

# Transzportfolyamatok-1

## Áramlás csövekben

2025.03.27  
Haluszka Dóra

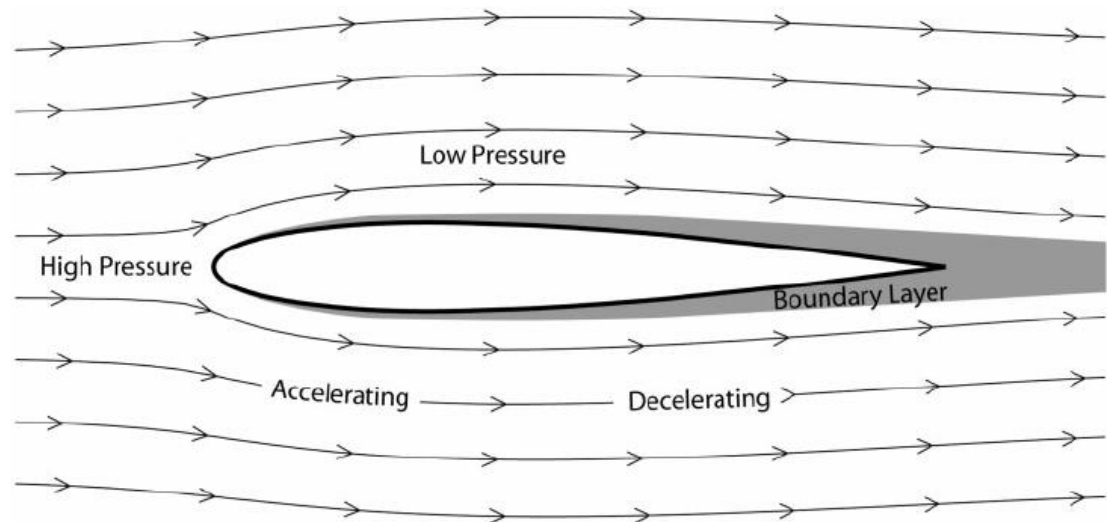
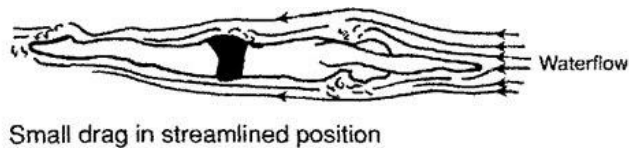
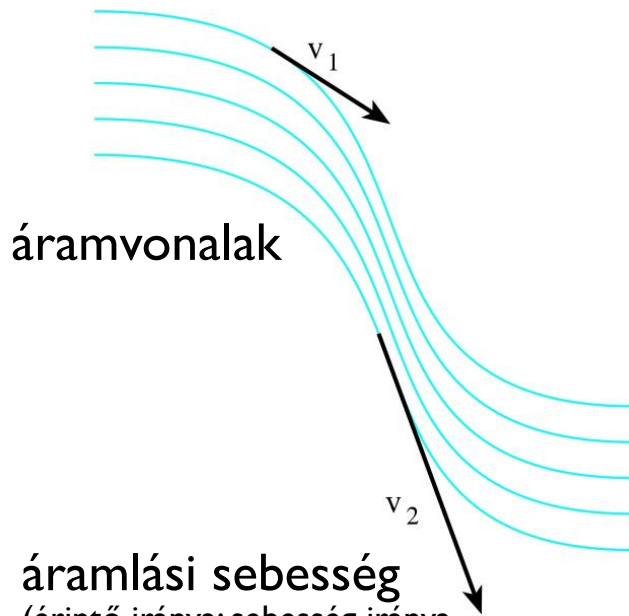
Transzport = szállítás

biológiai jelentősége: sejtek közötti és sejten belüli anyagáramlás  
(légzés, vérkeringés, membrántranszport,  
anyagcsere)

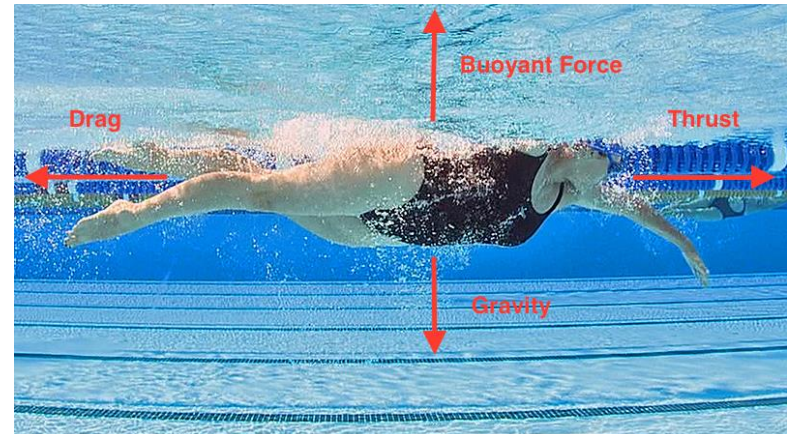
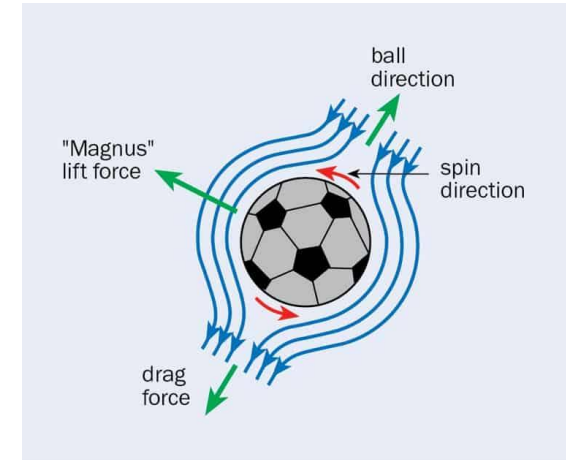
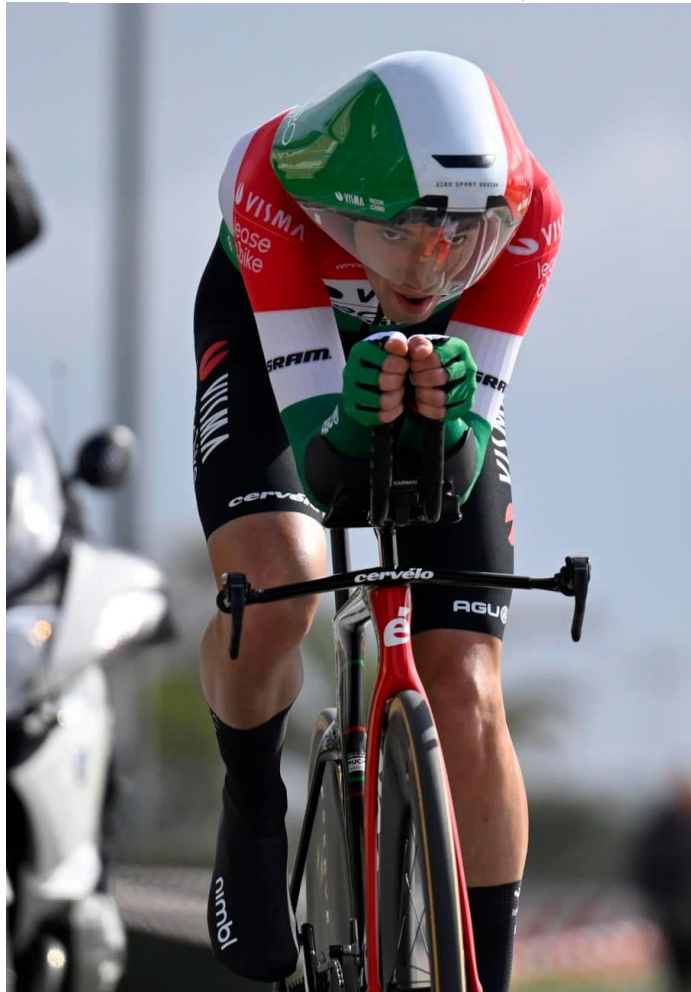
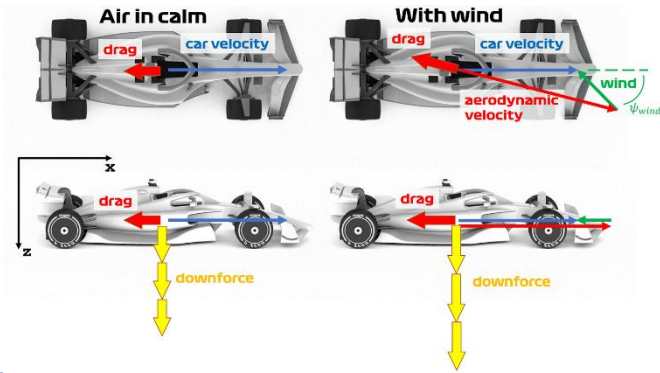
Transzport mechanizmusa:

