DFT Biofizika

1. Transzportfolyamatok

Áramlás csövekben, a véráramlás jellemzői. Diffúzió és ozmózis. Membrántranszport.

Dr. Liliom Károly
karoly.liliom.mta@gmail.com
2026. 09. 15.

Transzport = szállítás

biológiai jelentősége: sejtek közötti és sejten belüli anyagáramlás
(légzés, vérkeringés, membrántranszport,
anyagcsere)

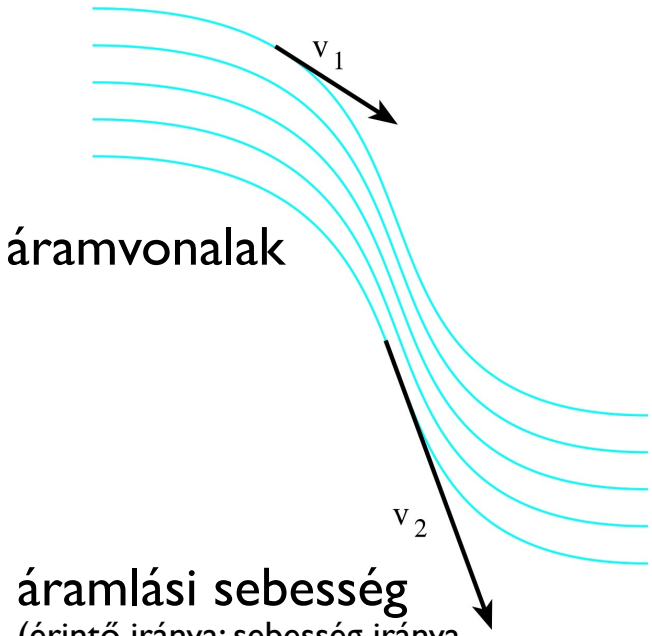
Transzport mechanizmusa:

– hordozó részecskék kollektív vándorlása –
makroszkopikusan megfigyelhető áramlás

– részecskék független mikroszkopikus mozgásai, diffúzió

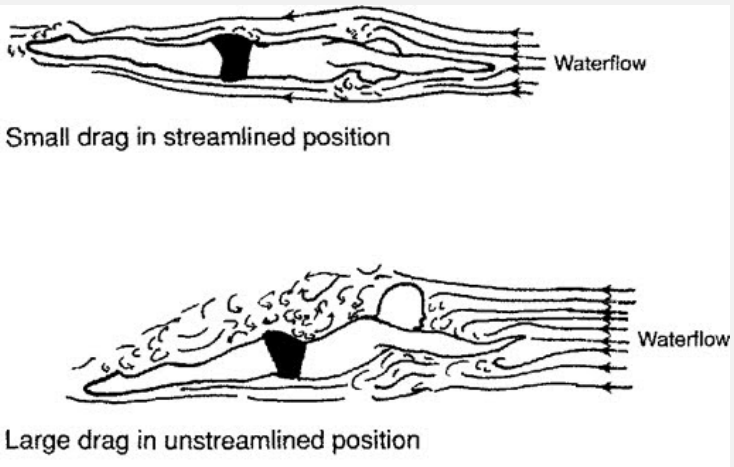
– transzport a sejt(lipid)-membránon keresztül

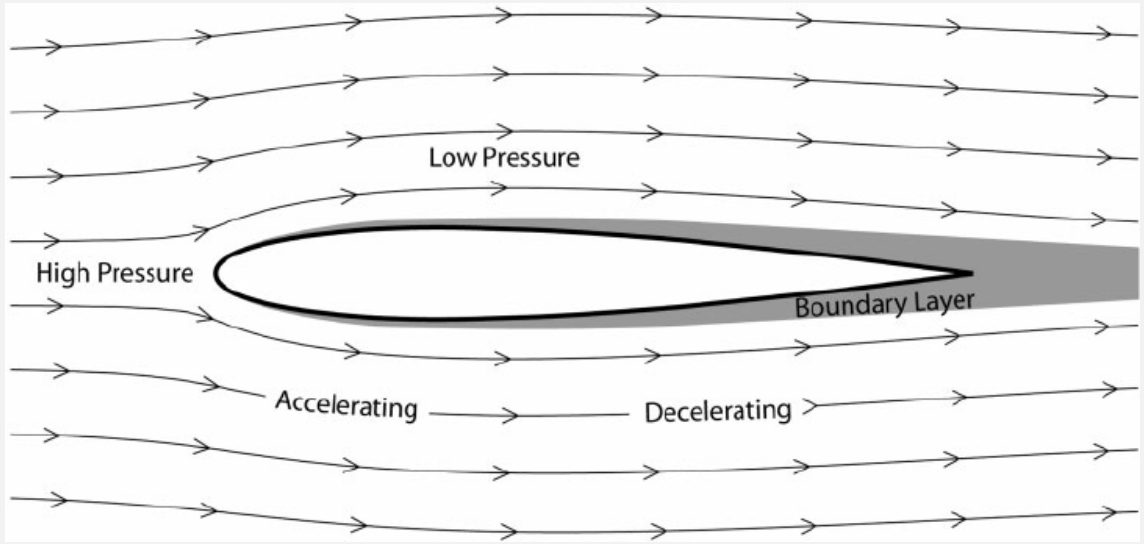
Makroszkopikusan megfigyelhető áramlás



áramlási sebesség
(érintő iránya: sebesség iránya
áramvonalak sűrűsége: sebesség nagysága)



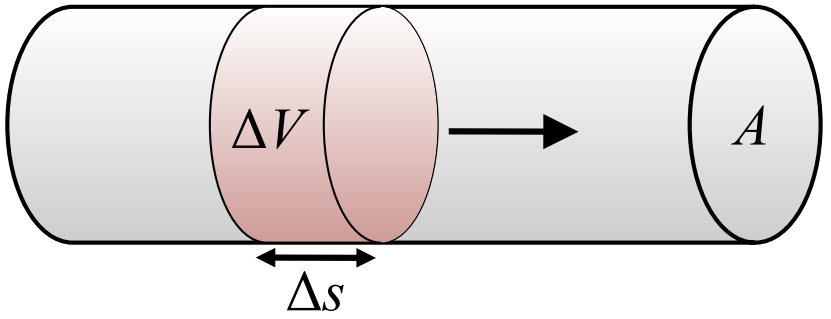




Áramlás merev falú csövekben

Térfogati áramerősség (I_V):

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A\frac{\Delta s}{\Delta t} = A\bar{v}$$

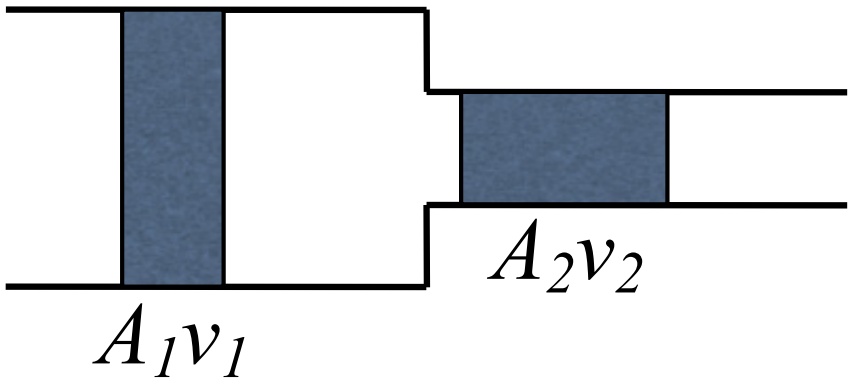


Átlagsebesség: $\bar{v} = \frac{I_V}{A}$

Stacionárius áramlás

az áramlás paraméterei időben állandóak

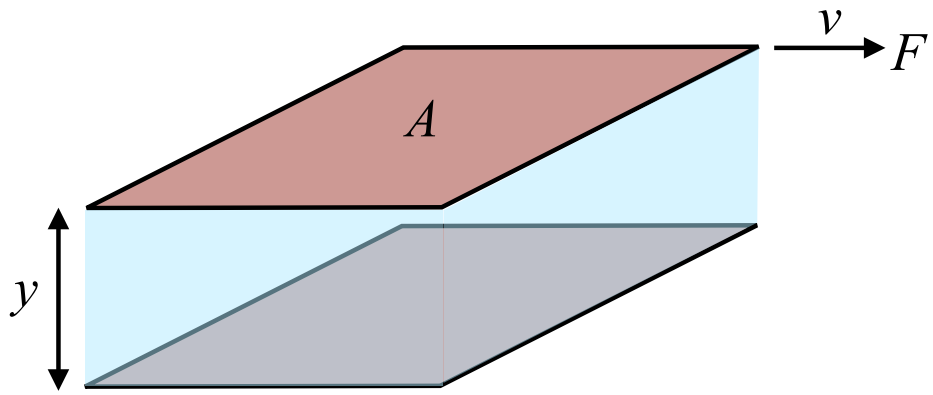
Kontinuitás elve: stacionárius áramlásban a térfogati áramerősség az áramlás bármely részén konstans
pl.: összenyomhatatlan folyadékok (gázok?)

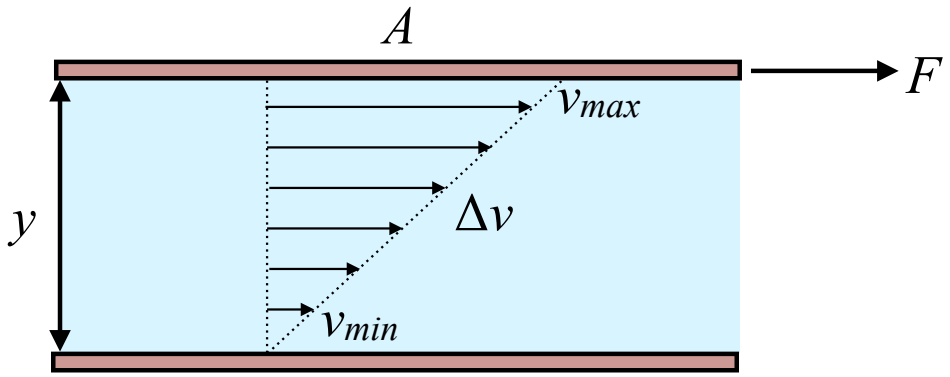


$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = konst$$

A=keresztmetszet
v=áramlási sebesség

Viszkozitás – belső súrlódás





F = nyíróerő
A = folyadéklemez területe
η = viszkozitás
v = áramlási sebesség
y = folyadéklemezek közötti távolság
F/A = nyírófeszültség (τ)
$\Delta v/\Delta y$ = sebesség grádiens (D)

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y}$$ (Newton-féle súrlódási törvény)

$$\eta = \frac{\tau}{D}$$

A viszkozitás mértékegységei: $1 Pas = 1 \frac{Ns}{m^2} = 10 P(poise)$

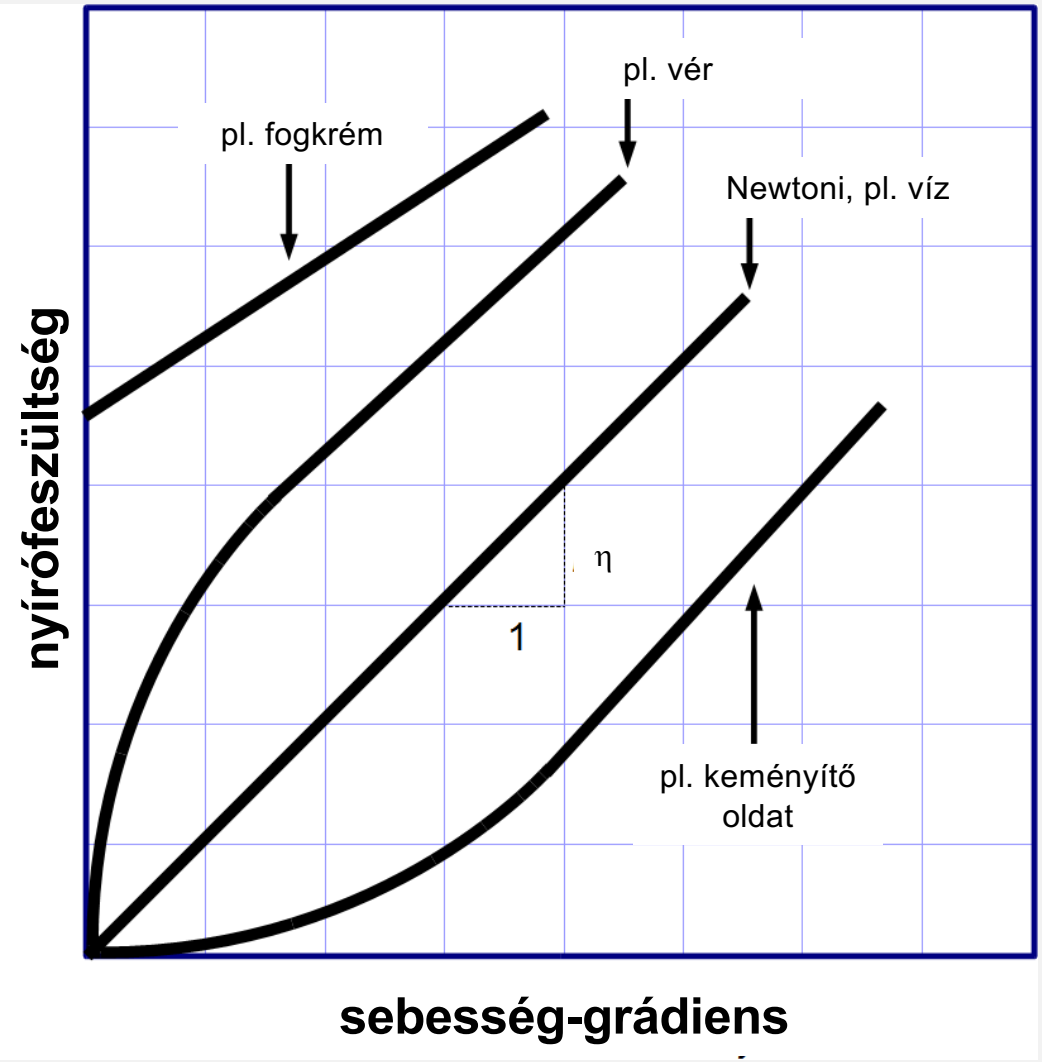
Desztillált víz viszkozitása (25 °C): ~1 mPas (1centipoise)

