



## Kis orvosi jelfeldolgozás



KAD 2013.02.05

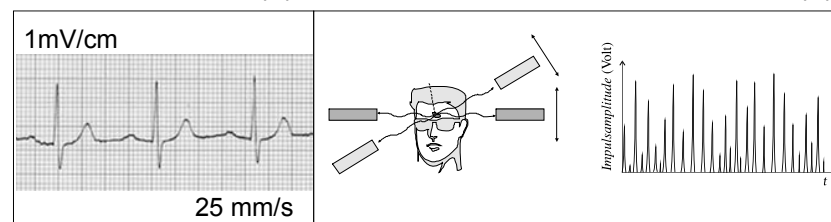
**Jel:** olyan (fizikai) mennyiség, amely információt hordoz, továbbít vagy tárol

pl. (1)  
elektromos feszültség, amely  
a szív-/izom-/agyműködés  
következtében  
a test vagy a koponya felszínén  
mérhető (EKG/EMG/EEG)

pl. (2)  
izotópdiaosztikában a  
gamma kvantumok  
detektálása

(1)

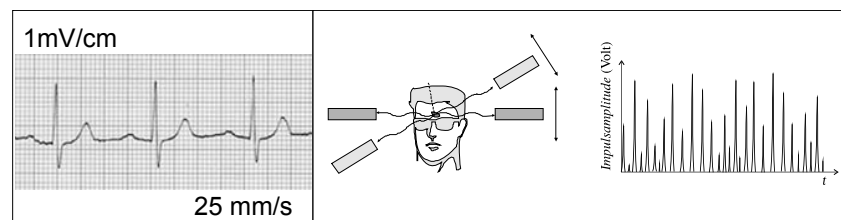
(2)



2

## A jelek osztályozási lehetőségei

statikus	–	(időben) változó
periodikus	–	nem-periodikus
véletlenszerű	–	determinisztikus
impulzusszerű	–	folytonos
elektromos	–	nem elektromos
analóg	–	digitális



3

kitűntetett szerepben

## elektromos jelek

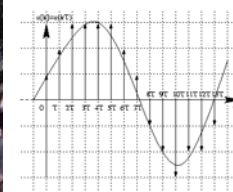
a nem elektromos jeleket  
átalakítjuk elektromos jellé

az **elektromos** jelek előnyei:  
átalakítás, erősítés,  
jeltovábbítás egyszerű

## digitális jelek

az analóg jeleket  
digitalizáljuk

a **digitális** jelek előnyei:  
a tárolás egyszerű, a zaj  
tervezhető és szerepe  
csökkenthető



4

menyiség és egység, ami a jelek nagyságának összehasonlítására szolgál:

**jelszint vagy Bel-szám (v. Decibel-szám):**  $n$  (A. Bell után)

$n$  egysége: Bel (B) vagy decibel (dB)

$$n = \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ B} = \lg \frac{J_2}{J_1} \text{ B} = \lg \frac{E_2}{E_1} \text{ B}$$

a teljesítmények (intenzitások, energiák) hányadosának tízes alapú logaritmus

5

v.ö. **radián** (ívmérték)

$$\Theta = \frac{\text{ív hossz}}{\text{sugár}}$$

$$[\Theta] = \frac{\text{m}}{\text{m}} = \text{rad} = 1$$



v.ö. **pH** (power of Hydrogen)

$$\text{pH} = -\lg \frac{[\text{H}^+]}{1\text{M}}$$

$$\text{zB.: } [\text{H}^+] = 10^{-7} \text{ M}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\lg 10^{-7} = -1 \cdot (-7) = 7$$

a bel szám helyett a **decibel-szám** használatos

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB}$$

$$(10\text{d} = 1)$$

6

a **jellemző** mennyiség: **teljesítmény** (v. intenzitás/energia),  
**technikai** mennyiség: (elektromos) **feszültség**

összefüggés a teljesítmény és a feszültség között:

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} \quad (\text{Ohm: } U = R \cdot I)$$

jelszint a feszültségekkel:

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{\frac{U_2^2}{R_2}}{\frac{U_1^2}{R_1}} \text{ dB} = 10 \cdot \lg \frac{U_2^2}{U_1^2} \text{ dB} = 20 \cdot \lg \frac{U_2}{U_1} \text{ dB}$$

7

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 0,3 \text{ dB} = 3 \text{ dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -3 \text{ dB}$$

v.ö. felezési idő/rétegv.