- hordozó részecskék kollektív vándorlása –  
makroszkopikusan megfigyelhető áramlás
- részecskék független mikroszkopikus mozgásai, diffúzió
- transzport a sejt(lipid)-membránon keresztül

# Makroszkopikusan megfigyelhető áramlás



# Áramlás a sporttudományban...



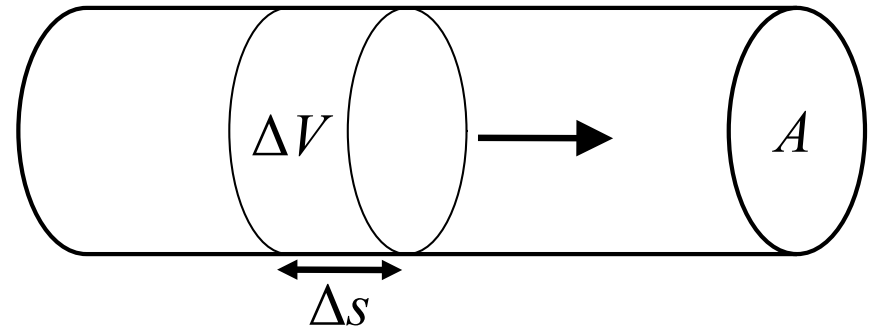
# Áramlás merev falú csövekben

Térfogati áramerősség ( $I_V$ ):

$$I_V = \frac{DV}{Dt} = A \frac{Ds}{Dt} = A\bar{v}$$

↓

[m<sup>3</sup>/s]

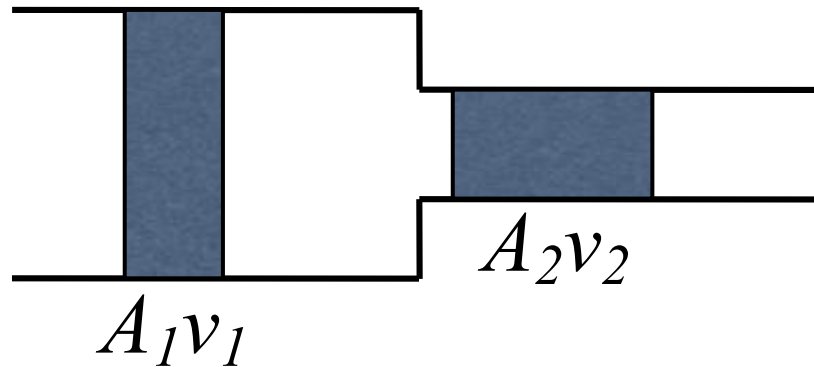


Átlagsebesség:  $\bar{v} = \frac{I_V}{A}$

# Stacionárius áramlás

az áramlás paraméterei időben állandóak

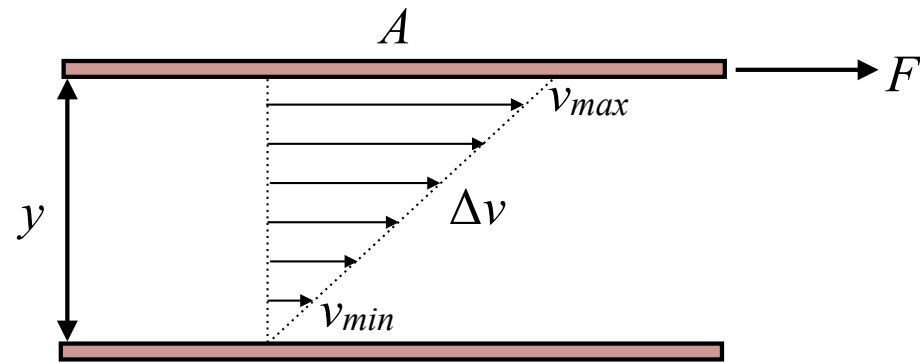
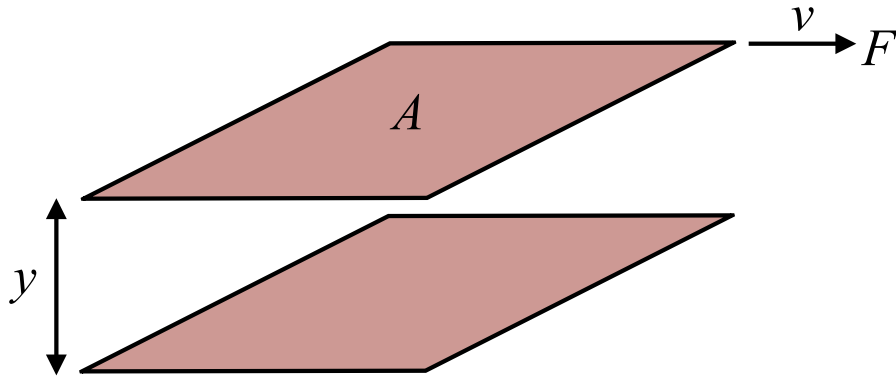
**Kontinuitás elve:** stacionárius áramlásban a térfogati áramerősség az áramlás bármely részén konstans  
pl.: összenyomhatatlan folyadékok (gázok?)



$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \textit{konst}$$

$A$ =keresztmetszet  
 $v$ =áramlási sebesség

# Viszkozitás – belső súrlódás



$F$	= nyíróerő
$A$	= folyadéklemez területe
$\eta$	= viszkozitás
$v$	= áramlási sebesség
$y$	= folyadéklemezek közötti távolság
$F/A$	= nyírófeszültség ( $\tau$ )
$\Delta v/\Delta y$	= sebesség grádiens ( $D$ )

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{Dv}{Dy} \quad (\text{Newton-féle súrlódási törvény})$$

$$h = \frac{t}{D}$$

A viszkozitás mértékegységei:  $1Pas = 1 \frac{Ns}{m^2} = 10P(poise)$

Desztillált víz viszkozitása (25 °C):  $\sim 1 \text{ mPas}$  (1centipoise)

