

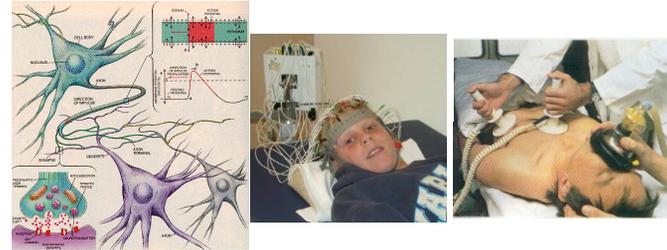
Medizinische Biophysik

13

Kurze Rekapitulation der
Elektrizitätslehre 1



1



2

Elektrische Ladung

Ladung: ist an Materie gebunden, eine wesentliche Eigenschaft der Materie (wie die Masse).
Makroskopische Objekte sind im allgemeinen elektrisch neutral.



Elektron (griechisch, ηλεκτρον) heißt „Bernstein“

Elektronen sind negativ geladene Elementarteilchen. Das Proton hat die entgegengesetzte Ladung (positiv).

Die elektrische Ladung ist quantisiert und der Betrag der Ladung des Elektrons (e^-) ist die **Elementarladung** (e).
Einheit der Ladung: 1 C (Coulomb) = 1 A s

$$e = |e^-| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

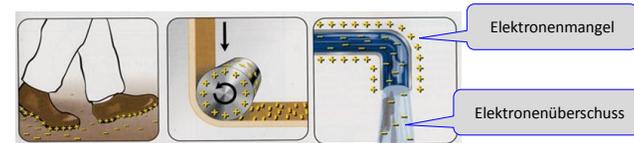
Faraday-Konstante (Gesamtladung von 1 mol Protonen):

$$F = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 6 \times 10^{23} \text{ 1/mol} = 96\,500 \text{ C/mol}$$

3

Ladungstrennung

Die elektrischen Ladungen können z.B. durch Reibung getrennt werden (statische Elektrizität = Reibungselektrizität).



"I told you tylon carpets were a mistake."



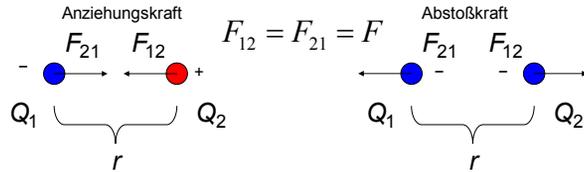
Nach der Ladungstrennung kommt die Entladung.

4

Elektrische Wechselwirkung

Es gibt eine **Wechselwirkung** zwischen den Ladungen:

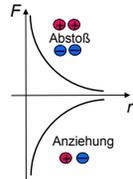
- ungleichnamige Ladungen ziehen sich an
- gleichnamige Ladungen stoßen sich ab



Coulomb-Gesetz:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$$

elektrische Feldkonstante (des Vakuums)

Dielektrizitätskonstante/Influenzkonstante/Permittivität des Vakuums

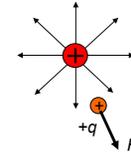
5

Elektrisches Feld und Feldlinien

Wenn sich der physikalische Zustand eines Objekts im Raum ändert, ohne dass ein direkter Kontakt mit einem anderen Objekt besteht, spricht man von einem Feld.

Das Feld wird durch die Feldstärke definiert.

elektrische Feldstärke, E :
$$E = \frac{F}{q} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$



Veranschaulichung des Feldes: mit Hilfe der **Feldlinien**

Richtung der Feldlinien: Richtung des Feldstärkevektors

Dichte der Feldlinien (Anzahl der Feldlinien pro Fläche): Betrag des Feldstärkevektors

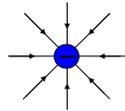
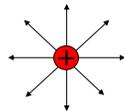
Homogenes Feld: die gleiche Feldstärke in jedem Punkt

Inhomogenes Feld: unterschiedliche Feldstärken in verschiedenen Punkten

6

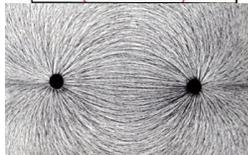
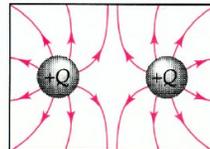
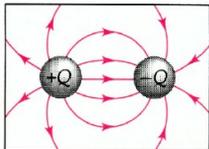
Feldlinien einer Punktladung:

Radialfeld



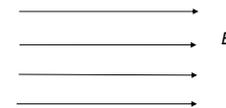
inhomogenes Feld

Feldlinien eines Dipols und zwei gleicher Ladungen:

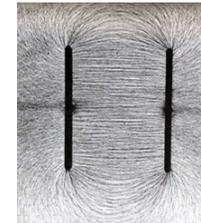


7

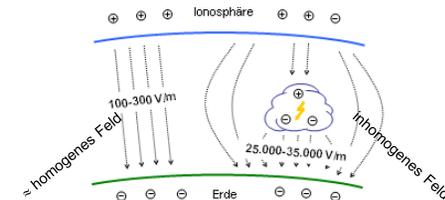
homogenes Feld



E



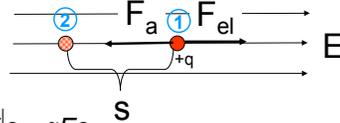
Elektrisches Feld der Erde:



8

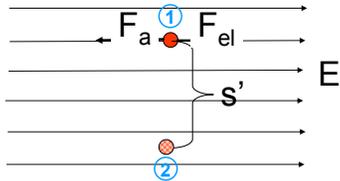
Arbeit im elektrischen Feld:

Bewegung einer Ladung parallel zu den Feldlinien:



$$W = |\vec{F}_a| \cdot s = |\vec{F}_{el}| \cdot s = q|\vec{E}|s = qEs$$

Bewegung einer Ladung senkrecht zu den Feldlinien:



$$W = |\vec{F}_a| \cdot s' \cdot \cos \alpha = 0$$

9

Spannung (= Potentialdifferenz)

Sei $W_{1 \rightarrow 2}$ die Arbeit, die man braucht um eine Probeladung q aus Punkt 1 nach Punkt 2 zu bringen. $W_{1 \rightarrow 2} / q$ ist unabhängig von der Probeladung und vom Weg.

Elektrische Spannung zwischen zwei Punkten 1 und 2 (Spannung des Punktes 2 gegenüber 1) (U_{21}):

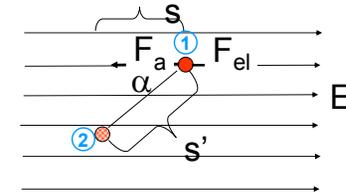
$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} \quad \text{Einheit: Volt [V]} \quad 1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Bemerkungen:

- Wenn $U_{21} > 0 \Rightarrow$ Punkt 2 ist „positiver“ als Punkt 1
- $U_{21} = -U_{12}$
- Im homogenen Feld: $U_{21} = W_{1 \rightarrow 2} / q = qEs / q = Es$
- Elektrische Arbeit (z.B. bei der beschleunigung von Elektronen): $W = eU = \frac{1}{2} mv^2$
- $U_{21} = \varphi_2 - \varphi_1$

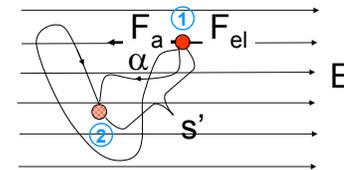
11

Bewegung einer Ladung schräg zu den Feldlinien:



$$W = |\vec{F}_a| \cdot s' \cdot \cos \alpha = qEs' \cdot \cos \alpha = qEs$$

W ist unabhängig von dem aktuellen Weg zwischen den zwei Punkten!



10

Elektrisches Potenzial

Sei $W_{0 \rightarrow i}$ die Arbeit, die man braucht um eine Probeladung q aus einem Bezugspunkt 0 nach Punkt i zu bringen.

Elektrisches Potenzial

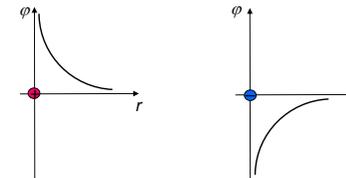
des Punktes i in Bezug auf 0:

$$\varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} \quad \text{Einheit: Volt (V)}$$

Das elektrische Potenzial (φ) gibt an, welche potenzielle Energie eine Probeladung von 1 C in einem Punkt i hat, nachdem sie in einem vorgegebenen elektrischen Feld vom Punkt 0 zu dem Punkt i gebracht wurde.

