

menschliches Körper als Signalquelle

Signalverarbeitung in der Medizin

# menschliches Körper als Signalquelle

Informationsgehalt von Signalen

Signale in der Medizin

Signal-detektoren

Es gibt viele Möglichkeiten, nur einige Beispiele werden gezeigt.

## Signale in der Medizin

Signale tragen **Information**

(Druckwerte, Temperaturwerte, Lautheitswerte, usw.)

$$H = \sum_i p_i \cdot \log_2 \left( \frac{1}{p_i} \right)$$

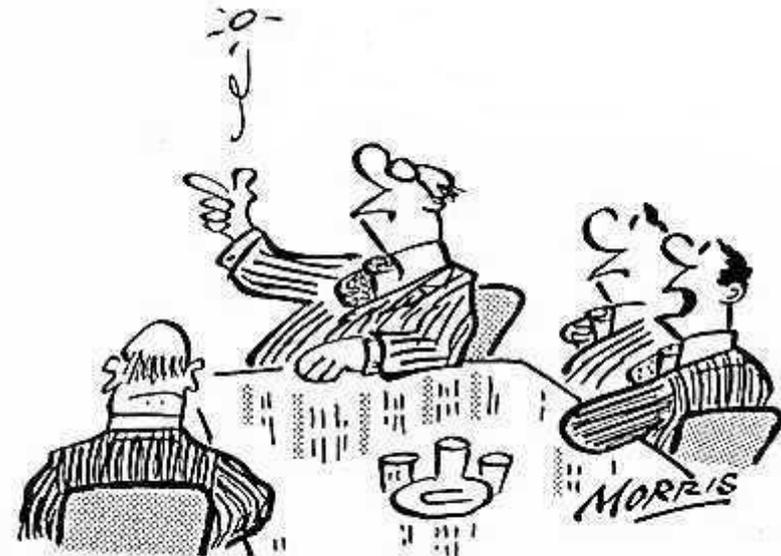
Informationsgehalt in Bit-Einheiten  
(durchschnittlich : Inf.Entropie)

Hier auf dem Bild:

**Information** : Kopf oder Zahl?

**Signal:**

- optisch: einfach schauen
- digital: nach **Kodierung**: 1/0



„Ich wünsche so ruhig zu sein wie J.B.  
wenn es zu ernsten Entscheidungen kommt“

# Informationsübertragung – Informationskodierung

generell

Informationsquelle

Kodierung



Übertragungskanal

Dekodierung



Informationsempfänger  
(Ziel)



Ein Beispiel

Welche Seite ist nach oben?

Kodierung



Seiten (Kopf oder Zahl)  
ins Zahlen: 1,0



Sprache, Schallwellen,  
SMS, usw

Dekodierung

1,0 → Kopf,cZahl



Entscheidung:  
wer gewinnt



# Informationsübertragung – Informationskodierung

generell

Informationsquelle

Kodierung

Übertragungskanal

Dekodierung

Informationsempfänger  
(Ziel)

Ein Beispiel



Welche Seite ist nach oben?

Kodierung



Seiten (Kopf oder Zahl)  
ins Zahlen: 1,0

Sprache, Schallwellen,  
SMS, usw

Dekodierung

1,0 → Kopf,cZahl



Entscheidung:  
wer gewinnt

$$H = p_{Kopf} \cdot \log_2 \left( \frac{1}{p_{Kopf}} \right) + p_{Zahl} \cdot \log_2 \left( \frac{1}{p_{Zahl}} \right) = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 + \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = 1 [Bit]$$

# Informationsübertragung – Informationskodierung

Informationsgehalt – Beispiele

Münze werfen, Kopf / Zahl : 1 bit

Welcher Zahn ist beschädigt?

$$P_{\text{besch}} = 1/32, H = 32 * P * \log_2(1/P) = 5 \text{ bit}$$

1 Nukleotide im DNS: 2 bit (vereinfacht, nur ATCG)

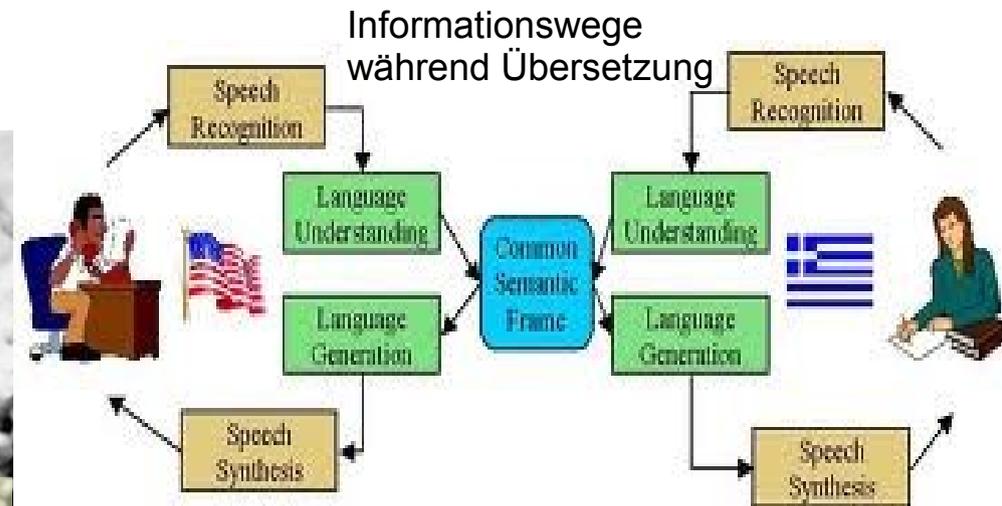
**Hausaufgabe:** *Wie viele Bits brauchen wir, um den Informationsgehalt eines Polypeptides von 120 Elemente zu übertragen?*

# Signale in der Medizin

ein Signal ist etwas, was Information trägt



Eugene Debs 1918 Ohio

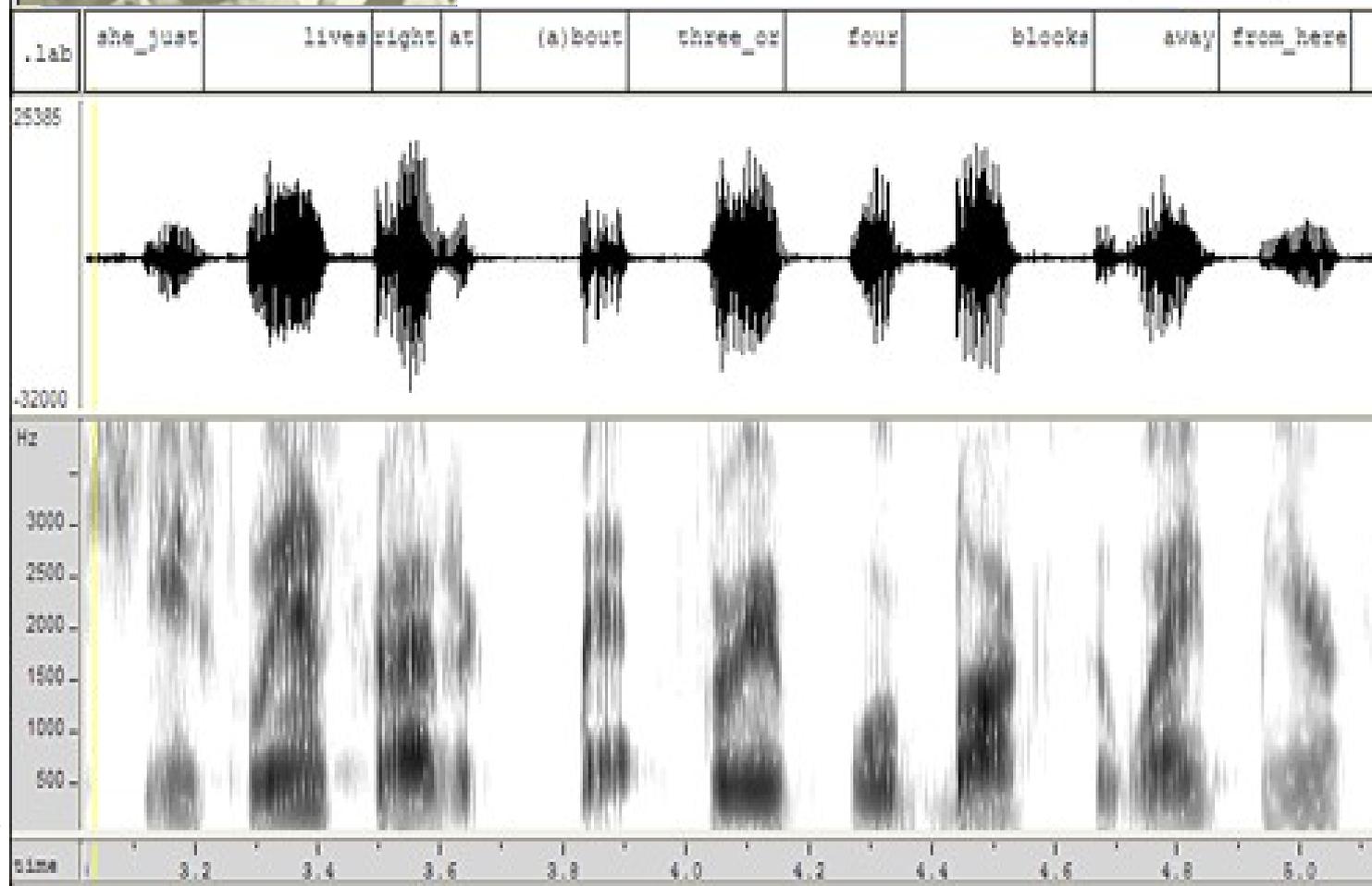


Hier in der Sprache:

Information : „was sagen Sie?“

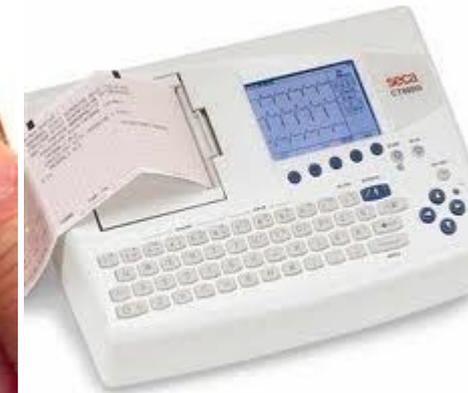
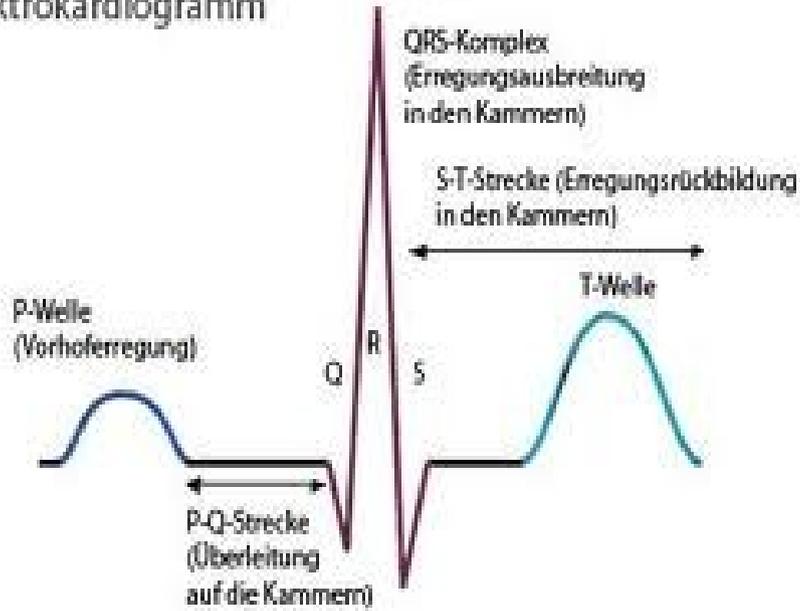
Signal:

- Audio: Schallwellen
- **Kodierung**: elektrisch: signal des Mikrofons
- **Kodierung**: Grammatik (2. Schritt in der Kodierung)
- Übertragung: Internet, Computer, Abstrakte Sprachen,...
- **Dekodierung**: Grammatik (neue Sprache)
- **Dekodierung**: Lautsprecher

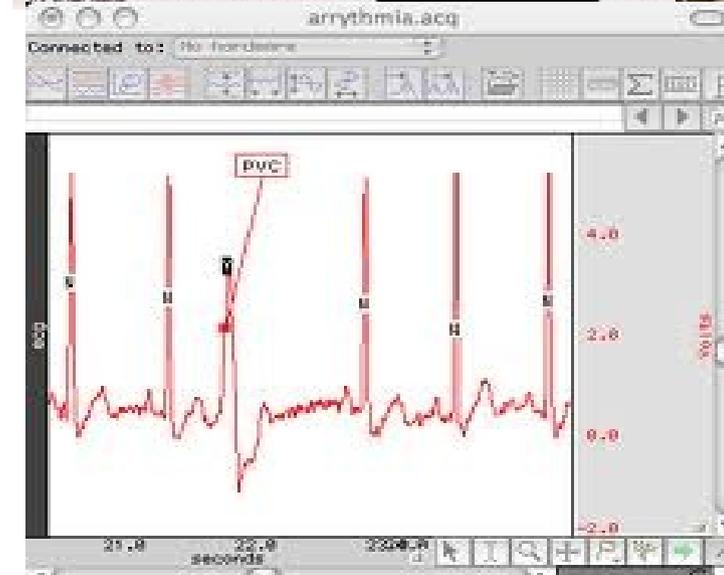
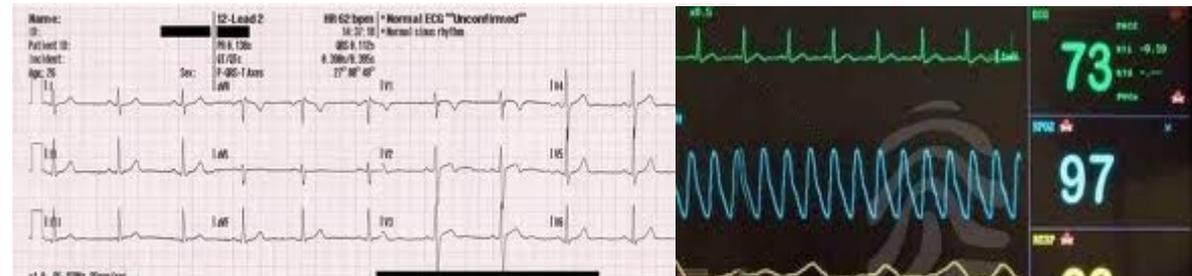


# Signale in der Medizin

## Elektrokardiogramm



Information: Herztätigkeit



Signal:

Original:

Kodierung:

Spannung

Keine,

aber Filterung ist nötig

50 Hz Unterdrückung

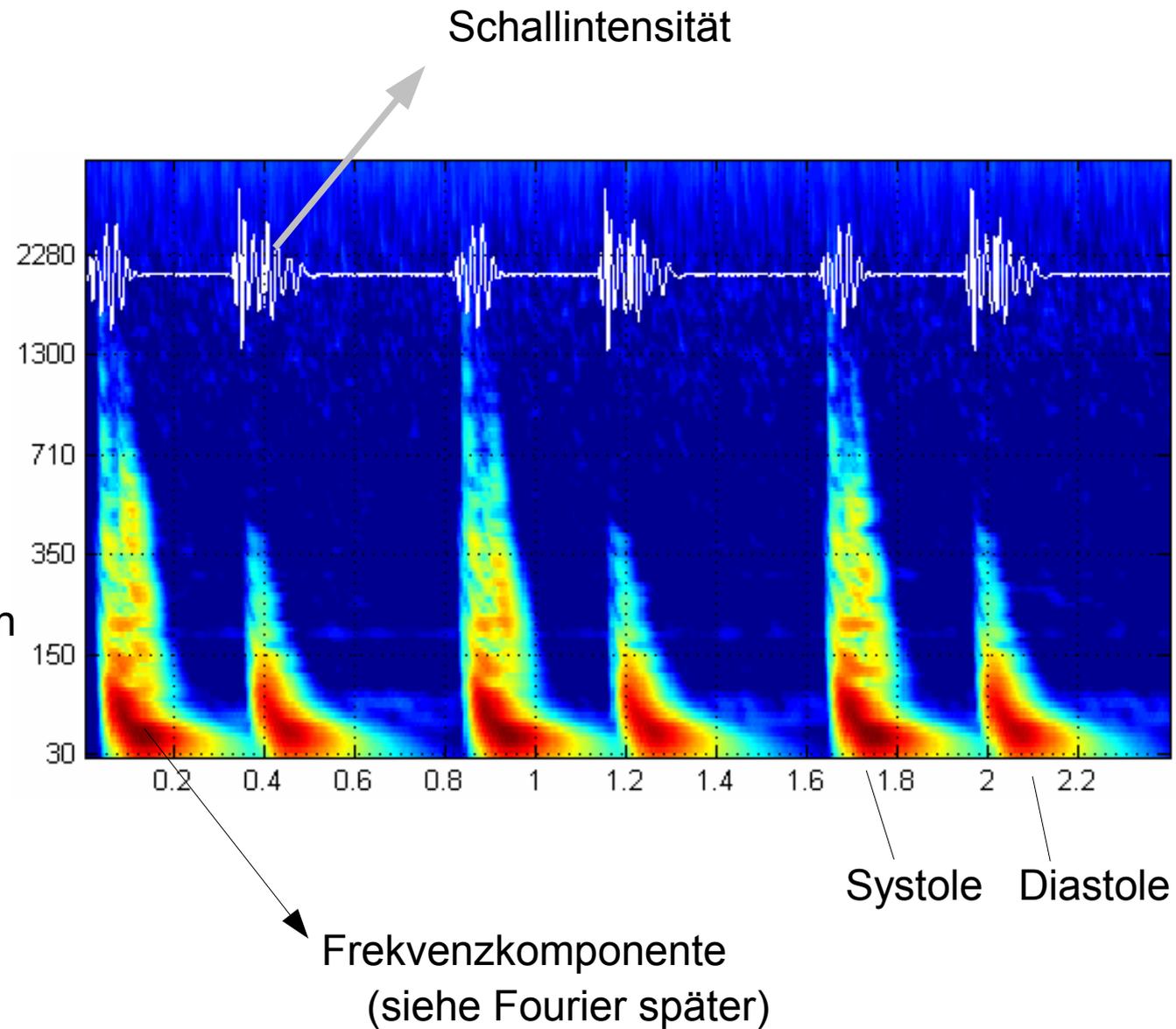
# Signale in der Medizin

Herztöne

Signal: Schallwellen  
Original: Schallwellen

Kodierung: Mikrofon

Kodierung: Fourier-transformation



Information: Herz-Zyklus, mögliche anatomische und Strömungsprobleme

# Signale in der Medizin

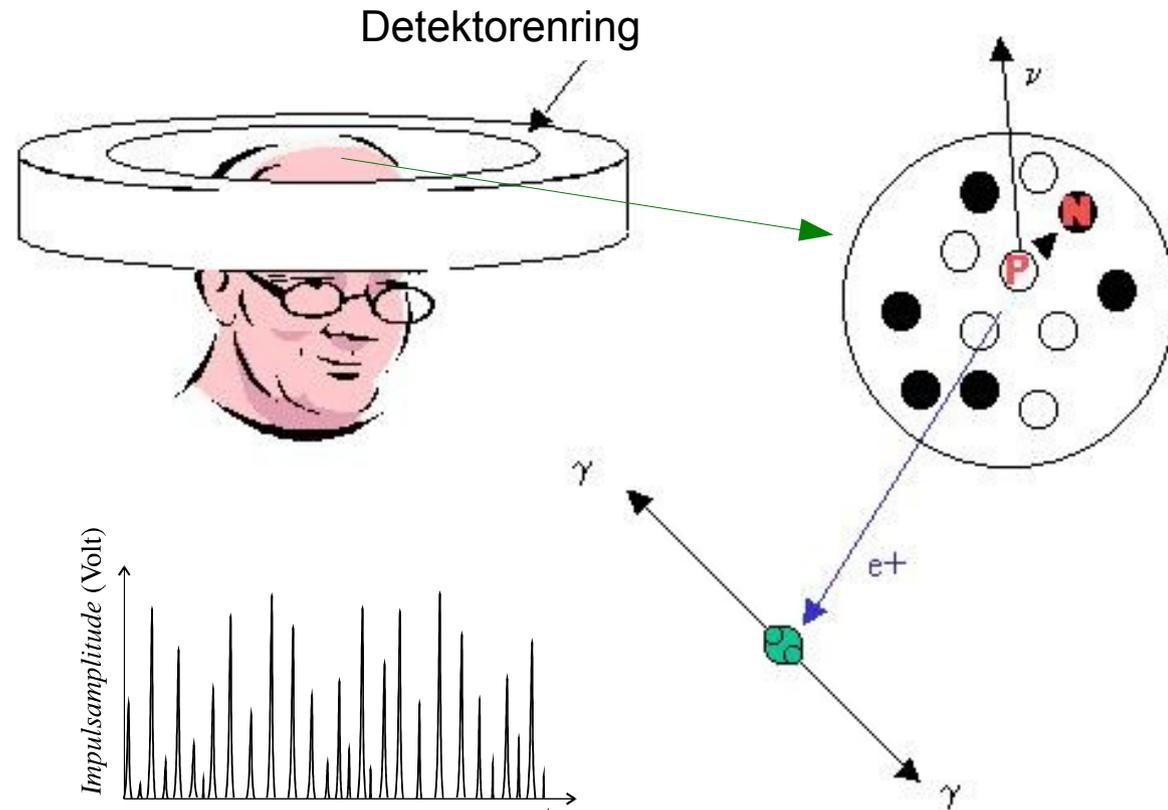
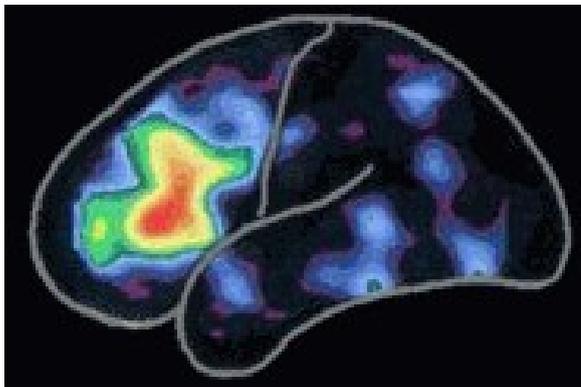
PET: PositronEmissionsTomografie

Signal:

Original:  $\gamma$ -Fotonen

Kodierung: elektrische Impulse

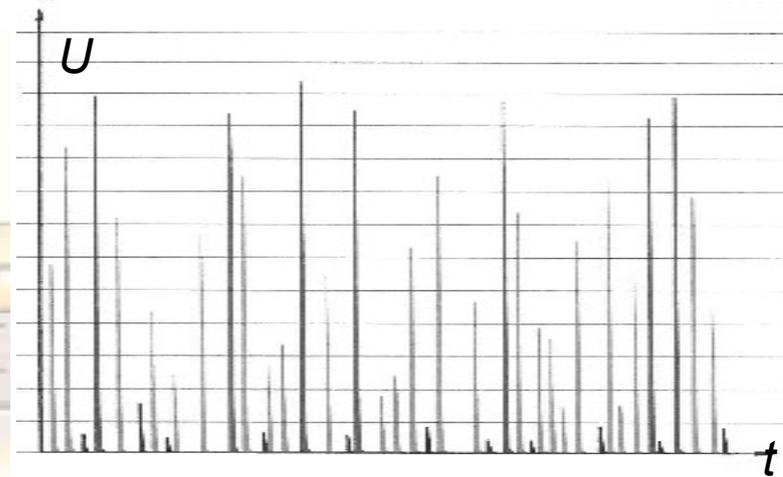
Kodierung: Bildrekonstruktion



Information: zeitliche und räumliche Verteilung der Moleküle

# Signale in der Medizin

SPECT-CT:  
Einzelfotonenemissions-  
spektrometrie  
Komputertomografie



**Signal:**

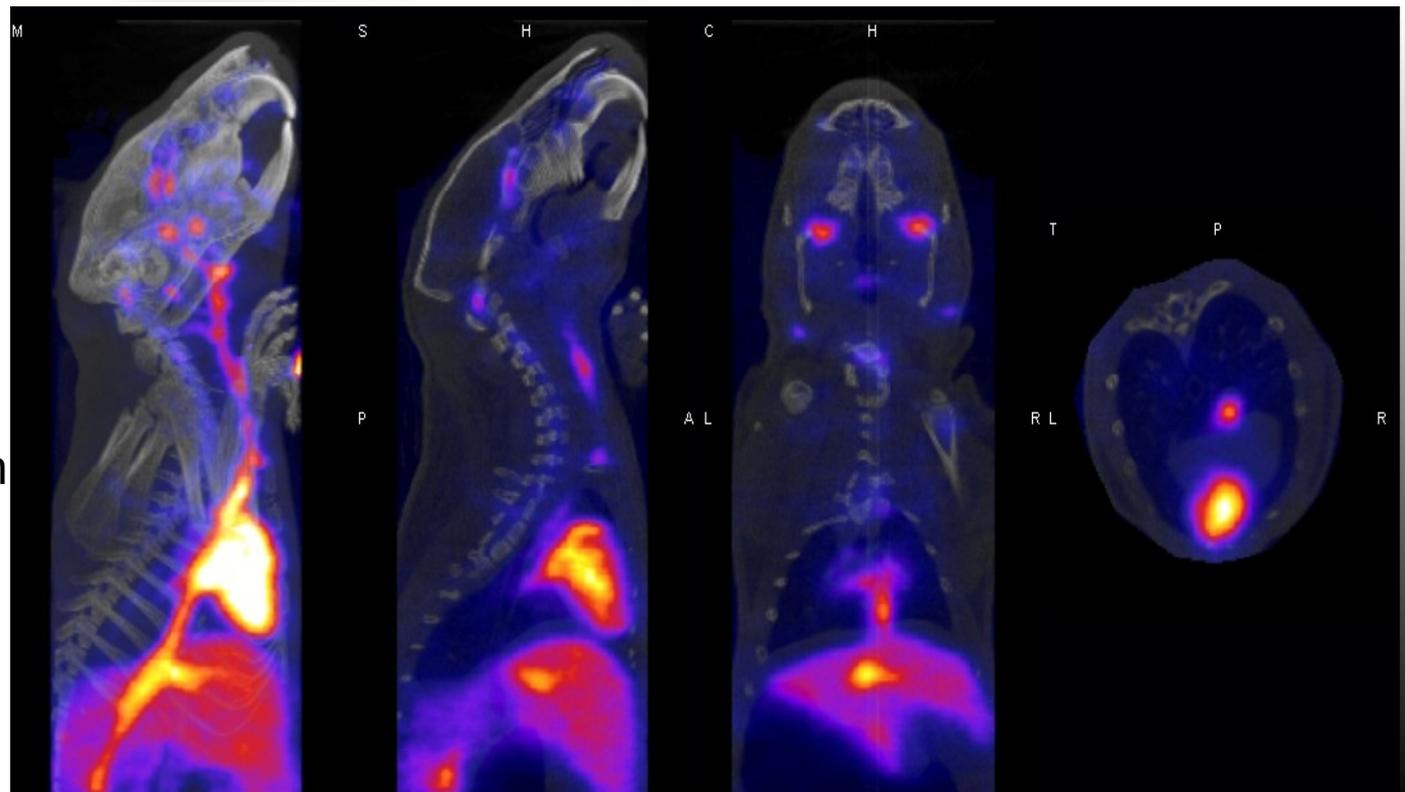
Original:  $\gamma$ -Fotonen  
Rtg.-Fotonen