# Folyadékok fajtái viszkozitás szerint

## 1. *Ideális*

súrlódásmentes, nem  
összenyomható

$$\rho = \text{konstans}, \eta = 0$$

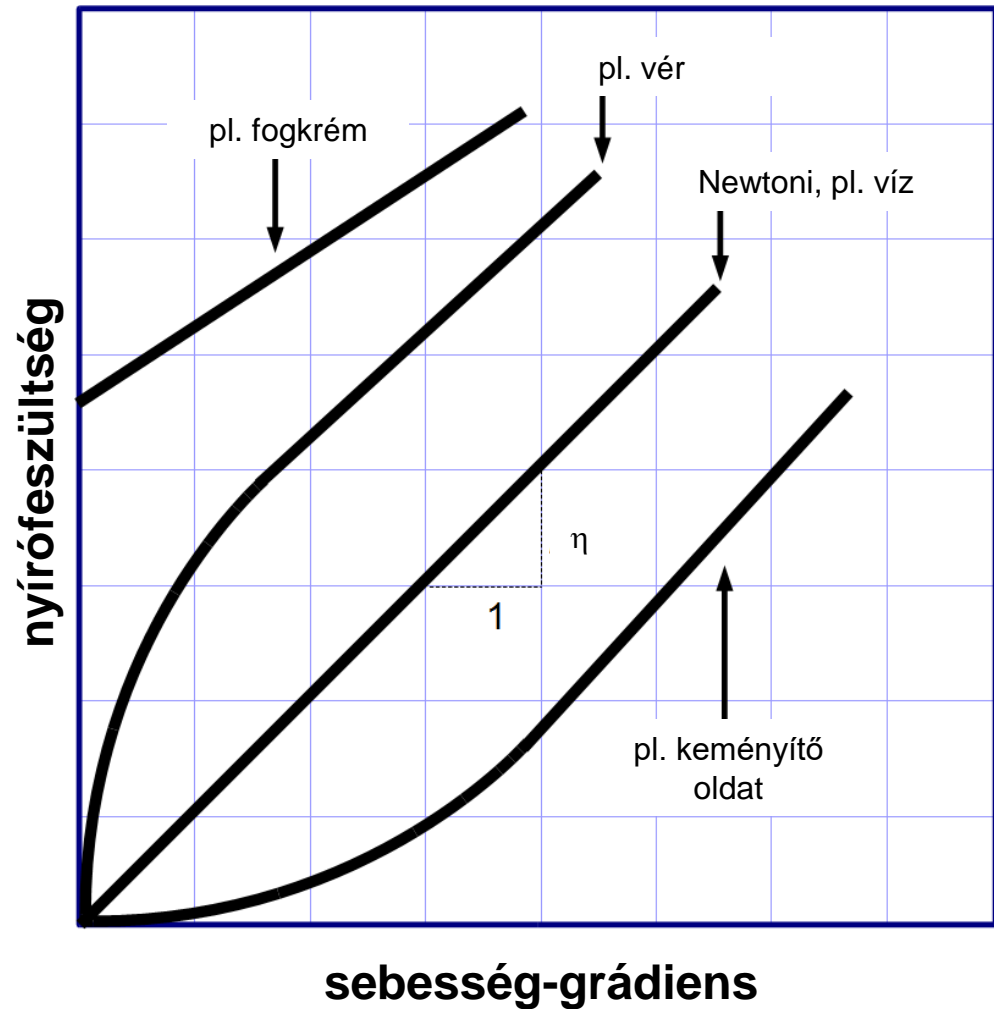
## 2. *Nem ideális (reális)*

a. *Newtoni (viszkózus)*

$\eta$  független a  
nyírófeszültségtől

b. *Nem-newtoni (anomális)*

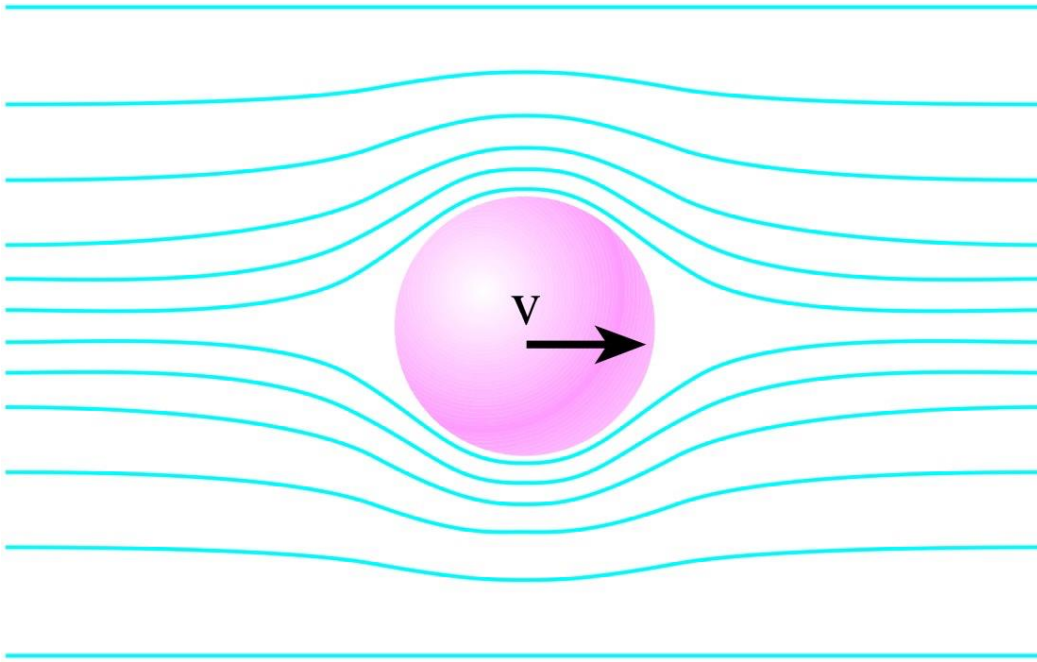
$\eta$  a nyírófeszültséggel  
változik



$$\eta = \tau / D$$



# Áramlási ellenállás – Stokes törvény



Georg Gabriel Stokes  
(1819-1903)

$F$  = erő

$\gamma$  = közegellenállási (súrlódási) együttható

$v$  = folyadékáramlási sebesség

$r$  = gömb sugara

$\eta$  = viszkozitás

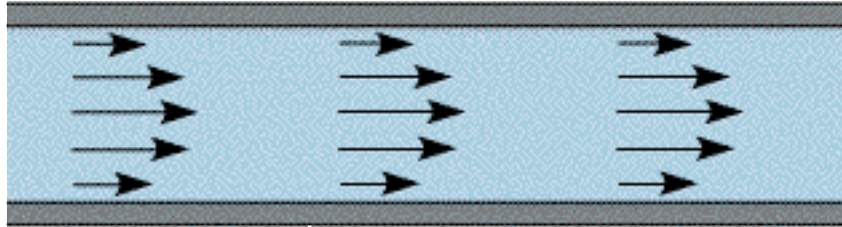
$$F = \gamma v = 6\pi\eta r v$$

# Áramlások fajtái:

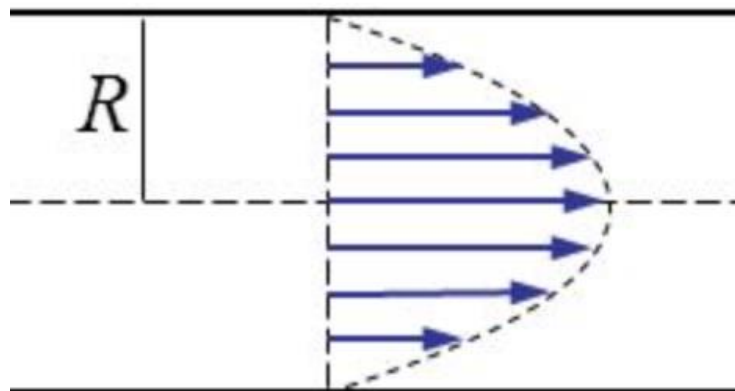
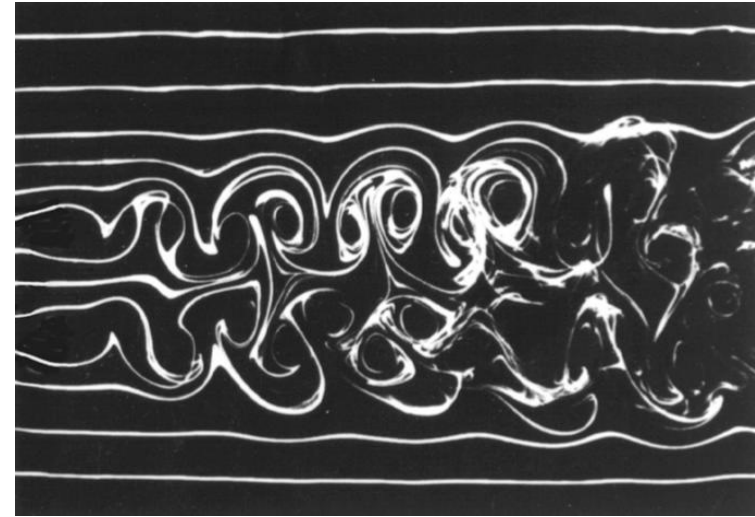
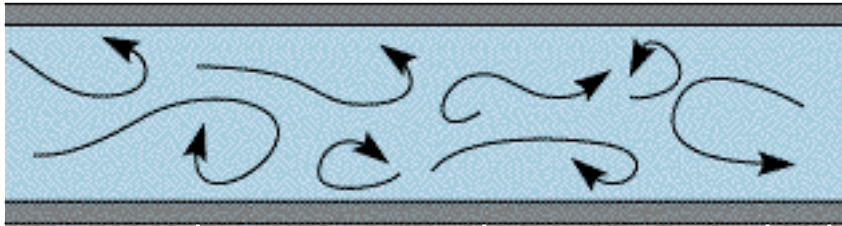
**lamináris** – folyadékrétegek nem keverednek

