Diffúzió

(kísérlet)

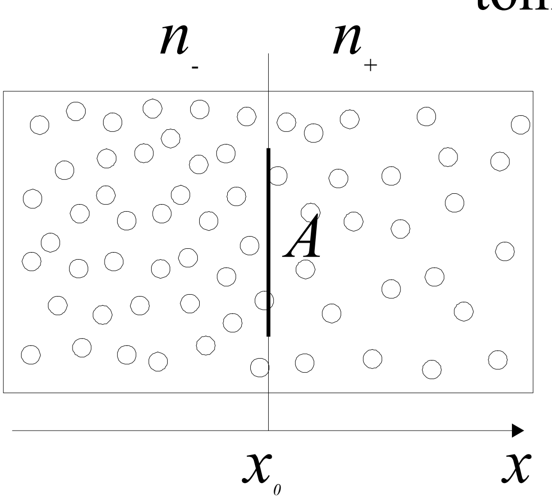
részecske áramerősség $I_N = \dfrac{\Delta N}{\Delta t}$; $\left[\dfrac{1}{\text{s}}\right]$

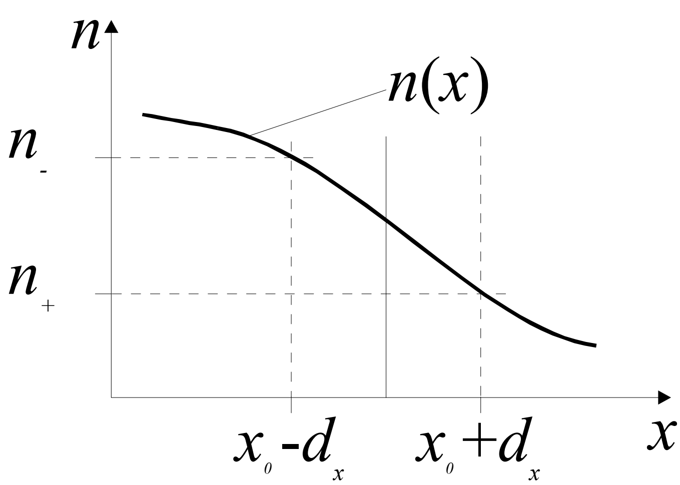
részecske áramsűrűség $J_N = \dfrac{\Delta I_N}{\Delta A}$; $\left[\dfrac{1}{\text{m}^2\text{s}}\right]$

átlagos szabad úthossz $d = v\tau$; [m]

Megjegyzések: elektromos áramerősség $I_Q = qI_N$,

tömeg áramerősség $I_m = mI_N$





Δt idő alatt $\Delta N = N_- - N_+ = \dfrac{1}{2} v_x \Delta t A(n_- - n_+)$ részecske lép át az A felületen

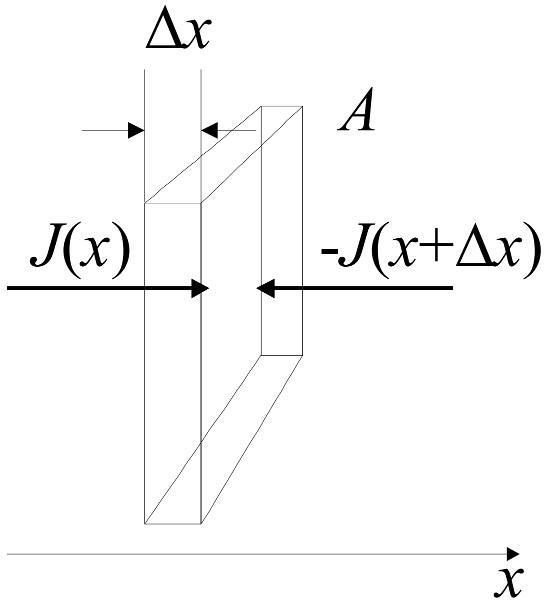
Fick I. törvénye:

$$J_{Nx} = \frac{1}{2} v_x 2 d_x \left(-\frac{\Delta n}{\Delta x}\right) = -v_x d_x \frac{\Delta n}{\Delta x} = -D\,\frac{\Delta n}{\Delta x} \qquad \left(D\ ;\left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}}\right]\right)$$

felhasználva, hogy $d_x = v_x\tau$, ill. $\tau = um$ $\rightarrow$

$$J_{Nx} = -m v_x^{\,2} u\,\frac{\Delta n}{\Delta x}\ ;\ (\text{de } \frac{1}{2} m v_x^{\,2} = \frac{1}{2} kT) \quad \rightarrow \quad D = ukT$$