**Kodierung:** elektrische  
Impulse

**Kodierung:** Bildrekonstruktion

**Information:**

Anatomie (Rtg)  
Isotopdiagnostik:  
Funktion



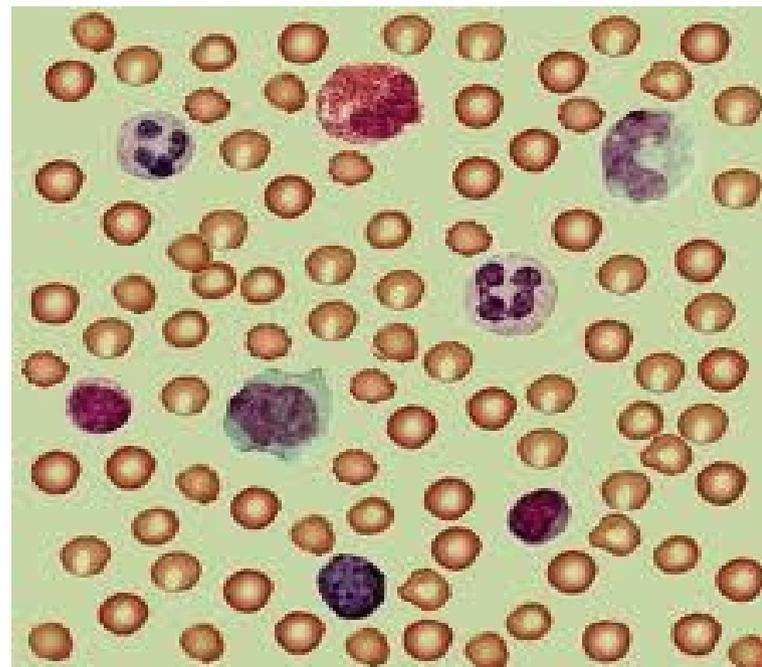
# Signale in der Medizin



Coulter-Zähler

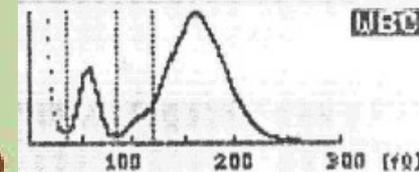
Signal:  
Original: Zellenvolumen

Kodierung: elektrische Impulse  
Kodierung: Histogramm

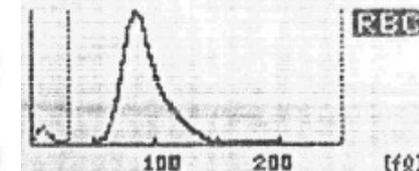
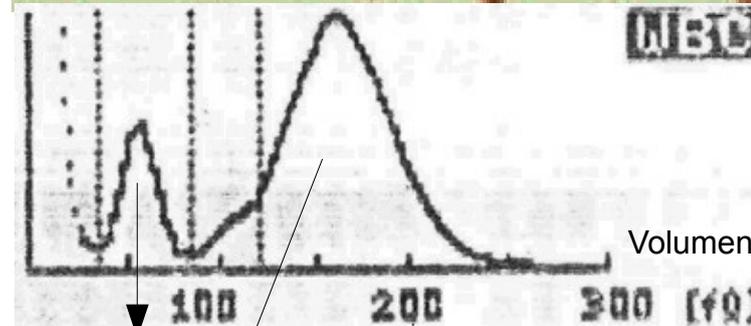


No. 3524  
DATE: 93/ 3/30 09:22  
MODE: WHOLE BLOOD

WBC	7.5x10 <sup>3</sup> /μl
RBC	3.64x10 <sup>6</sup> /μl
HGB	11.8 g/dl
HCT	33.1 %
MCV	90.9 fl
MCH	32.4 pg
MCHC	35.6 g/dl
PLT	158x10 <sup>3</sup> /μl

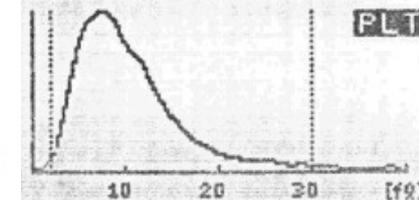


LYMPH%	16.2 %
MXD %	6.7 %
NEUT%	77.1 %
LYMPH#	1.2x10 <sup>3</sup> /μl
MXD #	0.5x10 <sup>3</sup> /μl
NEUT#	5.8x10 <sup>3</sup> /μl



RDW-SD 38.1 fl

LYMPH%	16.2 %
MXD %	6.7 %
NEUT%	77.1 %
LYMPH#	1.2x10 <sup>3</sup> /μl
MXD #	0.5x10 <sup>3</sup> /μl
NEUT#	5.8x10 <sup>3</sup> /μl



PDW	14.0 fl
MPV	10.5 fl
P-LCR	31.1 %

Information: Blut-Zusammensetzung

# Signalverarbeitung

Signal-typen

elektrische Signale – analoge Signalkette  
(Verstärker, Frequenzübertragungsfunktion, Fourier)

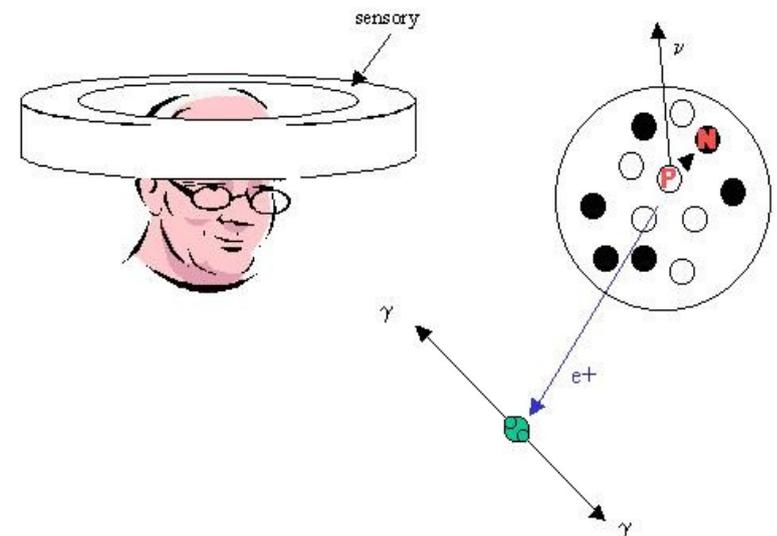
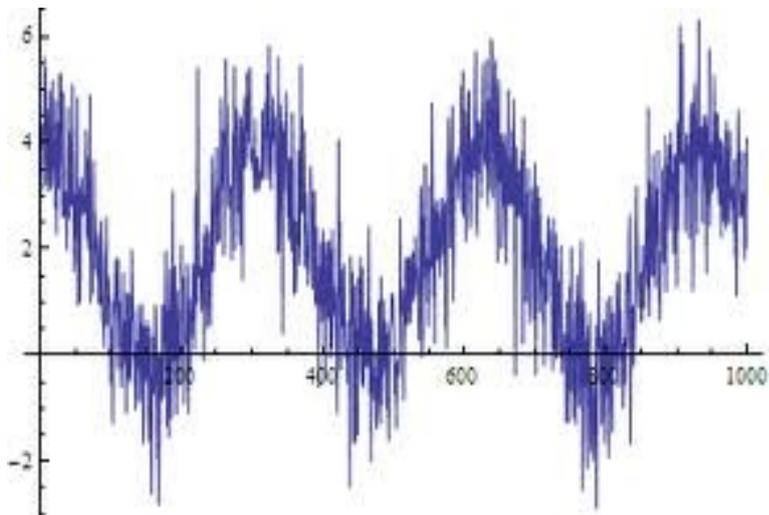
Digitale Signalverarbeitung (DSP)