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \cdot \lg 10 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 1 \text{ dB} = 10 \text{ dB}$$

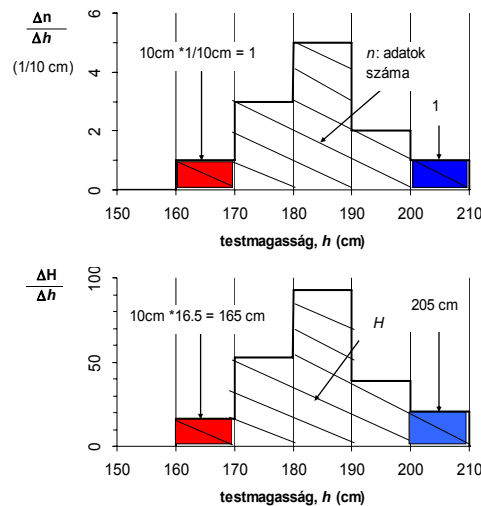
$$\frac{P_2}{P_1} = 100 \Leftrightarrow 10 \lg 100 \text{ dB} =$$

$$= 10 \cdot 2 \text{ dB} = 20 \text{ dB}$$

$U_2/U_1$	$P_2/P_1$	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	$10^6$	60

8

## Gyakorisági eloszlás sűrűségfüggvény



$H$

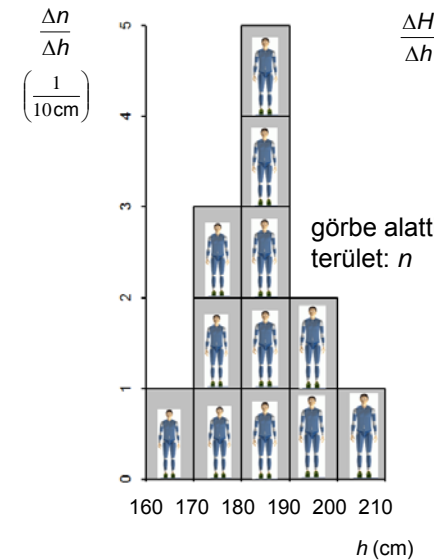


$h$

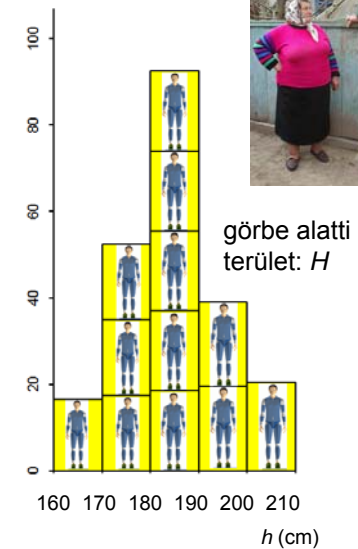
## Spektrum, mint speciális gyakorisági eloszlás

9

## Sűrűségfüggvény



## Spektrum



10

## Fourier-tétel periodikus függvényekre (jelekre)

minden (jól viselkedő) periodikus függvény előállítható szinusz (és koszinusz) függvények összegeként az alap- és felharmonikusokból

periodikus függvény:  
van periódusa,  $T$



$\frac{1}{T} = f$ , ahol  $f$  a frekvencia

az olyan szinuszfüggvény, amelynek frekvenciája megegyezik a jel frekvenciájával:

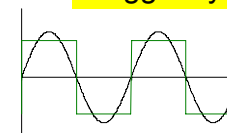
**alapharmonikus** (alapfrekvencia, alaprezgés)

$2f, 3f, 4f, \dots$  : **felharmonikusok** (felhangok)

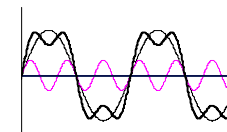
(vonalas spektrum)

11

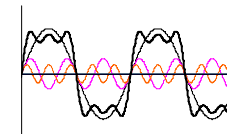
## függvény



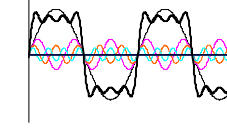
négyszögfv.  
alapharmonikus



alapharm.+  
3. felharm.

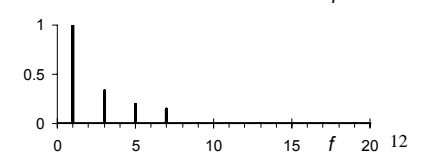
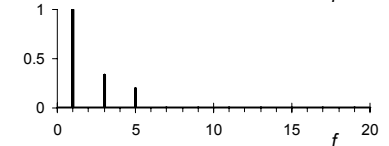
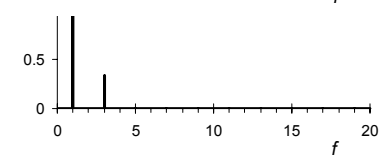
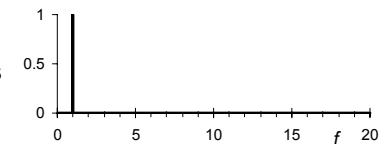


alapharm.+  
3. felharm.+  
5. felharm.



