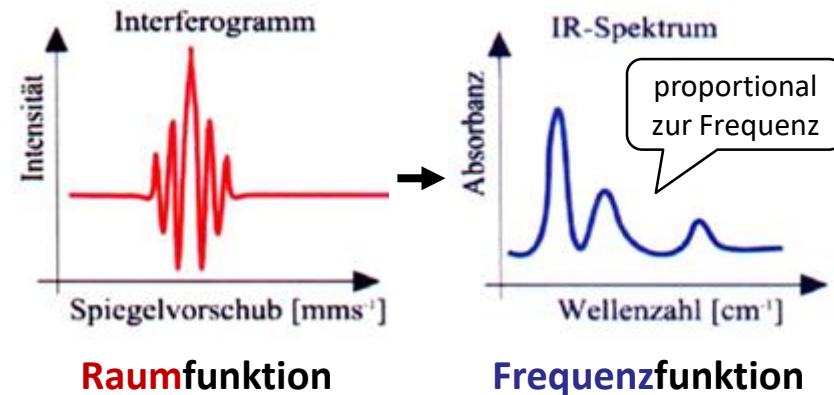
zur Erinnerung

zur Erinnerung

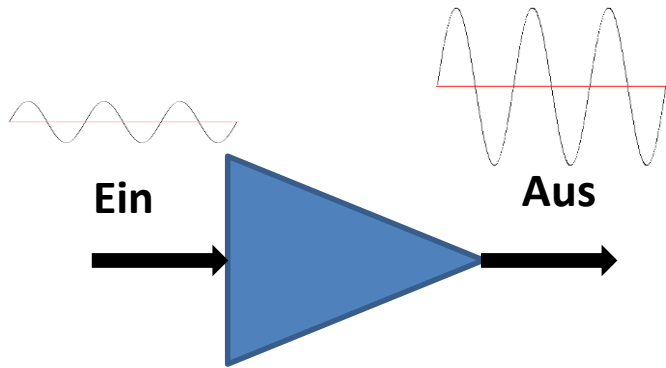
- Beispiel #1: **Diffraktionsmethoden**
 - Beugung des Lichtes
 - Röntgendiffraktion:



- Beispiel #2: **IR-Spektroskopie**



Verstärker



Leistungsverstärkung:

$$V_P = \frac{P_{aus}}{P_{ein}}$$

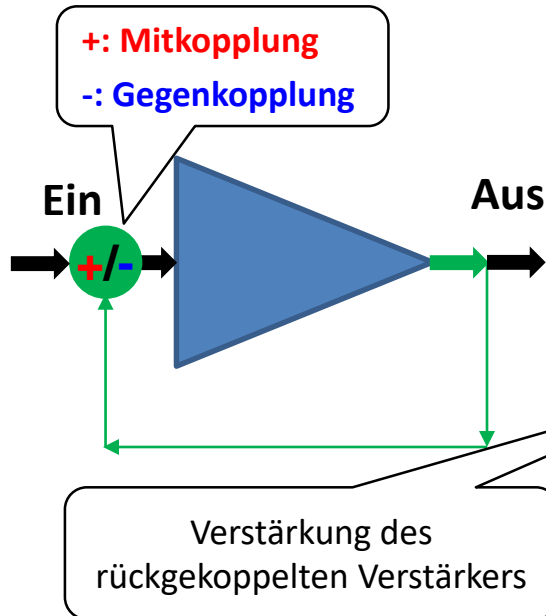
Spannungsverstärkung:

$$V_U = \frac{U_{aus}}{U_{ein}}$$

Verstärkungspegel:

$$n(dB) = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{aus}}{P_{ein}} \right)$$

Rückgekoppelter Verstärker



Verstärkung ohne Rückkopplung

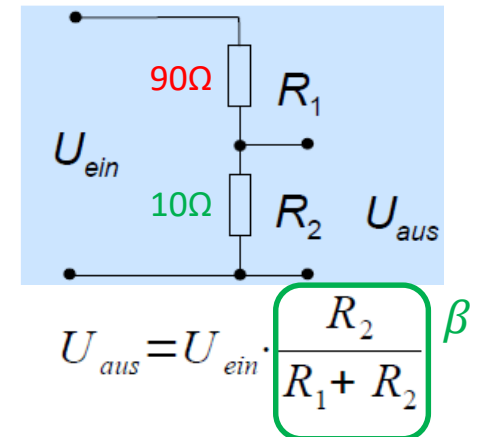
$$U_{aus} = (U_{ein} - U_{aus} \cdot \beta) \cdot V$$

$$V_R = \frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{V}{1 + V \cdot \beta}$$