**turbulens** – folyadékrétegek keverednek

lamináris  
áramlás



turbulens  
áramlás



parabolikus sebességprofil



Osborne Reynolds  
(1842-1912)

Reynolds-szám (Re):

$$Re = \frac{vr}{h}$$

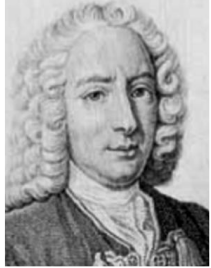
$v$  = folyadékáramlási sebesség (m/s)  
 $r$  = cső sugara (m)  
 $\rho$  = folyadék sűrűsége (kg/m<sup>3</sup>)  
 $\eta$  = viszkozitás (Ns/m<sup>2</sup>)



**Re > 1000 – turbulencia megjelenik**

# Bernoulli törvény

energiamegmaradás törvénye ideális folyadékokban



Daniel Bernoulli  
(1700-1782)

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = konst$$

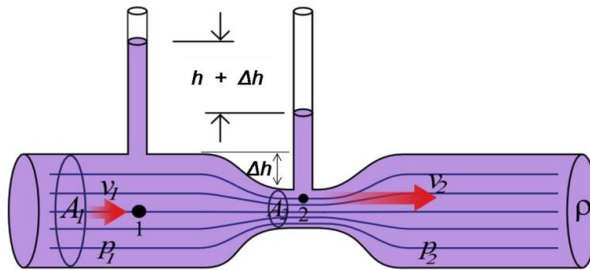
$p$  = sztatikus nyomás

$\frac{1}{2} \rho v^2$  = dinamikus nyomás (torló nyomás)

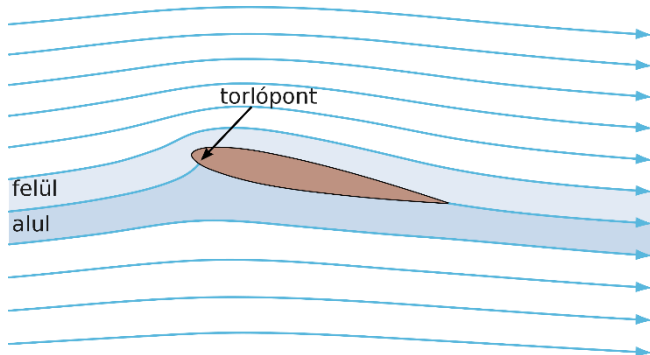
$\rho gh$  = hidrosztatikai nyomás



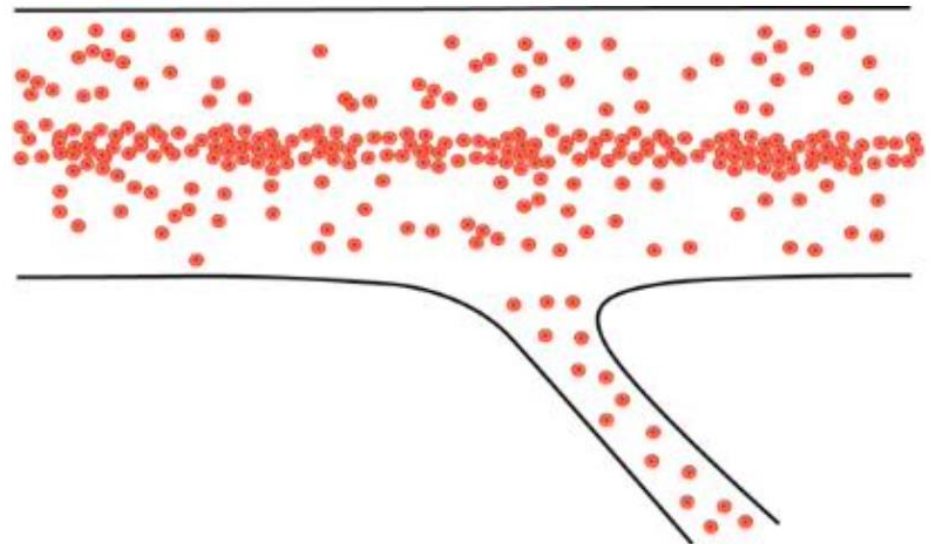
Giovanni Battista Venturi  
(1746-1822)



A sztatikus nyomás lecsökken  
a cső szűkületében

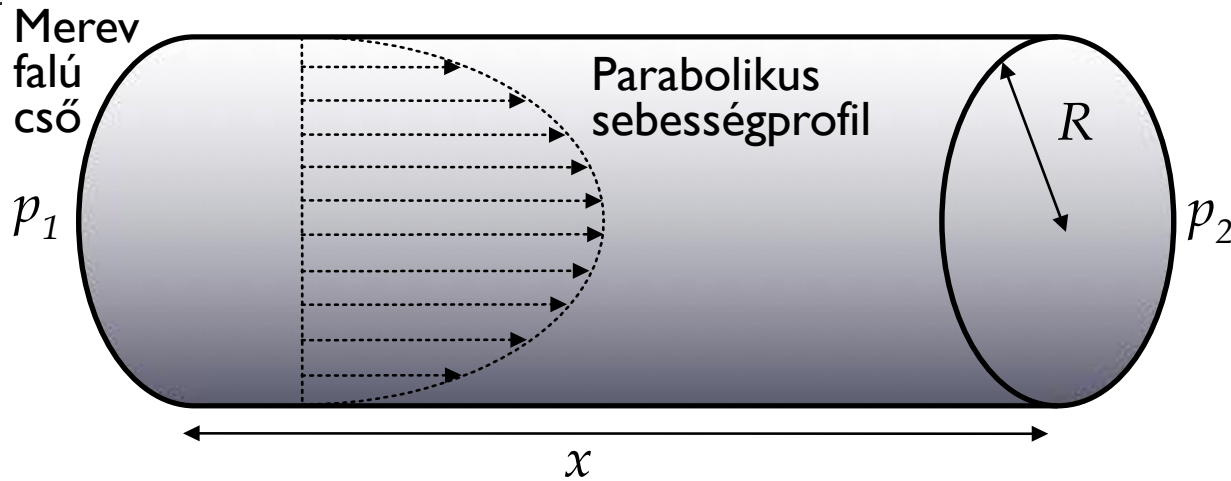


*Plazmalefölözés*



# Hagen-Poiseuille törvény

Newtoni folyadékok és gázok stacionárius, lamináris áramlása merev falú csövekben



G.H.L. Hagen  
(1797-1884)



J.-L.-M. Poiseuille  
(1799-1869)

$V$	= térfogat	$V/t = I_V$	= térfogati áramerősség
$t$	= idő	$\Delta p/\Delta x$	= nyomásgrádiens, fenntartója $p_2 - p_1$ (negatív!)
$R$	= sugár	$A$	= csőkeresztmetszet
$\eta$	= viszkozitás	$I_V$	= térfogati áramerősség
$p$	= nyomás		
$x$	= csőhossz		

$$I_V = \frac{V}{t} = - \frac{R^4 \rho}{8\eta} \frac{Dp}{Dx}$$

$$I_V = - \frac{R^4 \rho}{8\eta} \frac{Dp}{Dx} \Rightarrow -\Delta p = R_{cső} \cdot I_V \Rightarrow U = R \cdot I$$

$1/R_{cső}$

Ohm-törvény!