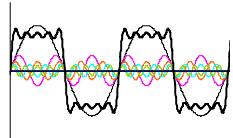
alapharm.+  
3. felharm.+  
5. felharm.+  
7. felharm.

## spektrum

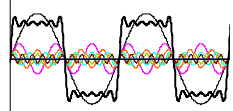


12

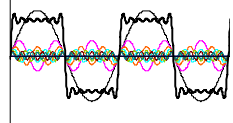
## függvény



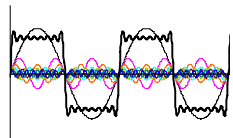
alapharm.+  
3. felharm.+  
+...+  
9. felharm.



alapharm.+  
3. felharm.+  
+...+  
11. felharm.

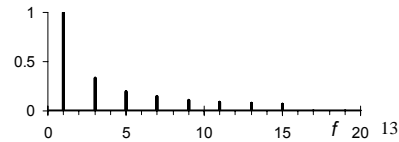
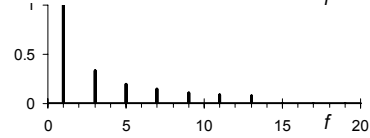
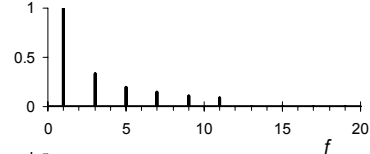
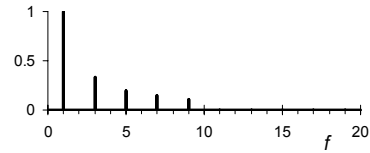


alapharm.+  
3. felharm.+  
+...+  
13. felharm.

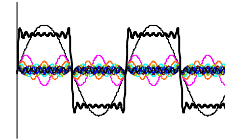


alapharm.+  
3. felharm.+  
+...+  
15. felharm.

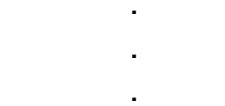
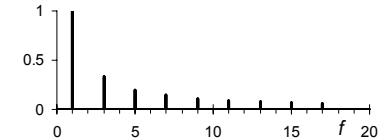
## spektrum



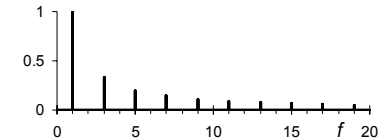
## függvény



alapharm.+  
3. felhang+  
+...+  
17. felhang



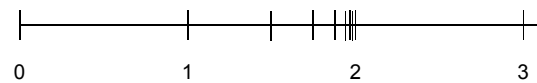
alapharm.+  
3. felhang+  
+...+  
17. felhang+  
+...



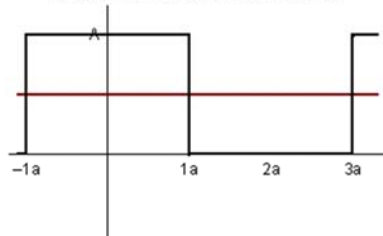
14

v.ö. függvény

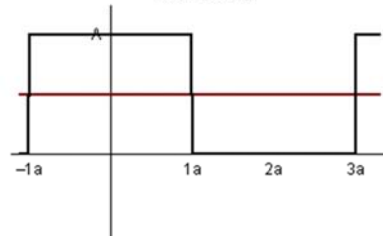
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2$$



Einzelne Summanden bis zur Ordnung 0

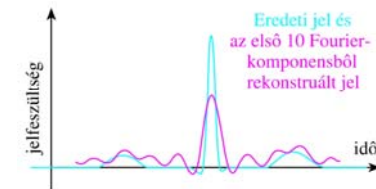
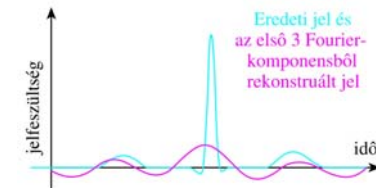


