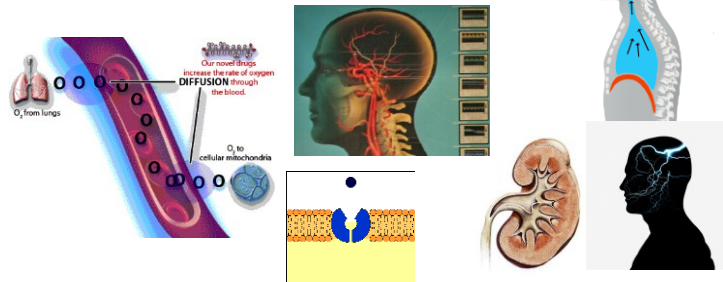


1

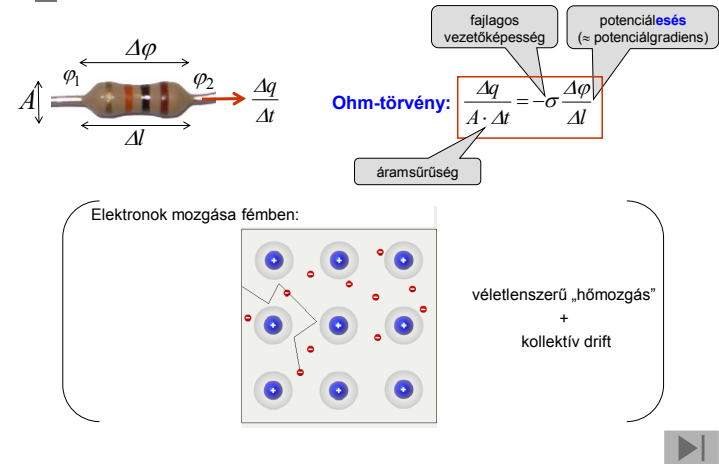
## Transzportfolyamatok

- **anyagtranszport** (diffúzió) – Fick 1. törvénye
- **hőtranszport** (hővezetés) – Fourier-törvény
- összefoglalás, általánosítás – Onsager egyenlet



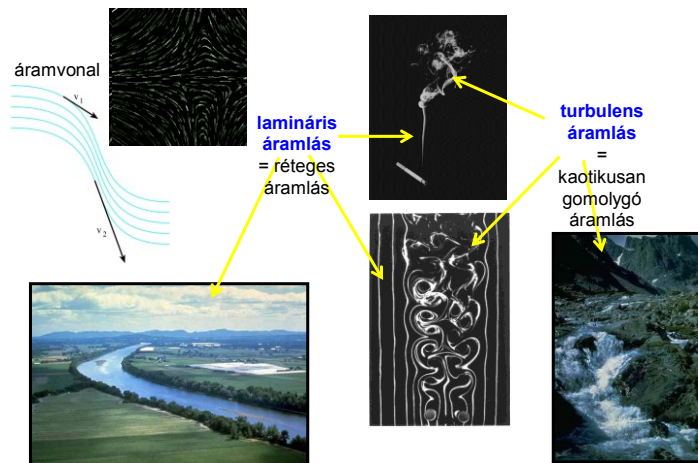
2

## Elektromos töltéstranszport

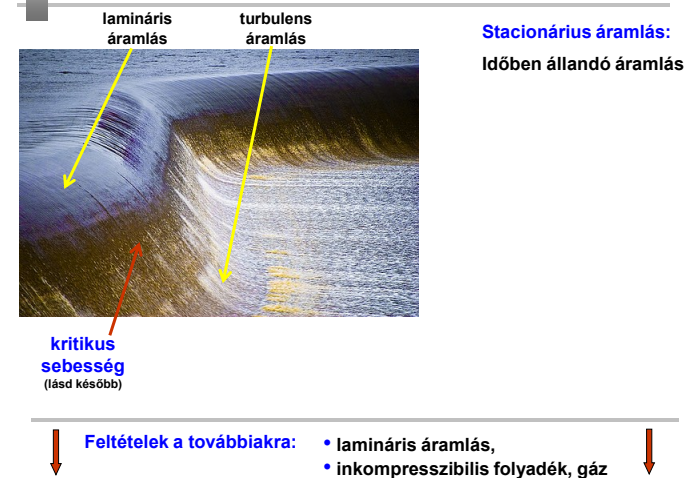


3

## Térfogattranszport (áramlás) - alapfogalmak



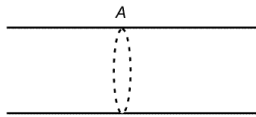
4



5

térfogati áramerősség ( $I_V$ ):  $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  (m<sup>3</sup>/s, l/perc,...)

térfogati áramsűrűség ( $J_V$ ):  $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$  (m/s)