Folyadékok fajtái viszkozitás szerint

1. ***Ideális***
   súrlódásmentes, nem összenyomható
   ρ = konstans, η = 0

2. ***Nem ideális (reális)***
   a. Newtoni (viszkózus)
   η független a nyírófeszültségtől

   b. Nem-newtoni (anomális)
   η a nyírófeszültséggel változik

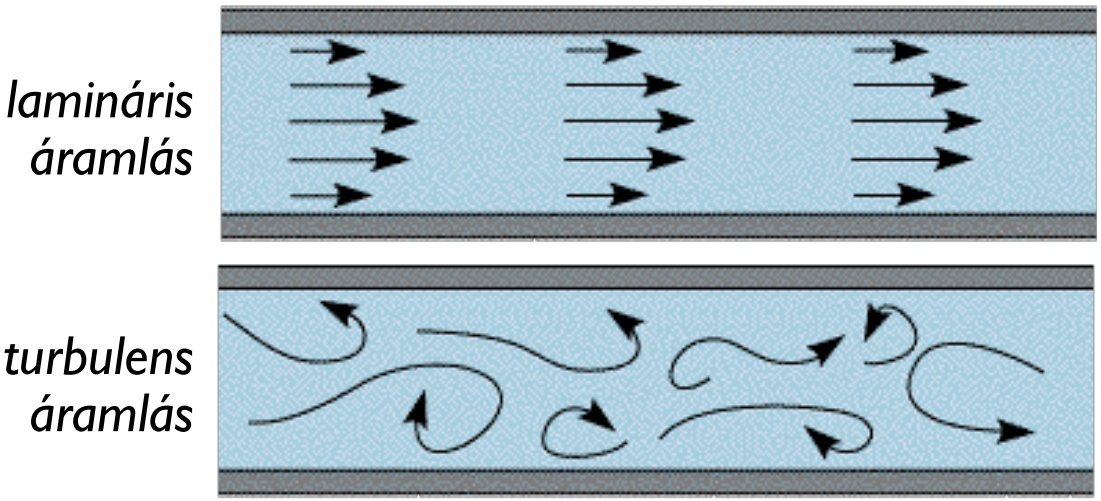


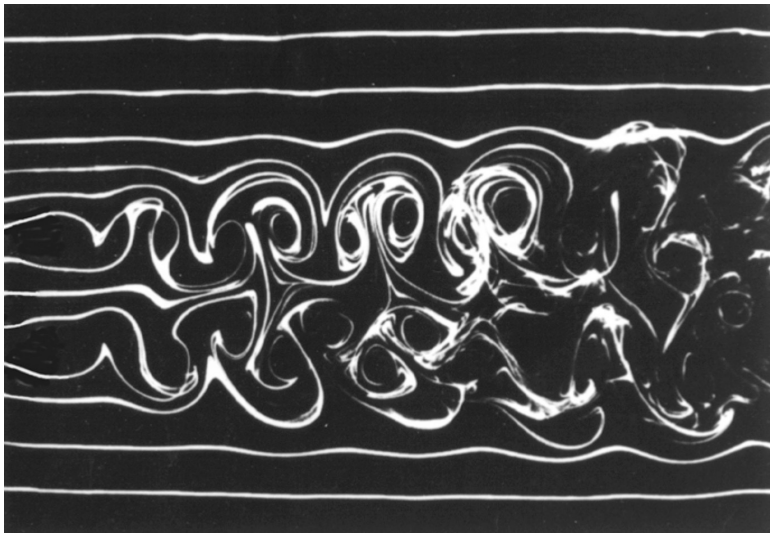
$$\eta = \tau / D$$

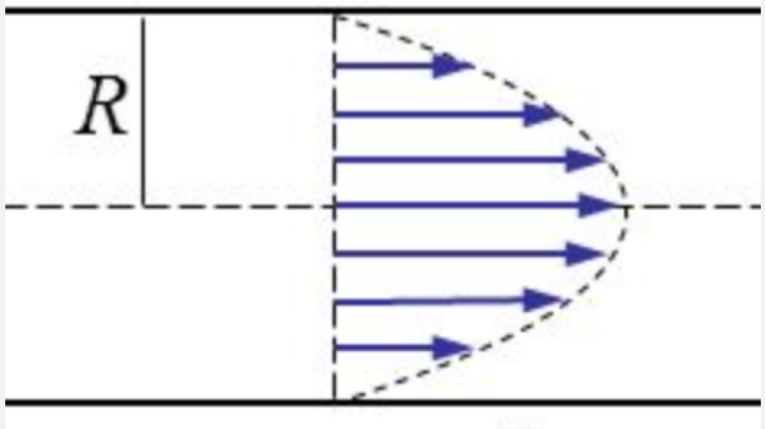
Áramlások fajtái:

lamináris – folyadékrétegek nem keverednek

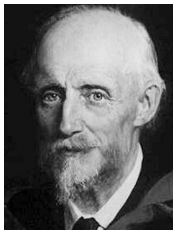
turbulens – folyadékrétegek keverednek







parabolikus sebességprofil



Osborne Reynolds
(1842-1912)

Reynolds-szám (Re):

$$\mathrm{Re} = \frac{v r \rho}{\eta}$$

v = folyadékáramlási sebesség (m/s)
r = cső sugara (m)
ρ = folyadék sűrűsége (kg/m³)
η = viszkozitás (Ns/m²)

lamináris — *turbulens*

$\mathrm{Re} \approx 2000$

Re > 1000 – turbulencia megjelenik

Bernoulli törvény

energiamegmaradás törvénye ideális folyadékokban



Daniel Bernoulli
(1700-1782)

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = konst$$

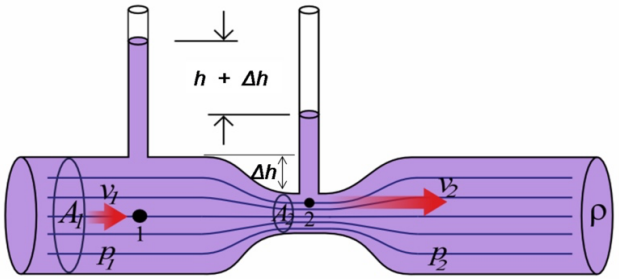
p = sztatikus nyomás

$\frac{1}{2}\rho v^2$ = dinamikus nyomás (torló nyomás)

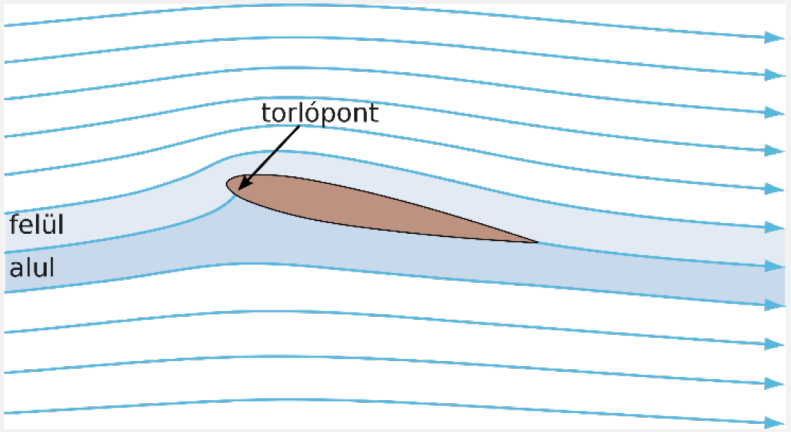
$\rho g h$ = hidrosztatikai nyomás



Giovanni Battista
Venturi
(1746-1822)

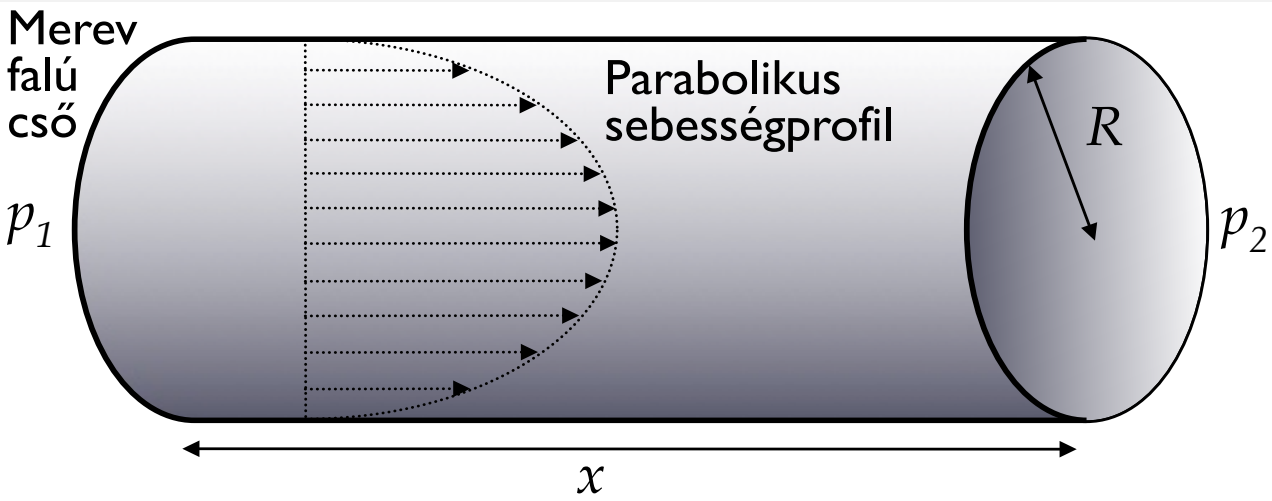


A sztatikus nyomás lecsökken
a cső szűkületében



Hagen-Poiseuille törvény

Newtoni folyadékok és gázok stacionárius, lamináris áramlása merev falú csövekben





G.H.L. Hagen (1797-1884)



J.-L.-M. Poiseuille (1799-1869)

V = térfogat
t = idő
R = sugár
η = viszkozitás
p = nyomás
x = csőhossz

$V/t = I_V$ = térfogati áramerősség
$\Delta p/\Delta x$ = nyomásgrádiens, fenntartója p_2-p_1 (negatív!)
A = csőkeresztmetszet
I_V = térfogati áramerősség

$$I_V = \frac{V}{t} = -\frac{R^4\pi}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta x}$$

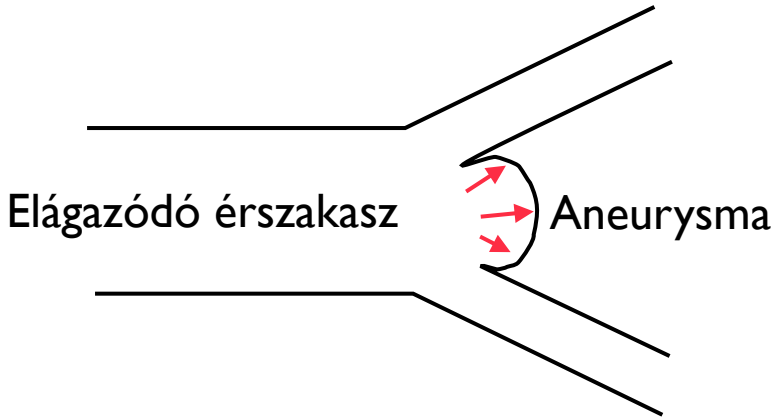
$$I_V = -\frac{R^4\pi}{8\eta\Delta x}\Delta p \Rightarrow -\Delta p = R_{\text{cső}} \cdot I_V \Rightarrow U = R \cdot I$$

$1/R_{cső}$

Ohm-törvény!

Folyadékáramlási törvények orvosi jelentősége

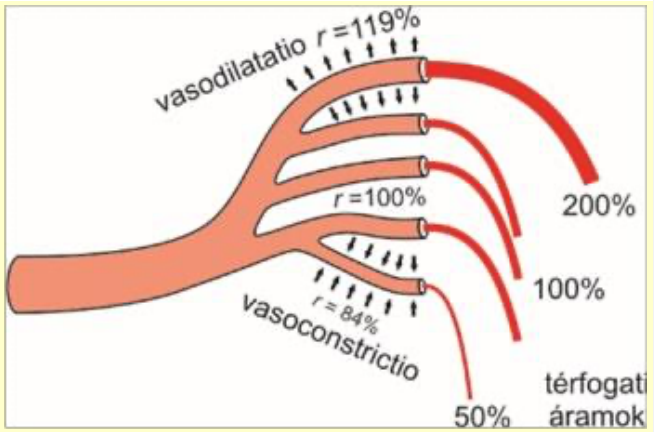
Bernoulli törvény:



Aneurysma, értágulat kialakulása:

- Tágulás: érátmérő nő
- Áramlási sebesség csökken a kontinuitási egyenlet miatt
- Érfalra ható (sztatikus) nyomás nő a Bernoulli törvény miatt
- Értágulat fokozódik - összességében pozitív visszacsatolású, katasztrófához vezető állapot.

Hagen-Poiseuille törvény:

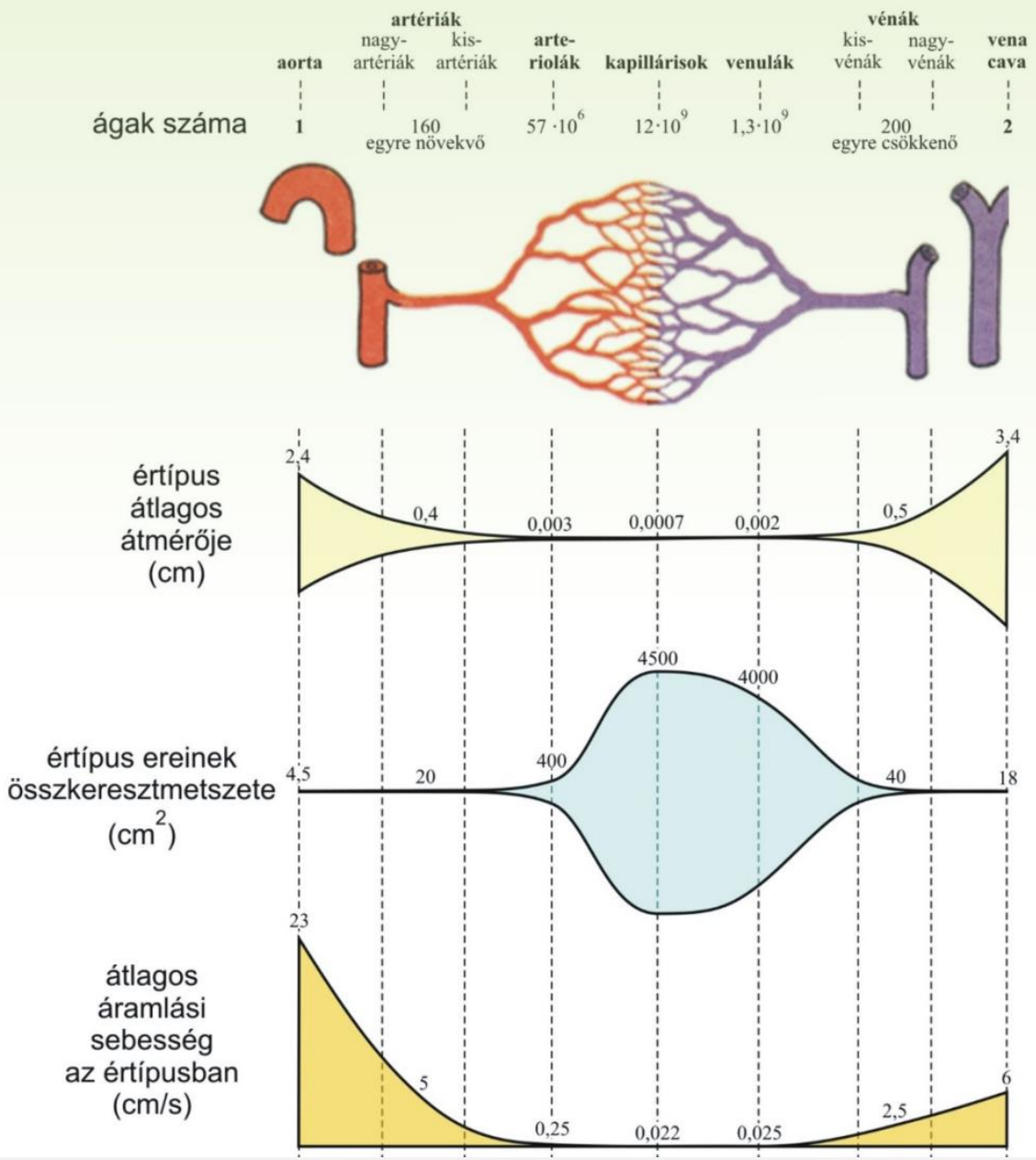


$$I_V = \frac{V}{t} = \frac{R^4 \pi}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x}$$

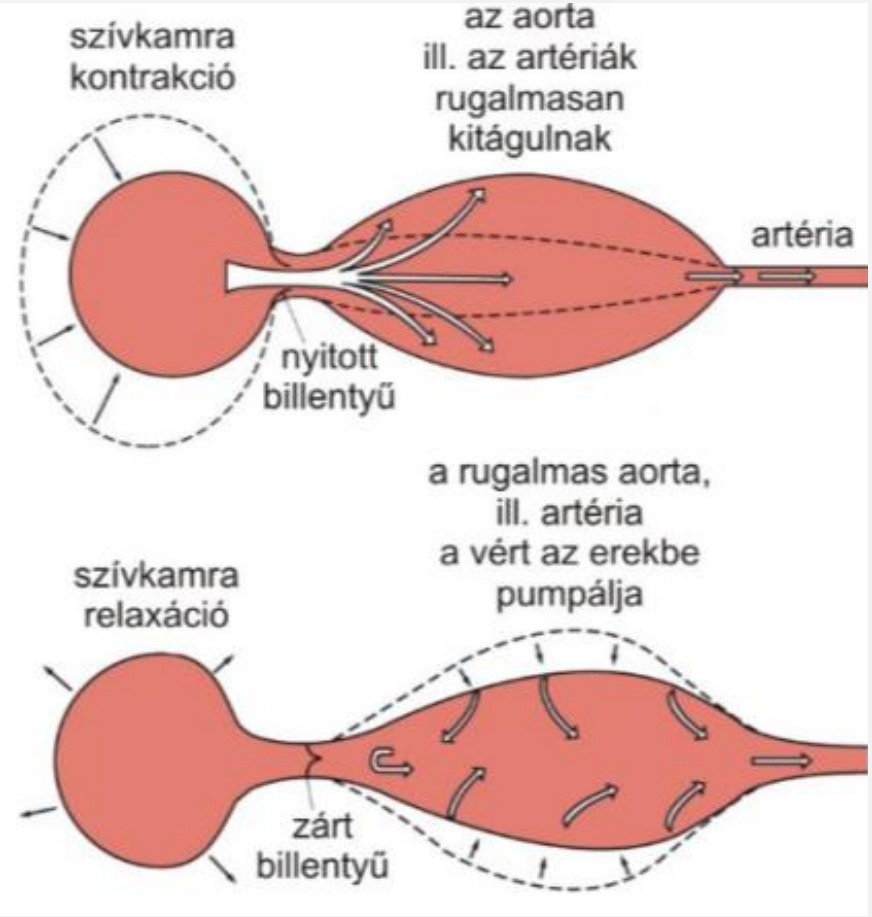
– szállított vérmennyiség szabályozása (érszűkület)