Überlagerung



15

EKG jel  
előállítás  
szinuszokból

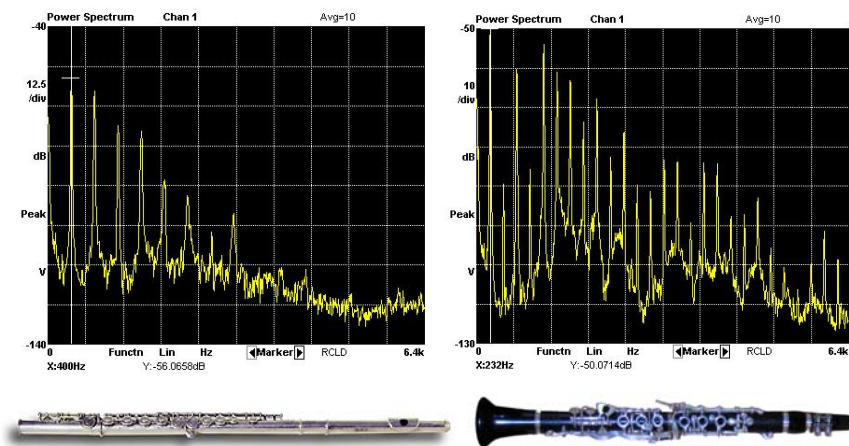


16

Az alap- és felharmonikusokat miért hívják alap- és felhangoknak?

fuvola

klarinét



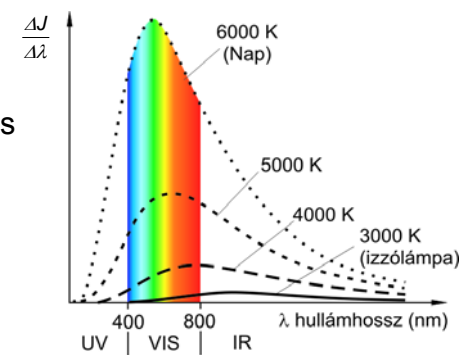
17

## Fourier-tétel aperiodikus függvényekre (jelekre)

minden (jól viselkedő) függvény előállítható szinusz (és koszinusz) függvények összegeként.

A spektruma: folytonos.

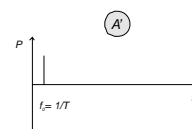
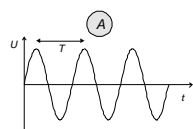
v.ö. emissziós  
spektrumok



18

## függvény

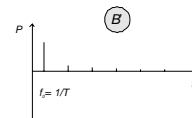
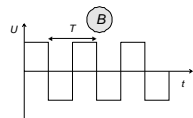
szinusz  
függvény



## spektrum

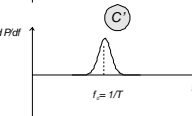
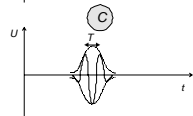
vonalas sp. (1 vonal)

periodikus  
függvény



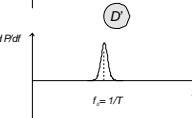
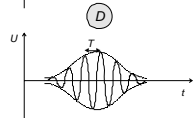
vonalas spektrum

egy pár  
periódus



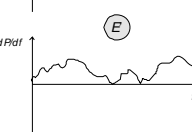
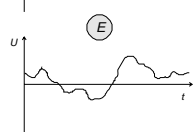
sávós spektrum

