Transportprozesse 3.

Diffusion

Dr. László Smeller

Intitut für Biophysik und Strahlenbiologie

Semmelweis Universität

Biophysik für Pharmazeuten

17. 04. 2026.

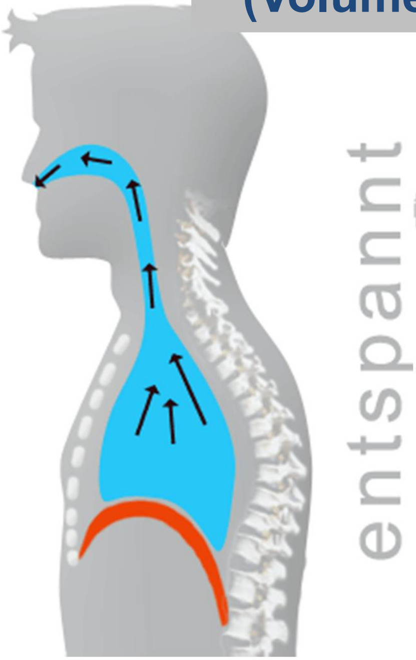
Transportprozesse 3.

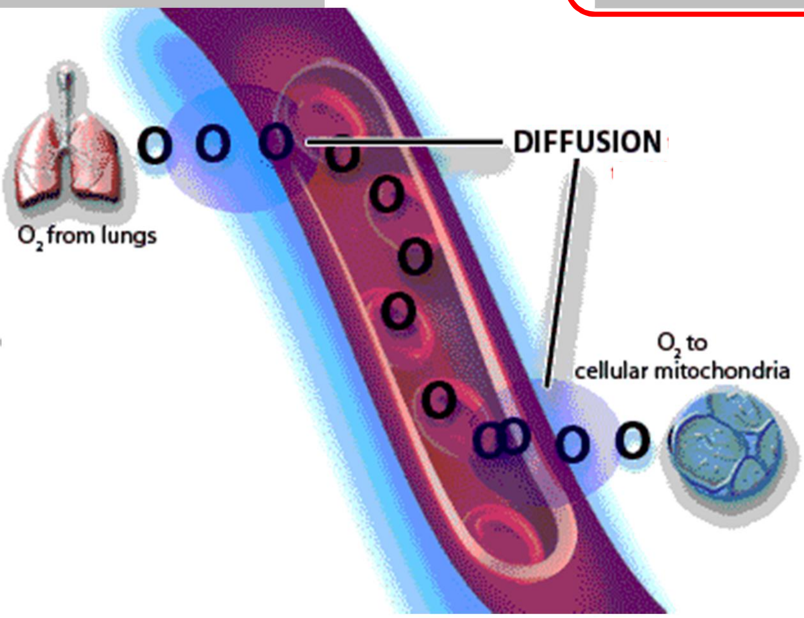
Diffusion

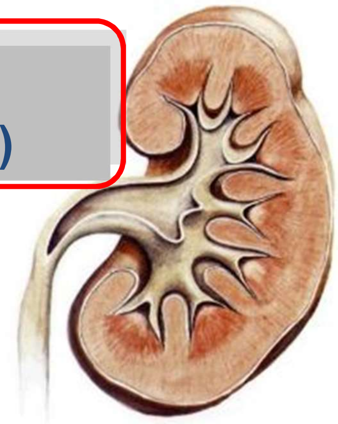
Transportprozesse

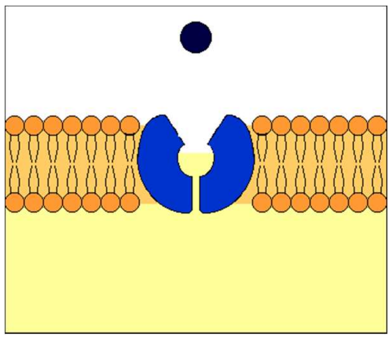
II. Strömung (Volumentransport)

III. Diffusion (Stofftransport)

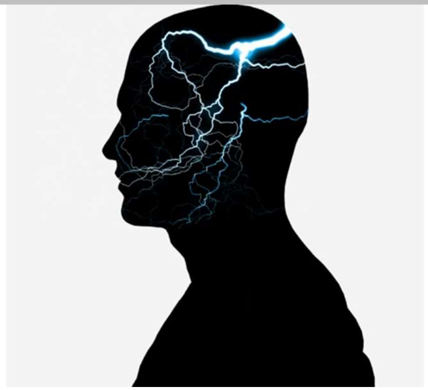








I. Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)

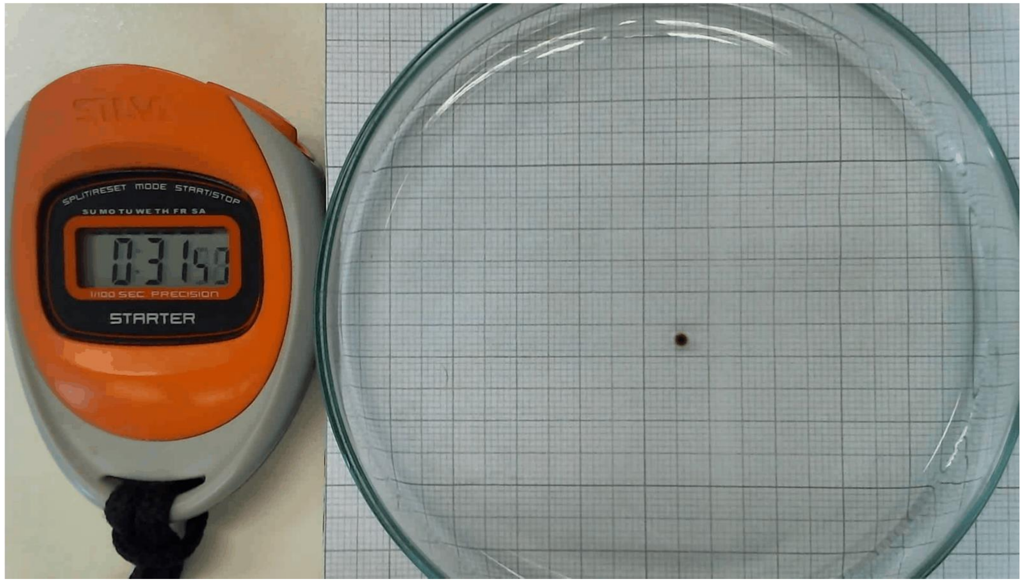


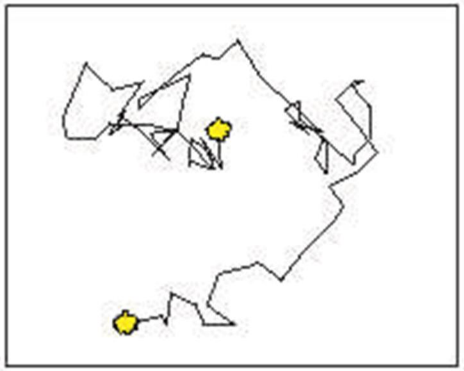
IV. Wärmeleitung (Energietransport)