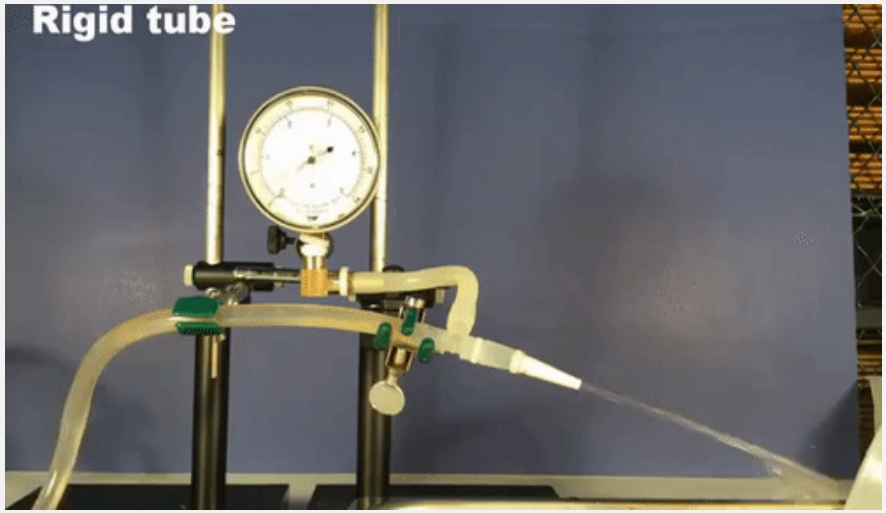
– viszkozitás szabályozása (láz, anémia)

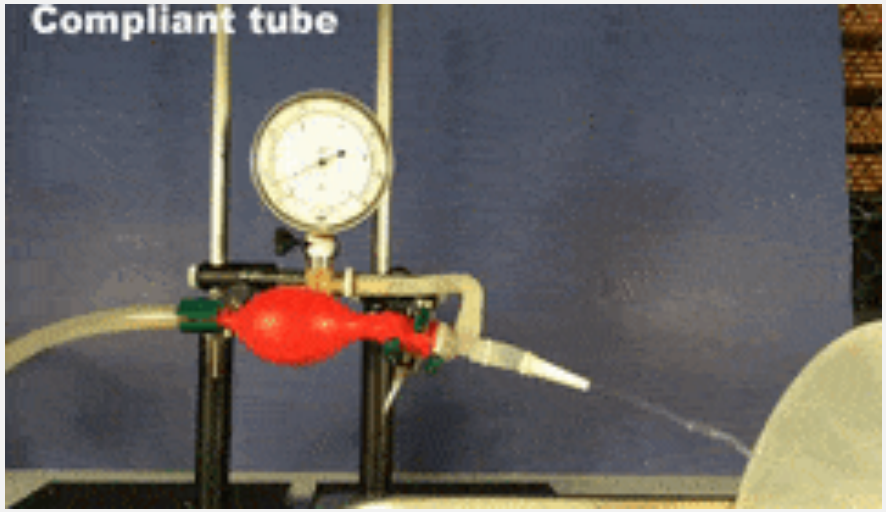
Áramlási viszonyok az érrendszerben



Áramlási viszonyok az érrendszerben: pulzáló áramlás, rugalmas artériák







Folyadékterek az emberben

Testtömeg 55-60%-a víz 42 kg (70 kg testsúly)		
2/3 intracelluláris 28 kg	1/3 extracelluláris 14 kg	
	1/3 vérplazma 4-5 kg	2/3 intersticium 9-10 kg

Vér:

Átlagos térfogat: 5 l
Átlagos viszkozitás: 5 mPas
Átlagos sűrűség: 1.05 g/cm^3
Összetétel: 40-45 % alakos elem, 55-60 % plazma

A vér viszkozitása

1. Hematokrit (htc, φ):

$$htc = \frac{sejtek}{össztérfogat}$$

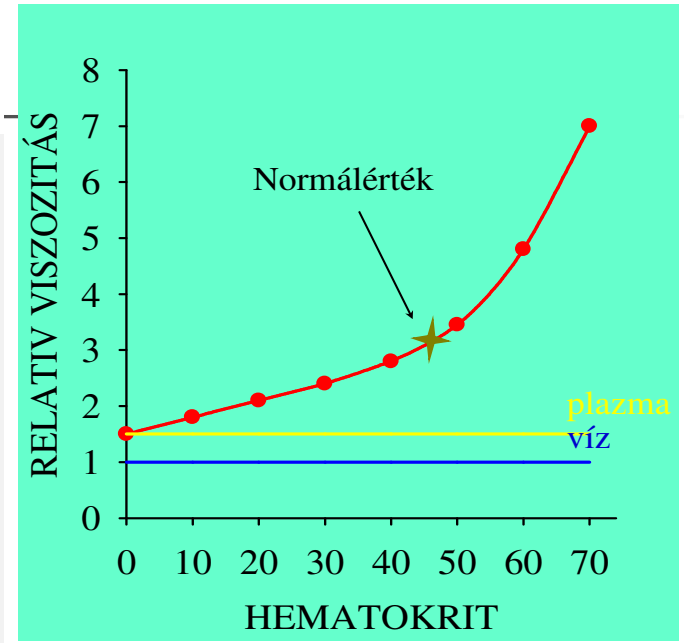
Normálérték: 0.4-0.5.

A vér mint szuszpenzió viszkozitása (az élettanilag releváns htc tartományban):

$$\lg \eta_s = A + B\phi$$

η_s = szuszpenzió viszkozitása
A, B = tapasztalati állandók

A vér viszkozitásának hematokrit-függése



A vér viszkozitása

2. Plazmaviszkozitás

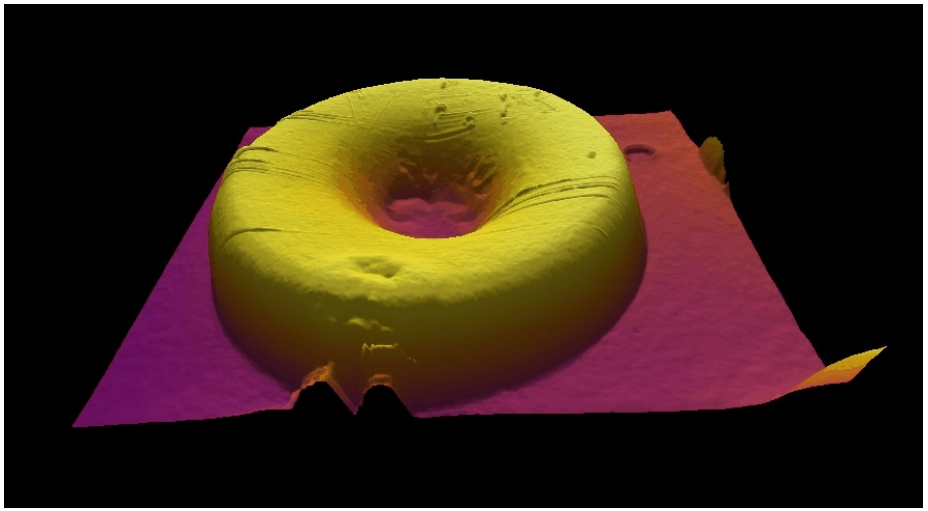
- Elsősorban a plazmafehérjéktől függ.
- *Paraproteinaemiákban* (myeloma multiplex v. plasmocytoma) az immunglobulinok mennyisége kórosan fokozódott, mely viszkozitásnövekedéshez vezet.

Plazmafehérje	**Normális koncentráció**	**%-os megoszlás**	**Feladat**
Albumin	35-50 g/l	55%	kolloid ozmotikus nyomás fenntartása, transzport
Globulinok	20-25 g/l	38%	Immunrendszer részei
Fibrinogén	2-4.5 g/l	7%	Véralvadás

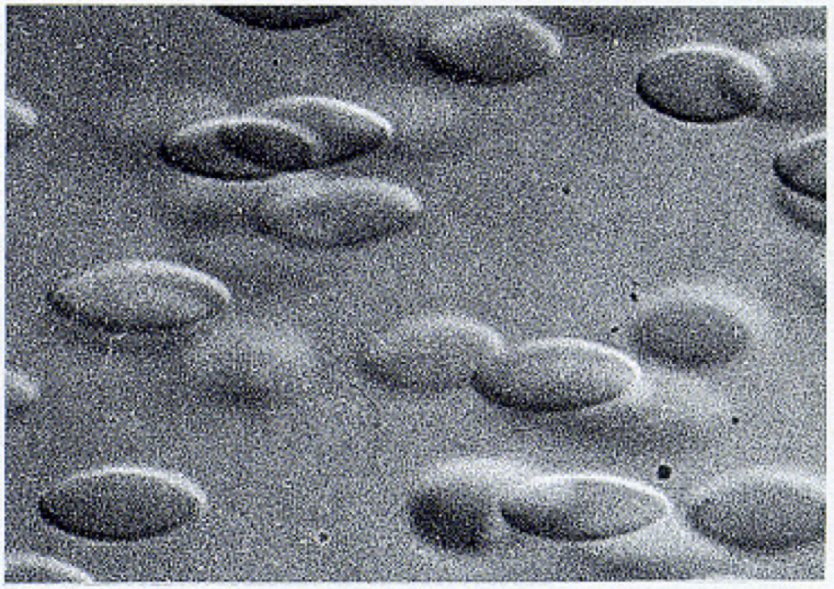
A vér viszkozitása

3. Vörösvértestek deformálhatósága

- Vvt-méretű szilárd részecskék 65%-os szuszpenziója téglakemény.
- 95%-os vvt-szuszpenzió viszkozitása csupán 20 mPas!
- Deformáció: csepp, ejtőernyő, nyílhegy alakú sejtek.



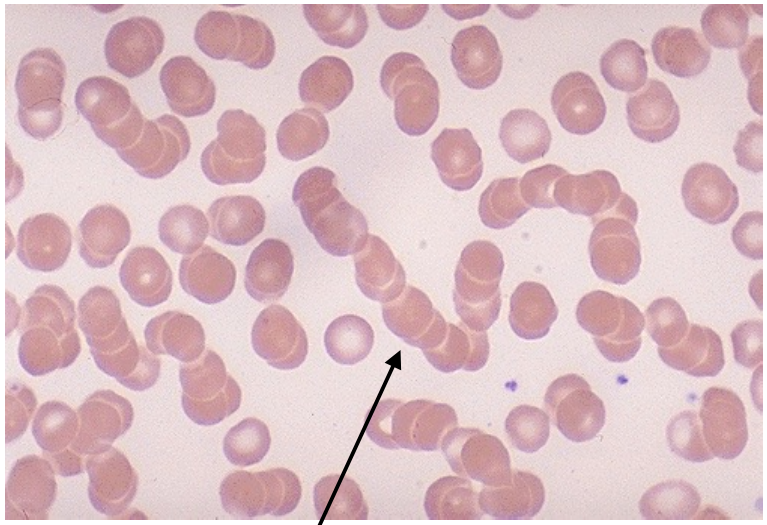
7-11 μm átmérőjű korong alakú sejt



A vér viszkozitása

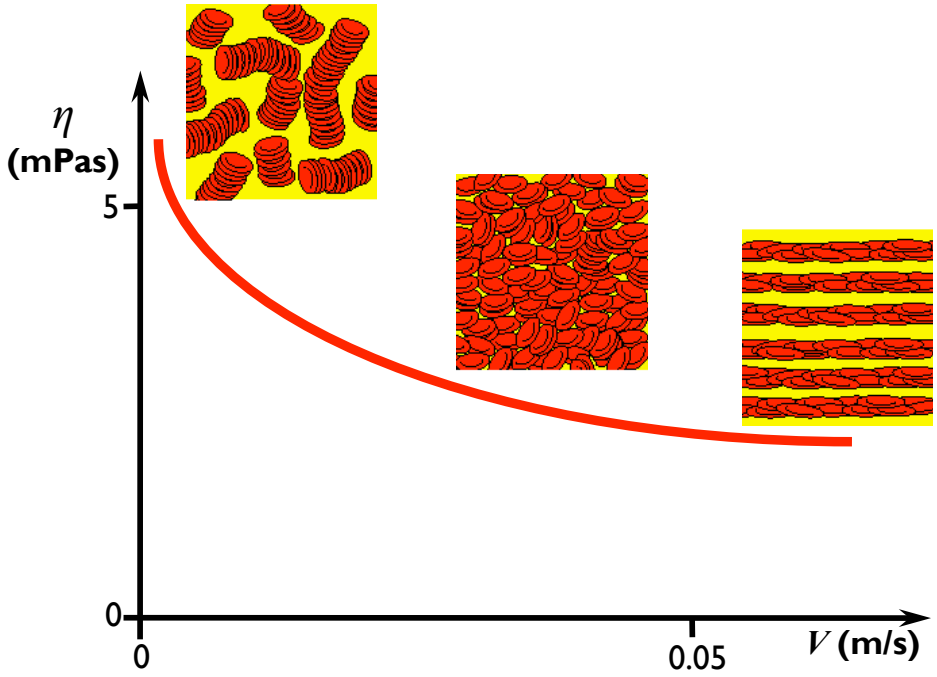
4. Vörösvértestek aggregációs készsége

- Pénztekercsképződés (Rouleaux).
- Alacsony áramlási sebességnél fokozott hajlam.