kicsit több  
periódus



sávós spektrum

aperiodikus  
függvény



folytonos spektrum

19

Inisheer

## Zene idő-frekvencia reprezentációban

Traditional

Penny Whistle



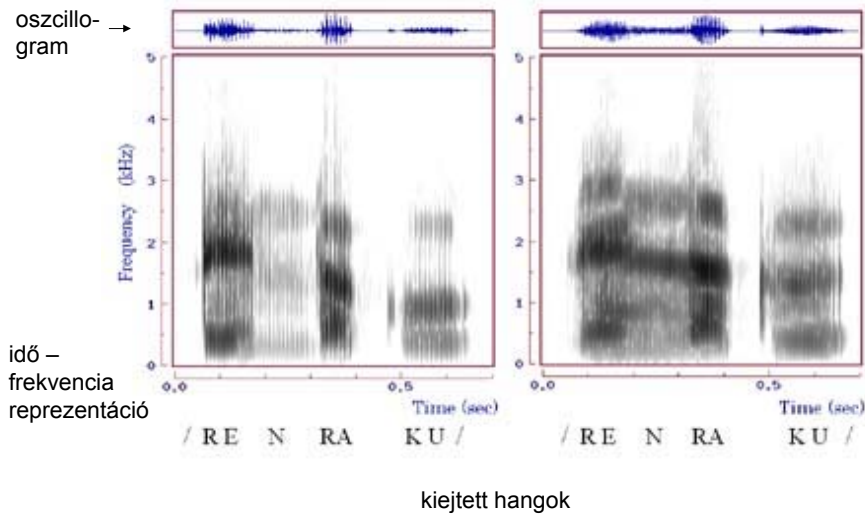
$f_{\text{szinusz}}$



$t$  20



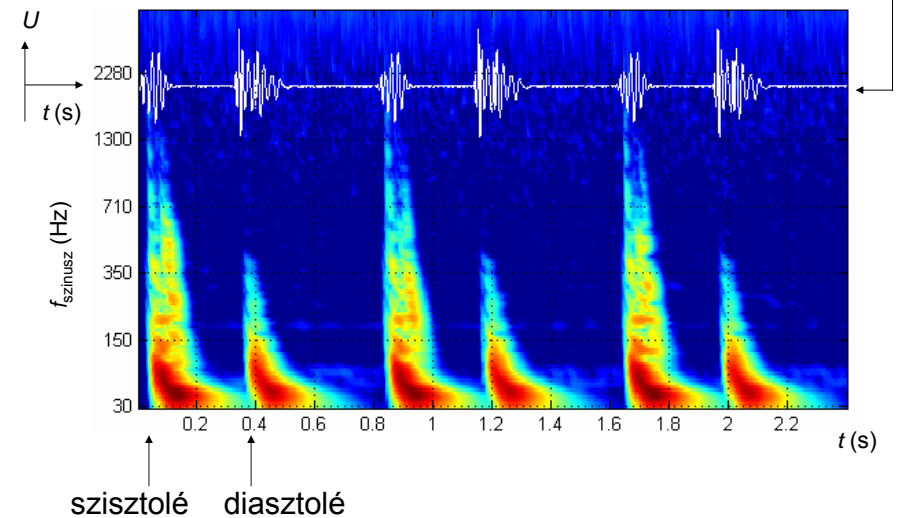
## „Hanglenyomat” (voiceprint)



<http://www.nrips.go.jp/org/fourth/info3/index-e.html>

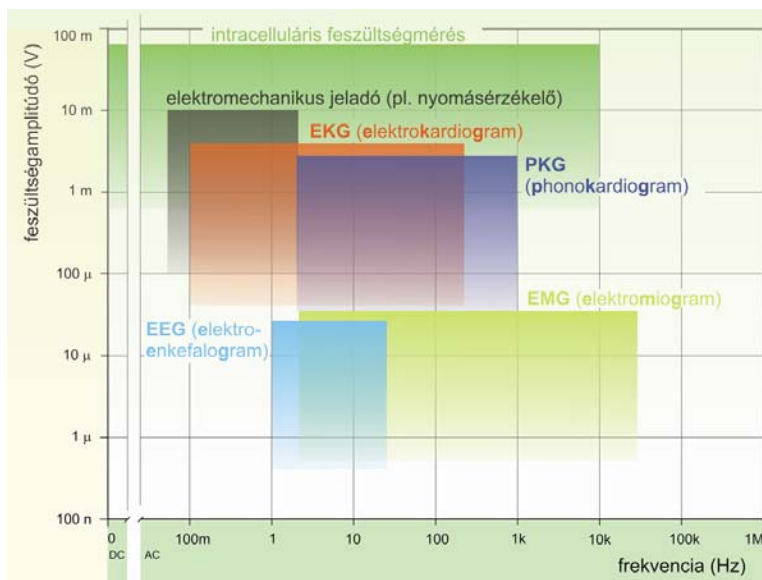
21

## Szívhangok idő-frekvencia reprezentációban (+ oszcillogram)



22

## Biológiai jelek frekvencia és amplitúdó viszonyai



Jegyzet 17. fejezet, címlap, v.ö. Orvosi biofizika tkv. VII.4.ábra

23

## Pl. egy frekvenciafüggő egységre: Elektromos erősítő

$$(1) P_{be} < P_{ki}$$

$$(2) P_{be} \text{ és } P_{ki} : \text{azonos alakú függvények}$$

azonos: „fundamentalista” követelmény  
hasonló: realista igény

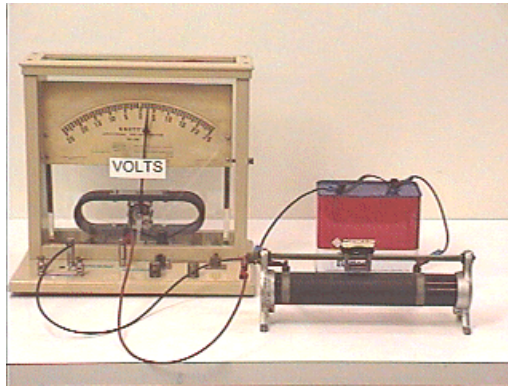
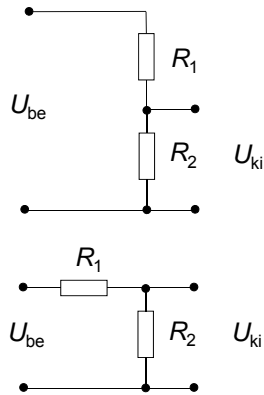
$$(1) + (2) A_p \cdot P_{be}(t) \equiv P_{ki}(t), \text{ ahol } A_p > 1$$

$$A_p = \frac{P_{ki}}{P_{be}}, \text{ teljesítményerősítés(i tényező)}$$

$$A_U = \frac{U_{ki}}{U_{be}}, \text{ feszültségerősítés(i tényező)}$$

24

### (frekvencia független) feszültség-osztó



$$U_{ki} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{be}$$

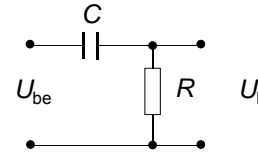
frekvenciafüggő feszültség-osztás: kondenzátorral