Als Bezugspunkt 0 wird oft ein Punkt im Unendlichen gewählt, in diesem Fall gibt das elektrische Potenzial (φ) an, welche potenzielle Energie eine Probeladung von 1 C in einem Punkt i hat, nachdem sie in einem vorgegebenen elektrischen Feld vom Unendlichen zu dem Punkt i gebracht wurde.

Im Feld einer Punktladung:

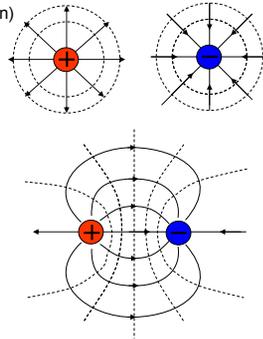
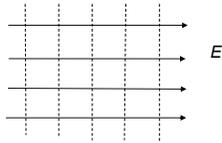


12

Potenzialfeld, Äquipotenzialflächen

Äquipotenzial = dasgleiche Potenzial

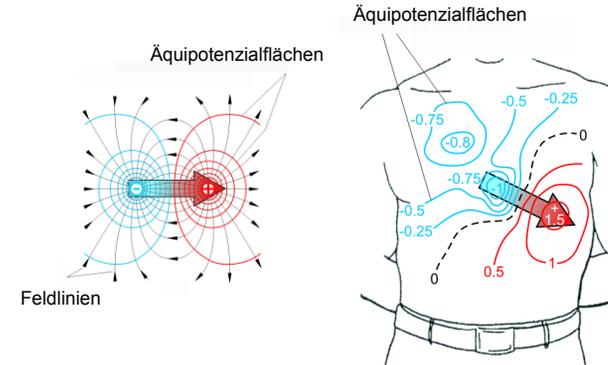
Äquipotenziallinien(-flächen) (gestrichelte Linien) und Feldlinien (durchgezogene Linien) stehen senkrecht zueinander:



Bewegung an einer Äquipotenzialfläche: keine Arbeit!

13

Medizinische Anwendung: EKG



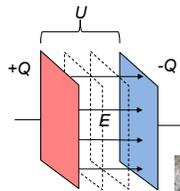
⇒ s. 2. Semester

14

Kondensator und Kapazität

Kondensator (dichtgedrängt, bezogen auf die Ladungen): Bauelement, das elektrische Ladungen und Energie speichern kann, Ladungsspeicher

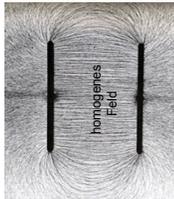
Plattenkondensator



Ladungsspeicherungsfähigkeit

Kapazität des Kondensators (C):

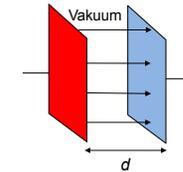
$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{Einheit: Farad (F)} \quad \text{IF} = \frac{1C}{1V}$$



15

Für Plattenkondensator gilt: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

ϵ_0 = elektrische Feldkonstante des Vakuums
Dielektrizitätskonstante des Vakuums



Dielektrikum zwischen den Kondensatorplatten

mit Dielektrikum:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ_r = relative Dielektrizitätszahl

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

Dielektrikum ~ Isolator

ϵ = Dielektrizitätskonstante

Die relative Dielektrizitätszahl gibt an, um welchen Faktor sich die Kapazität vergrößert, wenn statt Vakuum ein anderes Dielektrikum verwendet wird.