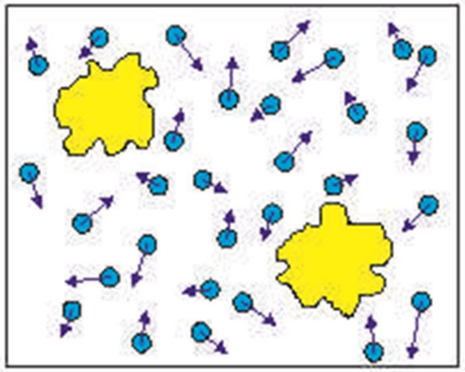
V. Verallgemeinerung

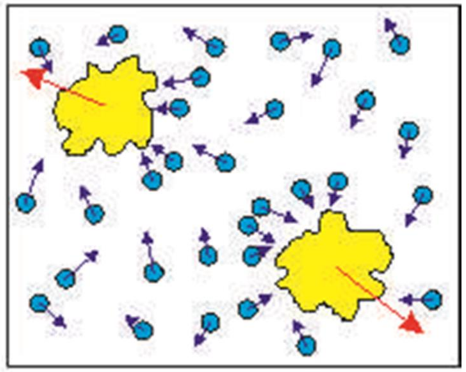
VI. Energetische Aspekte

III. Stofftransport (Diffusion)

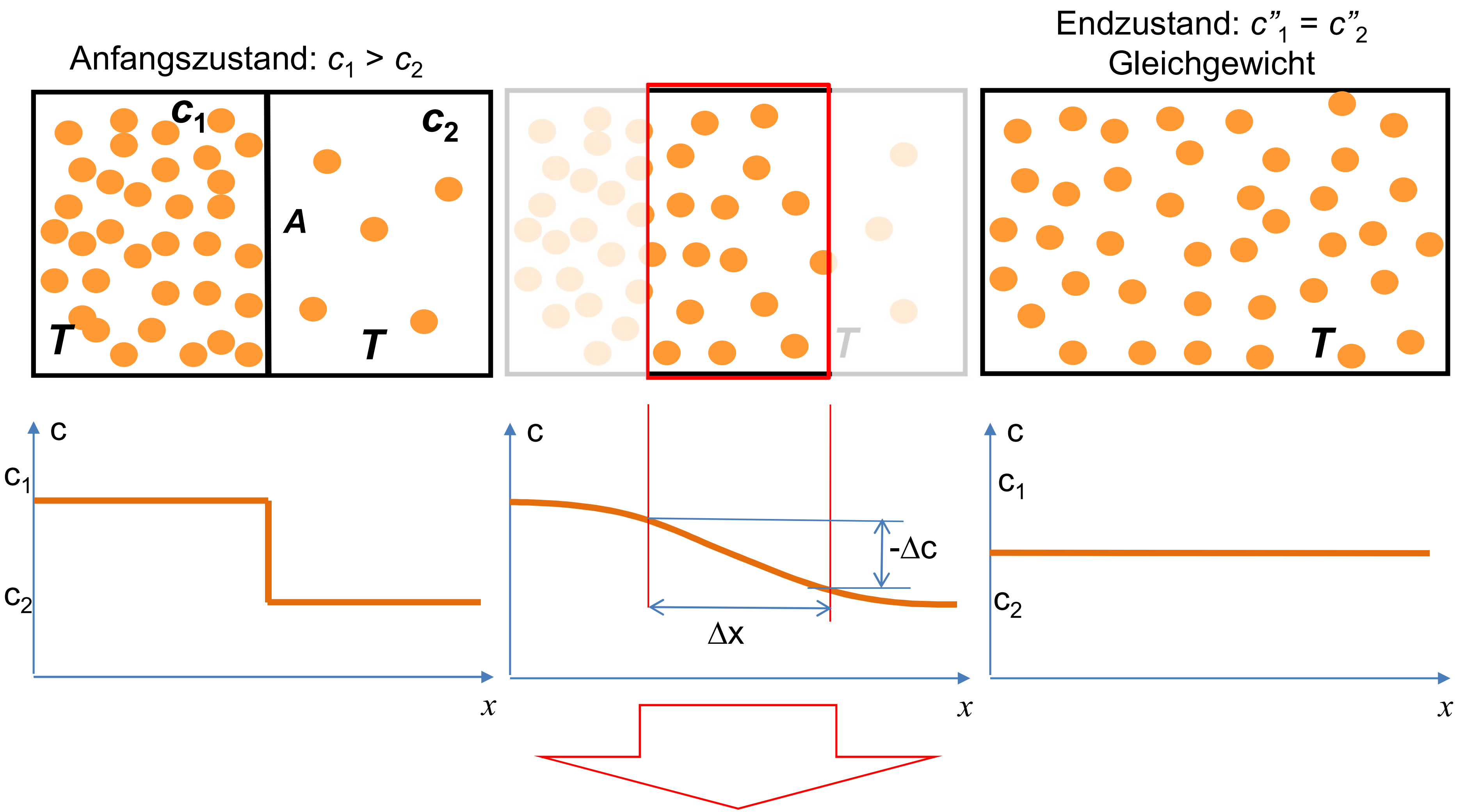








- **Diffusion:** Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

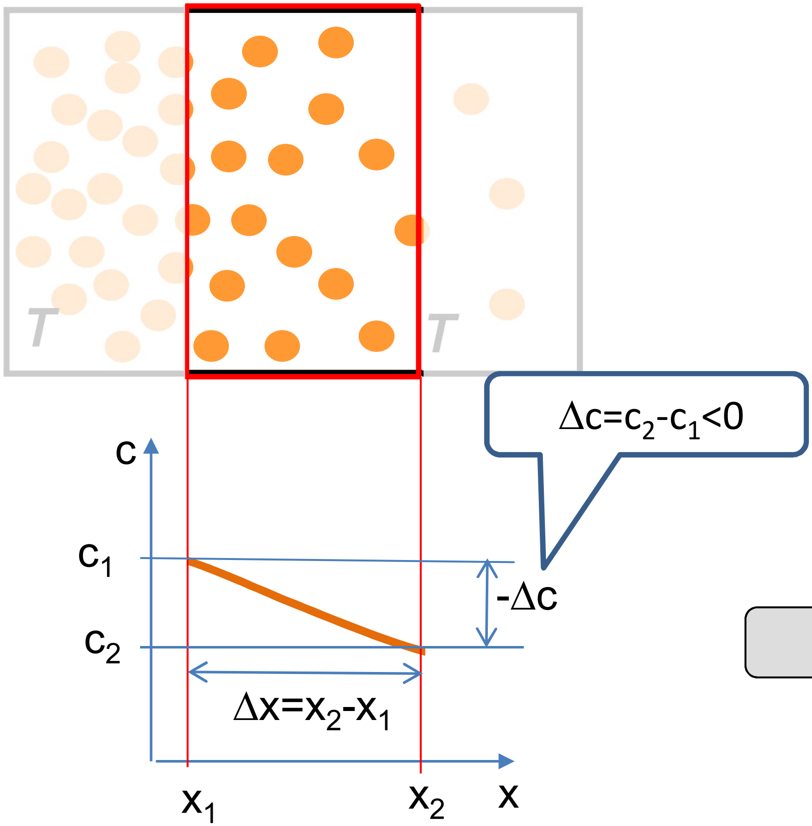


Bemerkung: thermisches Gleichgewicht

- Stoffstromstärke (*I*): $I = \dfrac{\Delta\nu}{\Delta t} \quad \left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
- Stoffstromdichte (*J*): $J = \dfrac{\Delta\nu}{A \cdot \Delta t} \quad \left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}\right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz – 1. ficksches Gesetz



$$\frac{\Delta\nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Konzentrationsgradient

Stromdichte

Diffusionskoeffizient

für stationäre Diffusion!