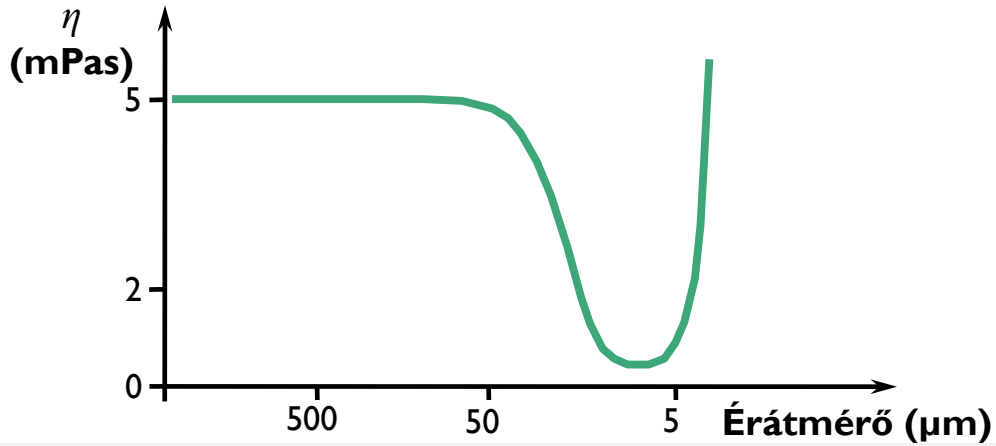
Pénztekercs

5. Áramlási sebesség, sebességgrádiens



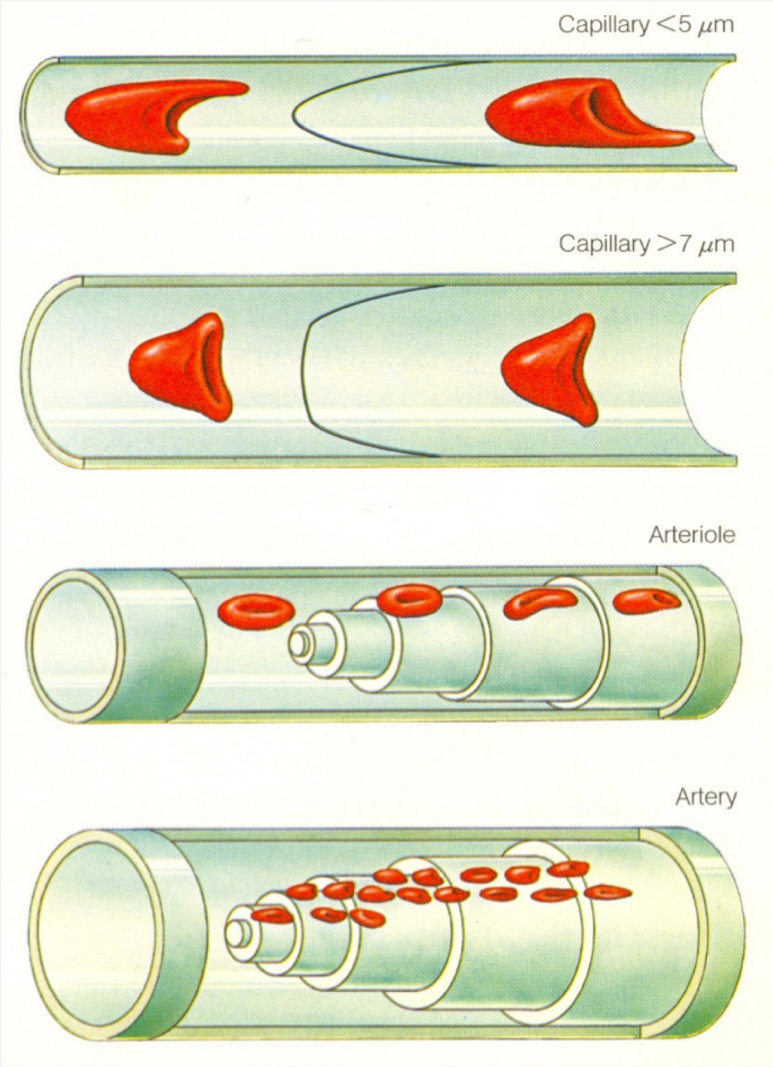
A vér viszkozitása

6. Érátmérő

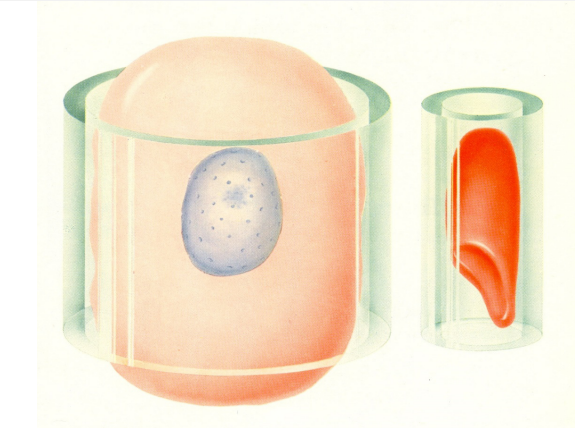


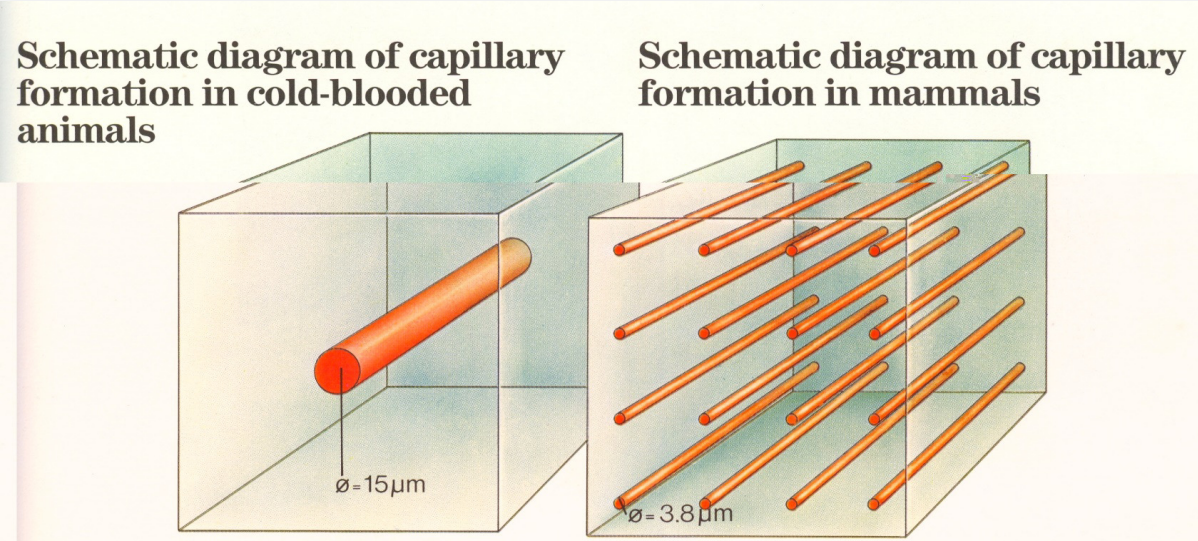
– érátmérő csökkenésével a vér anomális (nem-newtoni) folyadékként viselkedése dominál

– **axiális migráció:** a vörösvértestek az ér tengelyébe, mintegy sejtoszlopba állnak be – az érfal közelében nő, a tengely közelében csökken a sebességgrádiens – csökken a látszólagos viszkozitás (Fåhraeus-Lindquist effektus)



A vér viszkozitása





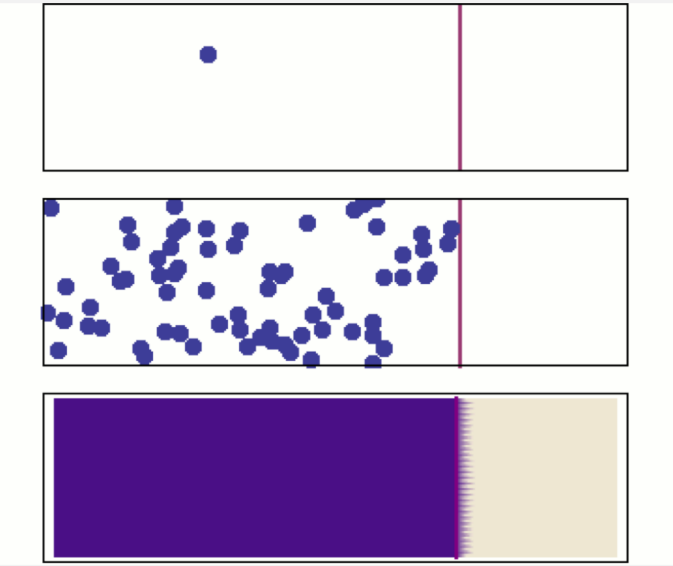
Az emlősök ugyanakkora vértérfogatból ~16-szor több kapillárist képesek perfundálni, mint a béka, a diffúziós távolságok lerövidítése alapvetően lehetővé tette a nagy metabolikus aktivitású szövetek (agy) felépítését!

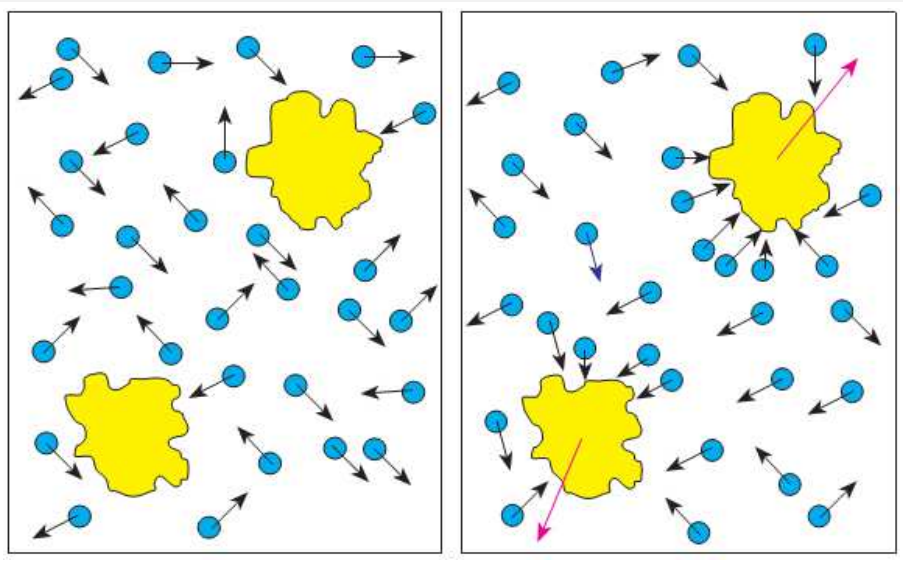
Diffúzió = anyagáramlás, amelynek során a részecskék betöltik a rendelkezésükre álló folyadék- vagy gázteret.

A diffúziós folyamat addig tart, amíg a kezdeti koncentráció-különbség kiegyenlítődik, a részecskék egyenletesen eloszlanak.

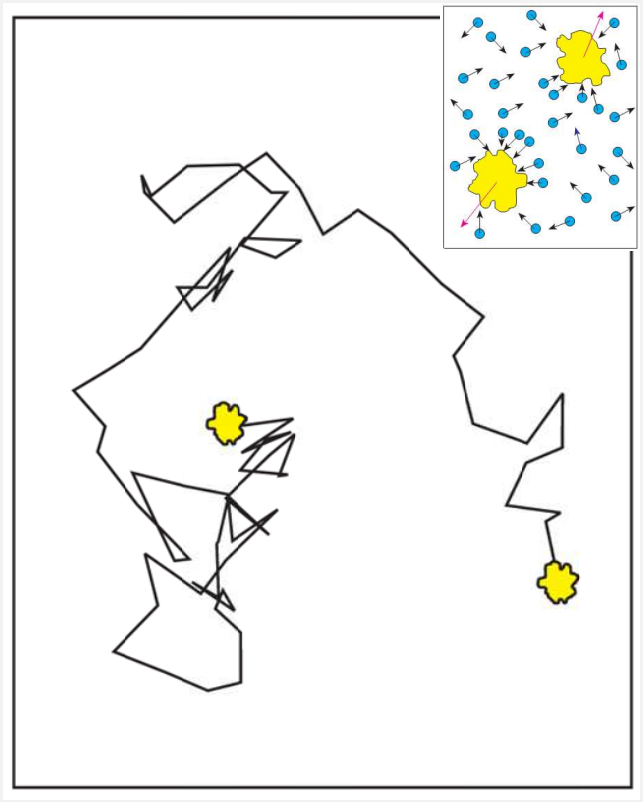


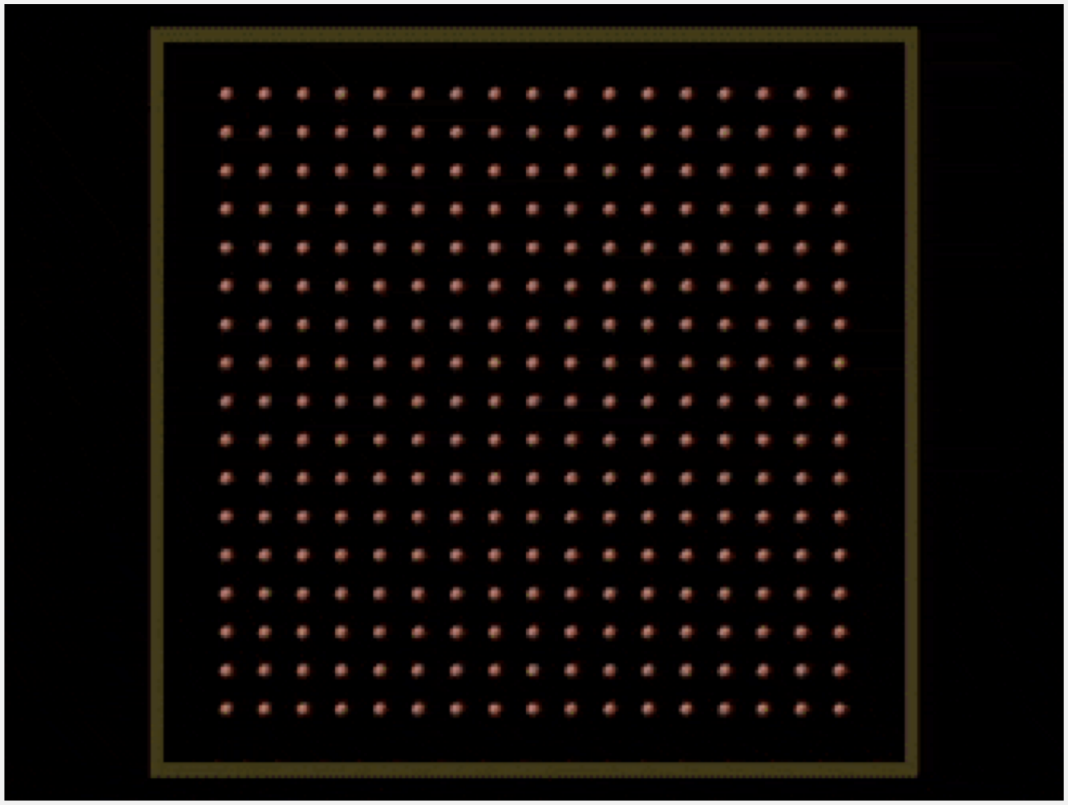
A részecskék a hőmozgás következtében egymástól függetlenül, rendezetlenül mozognak, ütköznek. Ezt a zegzugos, rendezetlen mozgást megfigyelhetjük gázokban vagy folyadékokban szuszpendált részecskéken: **Brown-mozgás** (Robert Brown skót botanikus – pollen szuszpenzió mikroszkópos vizsgálata, 1827).





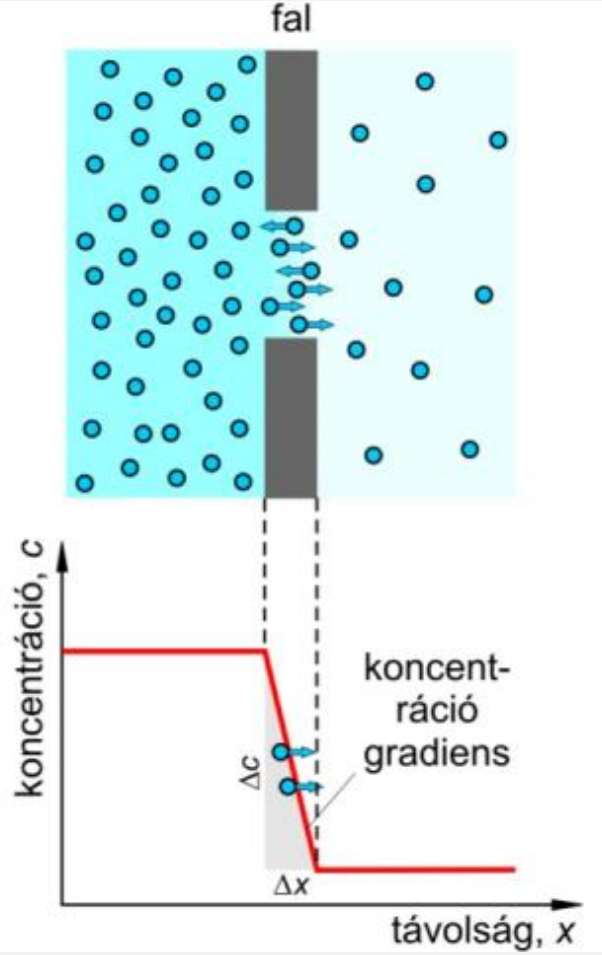
Véletlen bolyongás – a Brown-mozgás modellje

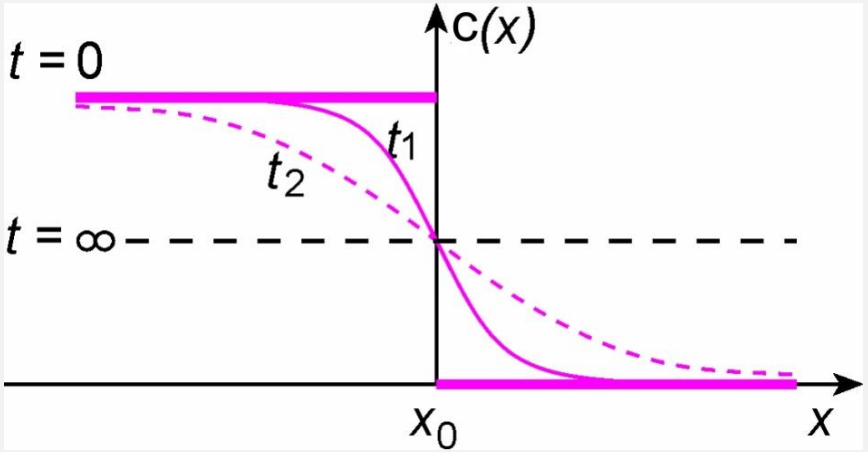




Fick I. törvénye

Anyagáramlás mindig a magasabb koncentrációjú helyről az alacsonyabb koncentrációjú hely felé – statisztikus hatás!