Material	relative Dielektrizitätszahl
Luft	1,00059
Wasser	81,1
Papier	≈3
PVC	3,7
Fettgewebe	≈12
Haut	≈70

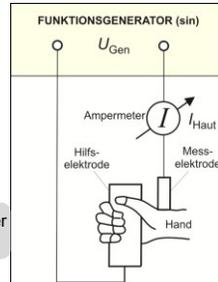
16

Bei Metallplatte-Haut-Muskel-Anordnung (s. „Hautimpedanz“ Praktikum):

Kapazität der Haut :

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = \gamma^* A$$

γ^* ist die spezifische Kapazität der Haut in F/m² Einheit



17

Energiespeicherung im Kondensator

Die in einem Kondensator gespeicherte Energie ist die Arbeit, die zur Aufladung des Kondensators auf Ladung Q und Spannung U notwendig ist:

$$W = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Siehe Defibrillator im 2. Semester:

Zentrales Element des Defibrillators ist ein aufgeladener Kondensator, der die gespeicherte Energie in einem kurzzeitigen aber starken Stromimpuls abgibt.



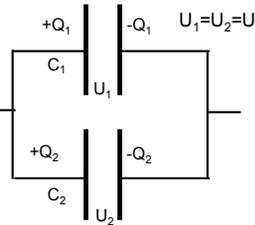
18

Schaltung von Kondensatoren

Parallelschaltung $Q = Q_1 + Q_2$

$$UC_{\text{ges}} = UC_1 + UC_2$$

$$C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$$

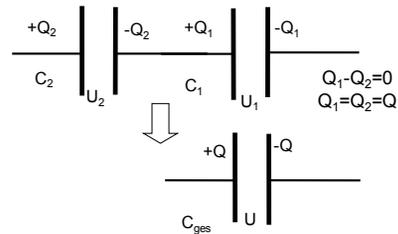


Reihenschaltung

$$U = U_1 + U_2$$

$$\frac{Q}{C_{\text{ges}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

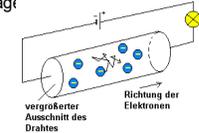


19

Elektrischer Strom

gerichteter Transport oder kollektive Wanderung von elektrischen Ladungsträgern

elektrische Ladungsträgern =
frei bewegliche elektrisch geladene Teilchen
in Metallen: **Elektronen**
in Elektrolytlösungen und Gasen: **Ionen**

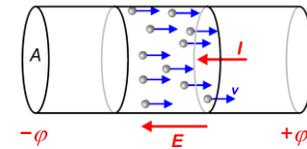


ΔQ ist die durch einen Leiterquerschnitt während der Zeitdauer Δt durchgeflossene Ladungsmenge

Elektrische Stromstärke (I): $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ Einheit: Ampere (A), $1A = 1C/1s$

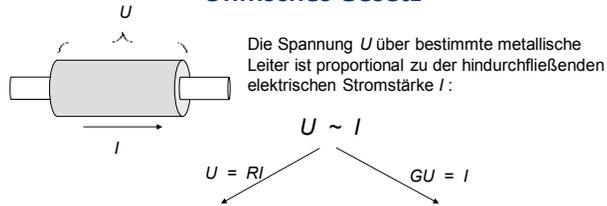
Elektrische Stromdichte (J):

$$J = \frac{\Delta Q}{A \cdot \Delta t} \text{ Einheit: } A/m^2$$



Technische (konventionelle) Stromrichtung: Bewegungsrichtung der positiven Ladungen!!

Ohmsches Gesetz



elektrischer Widerstand (R):

$$R = \frac{U}{I}$$

Einheit: Ohm (Ω), $1\Omega = \frac{1V}{1A}$

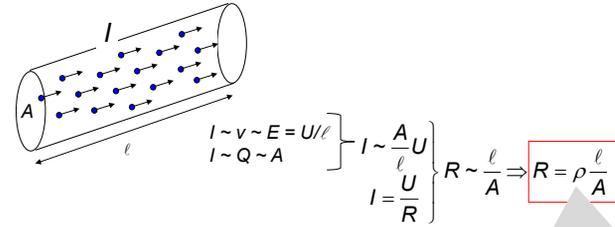
elektrischer Leitwert (G):

$$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$$

Einheit: Siemens (S), $1S = \frac{1}{1\Omega}$

21

Widerstand eines Leiters



ρ = spezifischer Widerstand
SI-Einheit: Ωm

Spezifischer Widerstand (ρ): $\rho = R \frac{A}{l}$ SI-Einheit: Ωm

Elektrische Leitfähigkeit (σ): $\sigma = \frac{1}{\rho}$ SI-Einheit: S/m

22

Stoff	σ (S/m)
Silber	$6,8 \cdot 10^7$
Gold	$4,3 \cdot 10^7$
Platin	$0,94 \cdot 10^7$
Germanium	2,2
Silizium	$4 \cdot 10^{-4}$
Zirkon	$\approx 10^{-10}$
Porzellan	$\approx 10^{-11}$
Glas	$\approx 10^{-13}$
PMMA	$\approx 10^{-12}$
Polyethylene	$\approx 10^{-16}$

