Transzportfolyamatok

(transzport = szállítás, fuvarozás)

Jelentősége:

élőlények → anyagcsere

pl. légzés, vérkeringés, sejtek közötti és sejten belüli anyagáramlás

Korábban szerzett felhasználható ismeretek:

– mechanika (mozgások)

– elektromosság

(elektromos áramerősség, $I_Q = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$;[A])

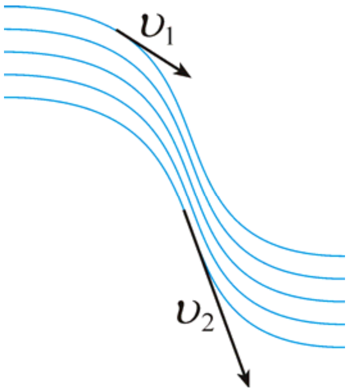
– sugárzások

(energia áramerősség, $I_E = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$;[W];

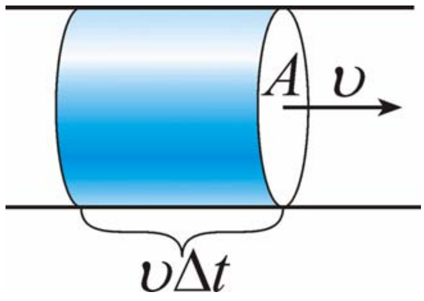
energia áramsűrűség, $J_E = \dfrac{\Delta I_E}{\Delta A}$;$\left[\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$)

Térfogati áramlás (csövekben)

Áramló folyadékok (és gázok) → hidrodinamika



(áramvonalak;
időben állandó:
stacionárius áramlás)



térfogati áramerősség $I_V = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$; $\left[\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}\right]$

térfogati áramsűrűség $J_V = \dfrac{\Delta I}{\Delta A}$; $\left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$

(áramlási sebesség)

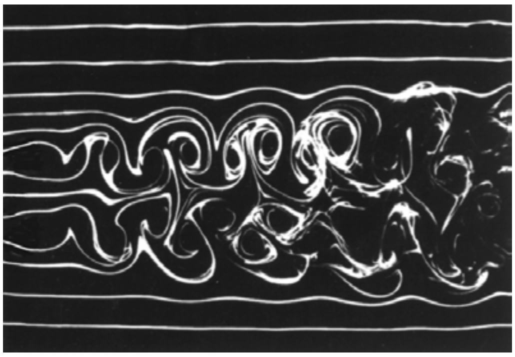
Megjegyzések:

összenyomhatatlan áramló közeg esetén,

tömeg áramerősség $I_m = \dfrac{\Delta m}{\Delta t} = \dfrac{\Delta V}{\Delta t}\dfrac{\Delta m}{\Delta V} = I_V\,\rho_m$

reális folyadék
lamináris áramlás →
(réteges)

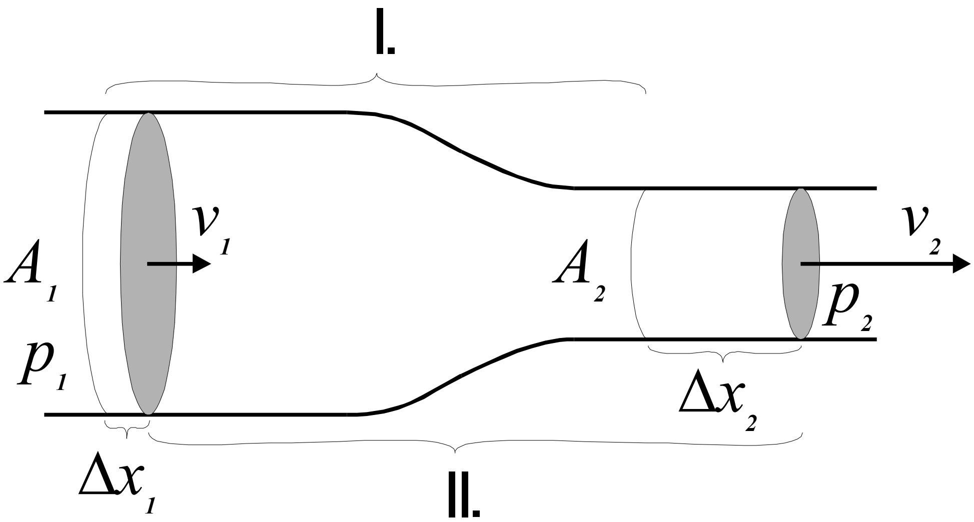
turbulens áramlás →
(gomolygó)