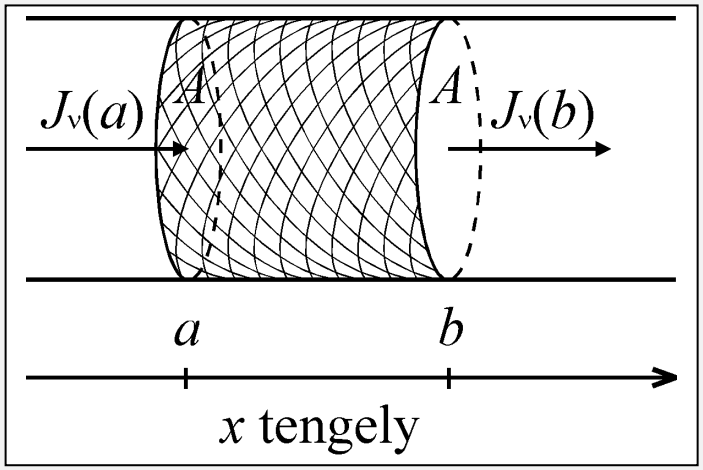


$$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Az anyagáram-sűrűség egyenesen arányos a koncentráció-grádienssel.
[D] = m^2/s

Milyen gyors a diffúziós anyagtranszport? Általánosított kontinuitási egyenlet.

$$J_\nu(a)A\Delta t - J_\nu(b)A\Delta t = 0$$



Ha $J_\nu(a) > J_\nu(b)$
akkor több részecske lép be az adott térfogatba, mint amennyi kilép.

Ez a többlet anyagmennyiség az adott térfogatban a c koncentrációt fogja növelni.

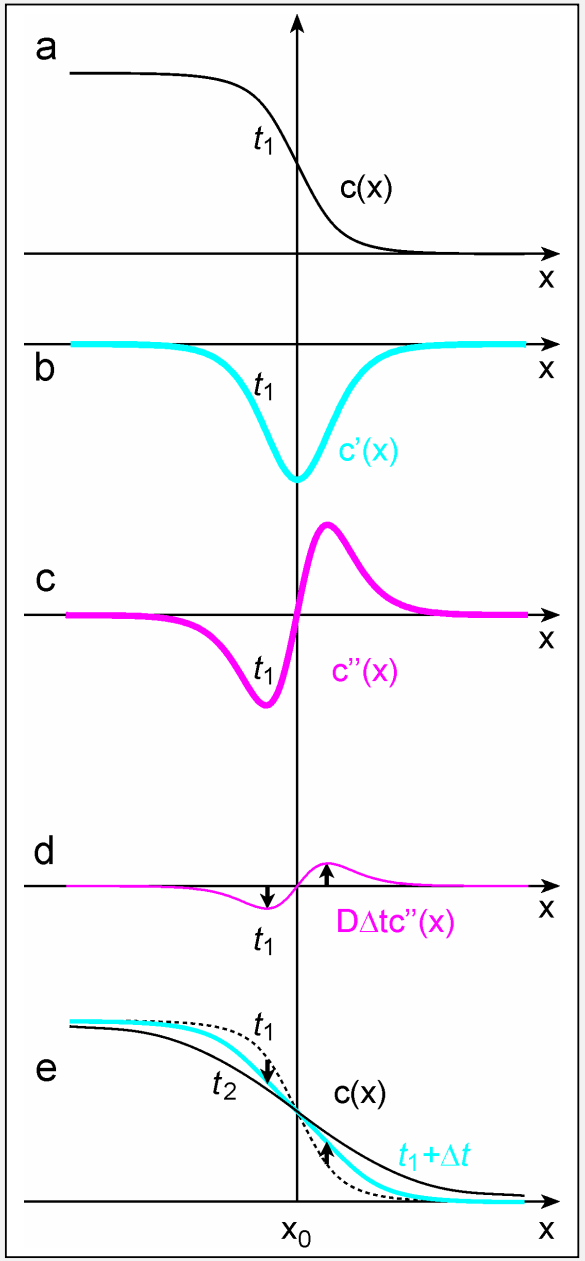
$$c = \frac{\Delta \nu}{\Delta V}$$

Legyen a = x és b = $x + \Delta x$ két közeli hely az x tengely mentén.

$$\left[J_\nu(x) - J_\nu(x+\Delta x)\right]A\Delta t = \left[c(t+\Delta t) - c(t)\right]A\Delta x \qquad A\Delta x = \Delta V$$

$$-\frac{\Delta J_\nu}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

Fick II. törvénye



$$-\frac{\Delta J_v}{\Delta x}=\frac{\Delta c}{\Delta t} \qquad J_v=-D\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

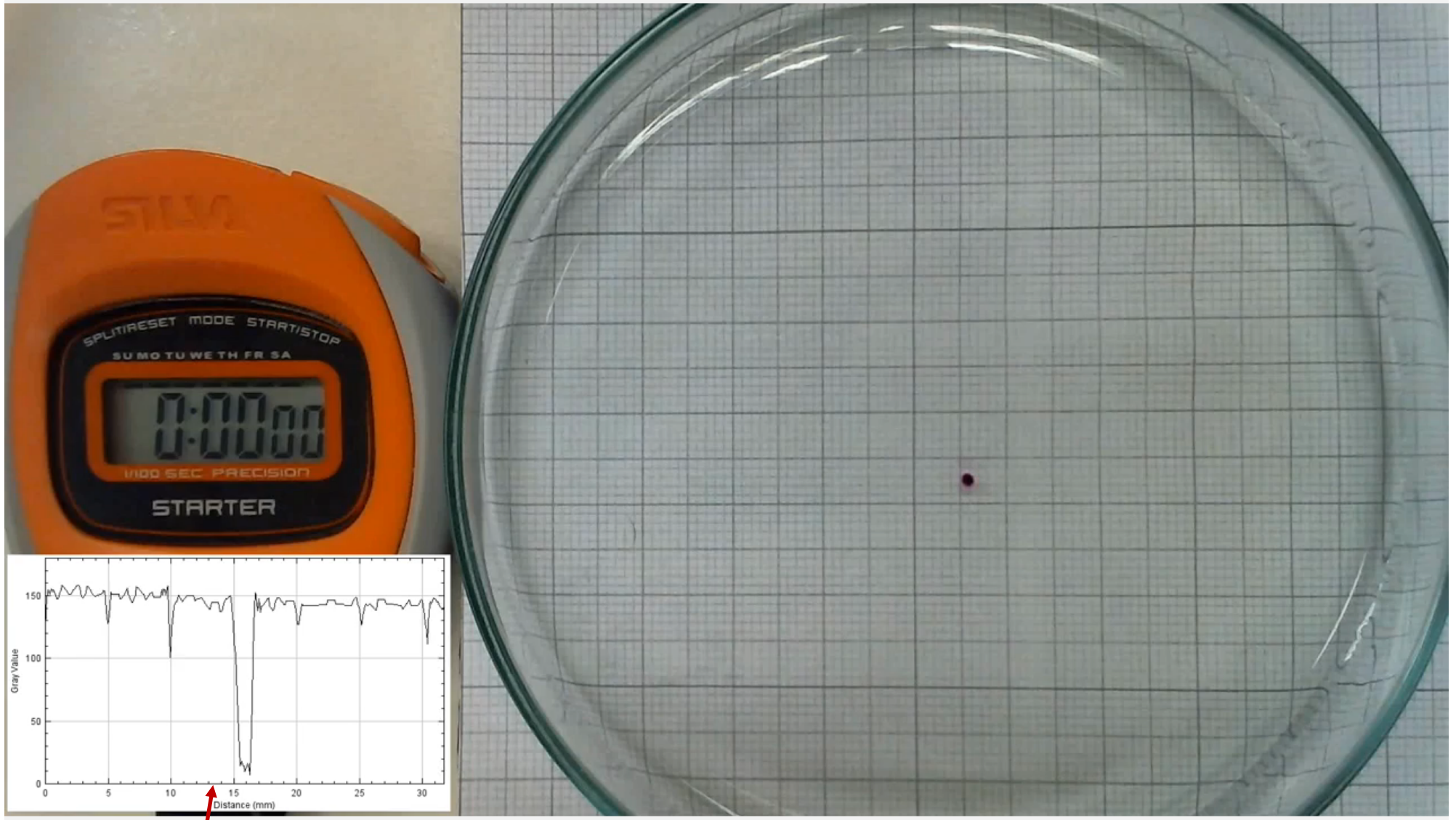
$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x}=\frac{\Delta c}{\Delta t}$$

Értelmezés:

$$c(t)+D\Delta t\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x}=c(t+\Delta t)$$

$$c(t)+c''D\Delta t=c(t+\Delta t)$$

Sorozatfelvétel (time-laps) kálium-permanganát diffúziójáról



$$w = 6 \cdot \sqrt{2 \cdot D \cdot t}$$

Milyen gyors a diffúziós anyagtranszport?

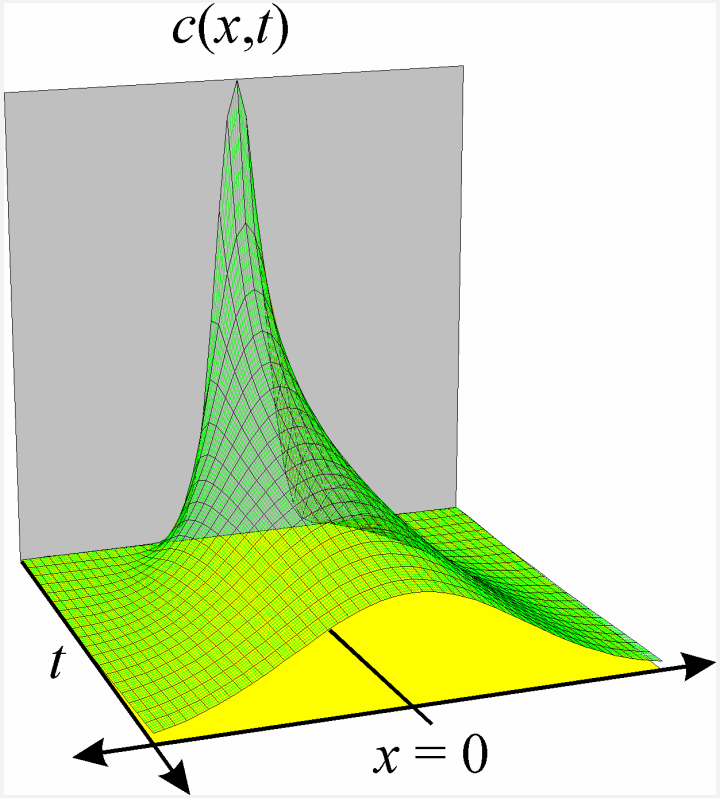
$c(x,t)$ grafikus szemléltetés:

$$c(x,t) = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)} e^{-\frac{x^2}{2[\sigma(t)]^2}}$$

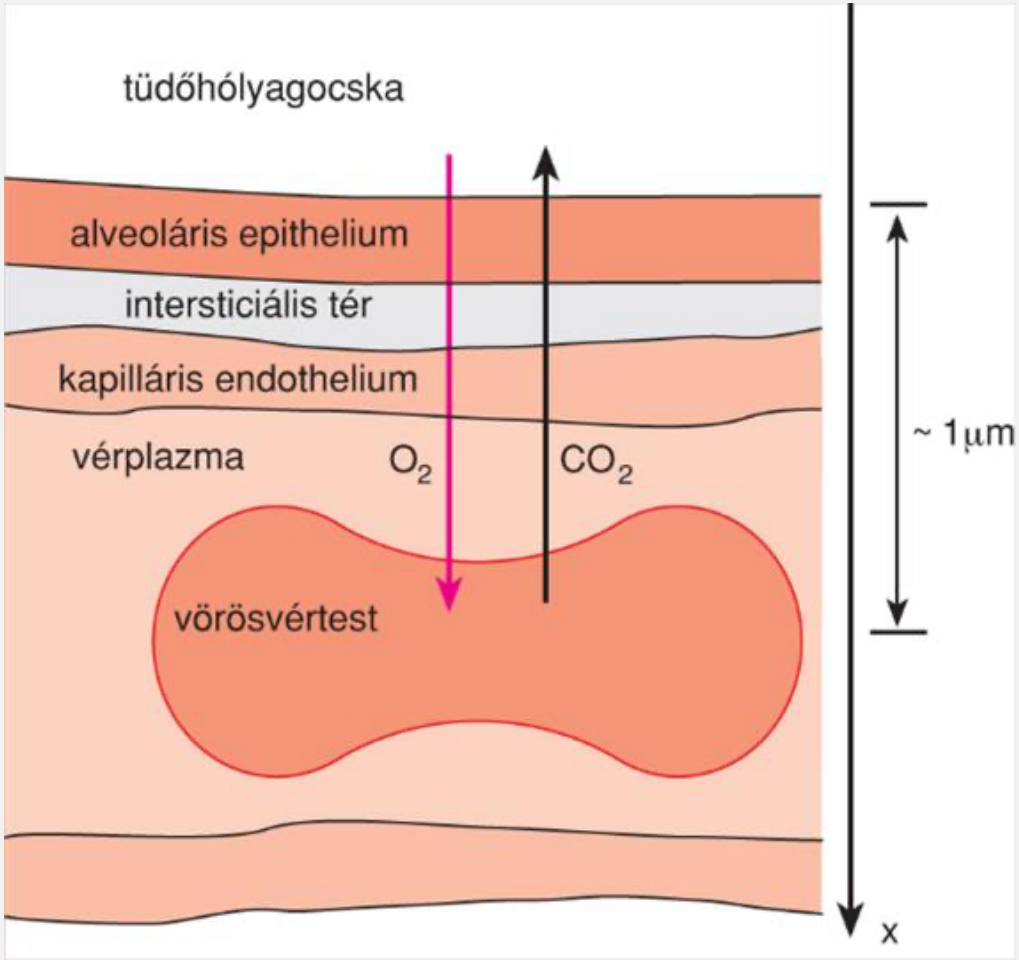
$$\sigma(t) \sim \sqrt{2Dt}$$

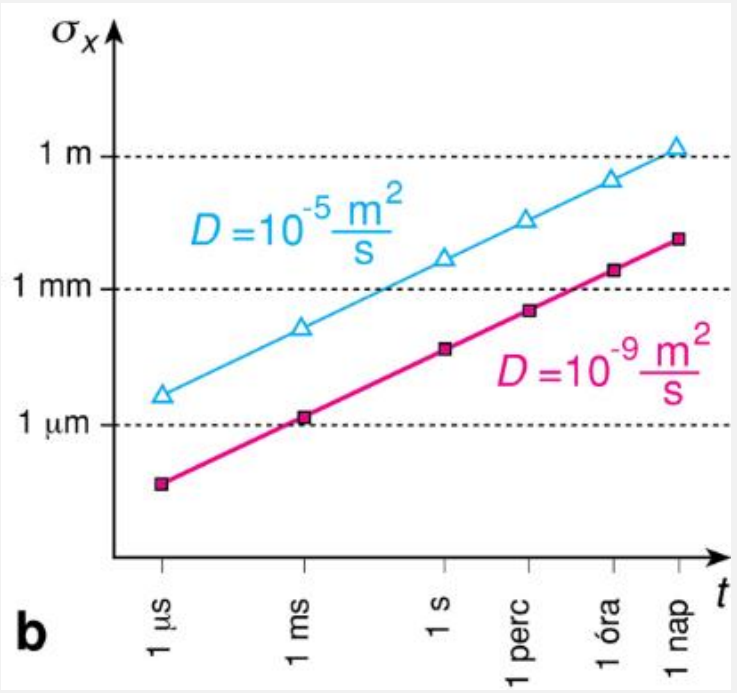
$$R_{átlag} = \sqrt{6 \cdot D \cdot t}$$

$$t = R^2_{átlag}/6D$$



Megvalósulhat-e diffúzióval a gázcsere?