# Az artériás érrendszer elektromos modellje

$$\text{térf. áramerősség } (I_V) = \frac{\text{nyomáskülönbség } (\Delta p)}{\text{áraml. ellenállás } (R_{\text{áraml}})}$$

$$\text{áramerősség } (I) = \frac{\text{feszültség } (U)}{\text{ellenállás } (R)}$$

sztatikus nyomáskülönbség ( $\Delta p$ )

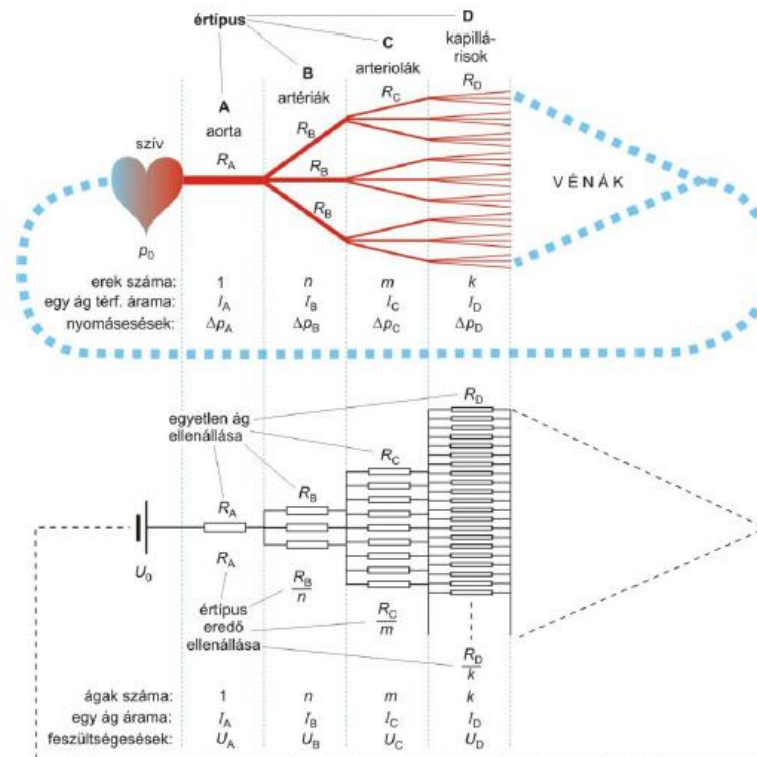
elektromos feszültség ( $U$ )

áramlási ellenállás ( $R_{\text{áraml}}$ )

elektromos vezető ellenállása ( $R$ )

közeg térfogati áramerőssége ( $I_V$ )

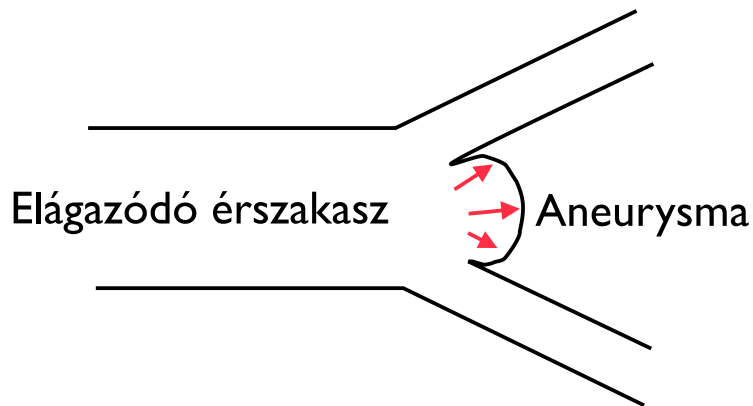
elektromos áramerősség ( $I$ )





# Folyadékáramlási törvények orvosi jelentősége

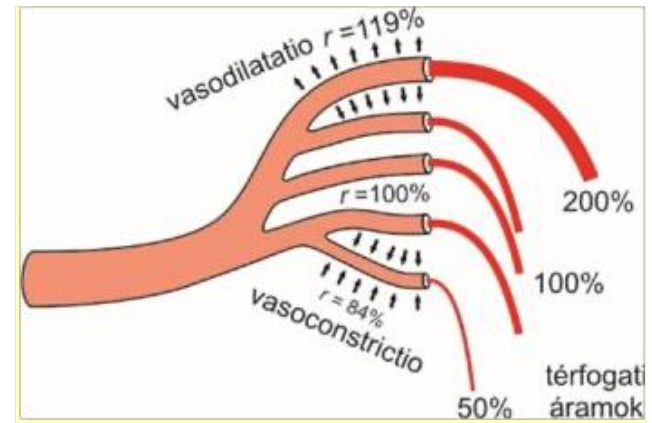
## Bernoulli törvény:



### Aneurysma, értágulat kialakulása:

- Tágulás: érátmérő nő
- Áramlási sebesség csökken a kontinuitási egyenlet miatt
- Érfalra ható (sztatikus) nyomás nő a Bernoulli törvény miatt
- Értágulat fokozódik - összességében pozitív visszacsatolású, katasztrófához vezető állapot.