Kontinuitási törvény: $I_V = állandó$

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A\frac{\Delta x}{\Delta t} = Av = állandó \quad \rightarrow \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

(tömegmegmaradás, nincs forrás sem nyelő)



Pl. erek

érszakasz	átmérő (cm)	ágak száma	$A_ö$ (cm^2)	υ (cm/s)
aorta	2,4	1	4,5	23
artériák	0,4	160	20	5
arteriolák	0,003	$5{,}7\cdot10^{7}$	400	0,25
kapillárisok	0,0007	$1{,}2\cdot10^{10}$	4500	0,022
venulák	0,002	$1{,}3\cdot10^{9}$	4000	0,025
vénák	0,5	200	40	2,5
venae cavae	3,4	2	18	6

Ideális folyadék:

1.) összenyomhatatlan (inkompresszibilis)

2.) a súrlódásától eltekintünk

Mechanikai energia megmaradás (munkatétel):

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 \qquad \left(\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho_m\right)$$

Bernoulli törvény:

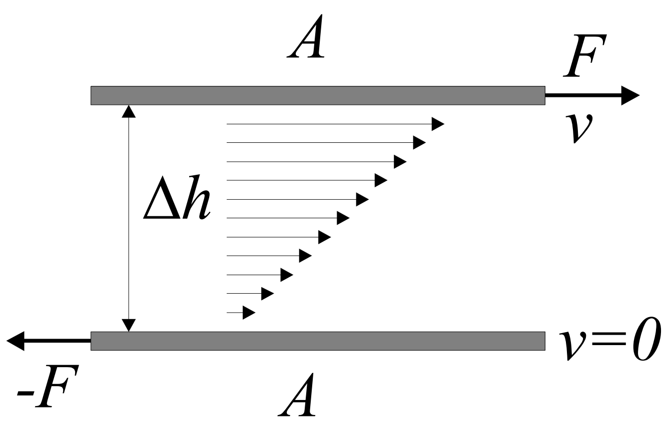
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_m v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_m v_2^2 = \acute{a}lland\acute{o}$$

Példák

Viszkózus (reális) folyadék:

(Amikor a súrlódásától nem tekintünk el)

Newton-féle súrlódási törvény:



$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

$\Delta v/\Delta h$ a sebességesés

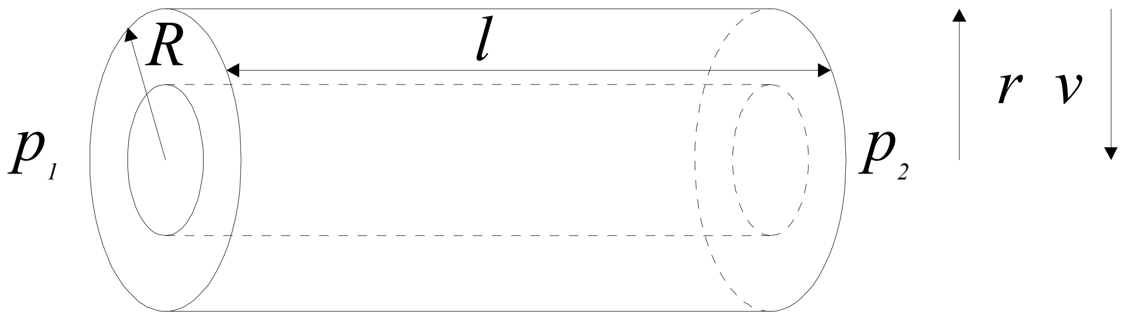
η[Pas] belső súrlódási együttható vagy viszkozitás

Néhány anyag viszkozitása normál állapoton mérve:

anyag	**viszkozitás [Pas]**
levegő	10^{-5}
víz	$\mathbf{10^{-3}}$
méz	10^{1}
bitumen	10^{8}
üveg	10^{40}