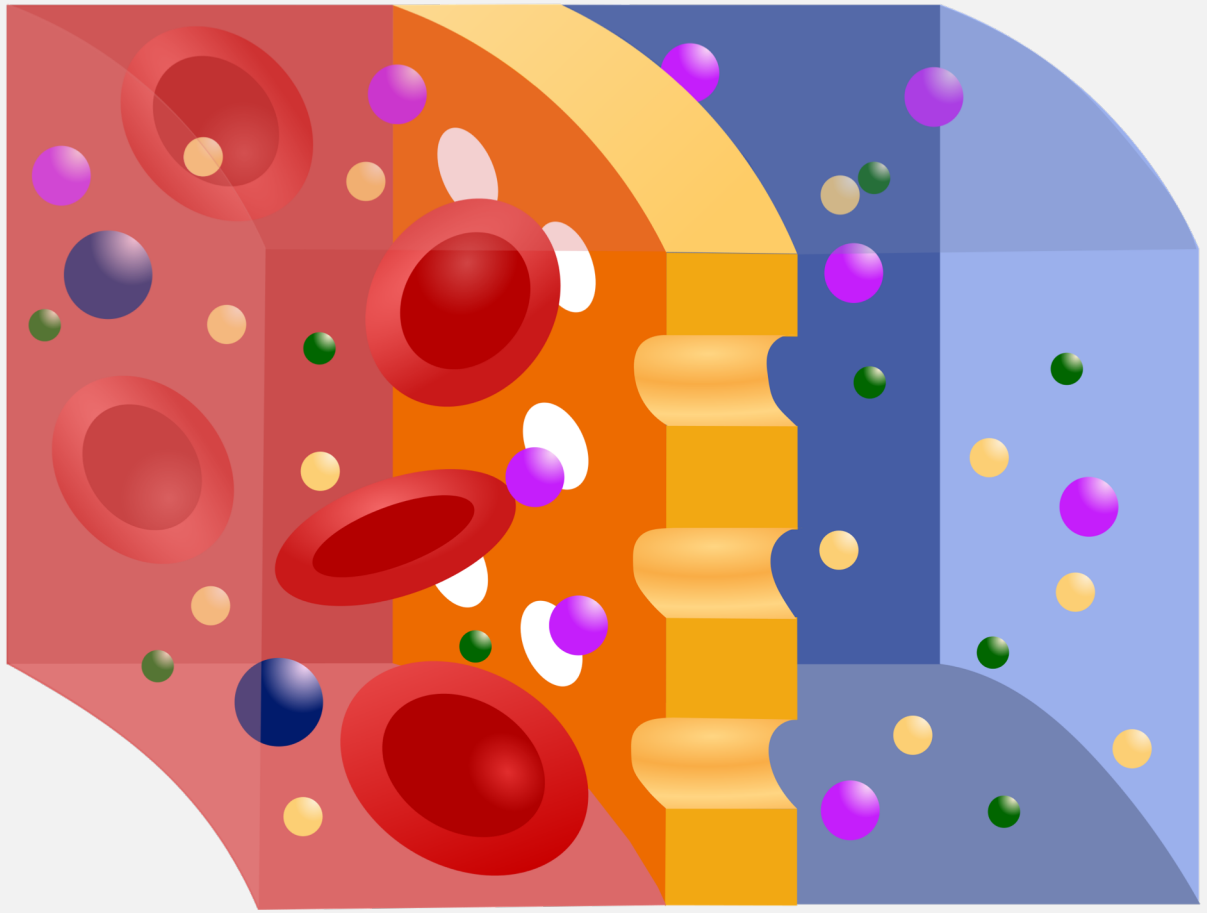


A diffúzió ~ 100 um-ig gyors, nagyobb távolságon azonban igen lassú folyamat!

$D(O_2) \sim 2 \cdot 10^{-9}$ m^2/s, $D(CO_2) \sim 6 \cdot 10^{-9}$ m^2/s,
vörösvértest átlagos tartózkodási ideje a tüdő kapillárisaiban ~ 0,5 s

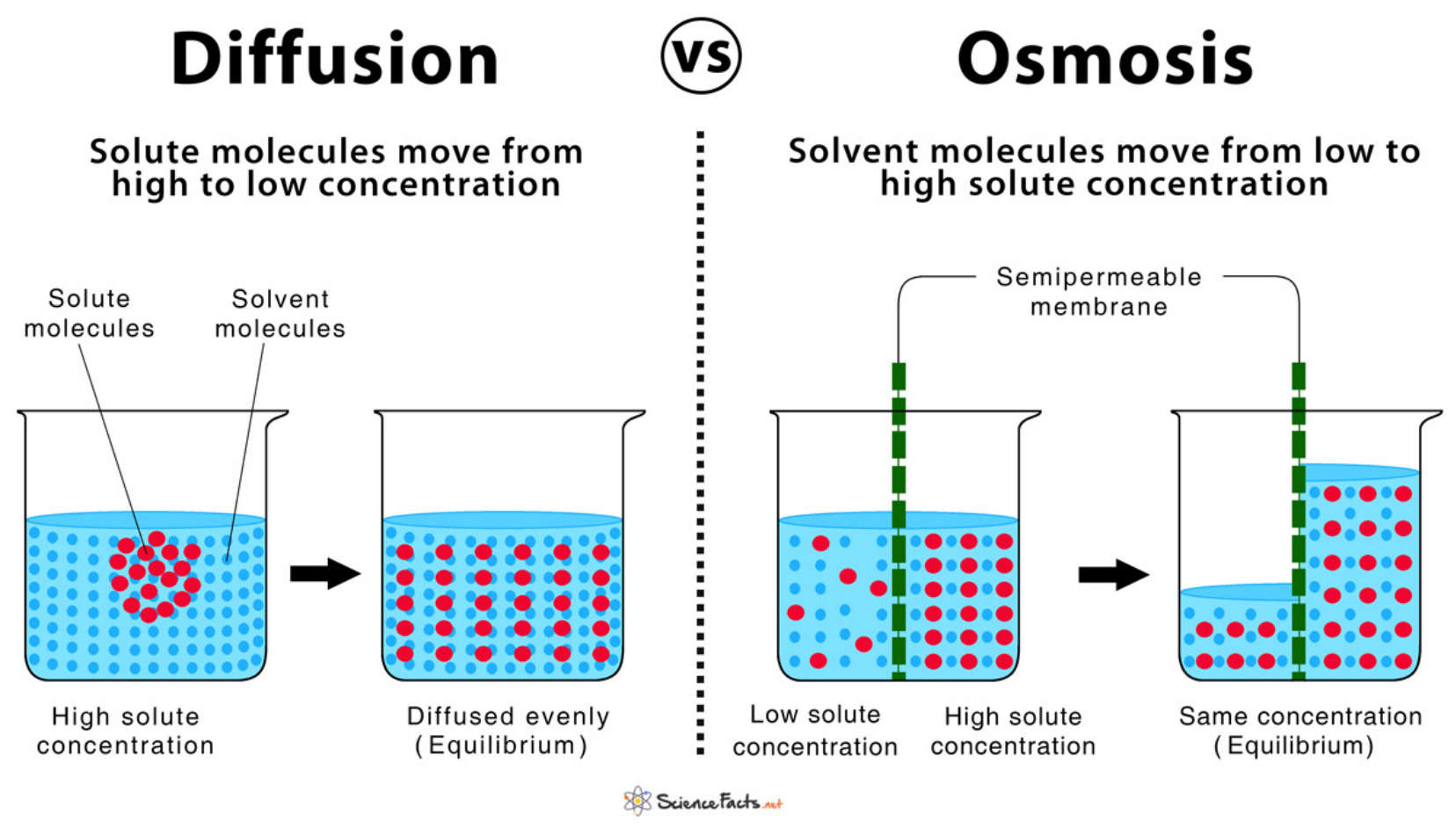
$t = R^2_{átlag}/6D$ ➡ $t^{1um}_{O2} \sim 500$ us, $t^{1um}_{CO2} \sim 80$ us

Hemodialízis



A vesék károsodott funkciója esetén féligáteresztő membrán segítségével kidiffuntáltatjuk a kiválasztandó kismolekulákat egy nagytérfogatú „dialízis” oldatba.

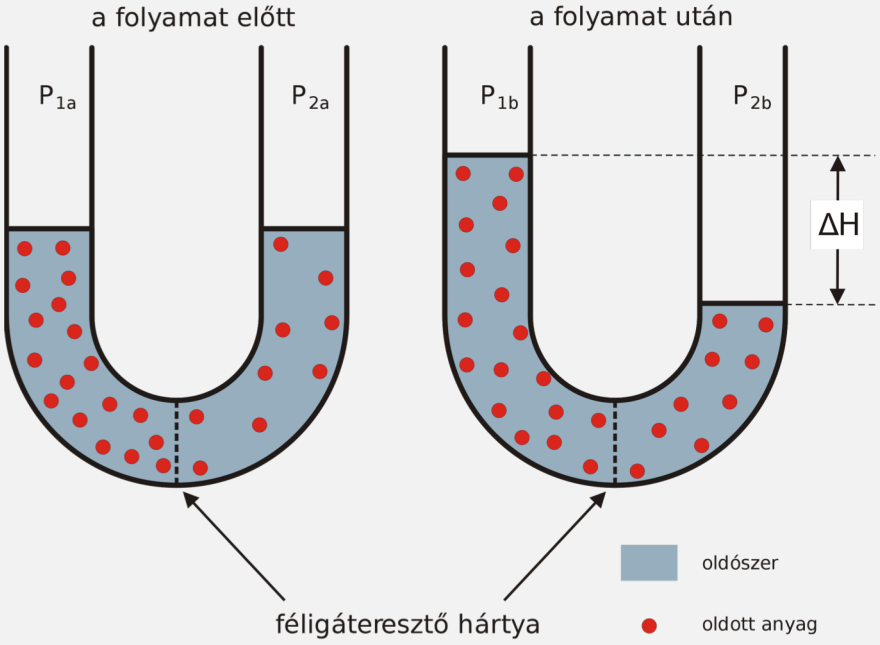
Ozmózis – Diffúzió



Az oldott anyag vándolása a koncentráció kiegyenlítődéséig.

Az oldószer molekulák vándolása a koncentráció kiegyenlítődéséig.