## Hagen-Poiseuille törvény:

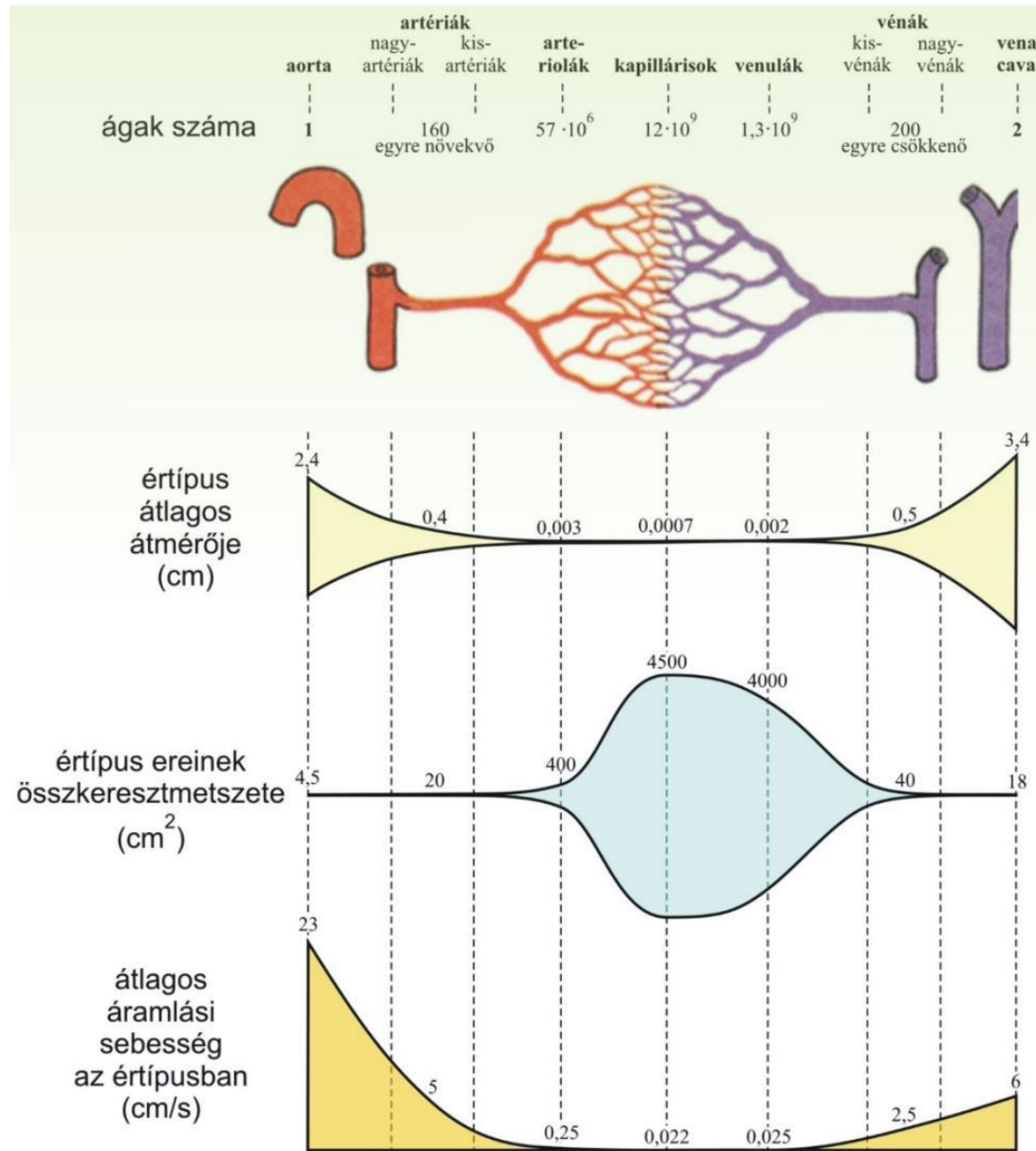


$$I_V = \frac{V}{t} = - \frac{R^4 \rho}{8h} \frac{Dp}{Dx}$$

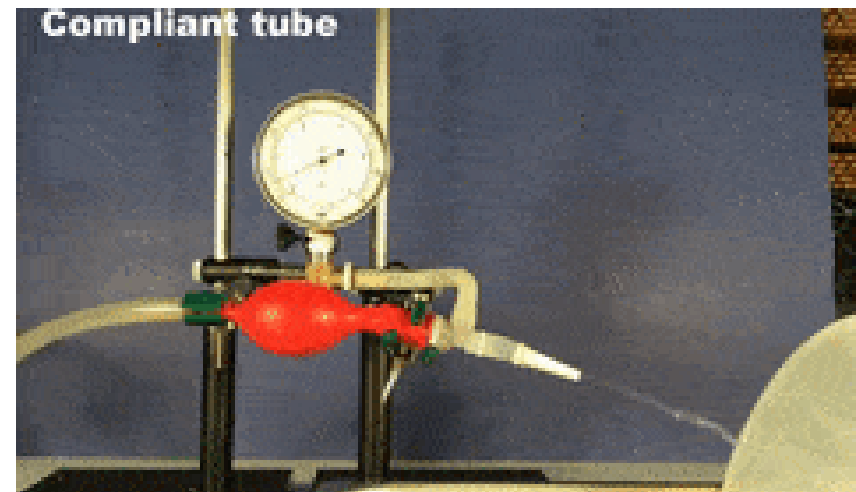
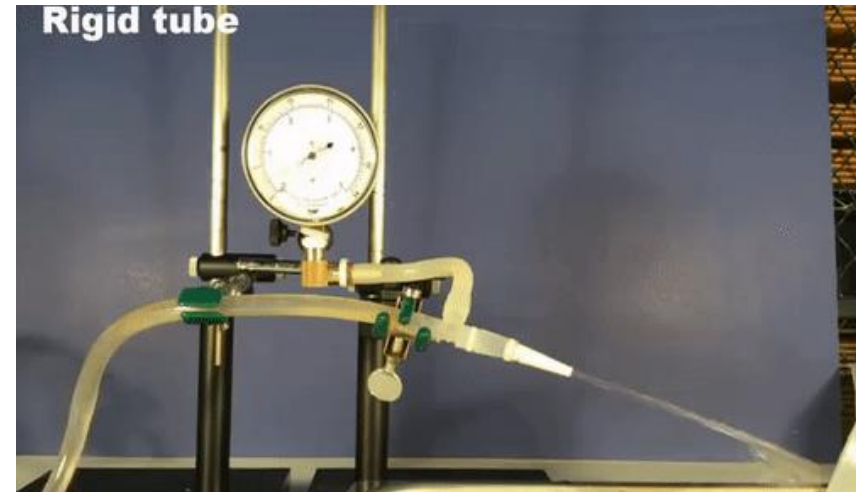
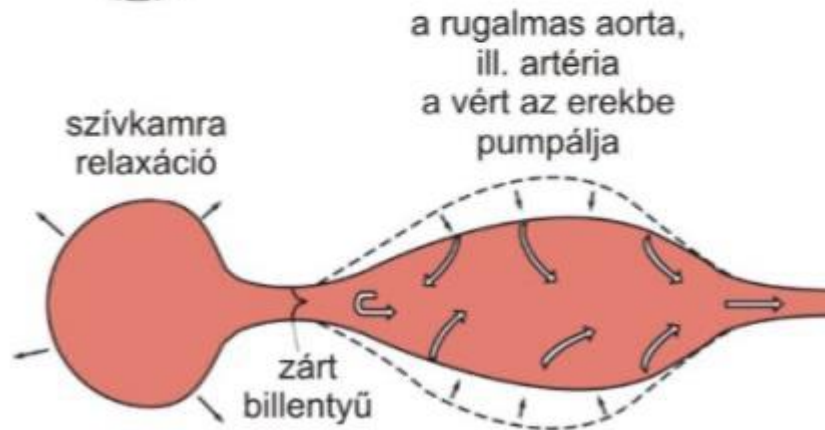
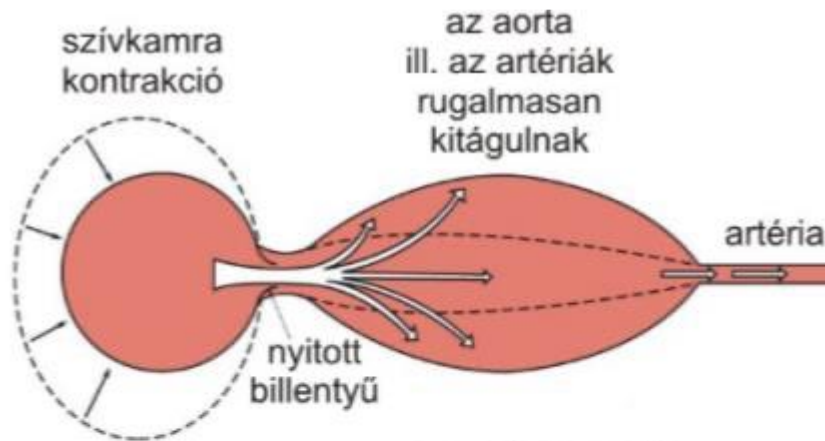
– szállított vérmennyiség szabályozása (érszűkület)

– viszkozitás szabályozása (láz, anémia)