$$V \cdot \beta \gg 1$$

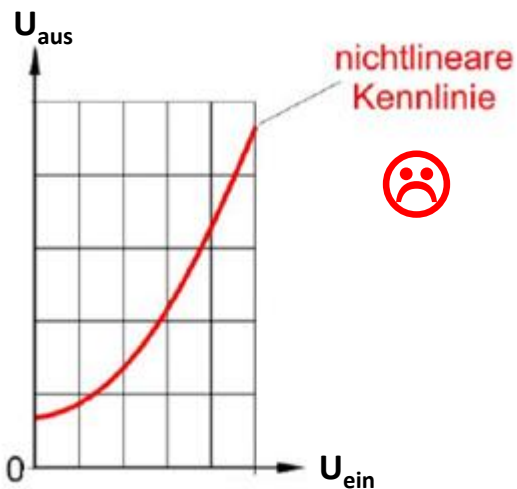
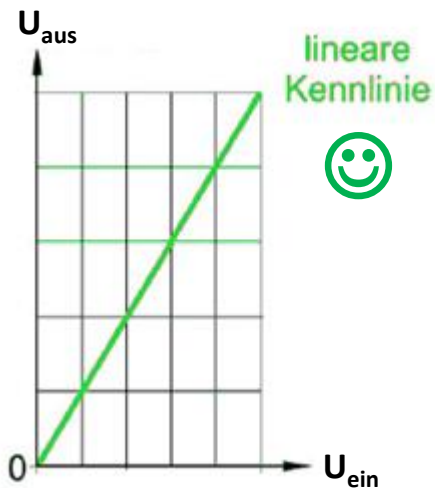
$$V_R \cong \frac{1}{\beta}$$