# Signaltype

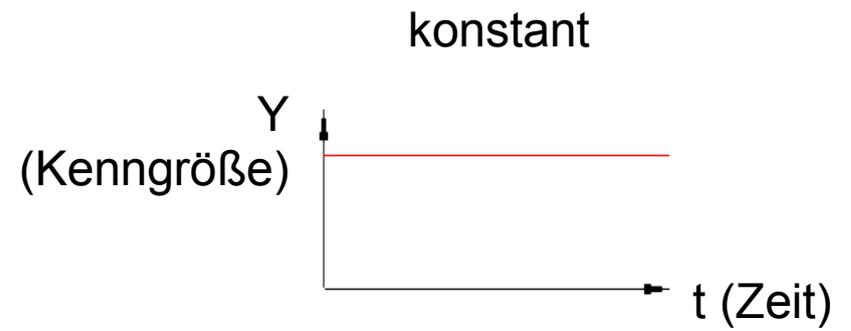
elektrisch



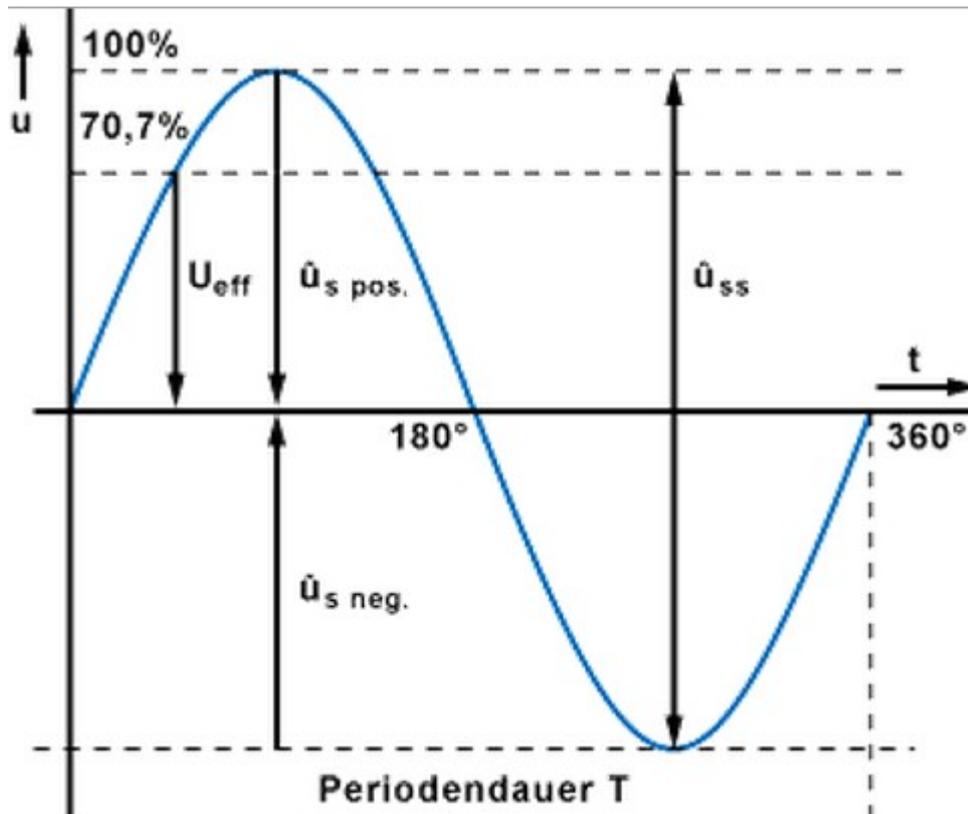
nichtelektrisch



# Signale in der Zeit

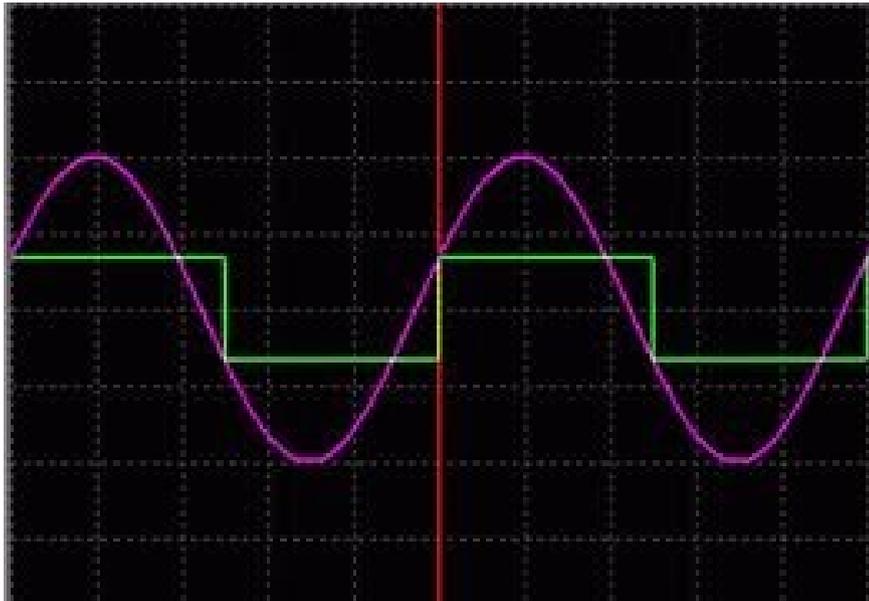


zeitabhängig

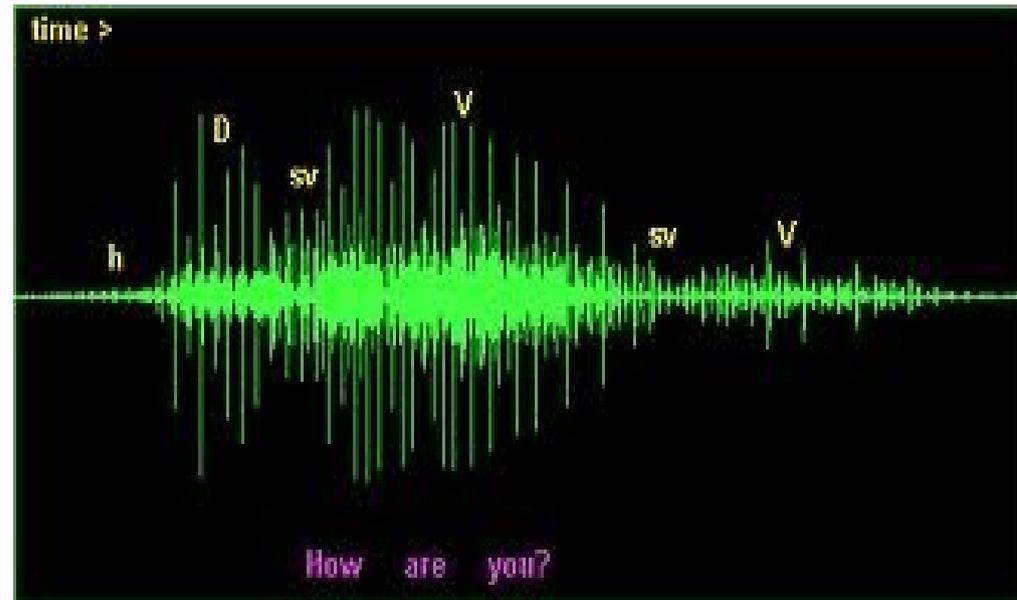


# Zeitabhängige Signale

periodisch

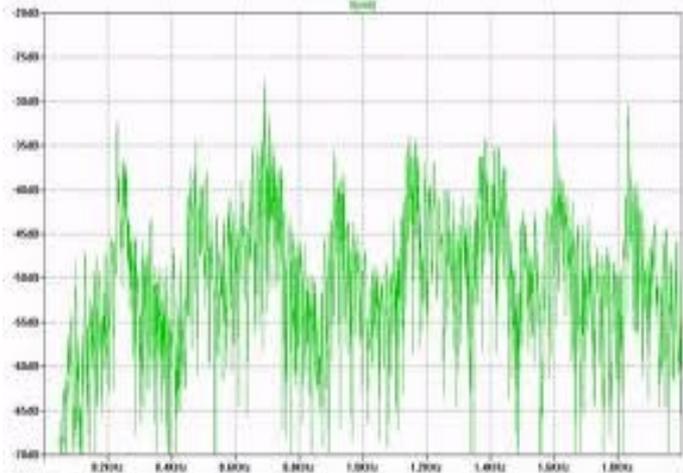


nichtperiodisch

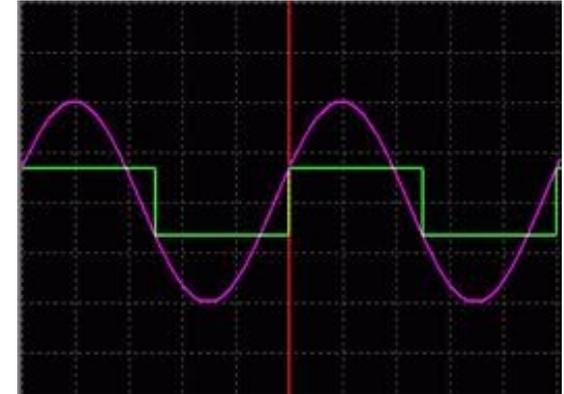


# Zeitabhängige Signale

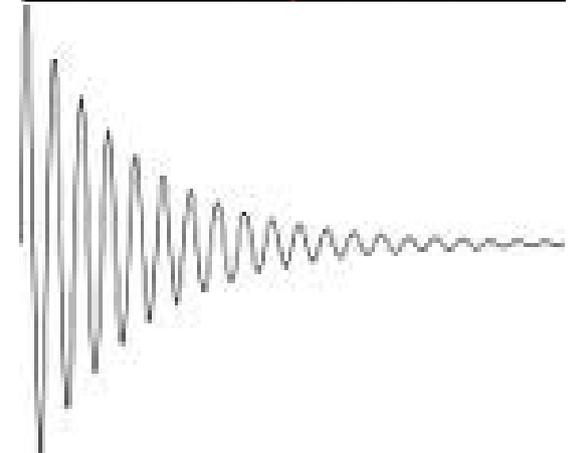
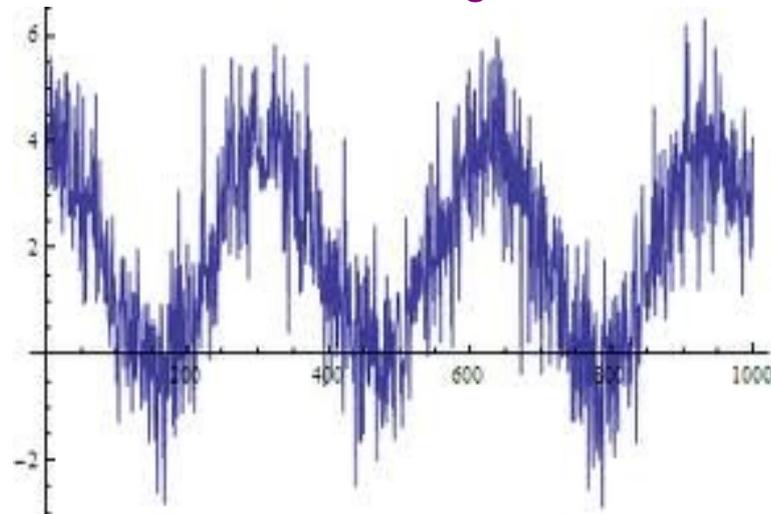
zufällig



deterministisch

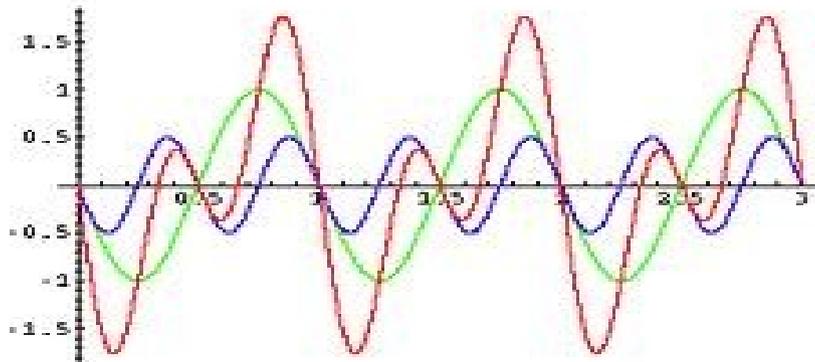


Fast immer gemischt!