- **Diffusionskoeffizient:**

  - stoffspezifisch
    - diffundierende Moleküle
      - Größe (r)
      - Form
    - Medium (η)
  - temperaturabhängig $D \sim e^{-\frac{\Delta E}{RT}}$
  - $D = ukT$

    Beweglichkeit des Teilchens
  - **Einstein-Stokes-Gleichung (für kugelförmige Teilchen)**

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

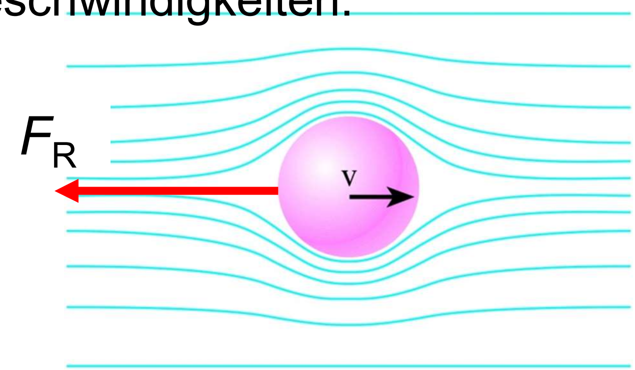
4. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Zur Erinnerung

stokessches Reibungsgesetz:

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



Reibungskraft

Radius des Teilchens

$$F_R = 6\pi\eta\, r\, v$$

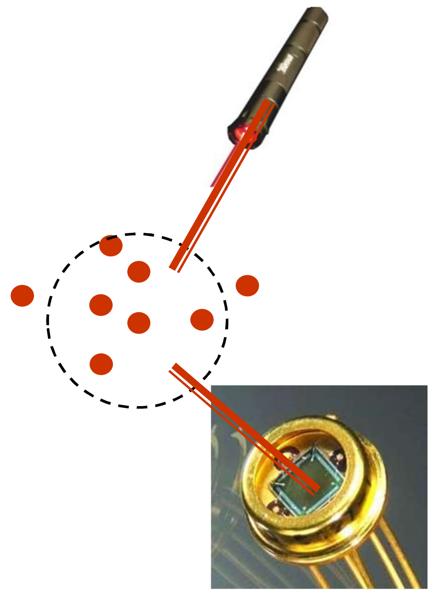
Viskosität

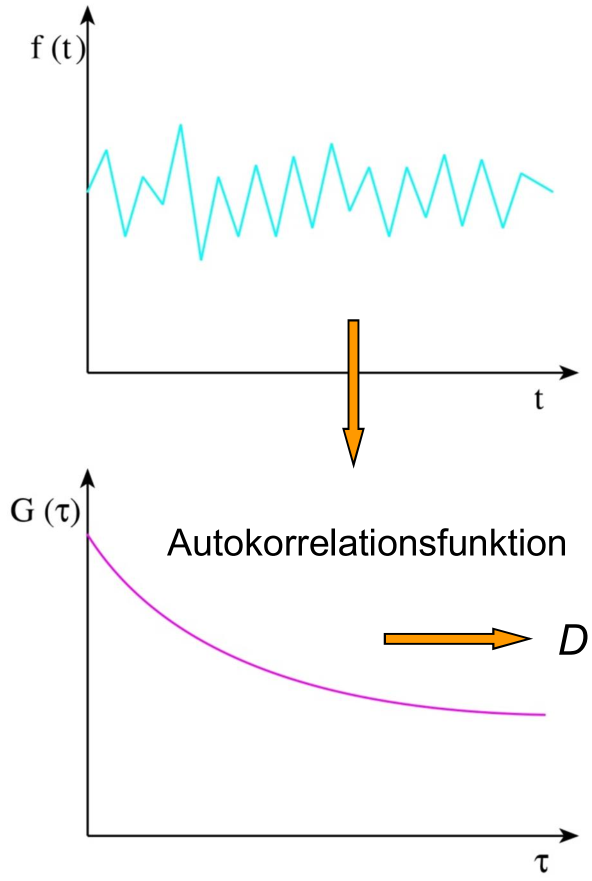
Geschwindigkeit des Teilchens

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

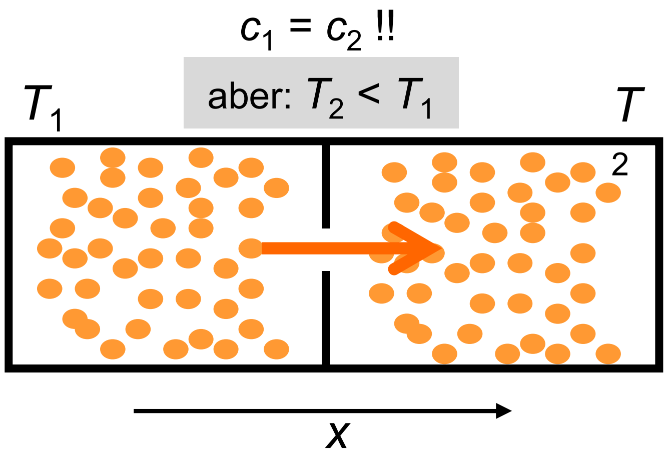
Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \dfrac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \dfrac{1}{6\pi\,\eta\, r} \Rightarrow$ s. Diffusion

- **Messung:**
  eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung





- Im thermischen Nichtgleichgewicht:



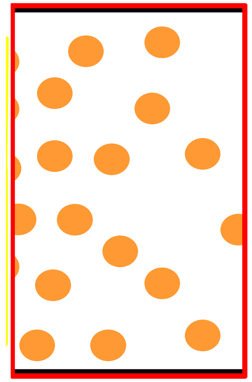
Konzentration (c) $\Rightarrow$ chemisches Potenzial (μ)

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0}$$

Die Triebkraft der Diffusion ist: $-\dfrac{\Delta\mu}{\Delta x}$

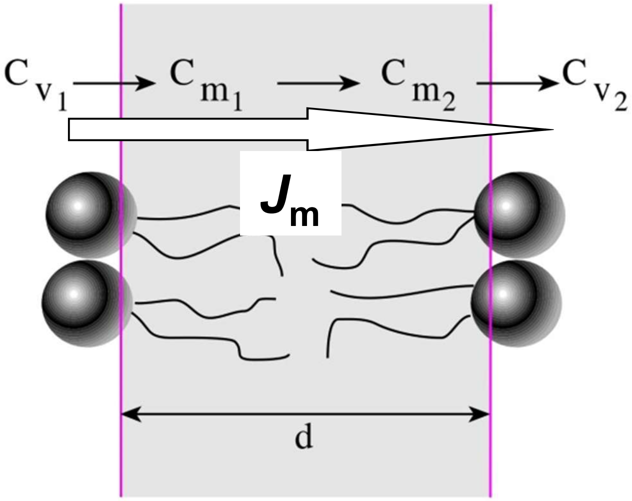
Stationäre Diffusion ???