25

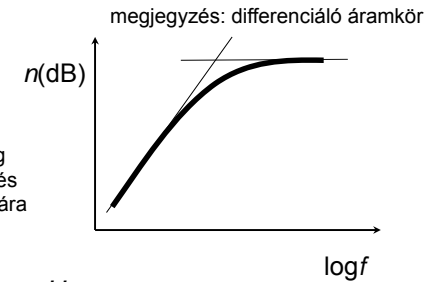
### felüláteresztő/alulvágó szűrő (high-pass filter)

$$R_c = \frac{1}{C\omega}$$

a kapacitás nagy-frekvencián rövidzár



fáziskülönbség miatt összegzés vektorok módjára



$$U_{ki} = \frac{R}{\sqrt{\frac{1}{C^2\omega^2} + R^2}} U_{be} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} U_{be}$$

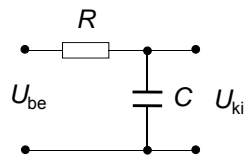
nagyon kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$  ( $\omega \approx 0$ ),  $U_{ki} = 0$

kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$ ,  $U_{ki} = RC\omega U_{be}$   $\leftrightarrow$  6 dB/oktáv

nagy frekvencián: ha  $\omega \approx \infty$ ,  $U_{ki} = U_{be}$

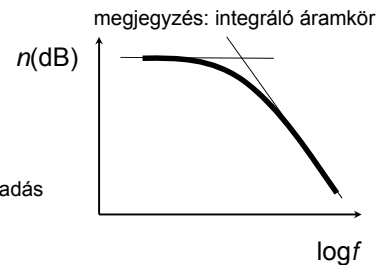
26

### aluláteresztő/felülvágó szűrő (low-pass filter)



$$R_c = \frac{1}{C\omega}$$

a kapacitás kis-frekvencián szakadás



$$U_{ki} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}} U_{be} = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}} U_{be}$$

kis frekvencián: ha  $\omega \ll \omega_0$  ( $\omega \approx 0$ ),  $U_{ki} = U_{be}$

nagy frekvencián: ha  $\omega \gg \omega_0$ ,  $U_{ki} = \frac{1}{RC\omega} U_{be}$   $\leftrightarrow$  -6 dB/oktáv

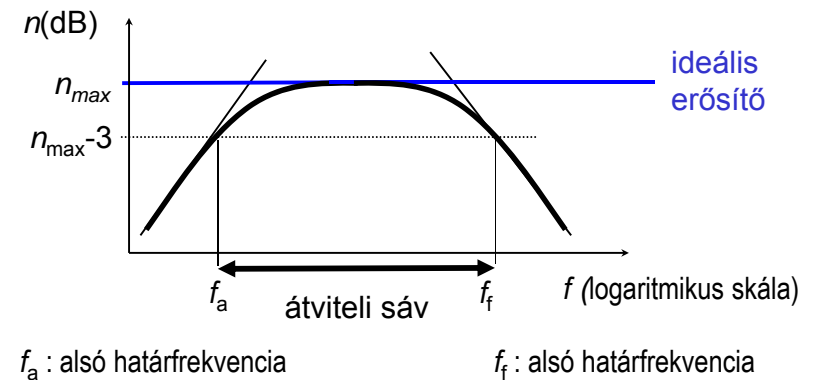
nagyon nagy frekvencián: ha  $\omega \gg \omega_0$  ( $\omega \approx \infty$ ),  $U_{ki} = 0$

27

(1)-re:  $A_p > 1$ ,

$$n = 10 \lg A_p = 20 \lg A_U > 0 \text{ dB}$$

(2)-re: **frekvencia karakterisztika**

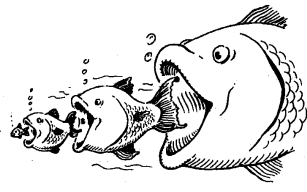
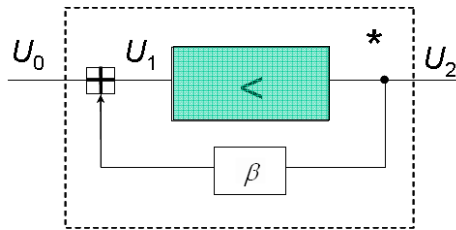