Leiter
Halbleiter
Isolator

Stoff	ρ (Ωcm)
Blut	150
graue Hirnmass	300
weiße Hirnmass	700
Haut	1000
Fett	2500
Knochen	10000

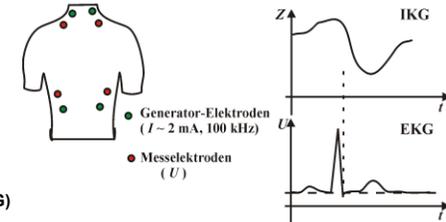
Zur Erinnerung:



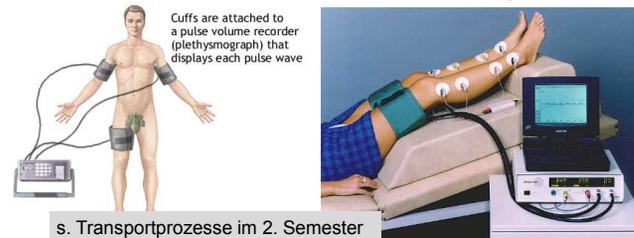
23

Einige Anwendungen:

Impedanzkardiographie (IKG)



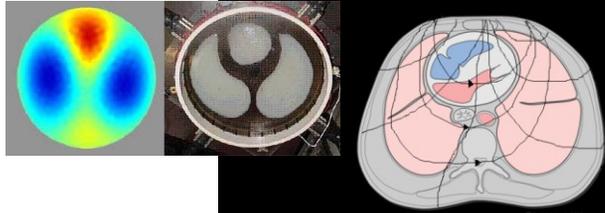
Impedanzplethysmographie (IPG)



s. Transportprozesse im 2. Semester

24

Elektrische Impedanz

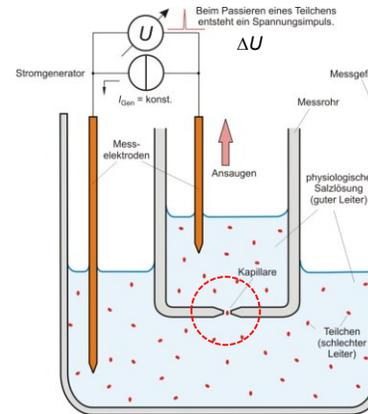


Lügendetektor



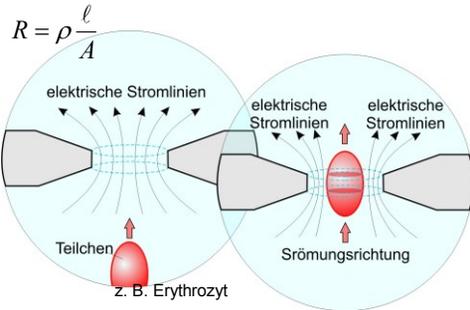
25

Coulter-Zähler



s. Coulter-Zähler Praktikum im 2. Semester

26



Zellmembran ≈ Isolator
 ⇒ die ganze Zelle fällt aus der elektrischen Leitung aus

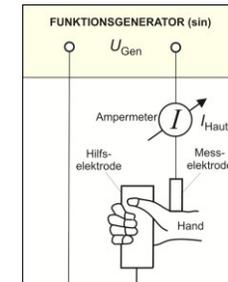
$$\Delta U \sim \Delta R \sim \text{Volumen der Zelle}$$