$c_1 > c_2$

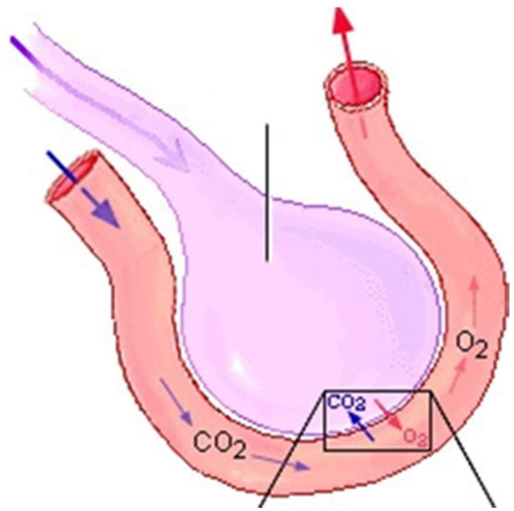


Zwei Beispiele, wo die Diffusion ist zu gute Annäherung stationär:

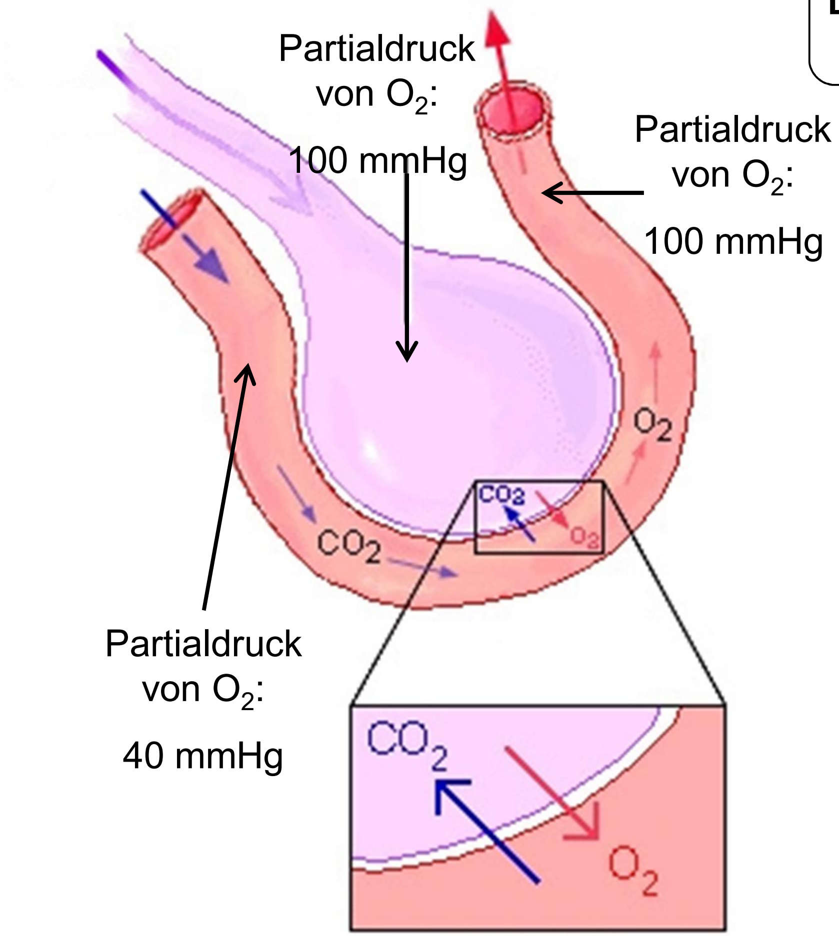
Diffusion durch der Zellmembrane



O_2 Transport von Lunge ins Blut



Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



$$\Delta v = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t$$

Während Δt Zeit **Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge**

Konzentrations-differenz

Zeitspanne (= Länge/Strömungs-geschwindigkeit)

Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand

Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare

Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ➡ 1. Partialdruck *p* !

  2. Henry-Gesetz

Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten

Henry-Gesetz:

$$c = k_{\mathrm{H}} \cdot p$$

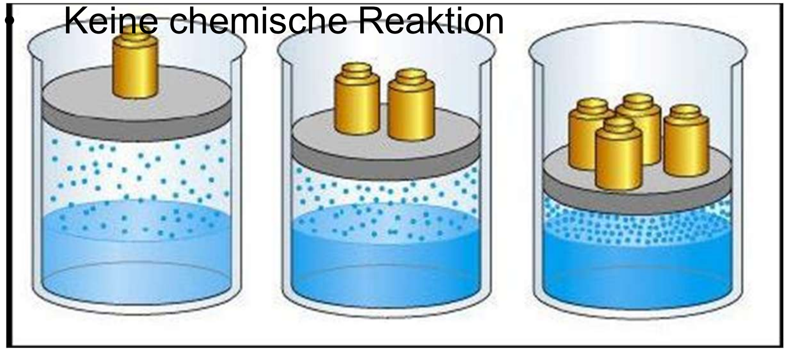
Konzentration in der Lösung

Partialdruck im Gas

Löslichkeitskoeffizienz oder Henry-Konstante

Voraussetzungen:

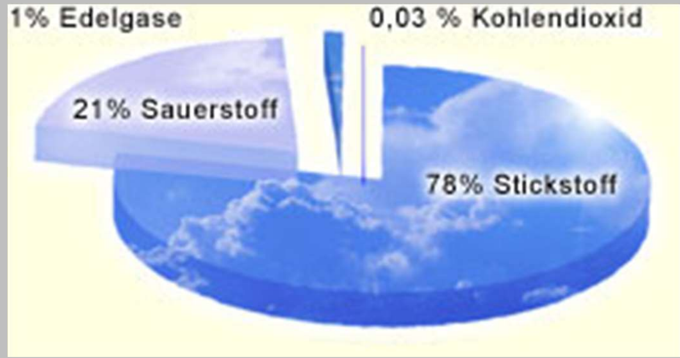
- Gleichgewicht
- Dünne Lösung
- Keine chemische Reaktion



z. B. bei 25°C:

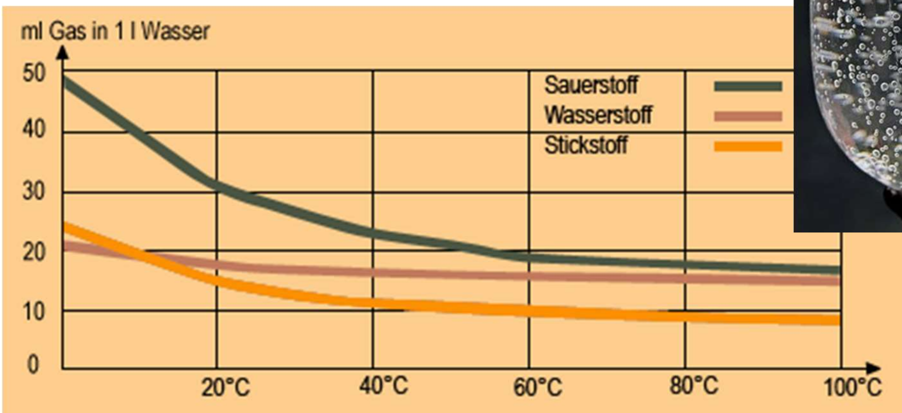
Gas	$k_{\mathrm{H}} \left(\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{l \cdot kPa}}\right)$
O_2	$1{,}26 \cdot 10^{-5}$
N_2	$0{,}64 \cdot 10^{-5}$
CO_2	$33{,}2 \cdot 10^{-5}$

Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde.