# Áramlási viszonyok az érrendszerben

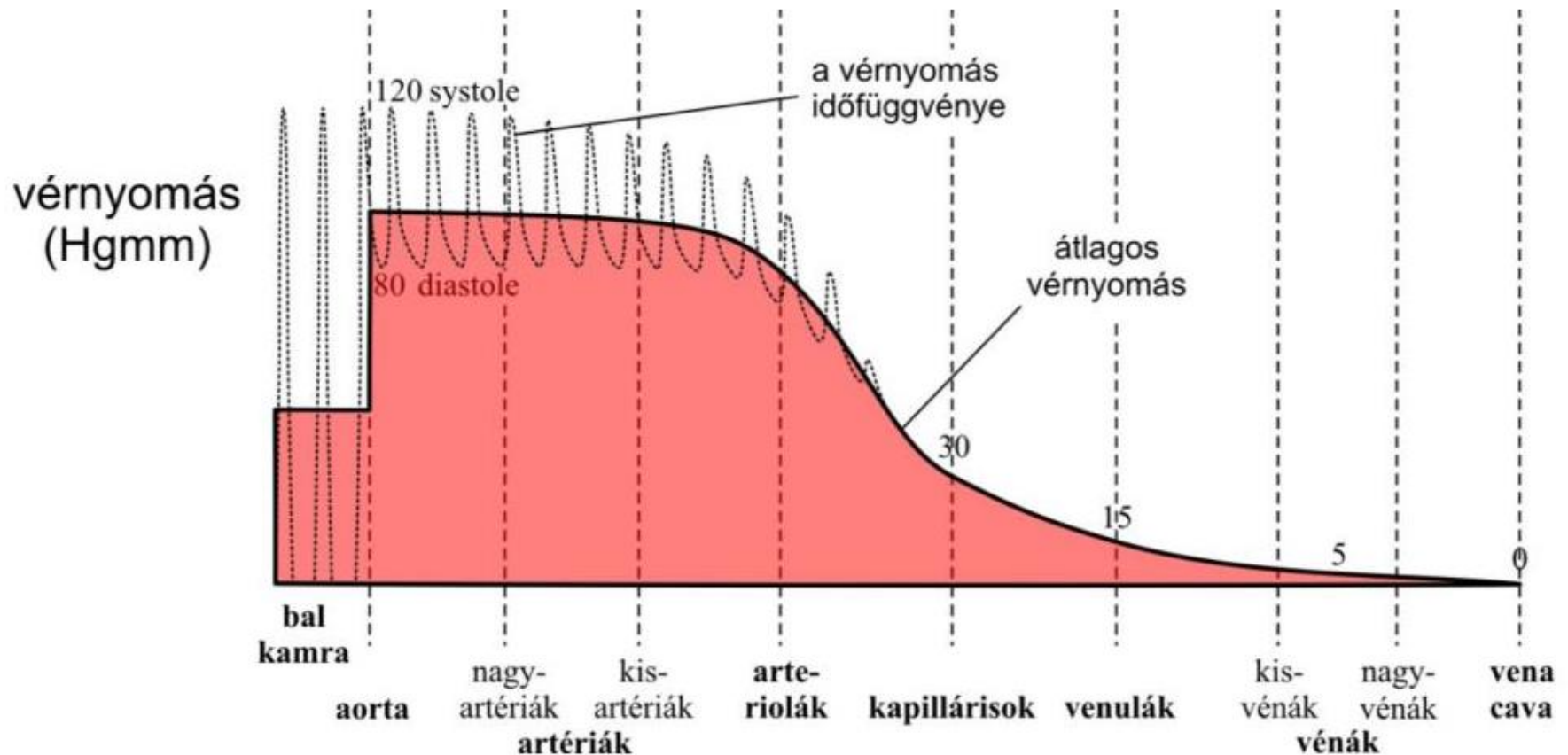


# Áramlási viszonyok az érrendszerben: pulzáló áramlás, rugalmas artériák





# Áramlási viszonyok az érrendszerben: pulzáló áramlás, rugalmas artériák



# Folyadékterek az emberben

<b>Testtömeg 55-60%-a víz</b> 42 kg (70 kg testsúly)		
2/3 intracelluláris 28 kg	1/3 extracelluláris 14 kg	
	1/3 vérplazma 4-5 kg	2/3 intersticium 9-10 kg

**Vér:**  
Átlagos térfogat: 5 l  
Átlagos viszkozitás: 5 mPas  
Átlagos sűrűség: 1.05 g/cm<sup>3</sup>  
Összetétel: 40-45 % alakos elem, 55-60 % plazma

# A vér viszkozitása

## I. Hematokrit ( $htc, \varphi$ ):

$$htc = \frac{\text{sejtek}}{\text{össztérfogat}}$$

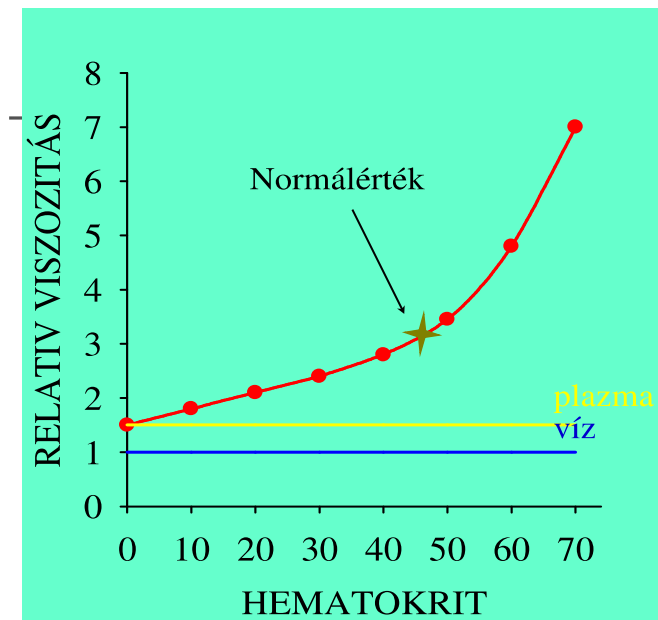
Normálérték: 0.4-0.5.

A vér mint szuszpenzió viszkozitása  
(az élettanilag releváns htc  
tartományban):

$$\lg h_s = A + Bf$$

$\eta_s$  = szuszpenzió viszkozitása  
 $A, B$  = tapasztalati állandók

A vér viszkozitásának hematokrit-függése



# A vér viszkozitása

## 2. Plazmaviszkozitás

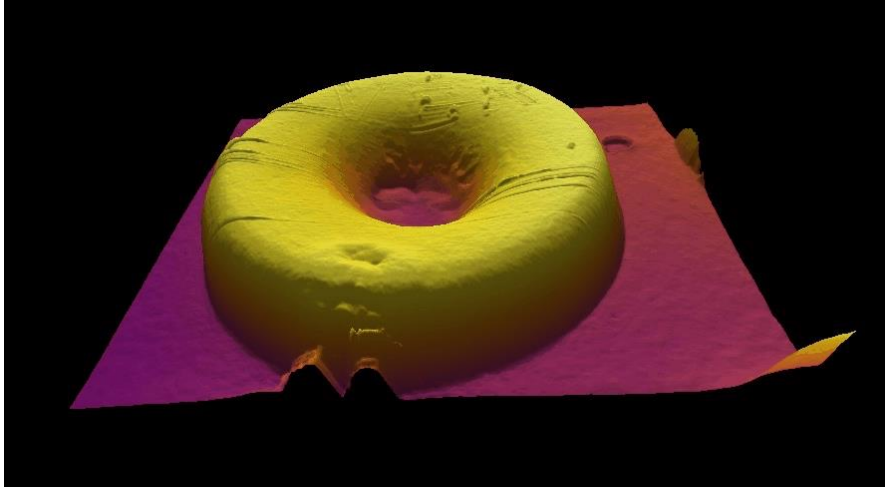
- Elsősorban a plazmafehérjéktől függ.
- *Paraproteinaemiákban* (myeloma multiplex v. plasmocytoma) az immunglobulinok mennyisége kórosan fokozódott, mely viszkozitásnövekedéshez vezet.

Plazmafehérje	Normális koncentráció	%-os megoszlás	Feladat
Albumin	35-50 g/l	55%	kolloid ozmotikus nyomás fenntartása, transzport
Globulinok	20-25 g/l	38%	Immunrendszer részei
Fibrinogén	2-4.5 g/l	7%	Véralvadás

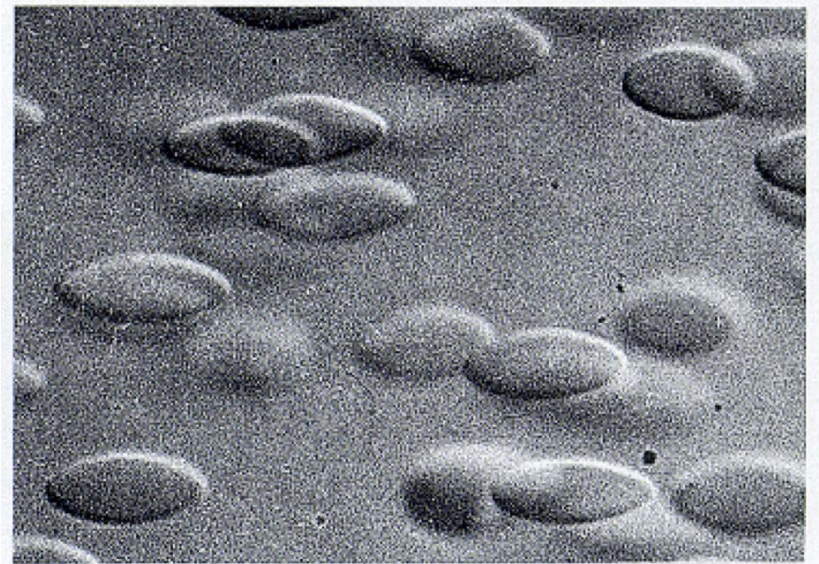
# A vér viszkozitása

## 3. Vörösvértestek deformálhatósága

- Vvt-méretű szilárd részecskék 65%-os szuszpenziója téglakemény.
- 95%-os vvt-szuszpenzió viszkozitása csupán 20 mPas!
- Deformáció: csepp, ejtőernyő, nyílhegy alakú sejtek.