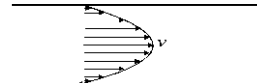


$$I = A \cdot \bar{v} \quad J = \bar{v}$$

ideális folyadék  
= belső súrlódás mentes



reális folyadék  
= belső súrlódás van



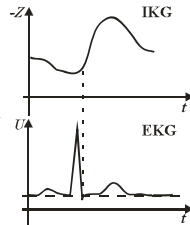
7

Impedancia  
módszerek

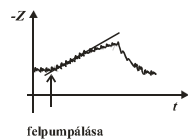
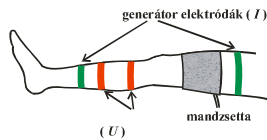
Impedancia kardiográfia



• generátor elektródák  
( $I \sim 2$  mA, 100 kHz)  
• mérő elektródák  
( $U$ )



(Impedancia) pletizmográfia



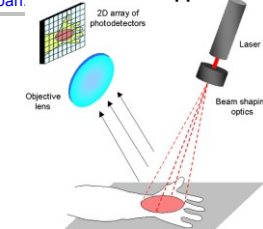
6

Térfogati áramerősség mérése az orvosi gyakorlatban:

Ultraszhang Doppler



Lézer Doppler



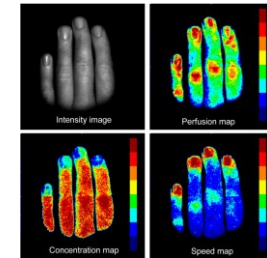
Dilúciós módszerek



- fluoreszcens festék
- radioizotóp
- hideg fiz. sóoldat, ...

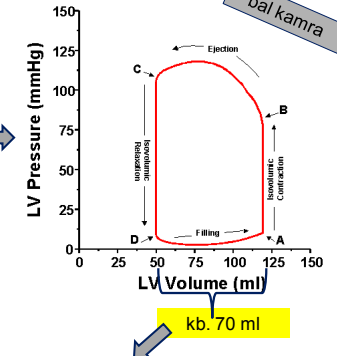
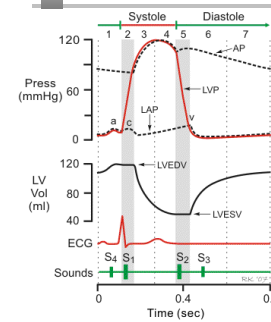
a jelző koncentrációja a vérben:

$$c = \frac{\Delta v}{\Delta V} = \frac{\Delta v}{I \cdot \Delta t} \Rightarrow I = \frac{\Delta v}{c \cdot \Delta t}$$



8

Orvosi példa



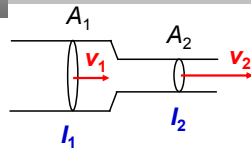
?

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

$$\bar{v} =$$

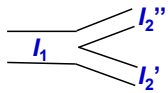
9

## Kontinuitási egyenlet



$$I_1 = I_2$$

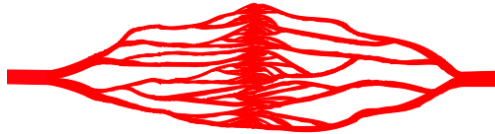
$$A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2$$



$$I_1 = I_2' + I_2''$$

Feltételek:

- lamináris
- inkompresszibilis folyadék
- merev cső vagy stacionárius áramlás



ér	aorta	artériák	arteriolák	kapillárisok	venulák	vénák	Venae cavae
A (cm <sup>2</sup> )	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

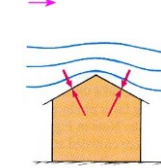
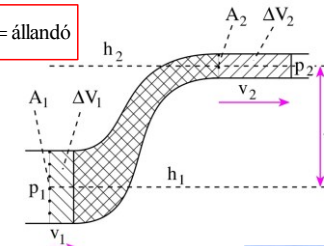
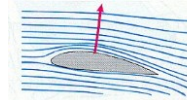
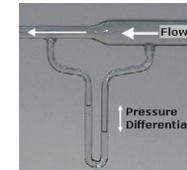
10

## Bernoulli törvénye

További feltétel:

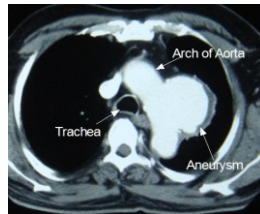
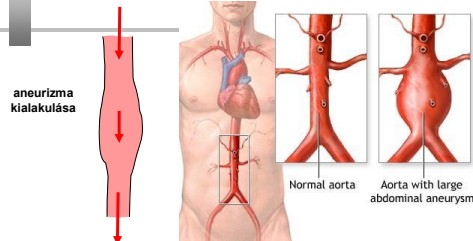
- ideális folyadék