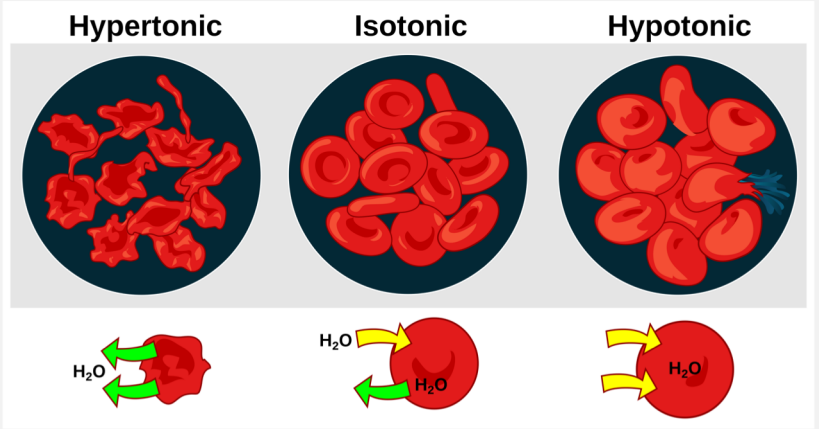
Ozmózis: van’t Hoff törvénye

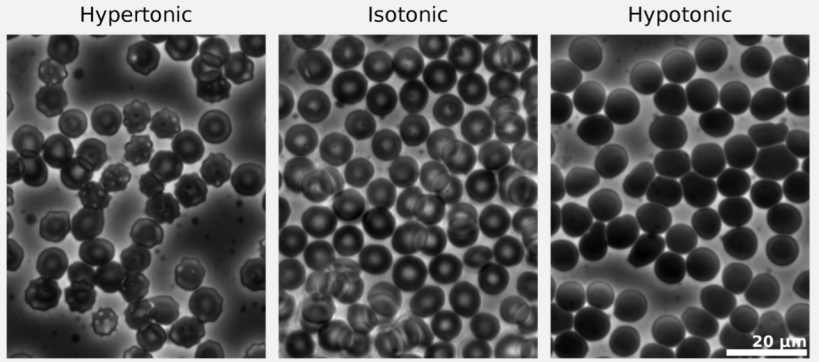


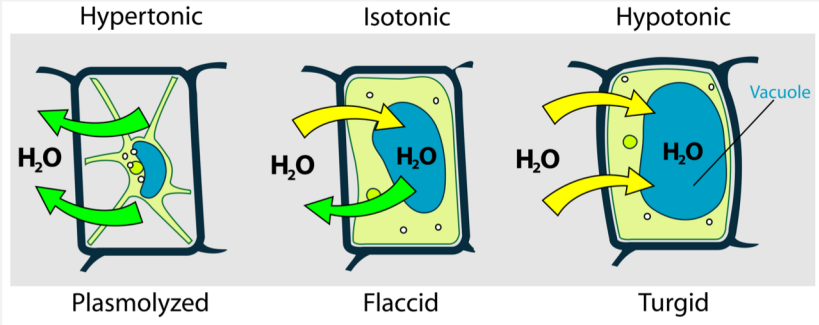
$$\pi = cRT$$

izotóniás oldat = 0,9% (w/v) NaCl

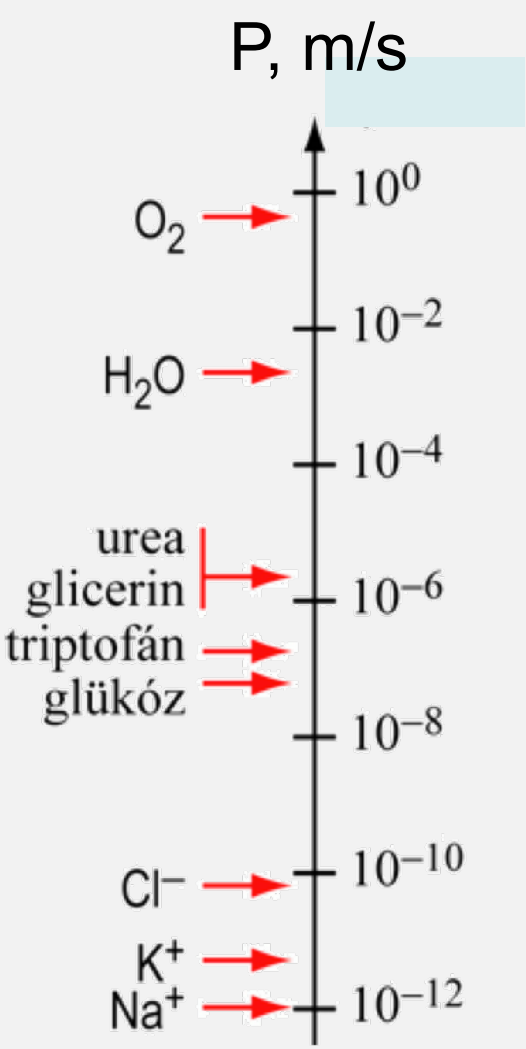
ozmolaritás
vérplazma ~ 300 mOsm/l

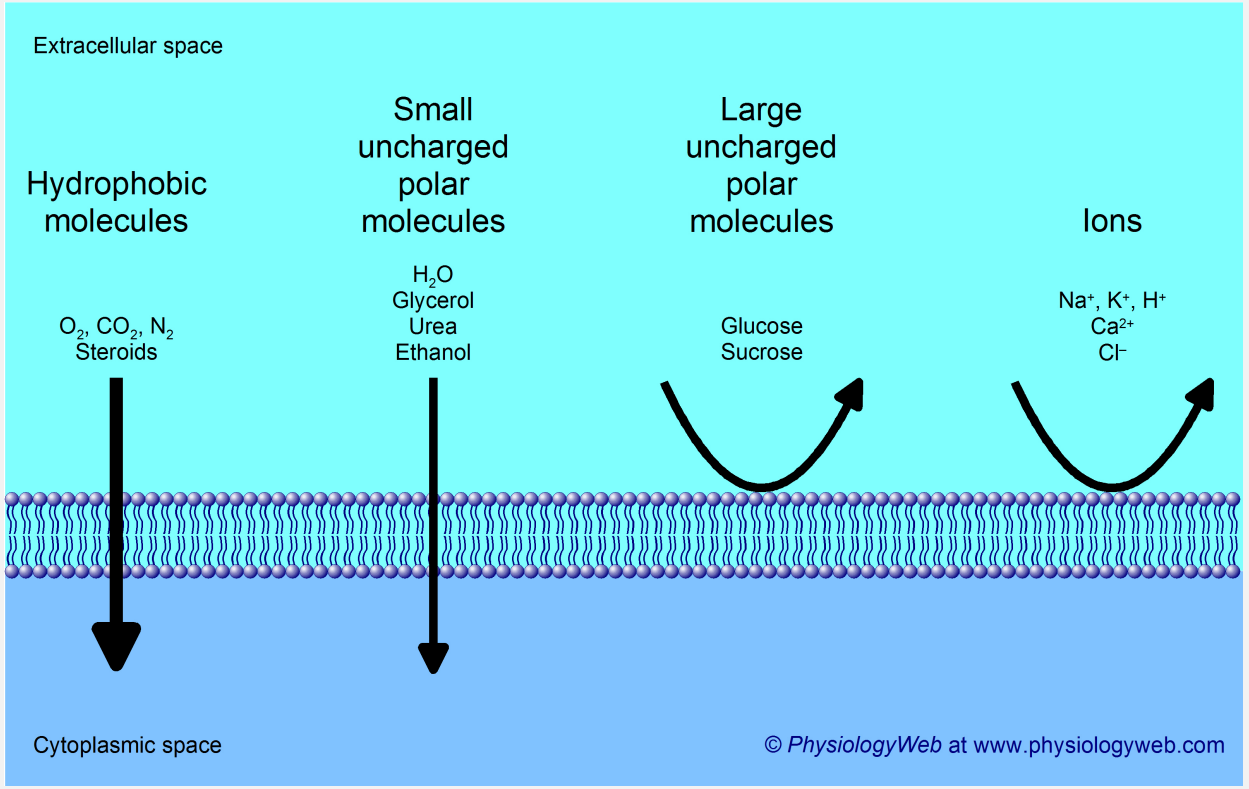






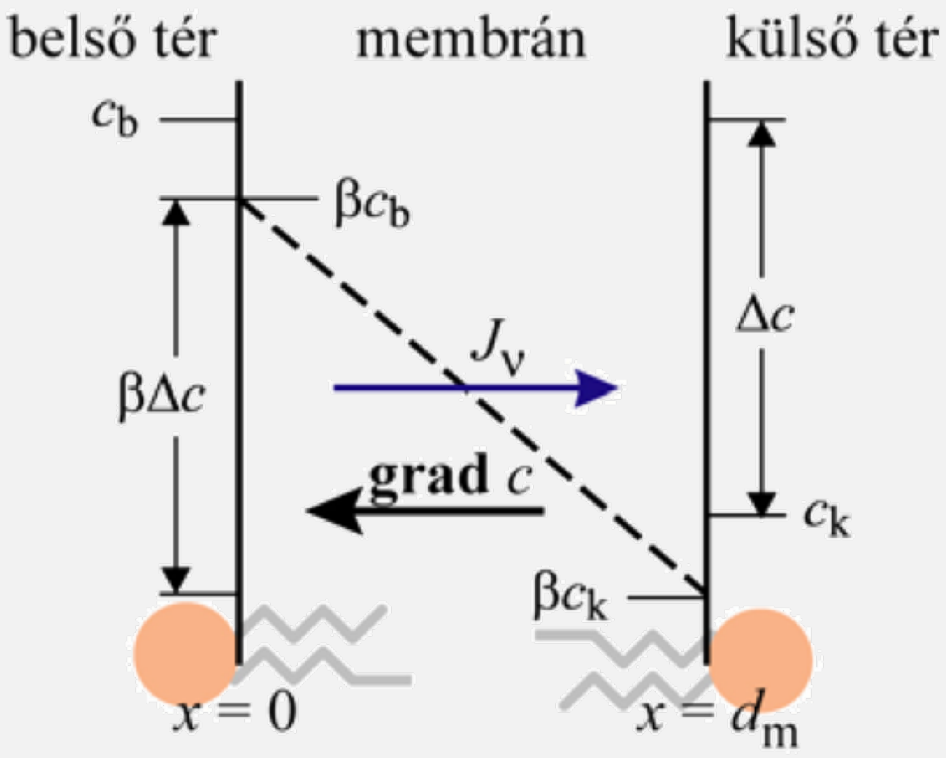
Diffúzió membránon keresztül





Na^+ ionokra P = 10^{-12} m/s = 10^{-3} nm/s, tehát a 6 nm vastag membránt majdnem két óra alatt küzdik le!
A lipidmembrán ionokra alig, nagyobb töltött molekulákra praktikusan nem átjárható !

Diffúzió membránon keresztül



ß – partíciós együttható

$ß = c_m(0)/c_b = c_m(d_m)/c_k$

Fick I. tv.:

$J = -D\ \Delta c/\Delta x$

$= -D_m\ (c_k^m - c_b^m)/d_m$

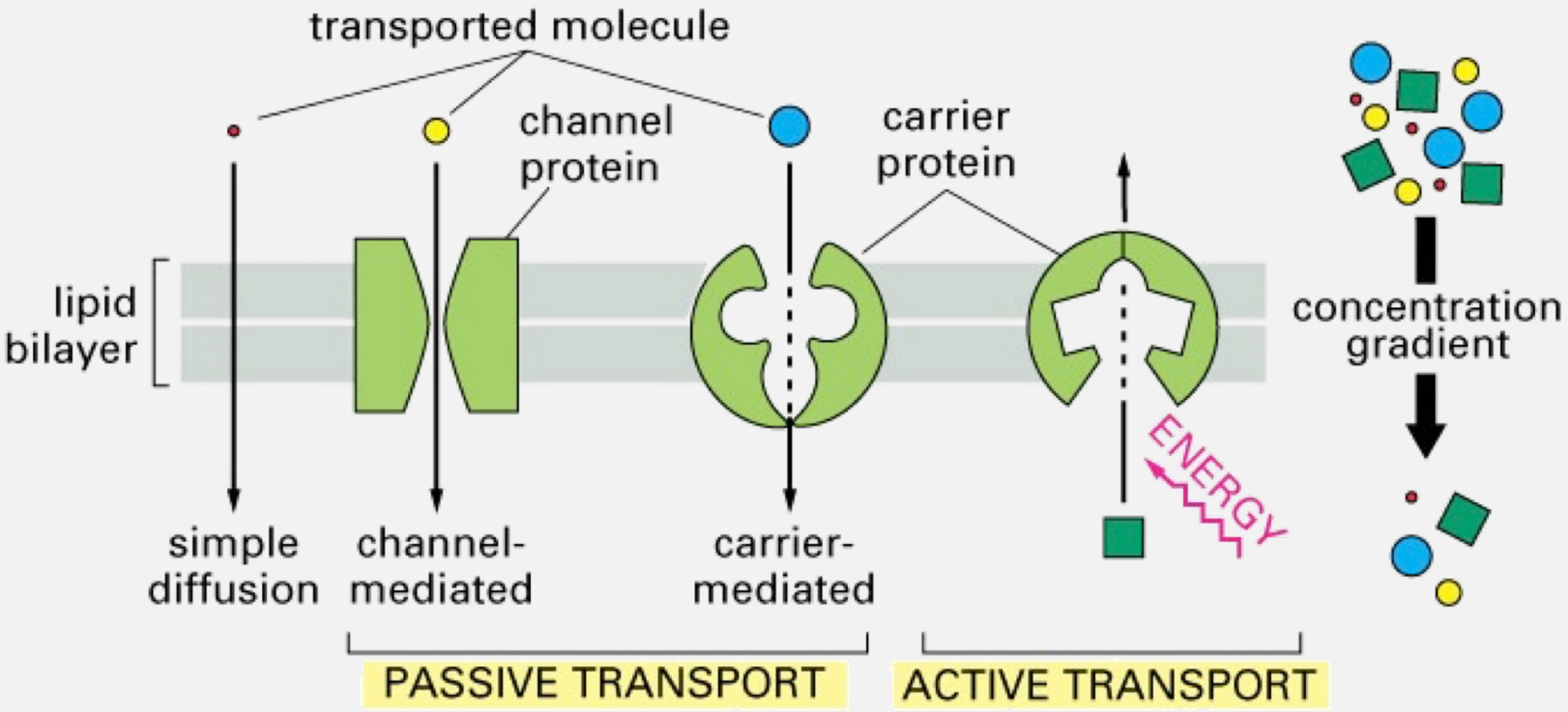
$= -P_m \Delta c_m$

$= -P_m\ ß\ \Delta c = -P\ \Delta c$

P: permeabilitási együttható

[P] = m/s

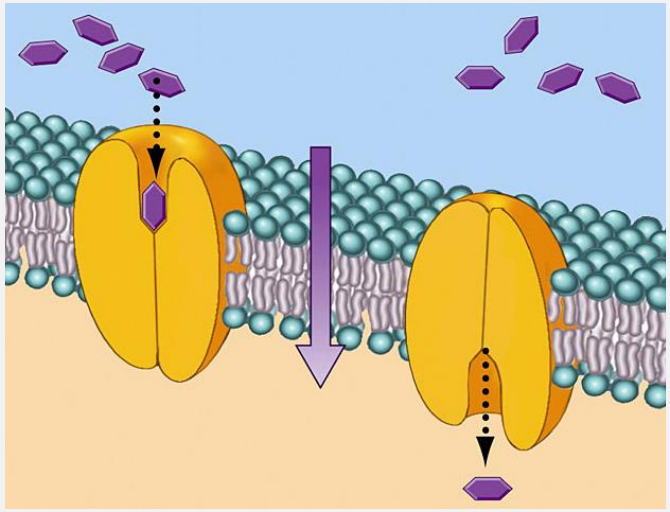
Transzport biológiai membránokban



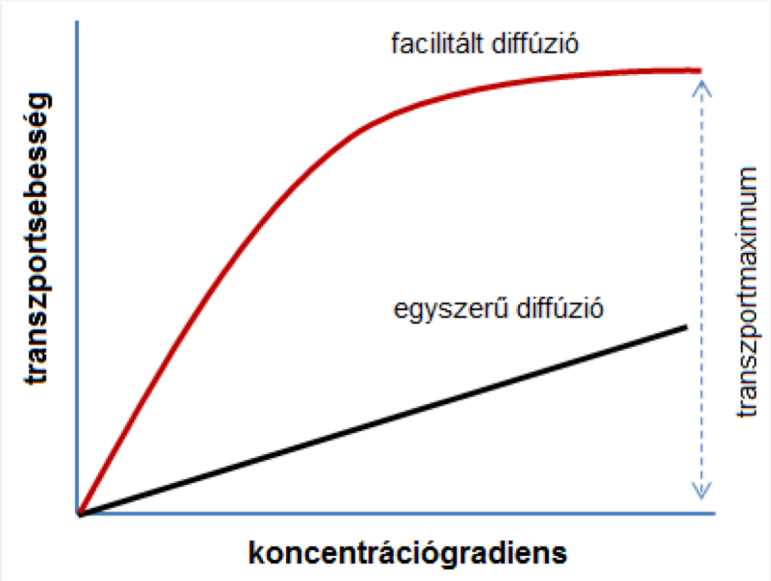
- a biológiai membránokban a szabad diffúzió erősen korlátozott
- a szállítás mechanizmusa szerint a transzport lehet szállító molekula nélküli (csatornán keresztül), illetve szállító molekulával segített
- a transzport energiaigénye szerint lehet passzív vagy aktív

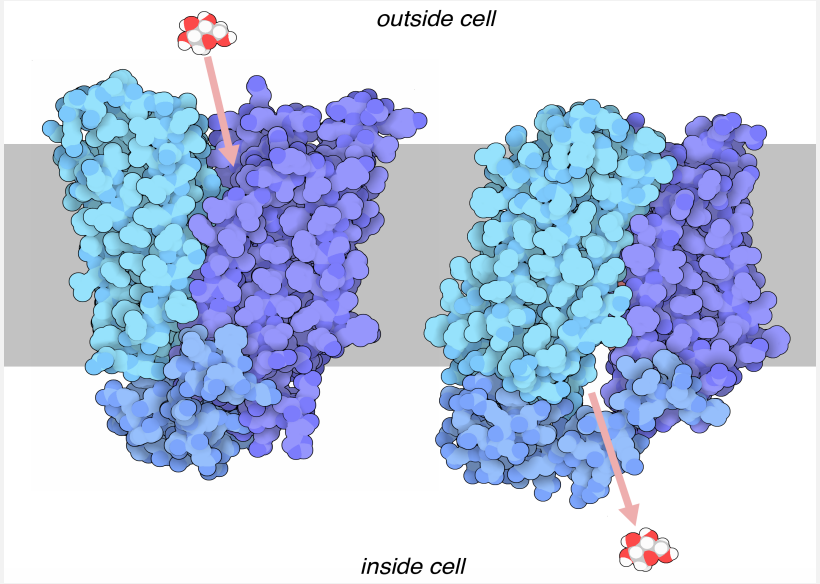
Facilitált diffúzió

Hordozófehérjéhez kötött, amelyik a membrán két oldala felé felváltva hozzáférhető kötőhellyel rendelkezik.



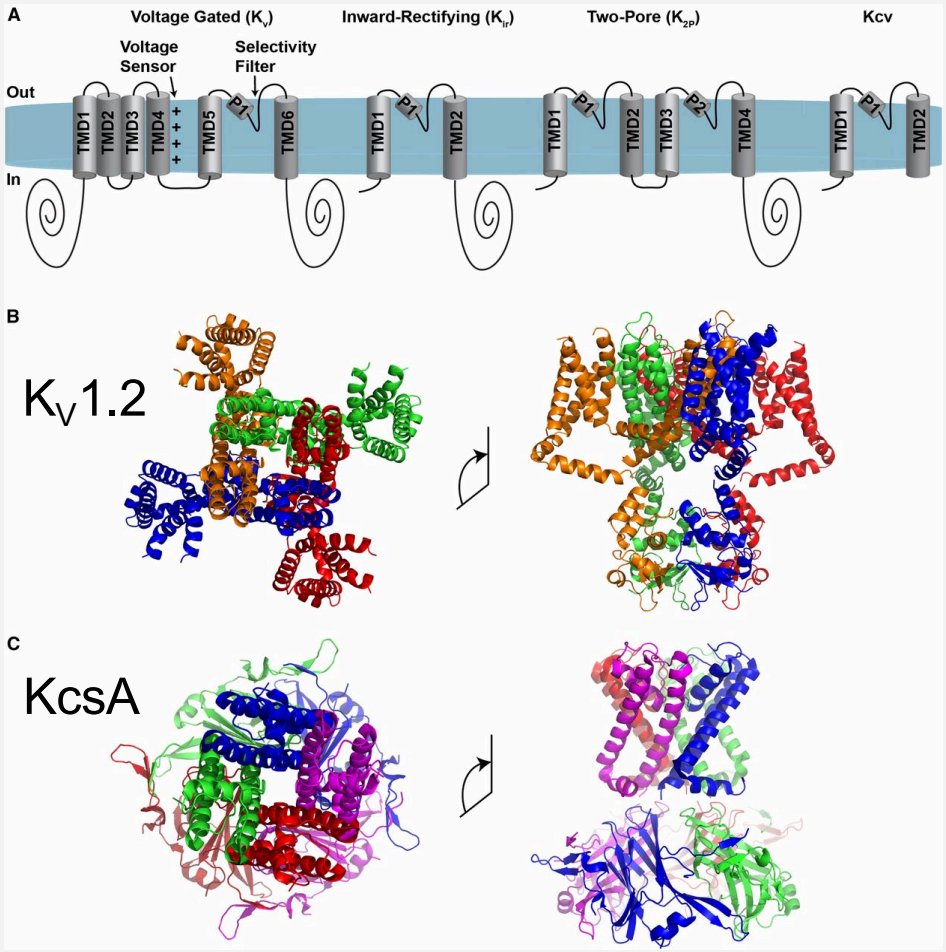
A facilitált diffúzió azonos koncentráció-gradiensnél intenzívebb a szabad diffúziónál. Michalis-Menten kinetikát követ, jellemzője még, hogy szelektív és gátolható. Tipikus karrier-fehérjék pl a “GLUT” glükóz transzporterek.