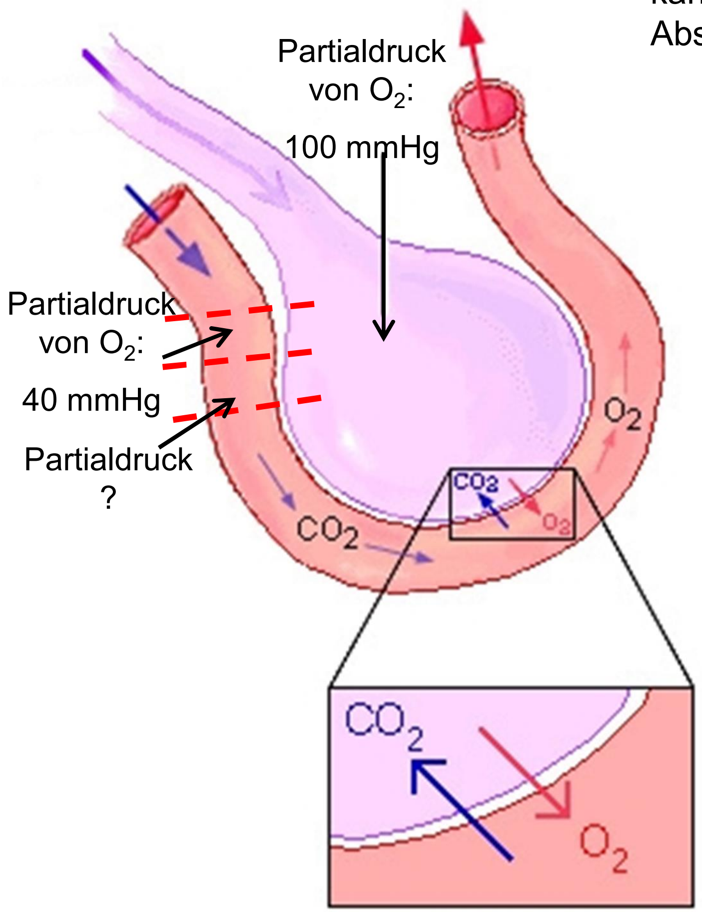


Gesamtdruck: p = 101 kPa = 760 mmHg, daraus der Partialdruck von O_2: p_{O2} = 21,2 kPa = 160 mmHg

Temperaturabhängigkeit:



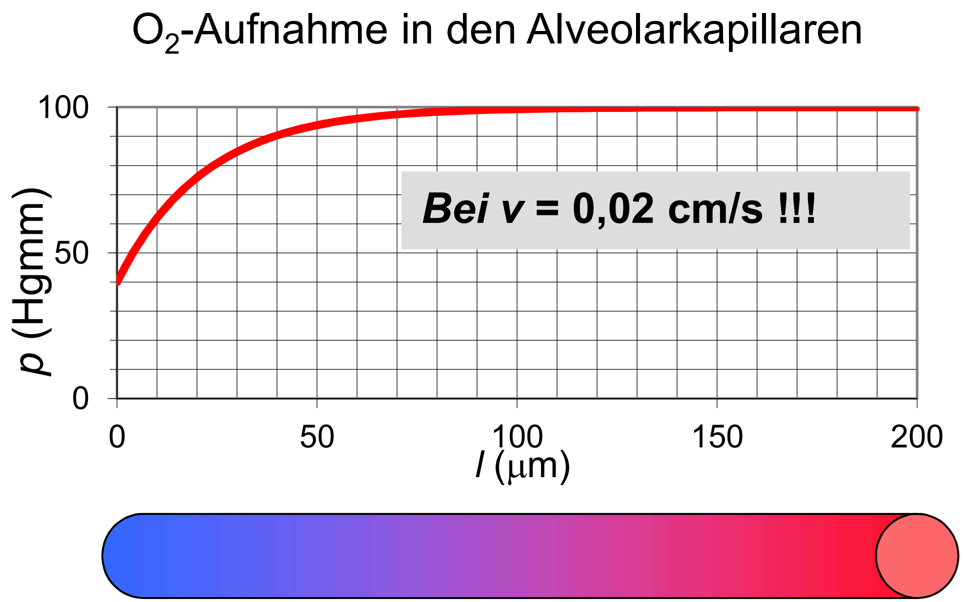
- Partialdruck im Blut wo?



- Membran ≈ Wasser

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel

Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?



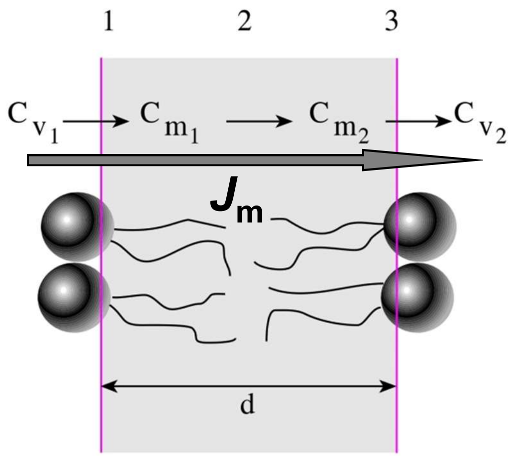
Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Zur Erinnerung

Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm^2)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

- Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

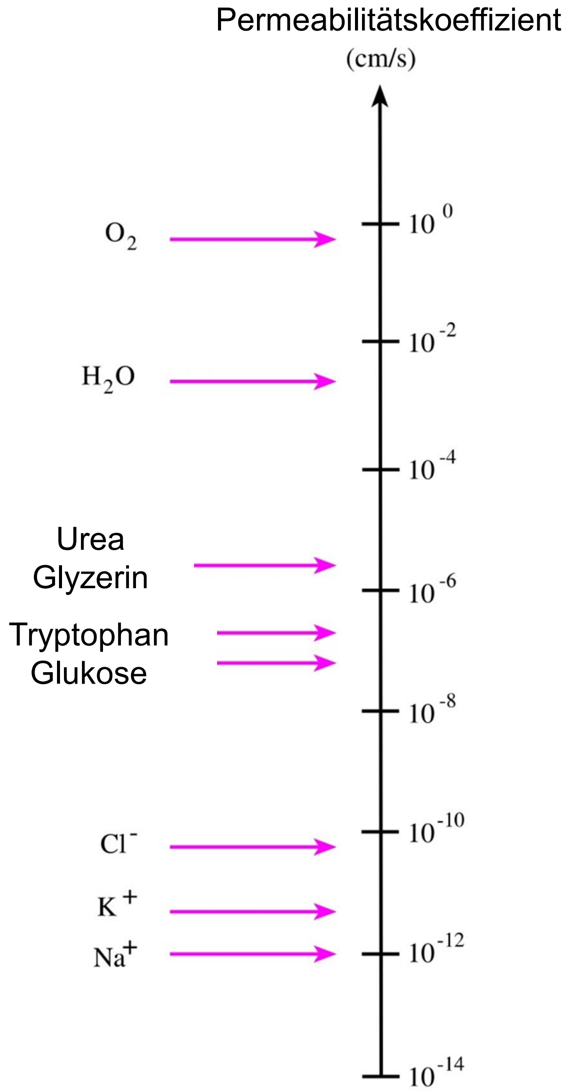
Für neutrale Teilchen:



$$J_{\mathrm{m}} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} = -p(c_{\mathrm{v2}} - c_{\mathrm{v1}})$$

$$J_{\mathrm{m}} = -p(c_{\mathrm{v2}} - c_{\mathrm{v1}})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