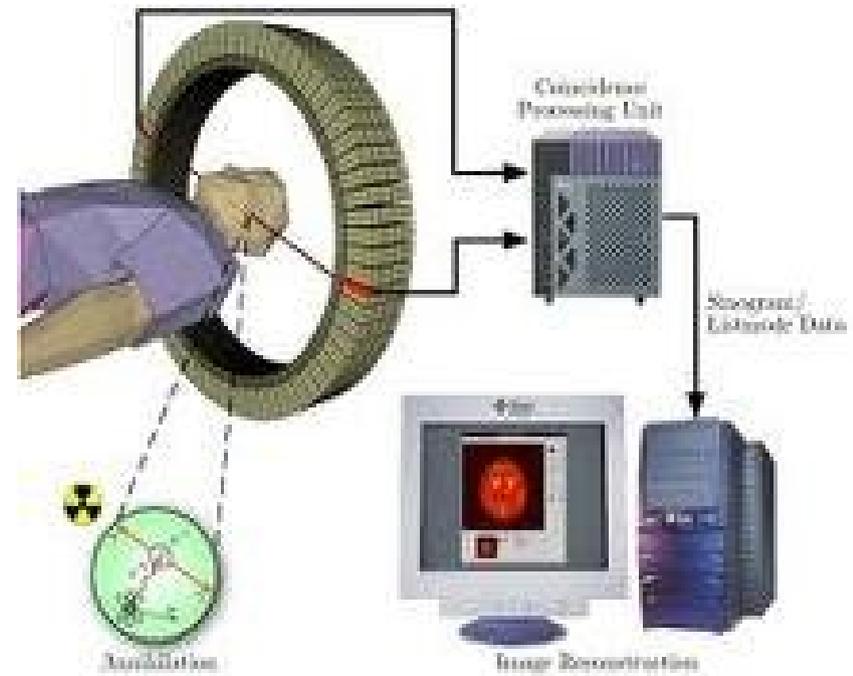
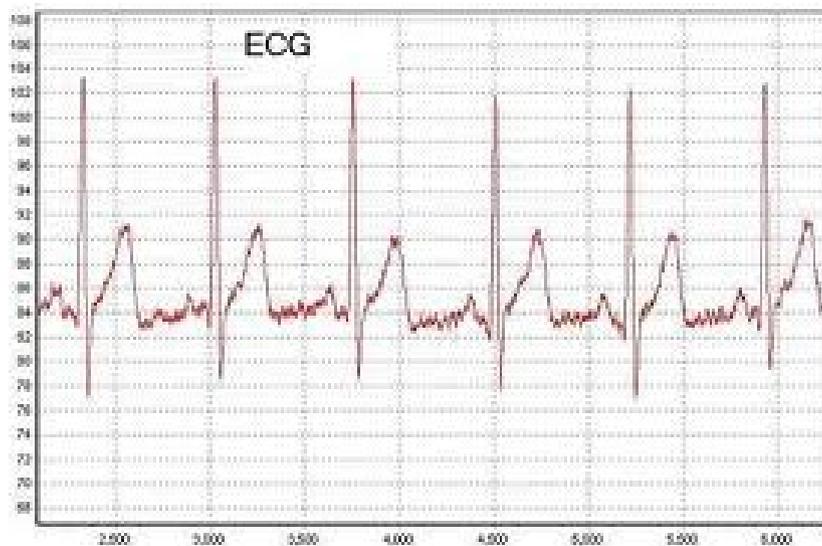
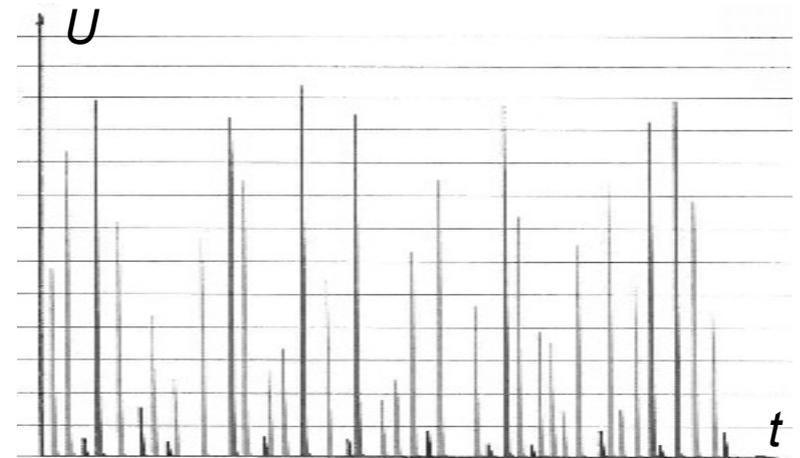


# Zeitabhängige Signale

kontinuierlich

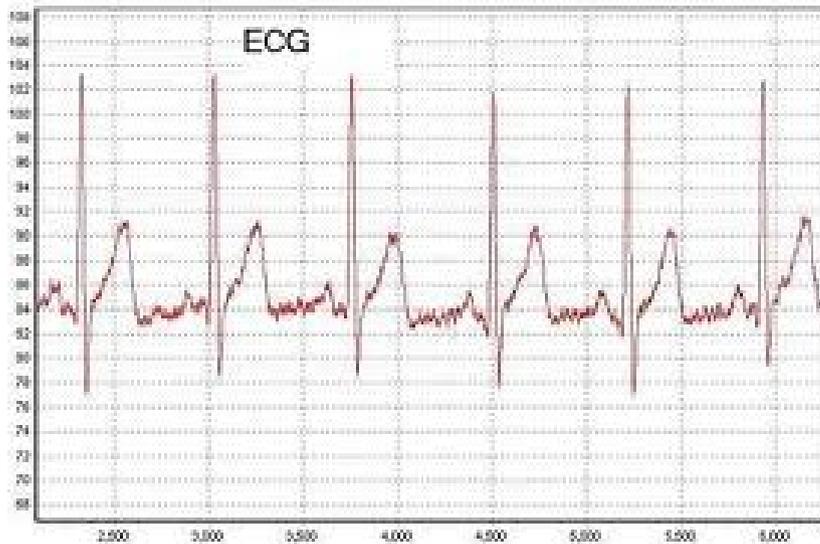


impulsförmig



# Signaltypen

## Analog

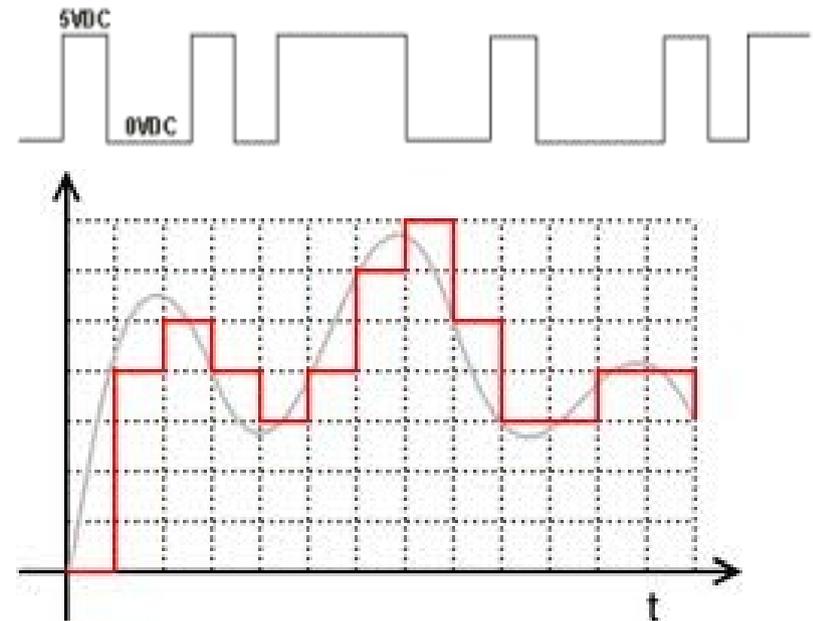


unbeschränkte Auflösung  
(nur theoretisch)

## Digital

1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1

Unipolar Coding ("1" = +V , "0" = 0V )



Digital: representiert mit Zahlen  
**beschränkte Auflösung**

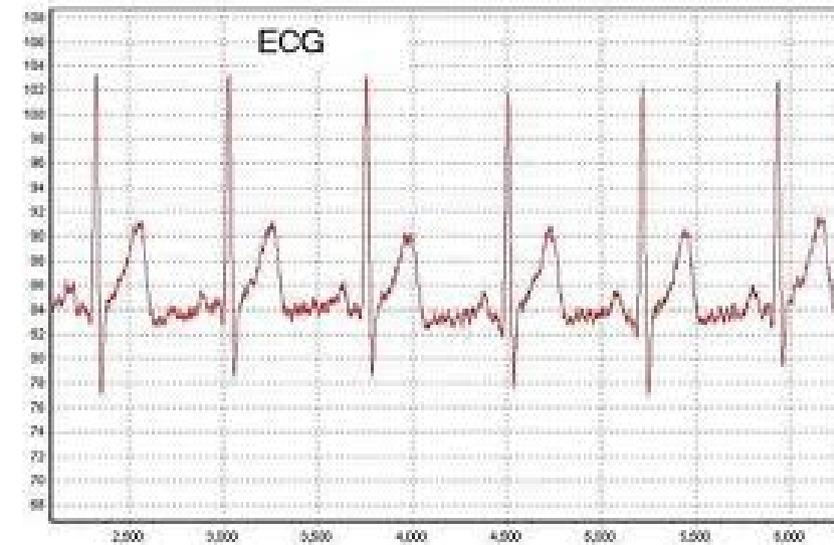
digitale Signale sind ein Form der **Kodierung**  
**Kodierung** : digital zu elektrisch (DAC)  
elektrisch zu digital (ADC)

## Informationsgehalt von Signale

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt?