Spannungsteiler

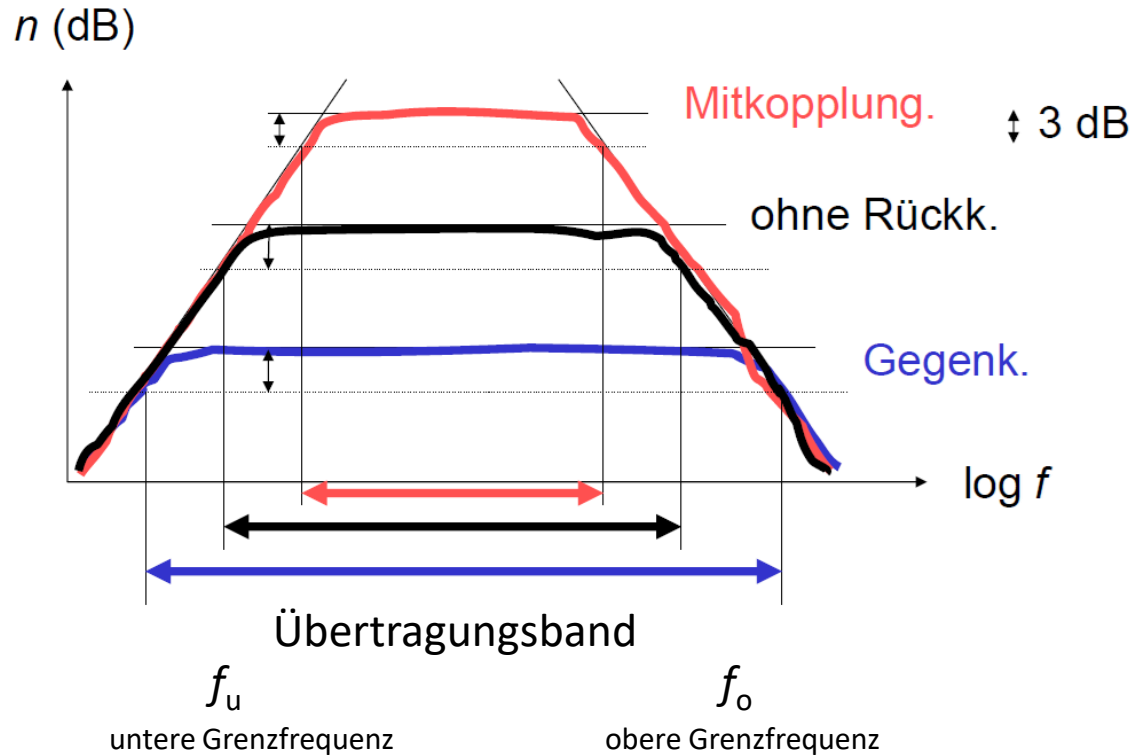


Kennlinie, Frequenzübertragungsfunktion

Kennlinie



Frequenzcharakteristik



Mitkopplung: Übertragungsband: schmaler, Verstärkung größer

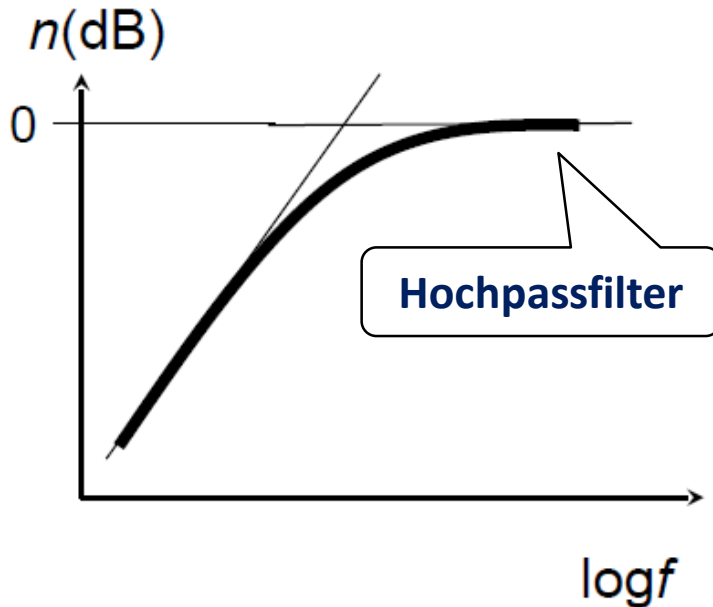
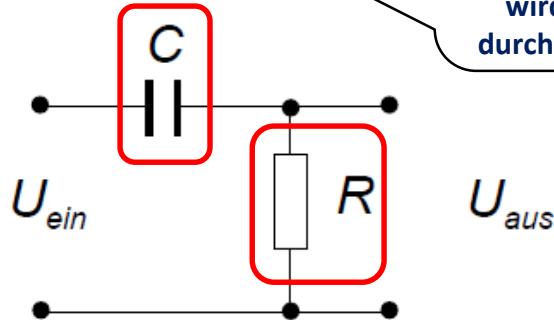
Gegenkopplung: Übertragungsband: breiter, Verstärkung kleiner

Hoch- und Tiefpassfilter

kapazitiver
Widerstand

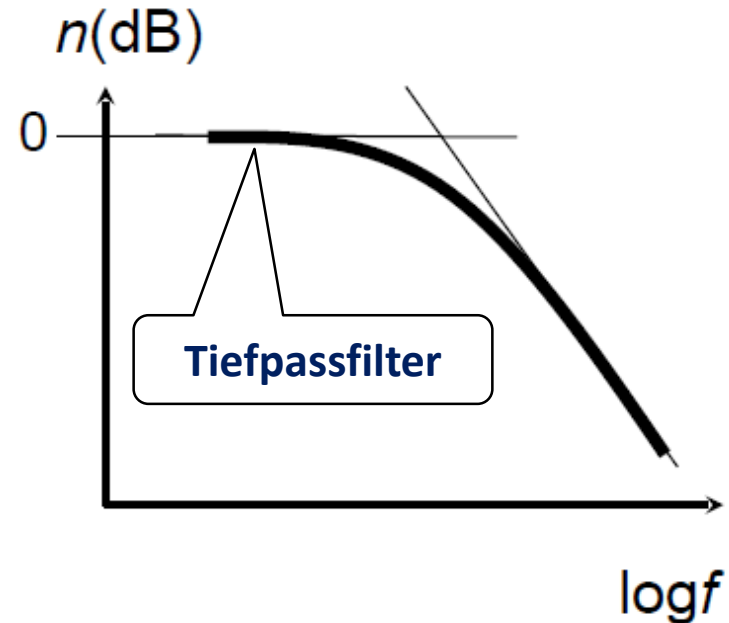
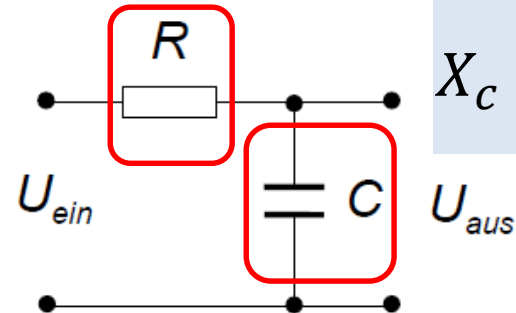
$$X_c = \frac{1}{2\pi f c}$$

bei **niedriger**
Frequenzen: X_c
ist sehr groß:
Eingangssignal
wird nicht
durchgelassen



bei **hohen**
Frequenzen: X_c ist
klein: Kurzschluss
(Shunt)
Eingangssignal
wird nicht
durchgelassen

$$X_c = \frac{1}{2\pi f c}$$



Hausaufgaben

Aufgabensammlung

7.26-28, 7.32-36

Feedback