3. Das 2. ficksche Gesetz:

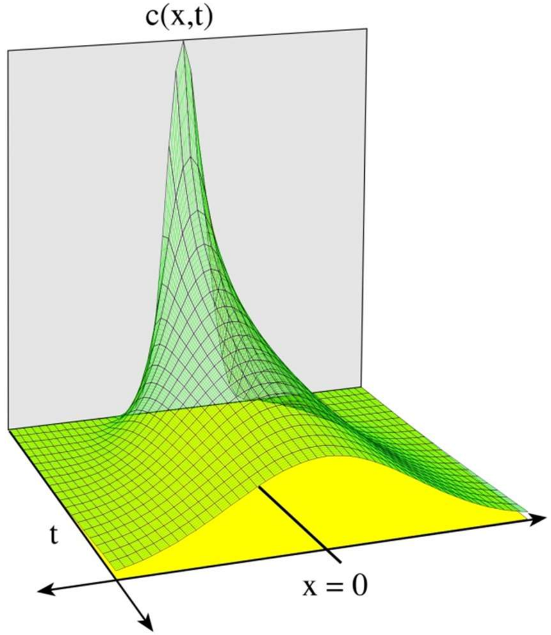
$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x}=\frac{\Delta c}{\Delta t} \qquad D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}=\frac{\partial c}{\partial t}$$

Lösungen:

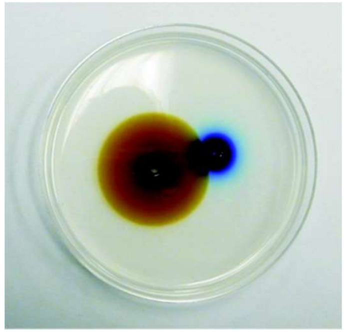
- Für eindimensionale Diffusion:

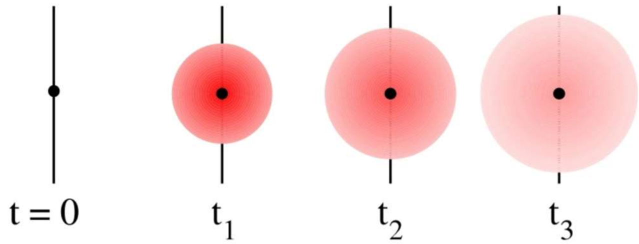
$$c(x)=\frac{c_0\Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\ 2}}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\ 2}}}$$

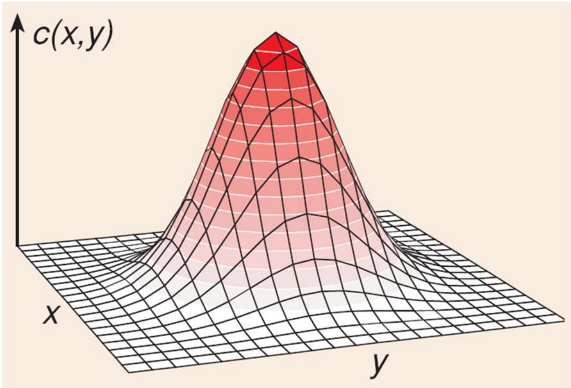
$$\sigma_x=\sqrt{2Dt}$$



- Für zweidimensionale Diffusion:

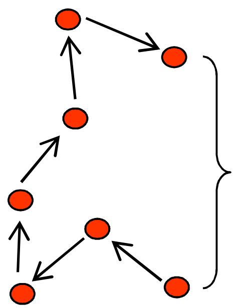






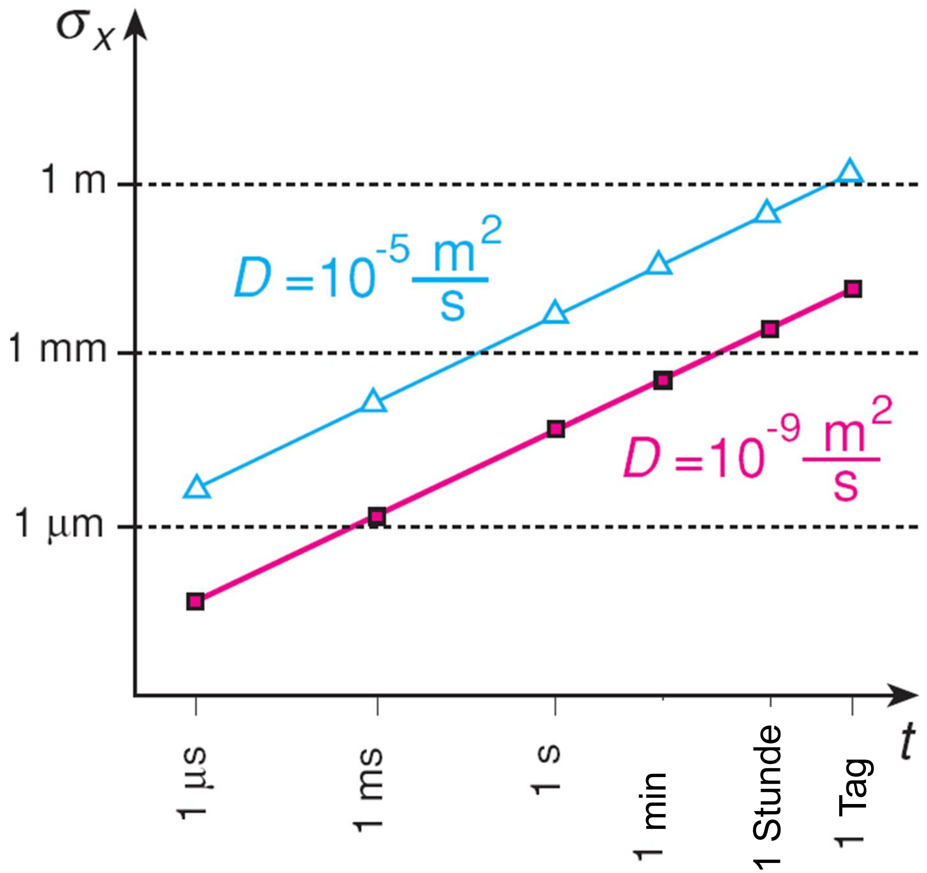
Siehe auch Praktikum!