Általánosított kontinuitási törvény:



$$[J(x) - J(x+\Delta x)]\, A\Delta t =$$
$$= [n(t+\Delta t) - n(t)]\, A\Delta x$$

$$-\frac{\Delta J}{\Delta x} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

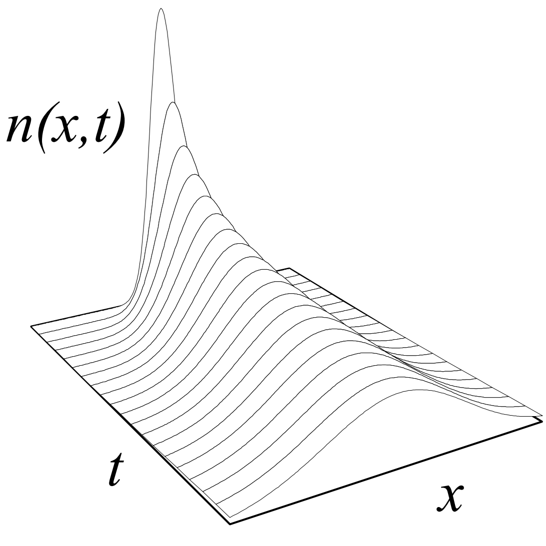
alkalmazás:

Fick II. törvénye:

$$D\frac{\Delta\left(\dfrac{\Delta n}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta n}{\Delta t}$$

$$n(t+\Delta t) = n(t) + D\Delta t\,\frac{\Delta\left(\dfrac{\Delta n}{\Delta x}\right)}{\Delta x} \qquad \left(D\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial n}{\partial t}\right)$$

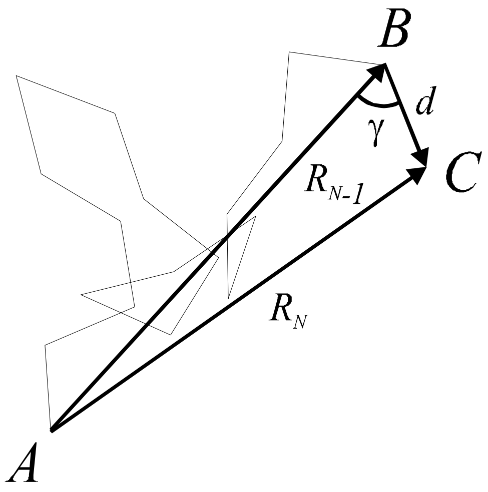
$n(x,t)$ grafikus megoldás: (gyakorlat)



$$n(x,t) = \frac{n_0}{\sqrt{2\pi}\sigma(t)} e^{-\frac{x^2}{2[\sigma(t)]^2}}$$

$$\sigma(t) = \sqrt{2Dt}$$

Bolyongás



$$R_N^2 = R_{N-1}^2 + d^2 - 2 R_{N-1} d \cos\gamma$$

$$R_N^2 = N d^2 \qquad \text{és} \qquad N = \frac{t}{\tau}$$

$$R(t) = \sqrt{\frac{t}{\tau}}\, d = \sqrt{Dt}$$

(Robert Brown (1773-1858) angol botanikus, Maryan Smoluchowski (1872-1917) lengyel fizikus, Einstein)

Hővezetés

termikus energiaáram „diffúzió” útján: felhasználjuk, hogy Δt idő alatt $\Delta N = N_2 - N_1 = \frac{1}{2} v_z \Delta t A (n_2 - n_1) = 0$

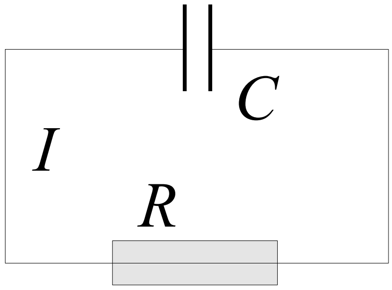
részecske lép át az A felületen, de

$$\Delta E = N_2 \frac{1}{2} k T_2 - N_1 \frac{1}{2} k T_1 = \frac{1}{2} v_z \Delta t A n \frac{1}{2} k (T_2 - T_1) \neq 0$$

$$J_{Ez} = \frac{1}{2} v_z d_z n k \frac{\Delta T}{\Delta z} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta z} \qquad \left(\lambda ; \left[\frac{W}{mK}\right]\right)$$

(Fourier törvény)

Meddig tart az áramlás?



$$I = \frac{1}{R} U \,; \;\; \mathrm{U} = \frac{Q}{C}$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\frac{1}{RC} Q \,; \qquad Q = Q_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

Beáll az egyensúly.