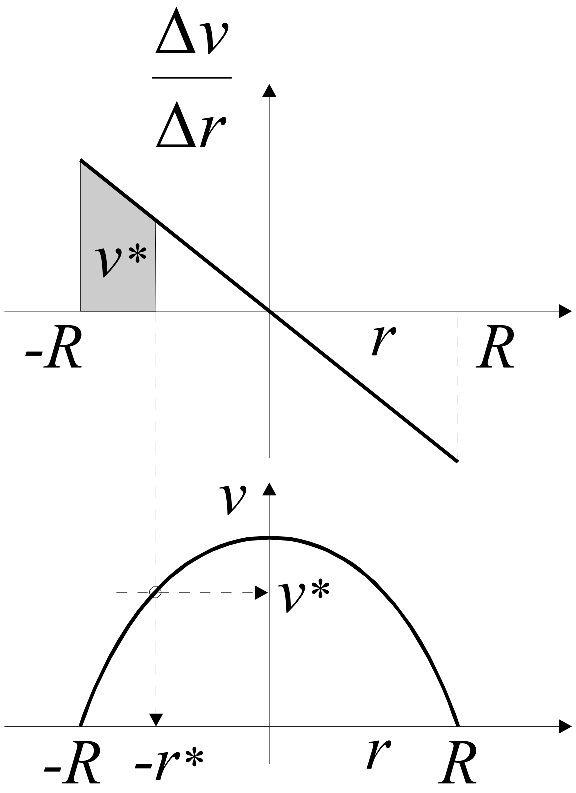
Érvényesség: **newtoni folyadék** **nem newtoni folyadék**

Alkalmazás:



$$\Delta p r^2 \pi = -\eta 2 r \pi l \frac{\Delta v}{\Delta r} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta r} = -\frac{\Delta p r}{2\eta l} = -Kr$$

Megoldás:



$$v^* = \frac{(KR + Kr^*)(-r^* - (-R))}{2}$$

$$v^* = \frac{1}{2} K(R + r^*)(R - r^*)$$

$$v^* = \frac{1}{2} K(R^2 - r^{*2})$$

$$v^* = \frac{\Delta p}{2\eta l}\frac{1}{2}(R^2 - r^{*2})$$

(parabolikus sebességprofil)

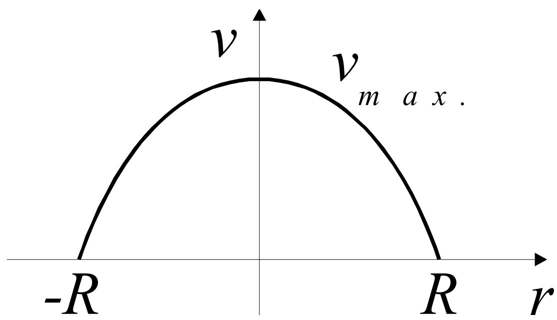
Mekkora a térfogati áramerősség?

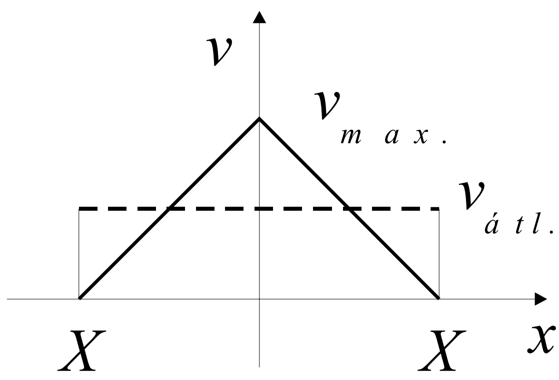
$$I_V = v_{átl.} A = v_{átl.} R^2 \pi$$

Mekkora $v_{átl.}$?

$$v(r) = \frac{\Delta p}{2\eta l}\frac{1}{2}(R^2 - r^2)$$

$$v_{max.} = \frac{\Delta p}{4\eta l}(R^2)$$





Új jelölés: $R^2 \equiv |X|$,

$r^2 \equiv |x|$

$$v(x)=\frac{\Delta p}{2\eta l}\frac{1}{2}(|X|-|x|) \qquad v_{átl.}=\frac{v_{max.}}{2}$$

Hagen–Poiseuille-törvény:

$$I_V=\frac{1}{2}\frac{\Delta p}{4\eta l}(R^2)\,R^2\pi=\frac{\pi\Delta p}{8\eta l}\,R^4$$

Hogyan mozog a test viszkózus közegben?

Becslés gömb esetén: $\leftarrow \quad (F=\eta A\frac{\Delta v}{\Delta h})$

$$F\approx\eta 4r^2\pi\frac{v}{r}=4\pi\eta r v$$

Stokes törvény:

$$F=6\pi\eta r v$$

Lamináris áramlás ($F\sim v$)

Turbulens áramlás ($F\sim v^2$)