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{állandó}$$



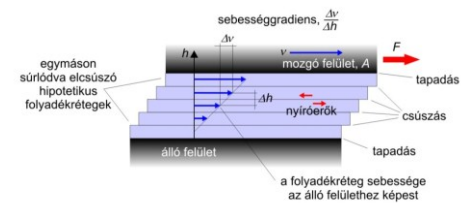
Daniel Bernoulli  
1700-1782  
matematikus  
fizikus  
anatómus

11



12

## Reális folyadékok – belső súrlódás, viszkozitás



Newton-féle  
súrlódási törvény:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

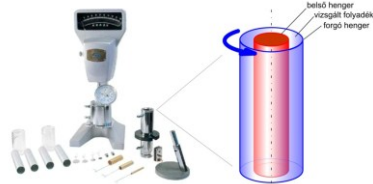
sebességcsökkenés  
(sebességgradiens)

viszkozitás (belső  
súrlódási együttható)  
[ $\eta$ ] = Pa·s

$$[\sigma_{nyíró} = \eta g_{sebesség}]$$

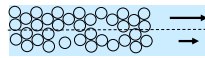
13

Rotációs viszkoziméter:

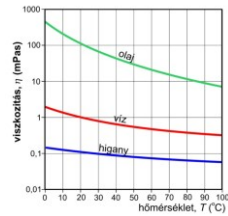


anyag	$\eta$ (mPa·s) 20 °C
levegő	(101 kPa) 0,019
víz	1
etanol	1,2
vér (37 °C)	2–8
glicerin	1490
méz	2000–14000

Hőmérséklet hatása  
folyadékok viszkozitására:  
(részecskék közötti kölcsönhatások)



$$\eta \sim T \cdot e^{\frac{\Delta E}{RT}}$$

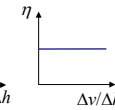
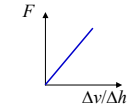


14

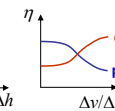
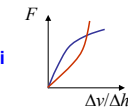
## Folyadékok típusai



newtoni



nem newtoni

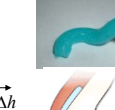
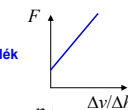


dilatáns

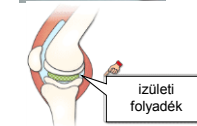
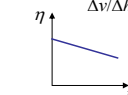
pszeudoplasztikus



Bingham-folyadék



tixotrópia



15

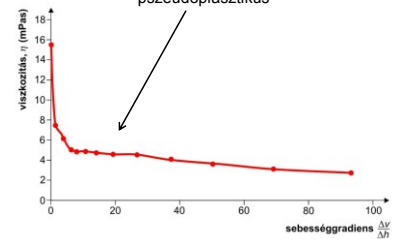
## A nyál viszkozitása

A nyál viszkozitása szerepet játszik:

- fogak öntisztulásában
- zománc kopásában
- remineralizációban
- nyelésben
- beszédben

A nyál viszkozitása:

- durván 2-16 mPa·s
- erősen függ a mucinkoncentrációtól
- pszeudoplasztikus

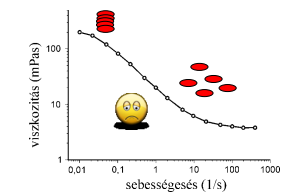
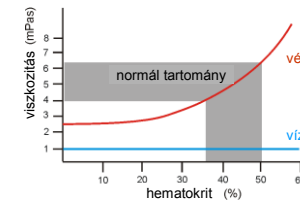


16

## A vér viszkozitása

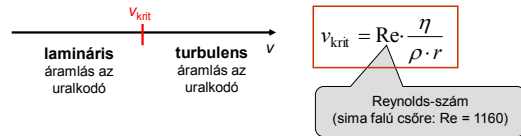
A vér viszkozitása:

- fiziológias áramlási viszonyoknál és testhőmérsékleten durván 2-10 mPa·s
- erősen függ a vörösvértestek koncentrációjától
- pszeudoplasztikus
- függ az ér átmérőjétől, kisebb erekben a viszkozitás kisebb



17

## Kritikus sebesség



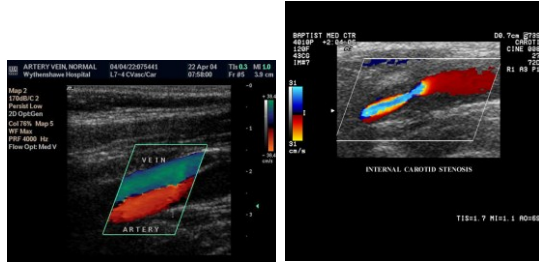
Osborne Reynolds  
1842-1912  
mérnök, fizikus

### A véráramlás lamináris vagy turbulens?



aorta?