27

Bei Haut (s. Hautimpedanz Praktikum):

$$R = \rho \frac{l}{A} = \frac{\rho^*}{A}$$

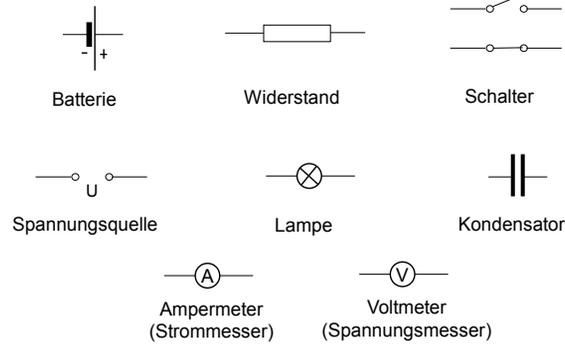
ρ^* ist der spez. Widerstand der Haut in Ωm^2 -Einheit



28

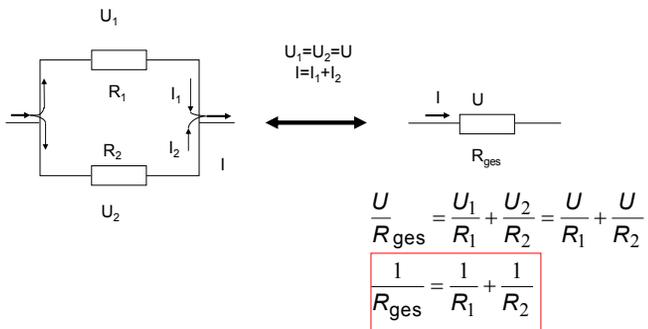
Elektrischer Stromkreis

Elektrische Schaltelemente:



29

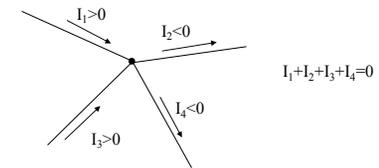
Parallelschaltung von Widerständen:



31

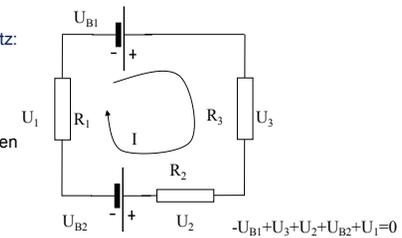
Kirchhoffsche Gesetze

1. Kirchhoffsches Gesetz: **Knotenregel**



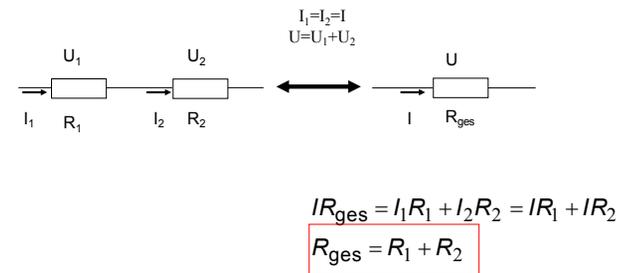
2. Kirchhoffsches Gesetz: **Maschenregel**

(Summe der Spannungen in einer Masche ist 0.)



30

Reihenschaltung von Widerständen:



32

Rechenaufgaben:

- Eine Kupferkugel besitzt eine Ladung von $+2,5 \text{ mC}$.
a) Wie viele Elektronen fehlen der Kugel?
b) Wie viel Mol Elektronen heißt diese Elektronenmenge?
- Berechnen Sie die Anziehungskraft zwischen dem Atomkern eines He^+ -Ions und seinem Elektron? Nehmen Sie 50 pm für den Abstand zwischen dem Kern und Elektron.
- Der intrazelluläre Raum einer Zelle hat -90 mV Potenzial gegen den extrazellulären Raum.
a) Wie viel Arbeit (Energie) braucht eine Ionenpumpe um ein positives einwertiges Ion aus dem intrazellulären in den extrazellulären Raum zu übertragen?
b) Wie viel Arbeit (Energie) braucht sie um ein Mol Ionen auszupumpen?
- In einem Plattenkondensator herrscht ein elektrisches Feld der Feldstärke 150 N/C . Der Abstand zwischen den Platten beträgt 3 cm .
a) Wie viel Arbeit (Energie) braucht man um $+4 \text{ mC}$ Ladung von der negativen Platte zu der positiven Platte parallel zu den Feldlinien zu transportieren?
b) Wie groß ist die Spannung zwischen den Platten?