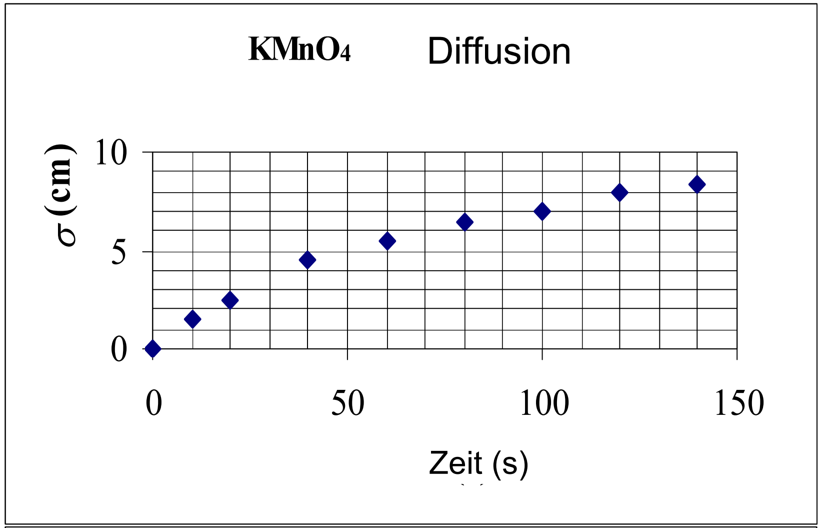
4. Diffusion als Random Walk

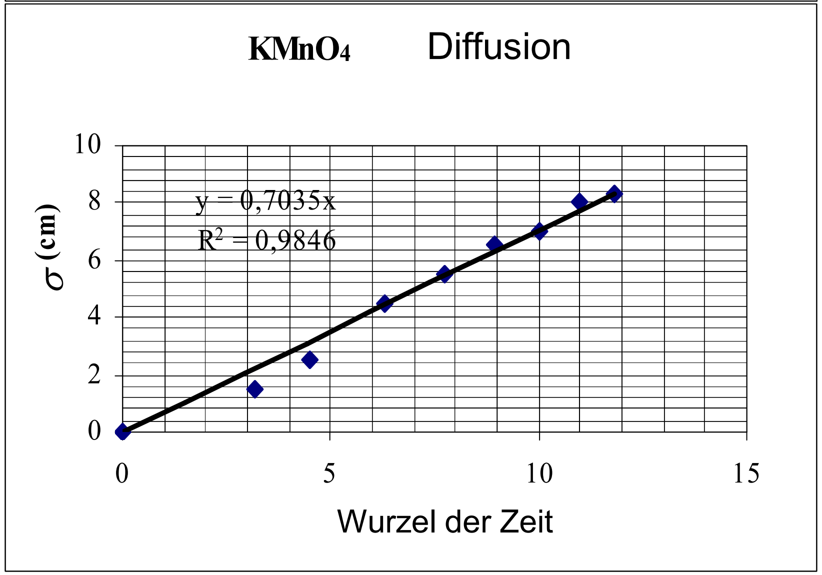


$\sigma = ?$

$$\boxed{\sigma \approx \sqrt{2D \cdot t}}$$



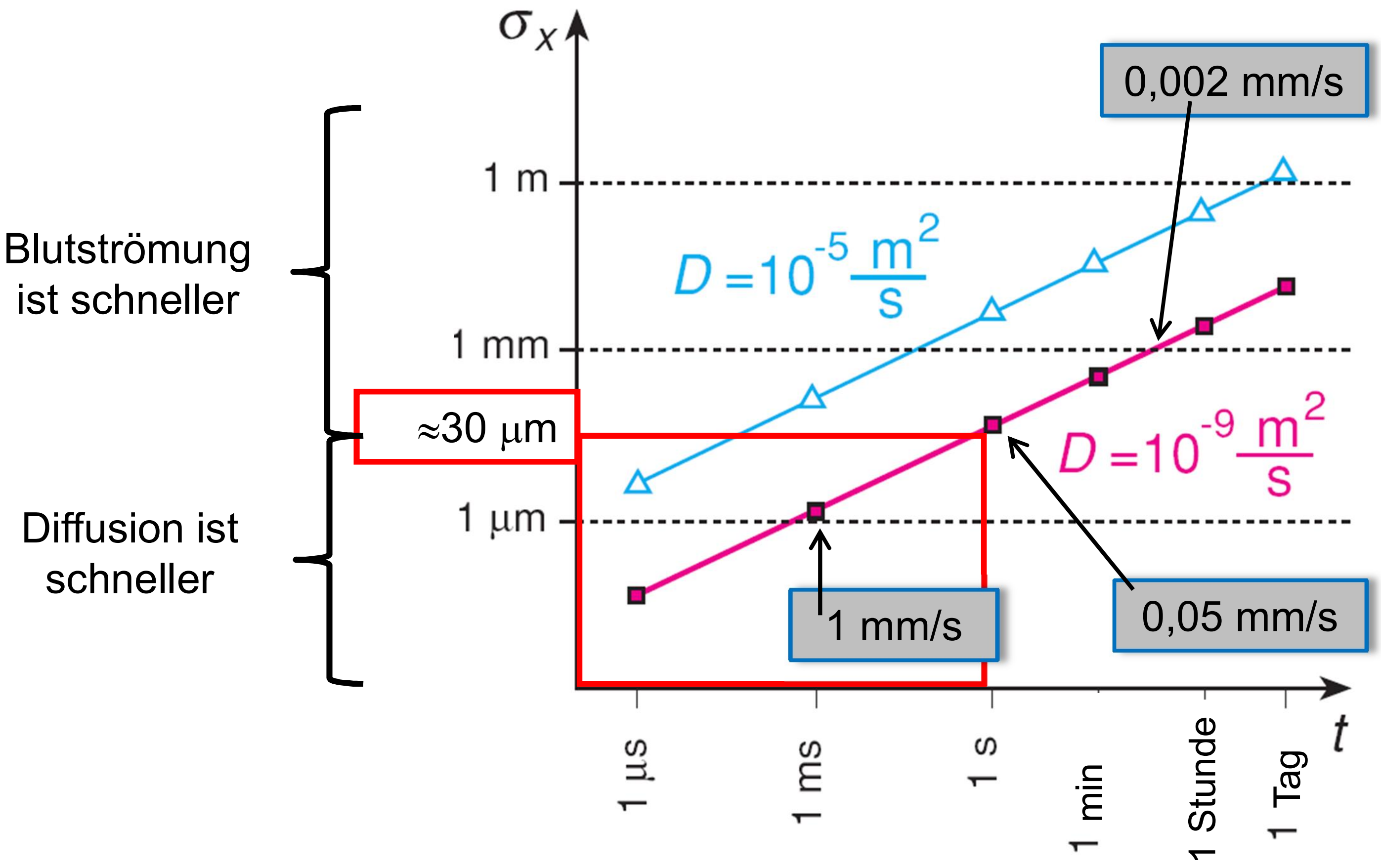




- Welche ist „schneller” für O_2-Transport im Gewebe? Diffusion ↔ Blutströmung

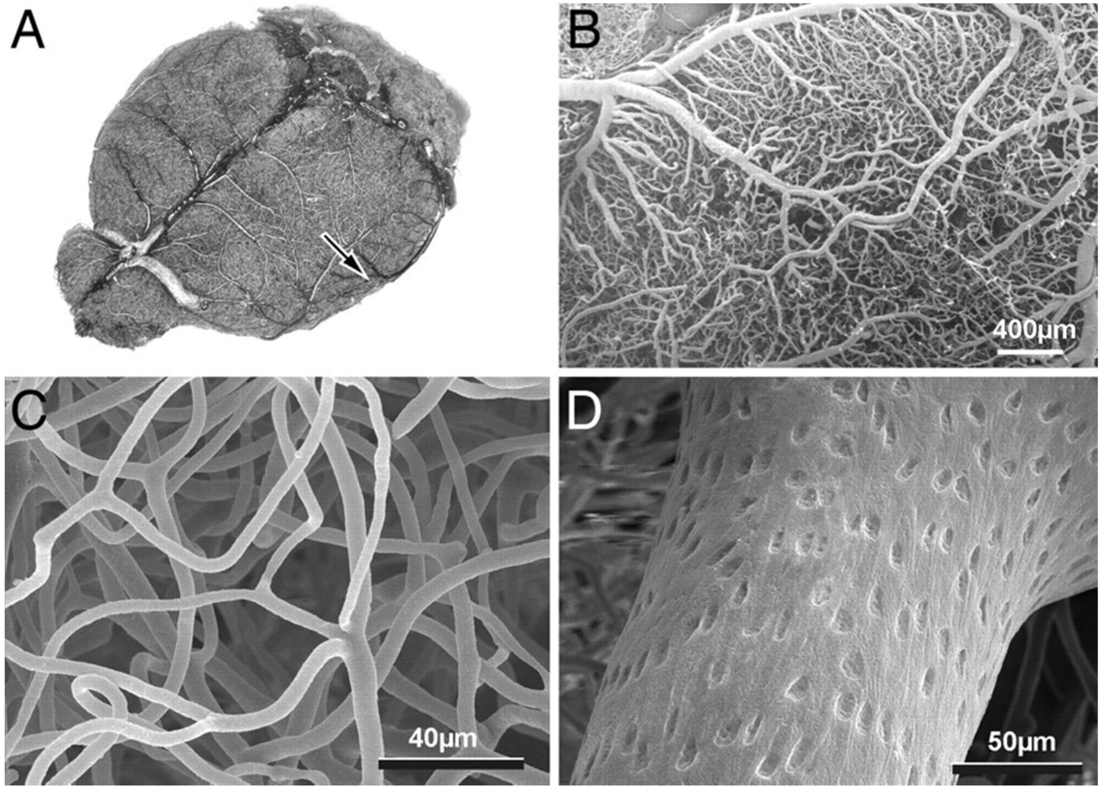
Gefäß	Kapillaren
A (cm^2)	4500
v (cm/s)	0,022

(= 0,22 mm/s)



Welcher Transportprozess ist „schneller” für O2-Transport?