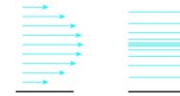
kisebb erek?



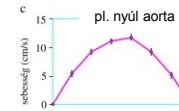
18

## A belső súrlódás néhány következménye

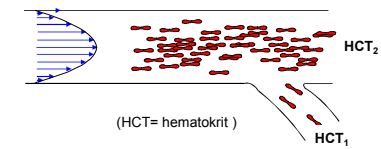
### parabolikus sebességprofil



+ Bernoulli-törvény  $\rightarrow$



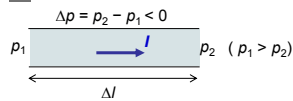
plazma „lefölözés”



$$HCT_1 < HCT_2$$

19

## Hagen–Poiseuille-törvény



térfogati áram-  
erősség

a cső sugara

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

viszkozitás

nyomásesés  
(=nyomásgradiens)



G. H. L. Hagen  
1797-1884  
mérnök



J. L. M. Poiseuille  
1799-1869  
fiziológus

Feltételek:

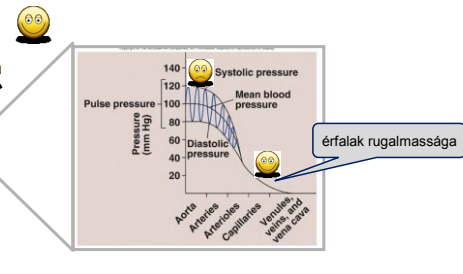
- inkompresszibilis folyadék
- lamináris áramlás
- stacionárius áramlás
- newtoni folyadék

20

### A törvény alkalmazhatósága a vérkeringésre?

Feltételek?

- inkompresszibilis folyadék?
- lamináris áramlás?
- stacionárius áramlás?
- newtoni folyadék



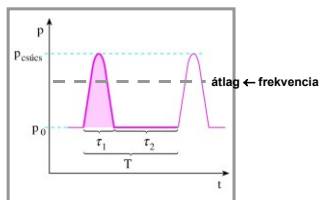
Végeredmény: csak kvalitatív alkalmazás!

21

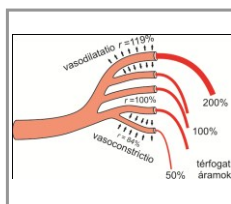
## A vérkeringés szabályozása

A Hagen–Poiseuille-törvény alapján:

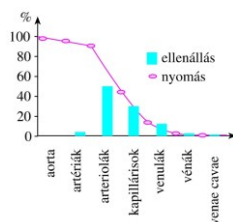
1.  $\Delta p$



2.  $R^4$



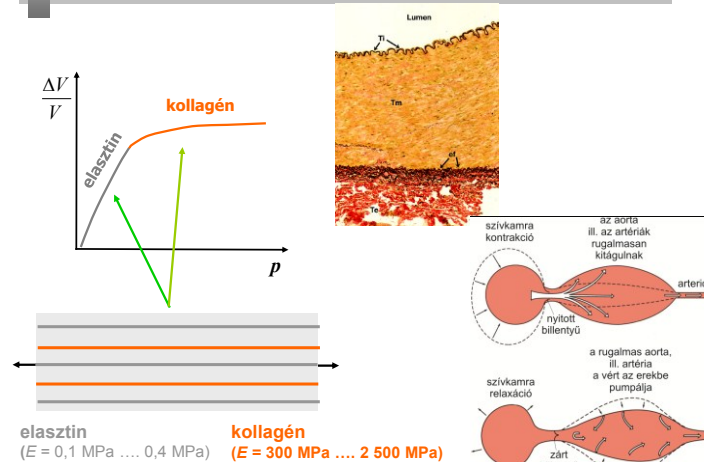
A nagyvérköri ellenállás és nyomásviszonyok:



22

## Az érfalak rugalmassága

(Csak nemstacionárius áramlásnál fontos!)



23

## Összefoglalás

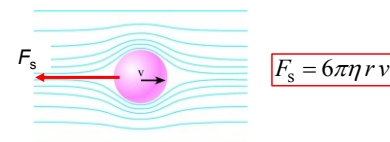
	Mi áramlik?	Erőssége?	Mi hajtja az áramlást?	Összefüggés?
töltés-transzport	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
térfogat-transzport	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$



24

## Stokes-törvény

Kis sebességeknél:



G. G. Stokes  
1819-1903  
matematikus  
fizikus

Állandó sebességű mozgáshoz:  $F_{\text{mozgató}} = F_s$

A részecske **mozgékonyasága** ( $u$ ):  $u = \frac{v}{F_{\text{mozgató}}}$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow \text{lásd diffúzió}$$