$f_a$  : alsó határfrekvencia

$f_f$  : alsó határfrekvencia

28

## Visszacsatolt erősítő



Megfelelő rálátás nélkül esetleg nem ismerjük fel valódi helyzetünket.

$$(a) U_1 = U_0 + \beta U_2 \quad (b) A_U = \frac{U_2}{U_1}$$

$$(c) A_U^* = \frac{U_2}{U_0} = \frac{U_1 A_U}{U_0} = \frac{(U_0 + \beta U_2) A_U}{U_0} = A_U + \beta \frac{U_2}{U_0} A_U = A_U + \beta A_U^* A_U$$

$$A_U^* - \beta A_U^* A_U = A_U \quad A_U^* = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}$$

29

$$A_U^* = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}, \quad A_U^* : \text{a v.cs. erősítő fesz.erősítési tényezője}$$

$$A_U : \text{az erősítő fesz. erősítési tényezője (v.cs. nélkül)}$$

$\beta > 0$ , pozitív v.cs. (azonos fázisban),  $A_U^* > A_U$  (előny)

$\beta < 0$ , negatív v.cs. (ellentett fázisban),  $A_U^* < A_U$  (hátrány)

pozitív v.cs.:

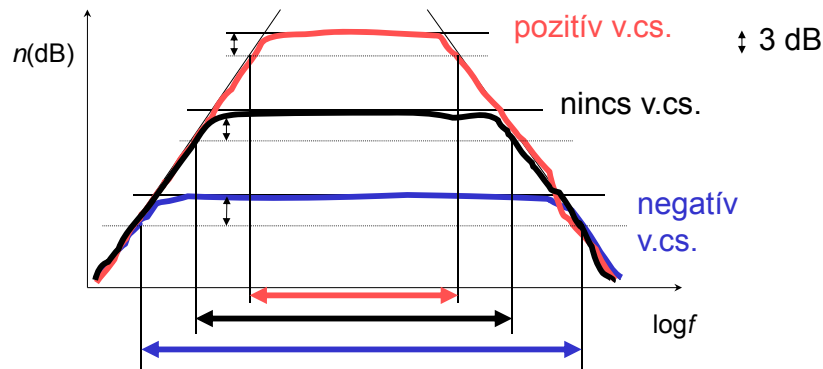
(a)  $\beta A_U = 1$ , erősítés: „végtelen”  
– szinuszoszcillátor  
pl: ultrahang(generátor),  
hőterápia

(b)  $\beta A_U \leq 1$ , erősítés: nagy  
– regeneratív erősítő  
pl: (hallás) külső szörsejtek

negatív v.cs.: „minden” erősítő



30

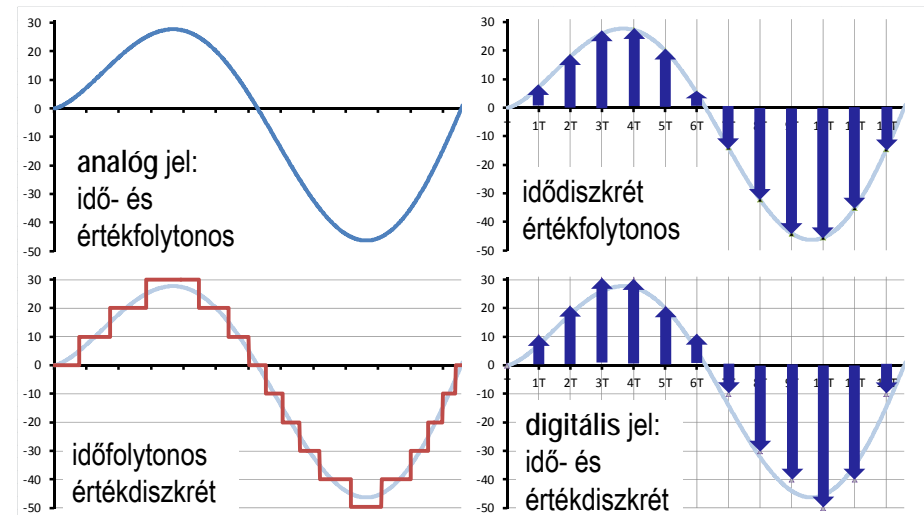


pozitív v.cs.: átviteli sáv – keskenyebb (nagy hátrány)  
erősítés nagyobb (előny)

negatív v.cs.: átviteli sáv – szélesebb (előny)  
erősítés kisebb (kis hátrány)