7-11  $\mu\text{m}$  átmérőjű korong alakú sejt



# A vér viszkozitása

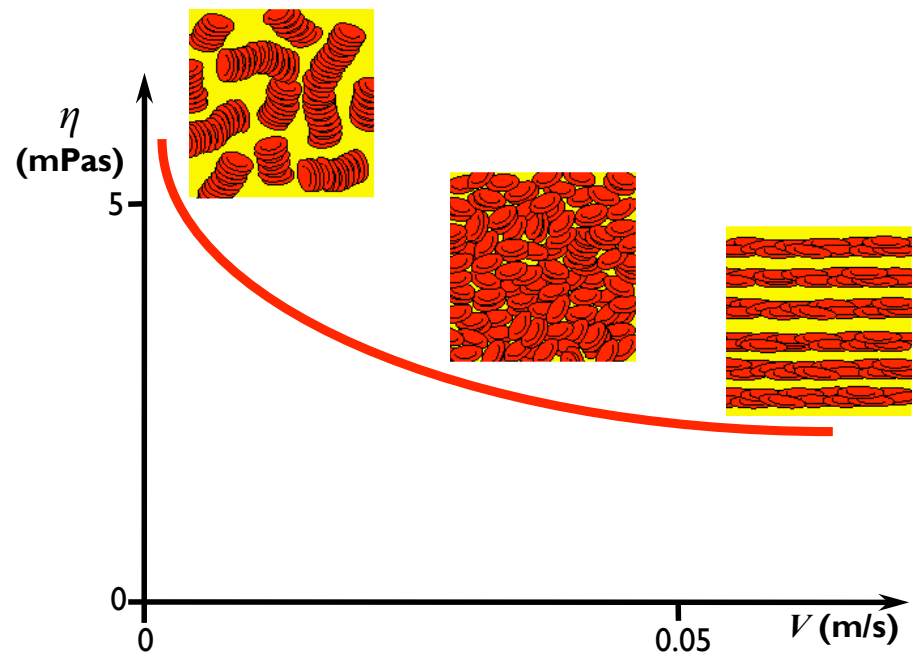
## 4. Vörösvértestek aggregációs készsége

- Pénztekercsképződés (Rouleaux).
- Alacsony áramlási sebességnél fokozott hajlam.



Pénztekercs

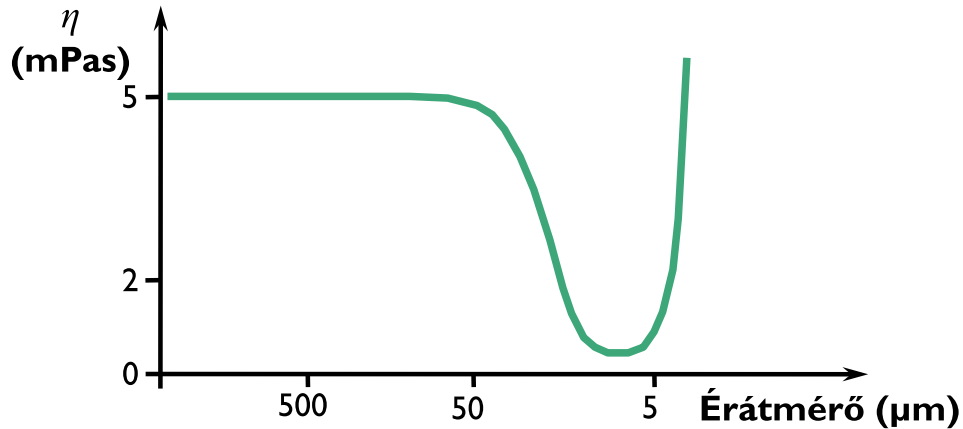
## 5. Áramlási sebesség, sebességgrádiens



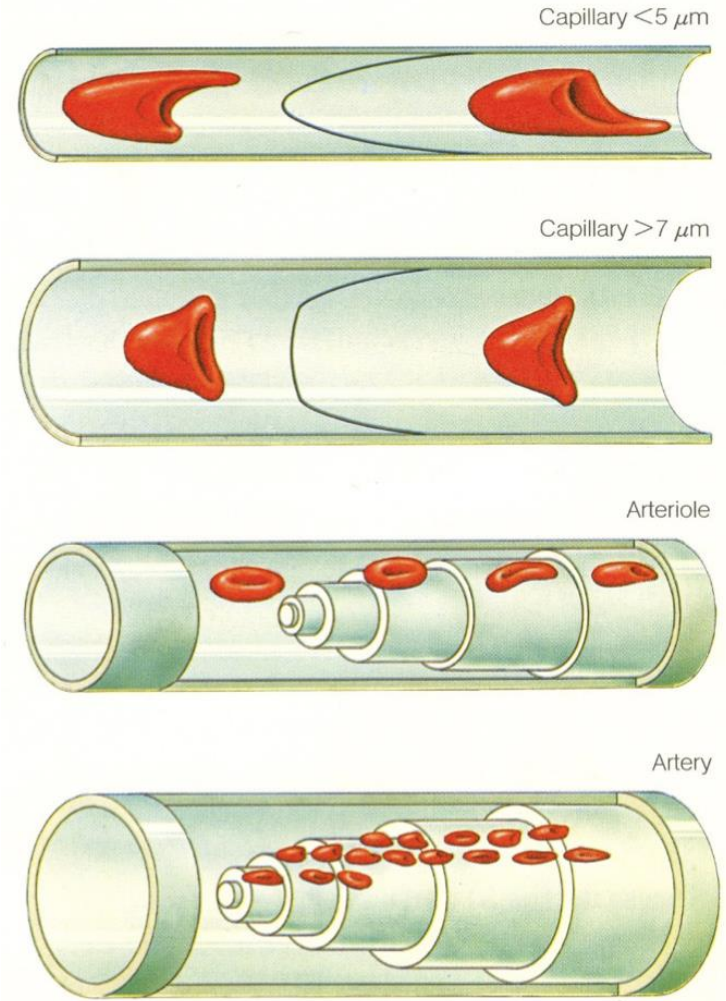


# A vér viszkozitása

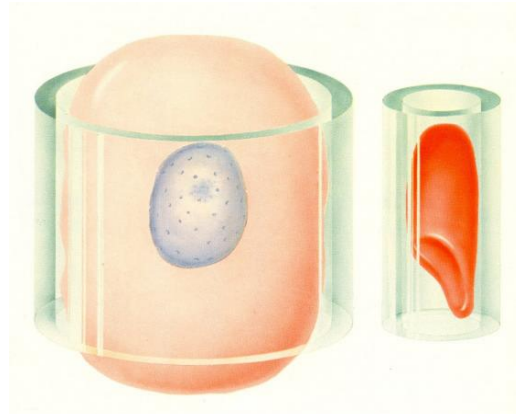
## 6. Érátmérő



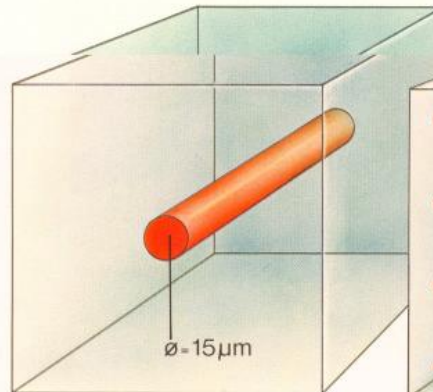
- érátmérő csökkenésével a vér anomális (nem-newtoni) folyadékkénti viselkedése dominál
- **axiális migráció:** a vörösvértestek az ér tengelyébe, mintegy sejtoszlopba állnak be – az érfal közelében nő, a tengely közelében csökken a sebességgrádiens – csökken a látszólagos viszkozitás (Fåhræus-Lindquist effektus)



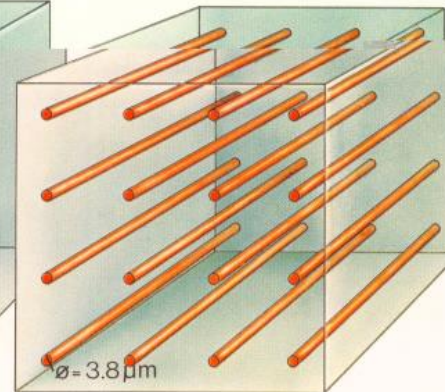
# A vér viszkozitása



**Schematic diagram of capillary formation in cold-blooded animals**



**Schematic diagram of capillary formation in mammals**



Az emlősök ugyanakkora vértérfogatból ~16-szor több kapillárist képesek perfundálni, mint a békák, a diffúziós távolságok lerövidítése alapvetően lehetővé tette a nagy metabolikus aktivitású szövetek (agy) felépítését!



Kapcsolódó fejezetek:

*Damjanovich, Fidy, Szöllősi: Orvosi Biofizika*

III./1.

1.1

1.2

1.3

1.4

1.5

*Gyakorlati jegyzet: Áramlás*