Lösungen:

- a) $1,56 \cdot 10^{16}$; b) 26 nmol
- 184 nN
- a) $1,44 \cdot 10^{-20} \text{ J}$; b) $8,7 \text{ kJ}$
- a) 18 mJ ; b) $4,5 \text{ V}$

33

Rechenaufgaben:

- Die Daten eines Plattenkondensators sind: Fläche der Platten -7 m^2 ; Abstand der Platten $-0,885 \text{ mm}$. Es wird eine Spannung von 100 V an den Kondensator gelegt. Berechnen Sie
a) die Kapazität des Kondensators,
b) die Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten,
c) die Ladung an der Platten,
d) die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie.
e) Eine Pylstyrolfolie wird zwischen die Platten eingelegt. Wie ändert sich die Kapazität, wenn die relative Dielektrizitätszahl von Polystyrol $2,5$ beträgt?
- Der Kondensator eines Defibrillators hat eine Kapazität von $20 \mu\text{F}$.
a) Auf welche Spannung muss er aufgeladen werden um einen elektrischen Stromschlag mit einer Energie von 160 J produzieren zu können?
b) Wie groß ist die Ladung des Kondensators?
- Berechnen Sie die resultierende Kapazität für die folgenden Anordnungen, wenn $C_1=1 \mu\text{F}$, $C_2=2 \mu\text{F}$, $C_3=100 \text{ nF}$ und $C_4=1,33 \mu\text{F}$ sind.



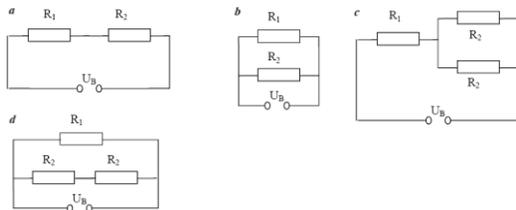
Lösungen:

- a) 70 nF ; b) 113 kV/m ; c) $7 \mu\text{C}$; d) $350 \mu\text{J}$; e) 175 nF
- a) 4 kV ; b) 80 mC
- a) $3 \mu\text{F}$; b) $2,1 \mu\text{F}$; c) $87 \mu\text{F}$; d) $2 \mu\text{F}$

34

Rechenaufgaben:

- In einem Kupferdraht fließt ein elektrischer Strom einer Stromstärke von $0,3 \text{ A}$. Berechnen Sie
a) die durch den Querschnitt des Leiters pro Minute durchfließende Ladungsmenge,
b) die Menge der Elektronen in Mol, die den Leiterquerschnitt pro Stunde durchtreten.
- Wie groß ist der Widerstand eines Bügeleisens, in dem bei einer Spannung von 220 V ein Strom der Stärke von $4,5 \text{ A}$ fließt?
- Bestimmen Sie die Spannungen und Stromstärken an den Widerständen R_1 und R_2 in den folgenden Stromkreisen, wenn $U_B=6 \text{ V}$, $R_1=1 \text{ k}\Omega$, und $R_2=2 \text{ k}\Omega$ sind.



Lösungen:

- a) 18 C ; b) $11,2 \text{ mmol}$
- a) $48,8 \Omega$
- a: $R_{\text{ges}} = 3 \text{ k}\Omega$, $I=2 \text{ mA}$, $U_1=2 \text{ V}$, $U_2=4 \text{ V}$
b: $U_1 = U_2$, $I_1 = 6 \text{ mA}$, $I_2 = 3 \text{ mA}$, $I_{\text{gesamt}}=9 \text{ mA}$
c: $R_{\text{ges}} = 2 \text{ k}\Omega$, $I_1=3 \text{ mA}$, $I_2=1,5 \text{ mA}$, $U_1=U_2=3 \text{ V}$
d: $R_{\text{ges}} = 800 \Omega$, $I_1=6 \text{ mA}$, $I_2=1,5 \text{ mA}$, $I_{\text{gesamt}}=7,5 \text{ mA}$, $U_1=6 \text{ V}$, $U_2=3 \text{ V}$

35