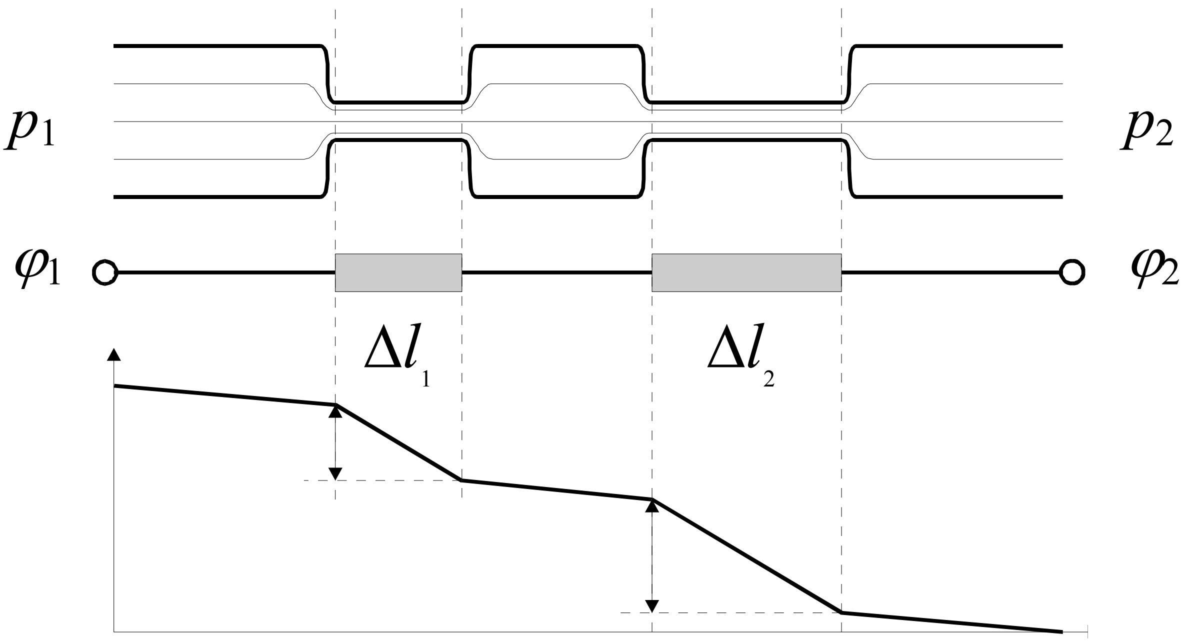
$$v_{kritikus}=R_e\frac{\eta}{\rho_m r}$$

Reynolds szám ($R_e\approx 1000$ sima falú cső esetén)

A H–P-törvény és az Ohm-törvény hasonlósága

$$I_V = \frac{\pi}{8\eta l} R^4 \Delta p \quad \rightarrow \quad I_Q = \frac{1}{R_\Omega} U = \frac{A}{\rho l} U = \frac{\pi}{\rho l} R^2 \Delta\varphi$$

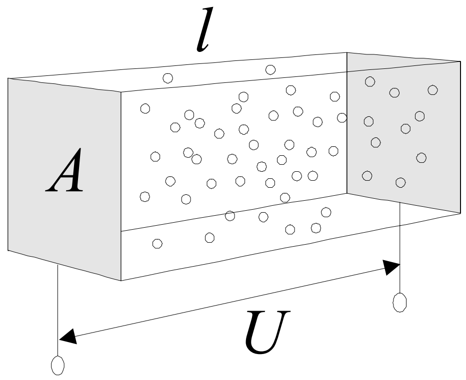
→ a soros és párhuzamos kapcsolásra vonatkozó összefüggések (Kirchhoff törvények) érvényessége



gradiens vektor (-grad p), (-gradφ)

Miért lép fel „súrlódás”? (mikroszkopikus kép)

(aluljáró pl.)



t idő alatt

a véletlen ütközések száma k

$\tau = \dfrac{t}{k}$ az ütközések között

eltelt átlagos idő

a kitüntetett részecskékre $F = \dfrac{U}{l} q$ erő hat

$$v_{drift} = \frac{F}{m}\tau = uF = uq\frac{U}{l};\ (u\ ;\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{Ns}}\right] \text{ a mozgékonyság})$$

$$n = \frac{\Delta N}{\Delta V} \text{ a részecske koncentráció;} \qquad (n\ ;\ \left[\frac{1}{\mathrm{m}^3}\right])$$

Δt idő alatt $\Delta Q = q\Delta N = qnv_{drift}\Delta t A$ töltés éri el a lemezt

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = I_Q = uq\frac{U}{l}Anq = uq^2n\frac{A}{l}U = \sigma\frac{A}{l}U \qquad (\sigma\,;\left[\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}\right])$$

$$J_Q = -\sigma\frac{\Delta\varphi}{\Delta x}$$

Megjegyzések: gáz ill. folyadék lamináris áramlása