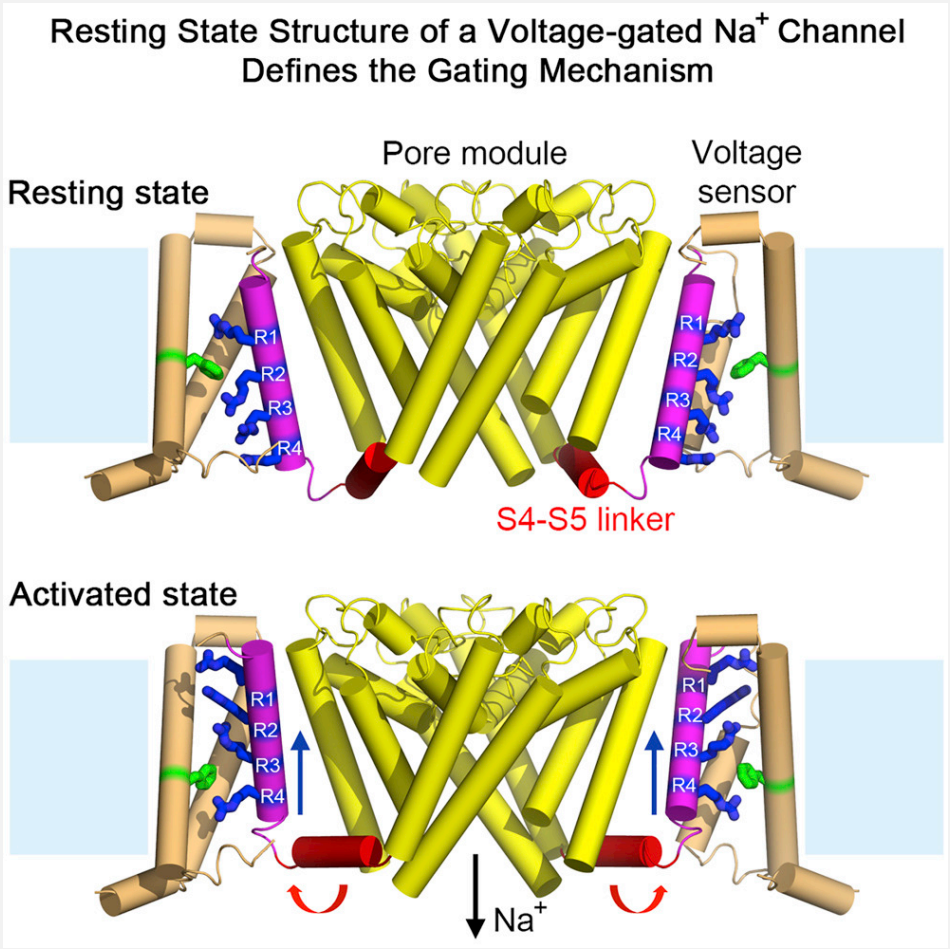


Ioncsatornák

Sok alegységből álló transzmembrán fehérjék, amelyek adott ionokra szelektívek, nyitásuk-zárásuk szabályozott (membrán-potenciál változása, vagy kötődő ligandumok, vagy membrán-deformáció).



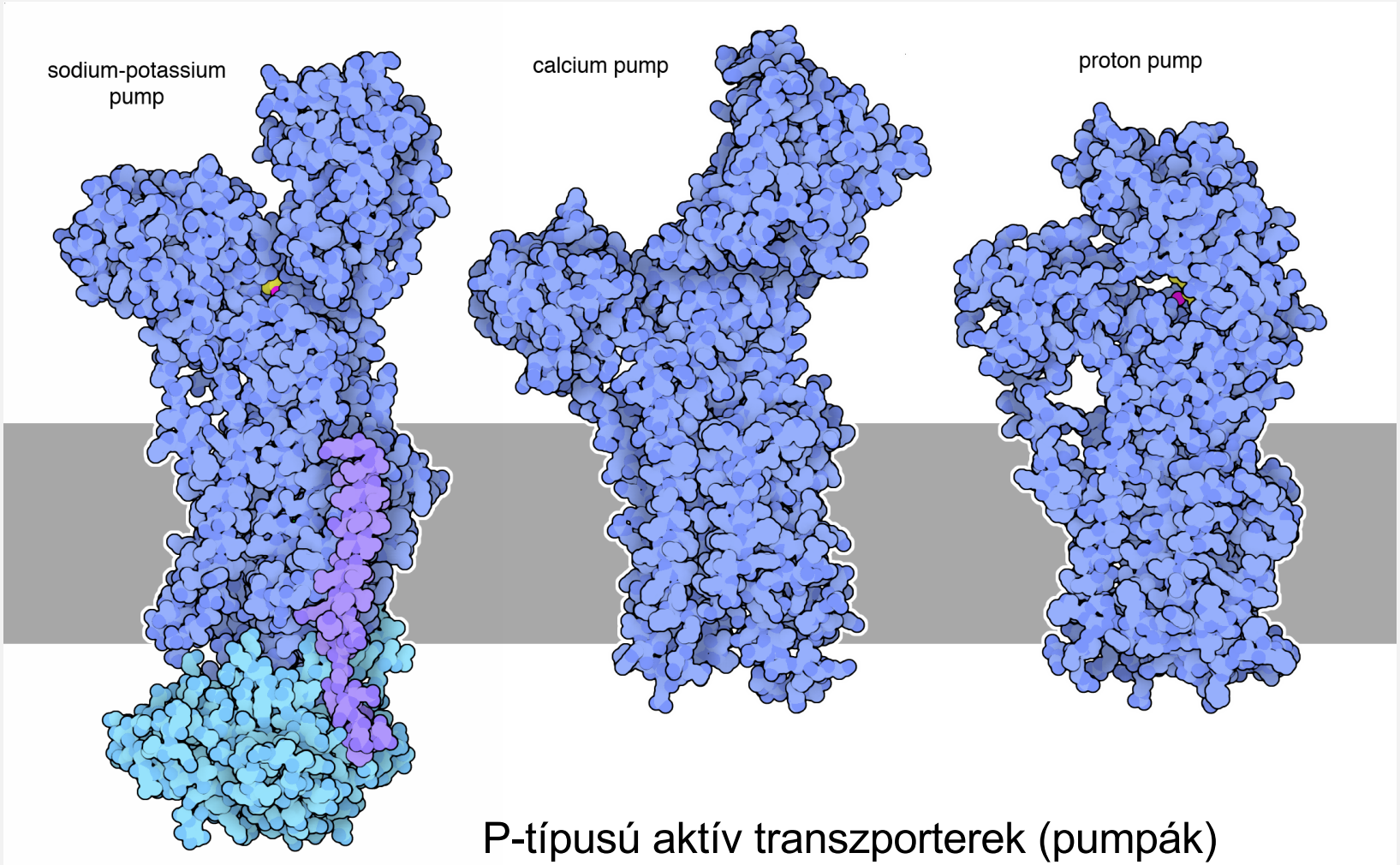
Kálium-csatornák



Feszültségvezérelt Na-csatorna

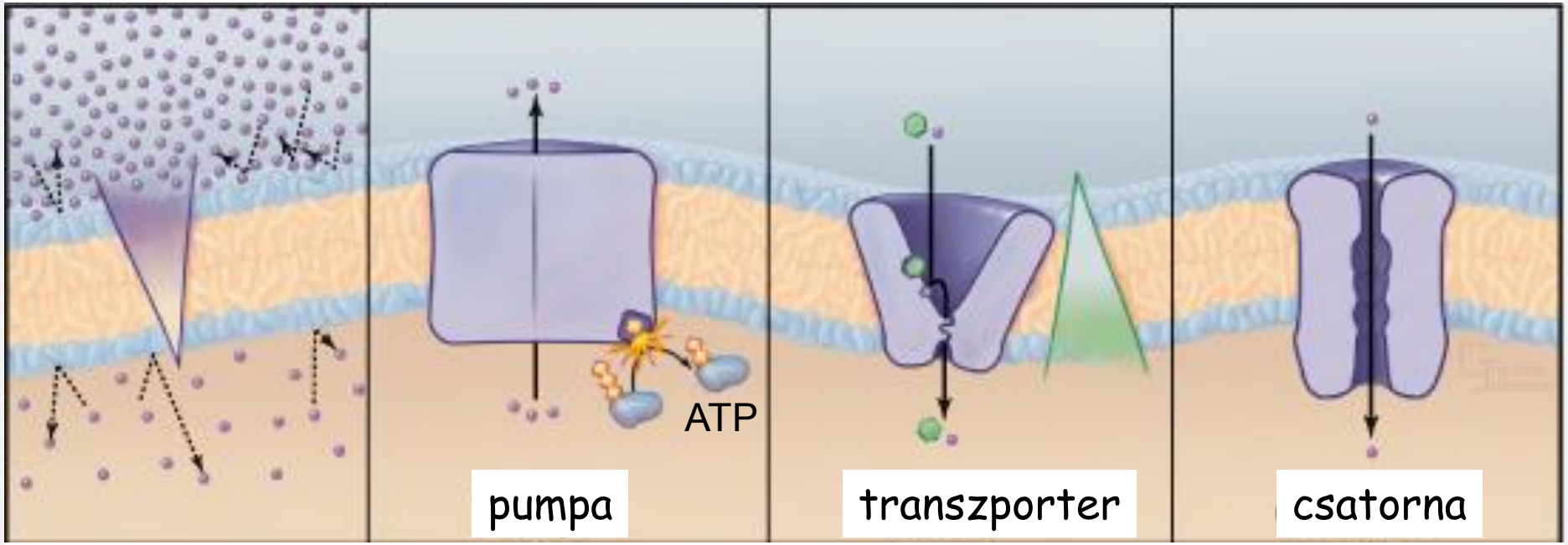
Aktív transzporterek

Az ATP energiáját használják, vagy az ATP felhasználásával felépített valamely koncentrációgrádinest (pl proton-grádiens).



P-típusú aktív transzporterek (pumpák)

Transzporterek összehasonlítása



specificitás	teljes	közepes	kicsi
sebesség (ion/s)	lassú (100)	közepes (<1000)	gyors (10^6)
koncentráció	ellen	szerint*	szerint
energiaigény	van	nincs	nincs
ion/konformációs változás	~1	~1 (esetleg más ionokat is mozgat)	sok

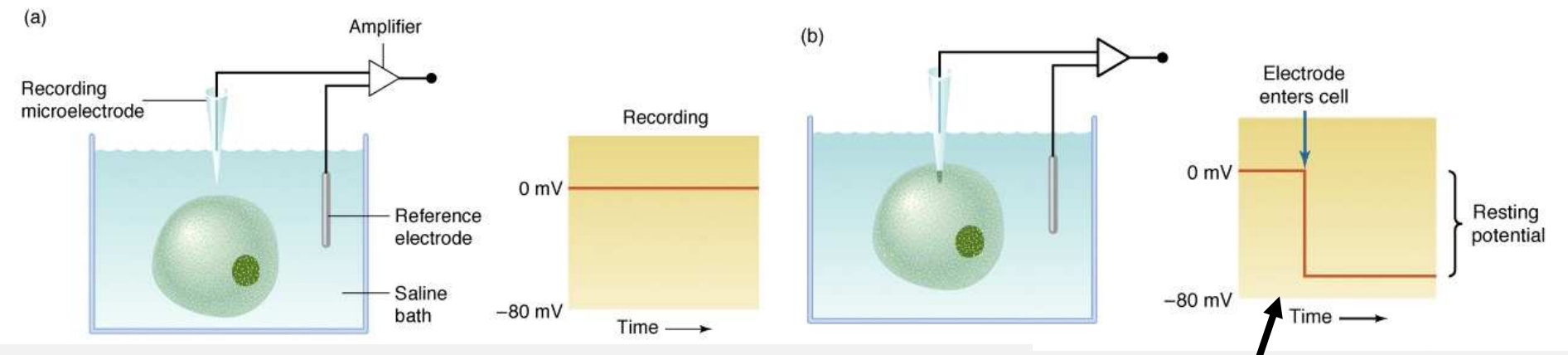
Tapasztalat-1:

A sejtmembrán két oldalán különbözik az ionösszetétel.

Szövet	$C_{Intracelluláris}$ (mmol/l)			$C_{Extracelluláris}$ (mmol/l)		
	$[Na^+]_i$	$[K^+]_i$	$[Cl^-]_i$	$[Na^+]_e$	$[K^+]_e$	$[Cl^-]_e$
Tintahal óriásaxon	72	**345**	61	**455**	10	540
békaizom	20	**139**	3,8	**120**	2,5	120
patkányizom	12	**180**	3,8	**150**	4,5	110

Tapasztalat-2:

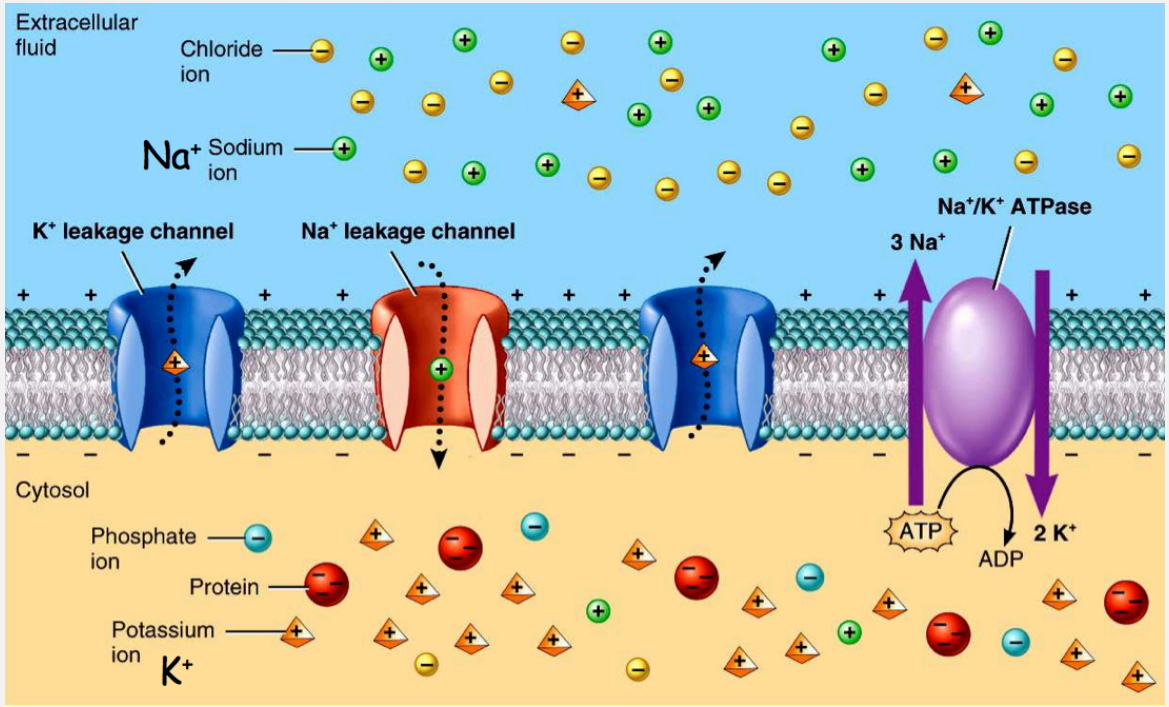
A sejtmembrán két oldala között elektromos potenciálkülönbség van!

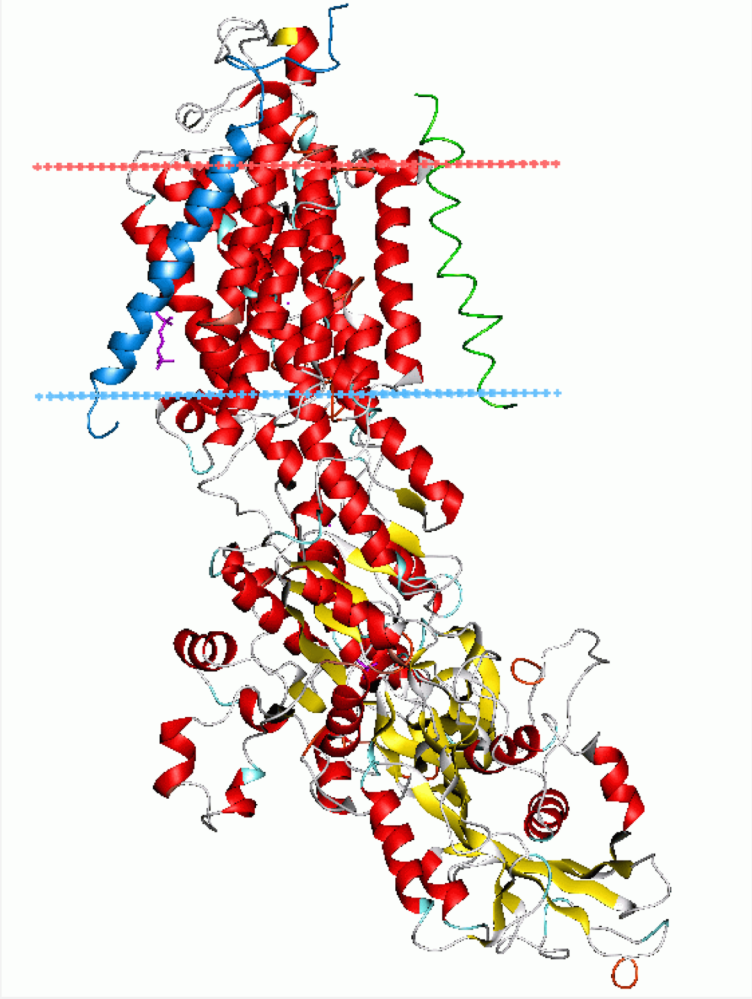


nyugalmi potenciál ~ -60 – -90 mV

Nyugalomban (!?) valamennyi sejt belseje negatív elektromos potenciált mutat a membrán külső felszínéhez képest.

Na-K pumpa nélkül nincs membránpotenciál





A sejtek energiafelhasználásának mintegy negyede a Na-K pumpa folyamatos működésére fordítódik!