31

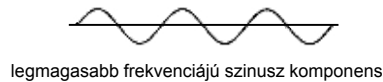
## Analóg jel – digitális jel



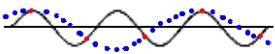
32



idődiszkréttség: nem ismerjük a jel értékét minden időpillanatban



$f_{\text{minta}} = f_{\text{max}}$ , rekonstruált jel: konstans



$f_{\text{minta}} = 1,5 f_{\text{max}}$ , rekonstruált jel frekvenciája rossz



$f_{\text{minta}} = 2 f_{\text{max}}$ , rekonstruált jel frekvenciája helyes

### Shannon - Nyquist tétel:

a minimális mintavételezési frekvenciának legalább a jelben előforduló legmagasabb frekvenciakomponens kétszeresének kell lennie

pl: hifi,  $f_{\text{max}} = 20 \text{ kHz}$

$f_{\text{minta}} = 44.1 \text{ kHz} > 2 \cdot 20 \text{ kHz}$

értékdiszkréttség: a jel értéke nem lehet akármekkora érték

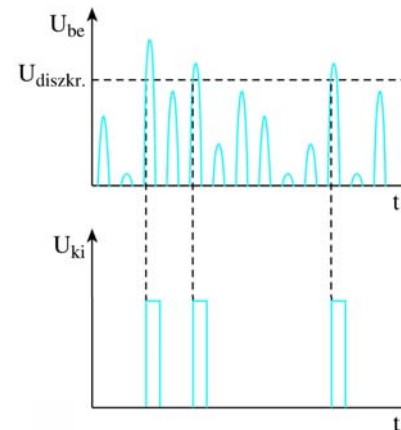
pl: hifi, 16 bit =  $2^{16} = 65\,536$  (CD szabvány)

24 bit =  $2^{24} = 16\,777\,216$  ("legjobb" hangkártya)

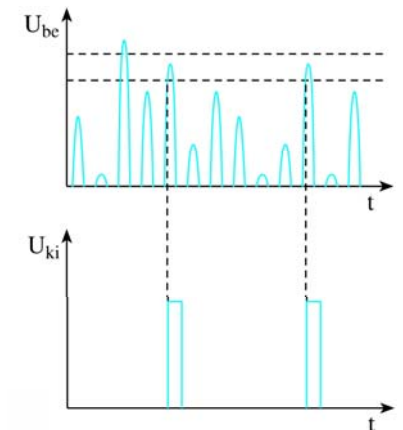
33

### Impulzusjelek feldolgozása

integráldiszkrimináció

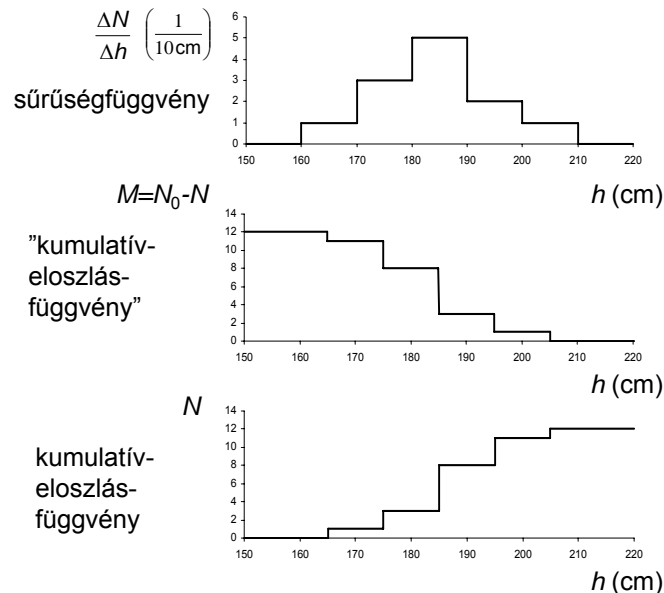


differenciáldiszkrimináció



34

### Eloszlásfüggvények és ID/DD "spektrumok"



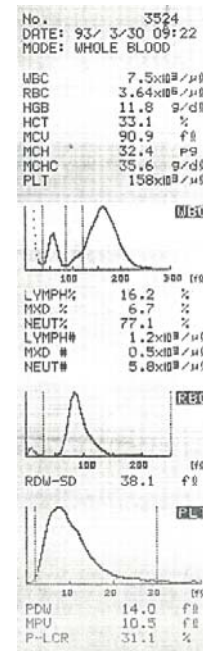
DD-"spektrum"

ID-"spektrum"

hány érték  
kisebb, mint  $h$ ?

35

### Fehérvérsejt koncentrációk



Coulter számláló