- bis 30 μm : Diffusion
- über 30 μm : Blutströmung



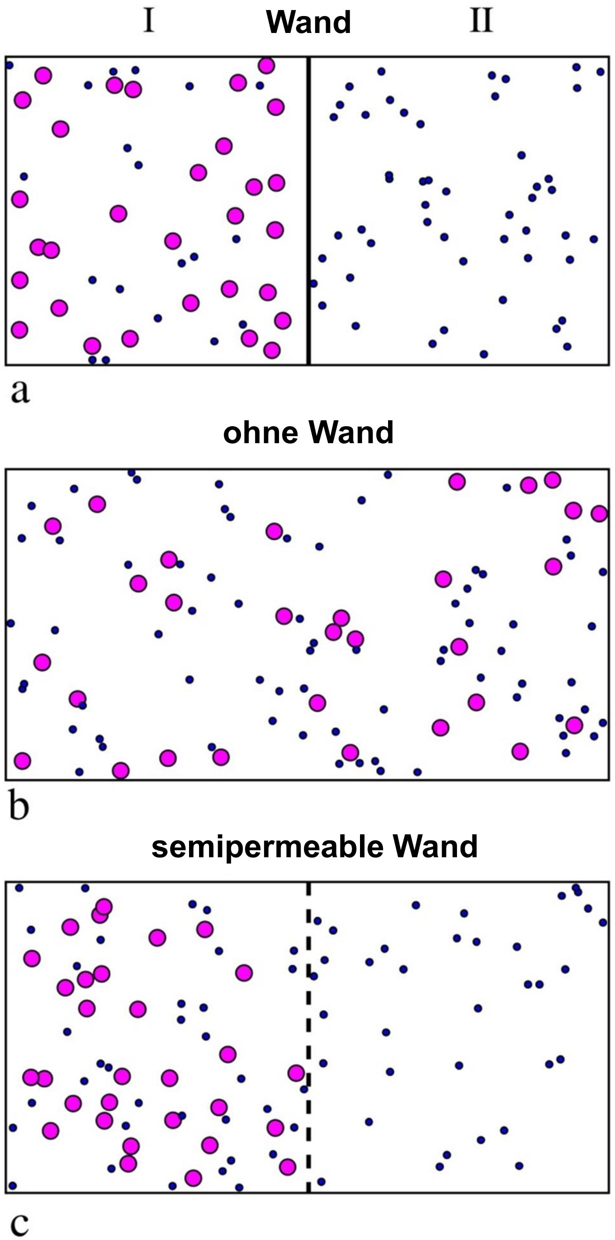
(*C*) SEM image of cortical capillaries. Capillary diameters range from 4 to 6 μm and intercapillary distances are ≈30 μm.

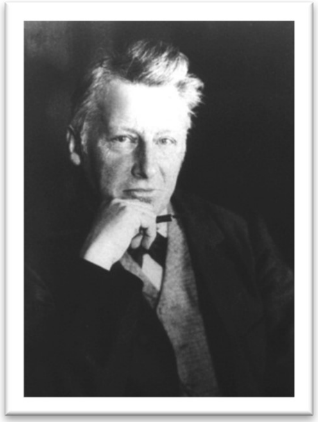
Altered morphology and 3D architecture of brain vasculature in a mouse model for Alzheimer's disease

Eric P. Meyer, Alexandra Ulmann-Schuler, Matthias Staufenbiel, and Thomas Krucker

PNAS March 4, 2008 105 (9) 3587-3592; https://doi.org/10.1073/pnas.0709788105

- Osmose

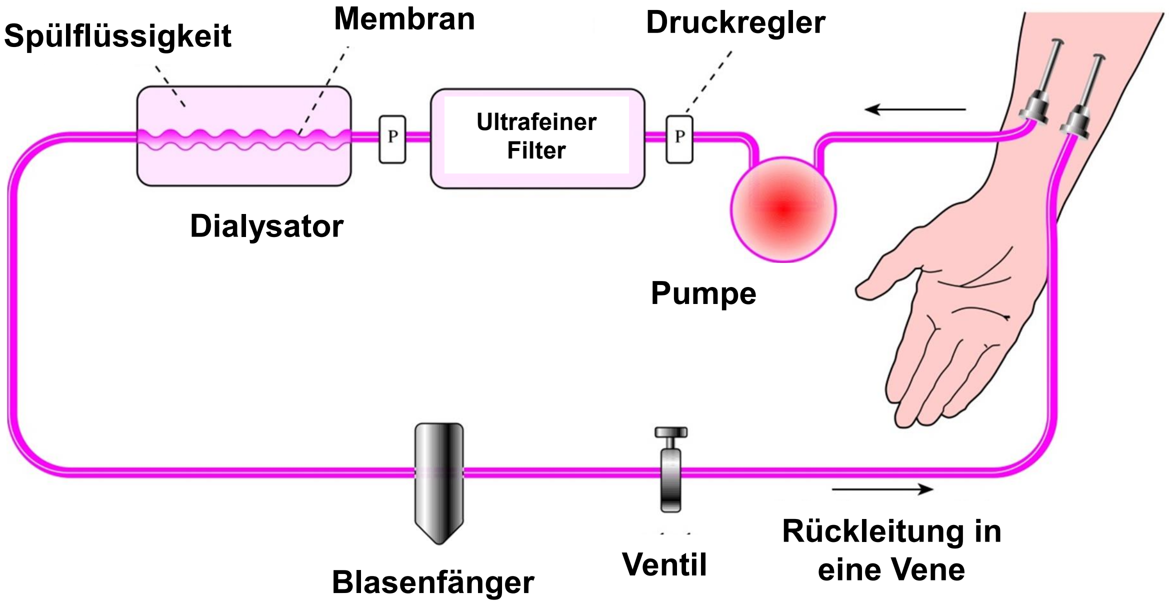




J. H. van't Hoff
1852-1911
Chemiker

Van't Hoff-Gesetz:

$$p_{\mathrm{Osmose}} = cRT$$



V. Zusammenfassung

	Was strömt?	Stärke?	Warum?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$\frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{r^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c^*	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$\frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} = -D \frac{\Delta c}{\Delta x}$
Energie-transport	E	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
allgemein	x_{ext} **extensive Gr.**	$J = \frac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$ **Strom-dichte**	y_{int} **intensive Gr.**	$X = -\frac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$ **termo-dynamische Kraft**	$J = LX$ **onsagersche Beziehung**

* Im allgemeinen Fall μ