**Brauchen** wir es?

**Haben** wir es überhaupt?



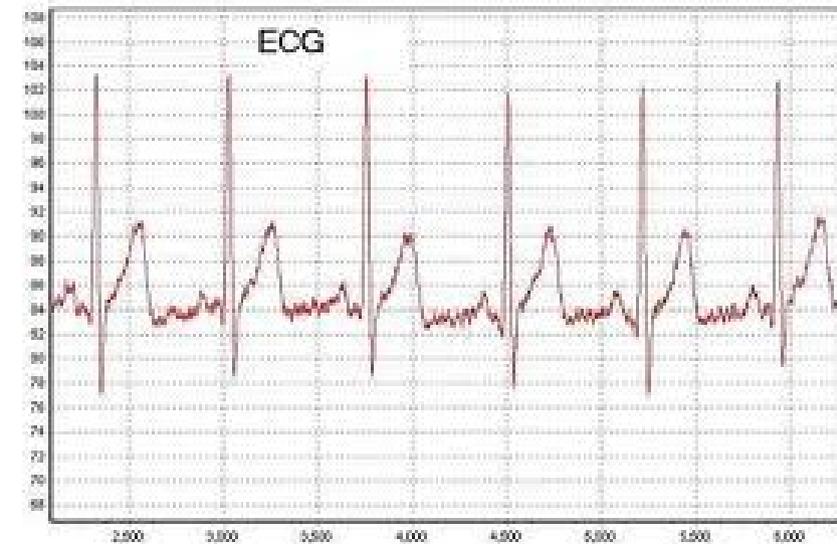
*unbeschränkte Auflösung*  
in der Zeit und Größe  
(theoretisch)

# Informationsgehalt von Signale

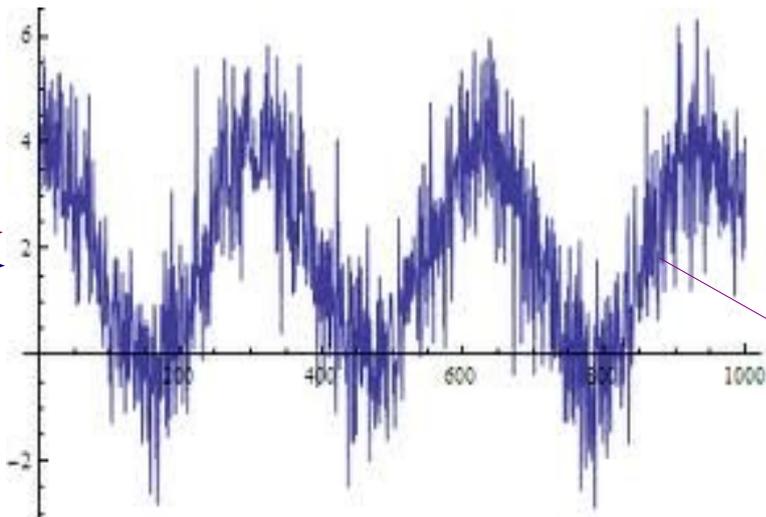
analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt?

**Brauchen** wir es?

**Haben** wir es überhaupt?



*unbeschränkte Auflösung*  
in der Zeit und Größe  
(theoretisch)



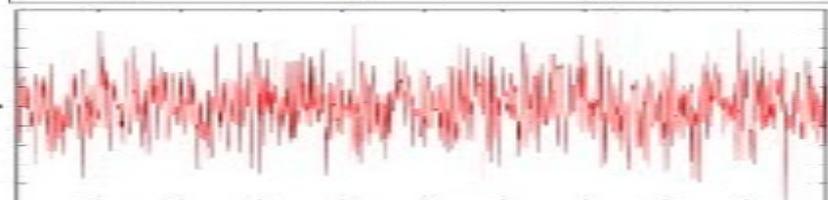
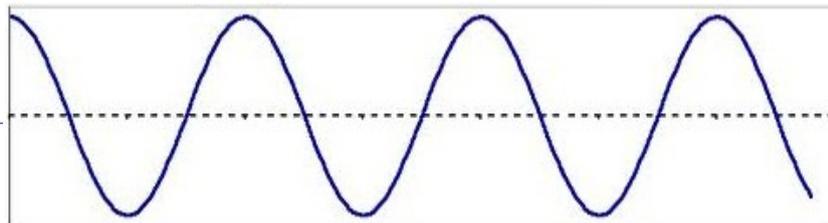
**Nein!**

Bei reellen Signale  
 $S = \text{Information} + \text{Rausch}$

Information

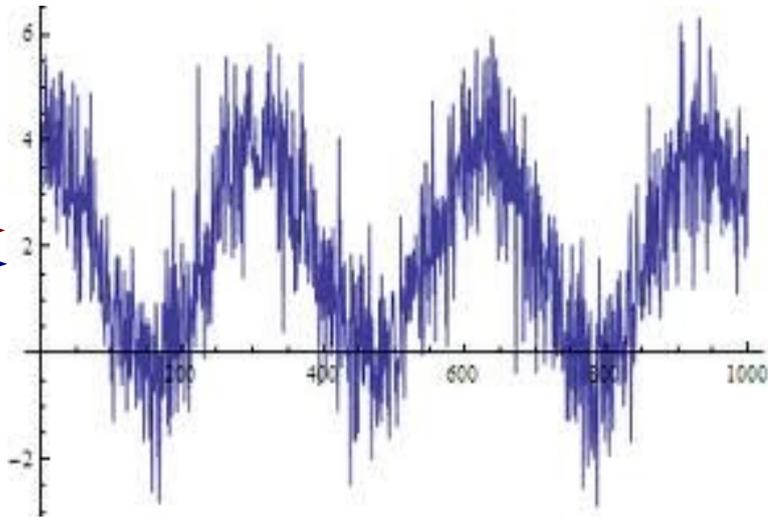
+

Rausch



# Informationsgehalt von Signale

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt wegen unbeschränkte Auflösung?



Wir haben **Information** + **Rausch**

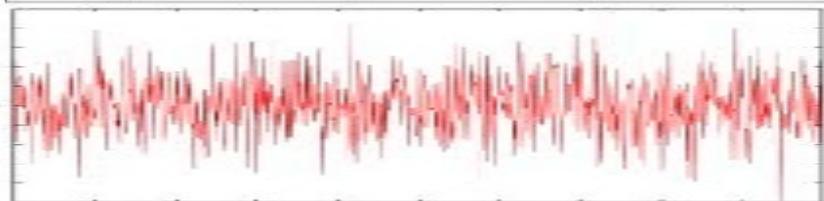
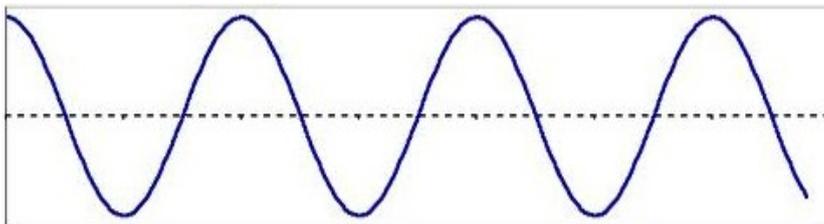
Ziel: den **Informationsgehalt erhalten und weitergeben**  
ohne den **Rausch** dabei zu vergrößern

z.B.:

**Information**  $U(t) = A_{\text{inf}} \cdot \cos(\omega t + \phi)$

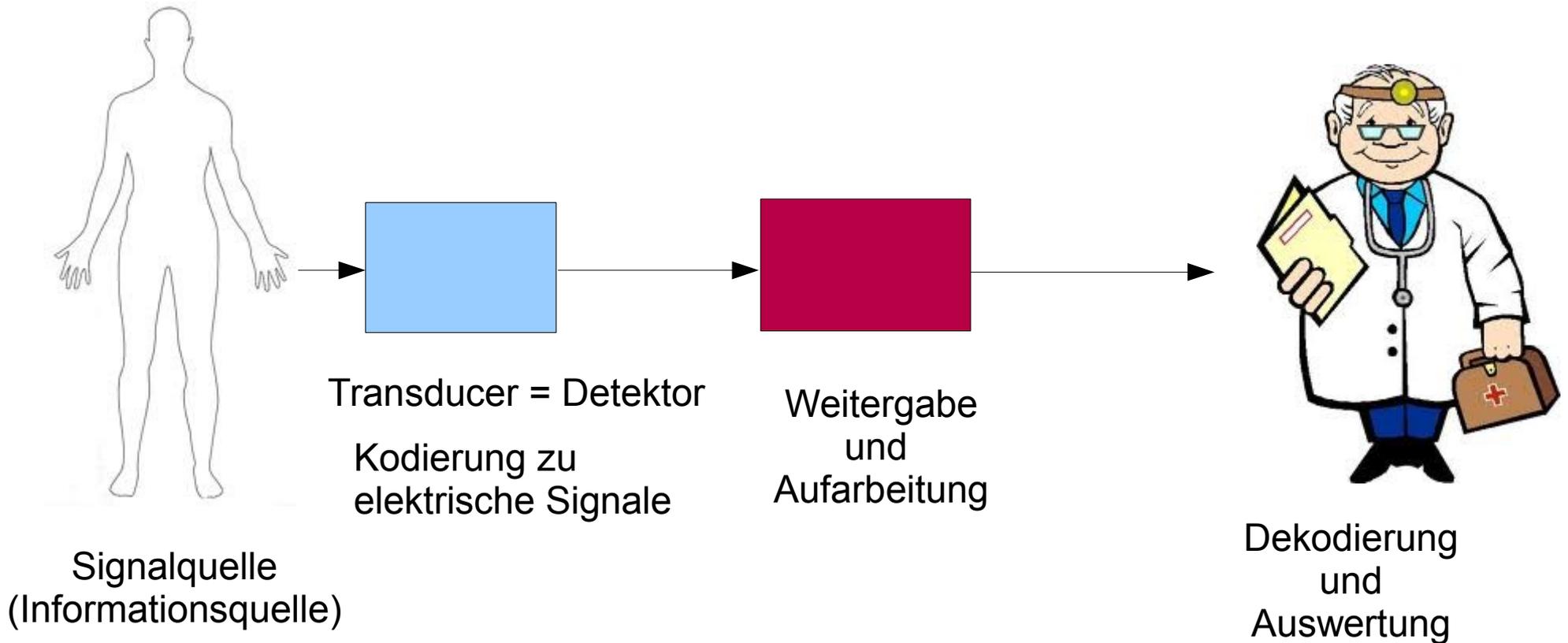
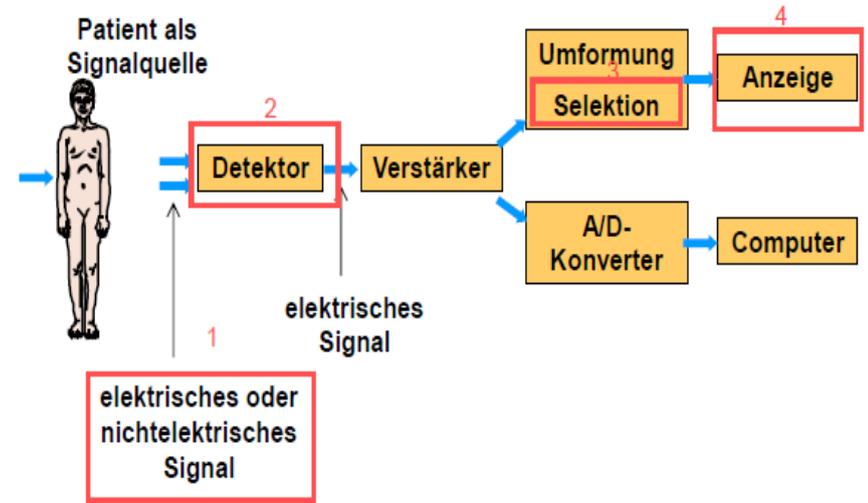
+

**Rausch**  $\text{Rausch}(t) = A_{\text{Rausch}} \cdot \text{Zufallssignal}(t)$

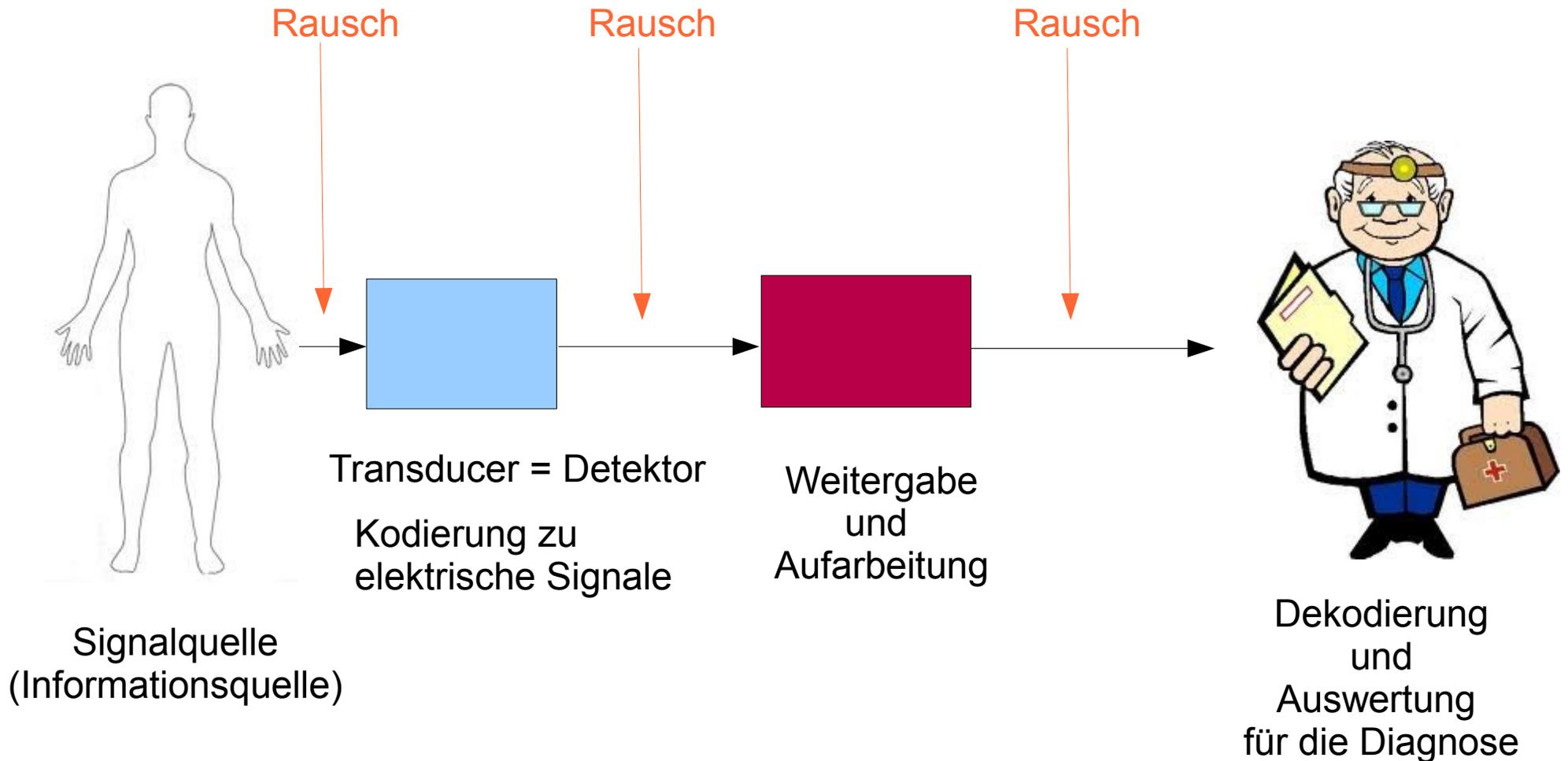


# Signalweitergabe und Kodierung

Wiederholung:  
die medizinische Signalanalysekette

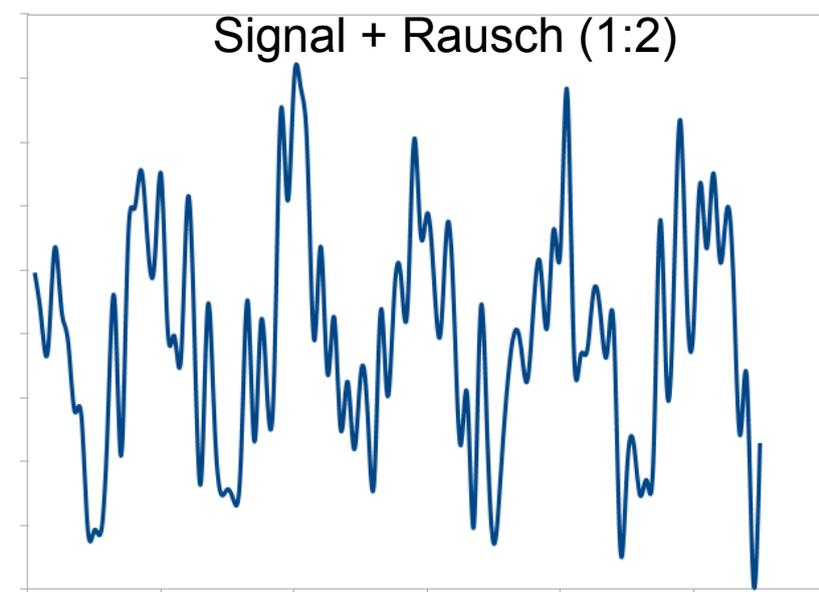
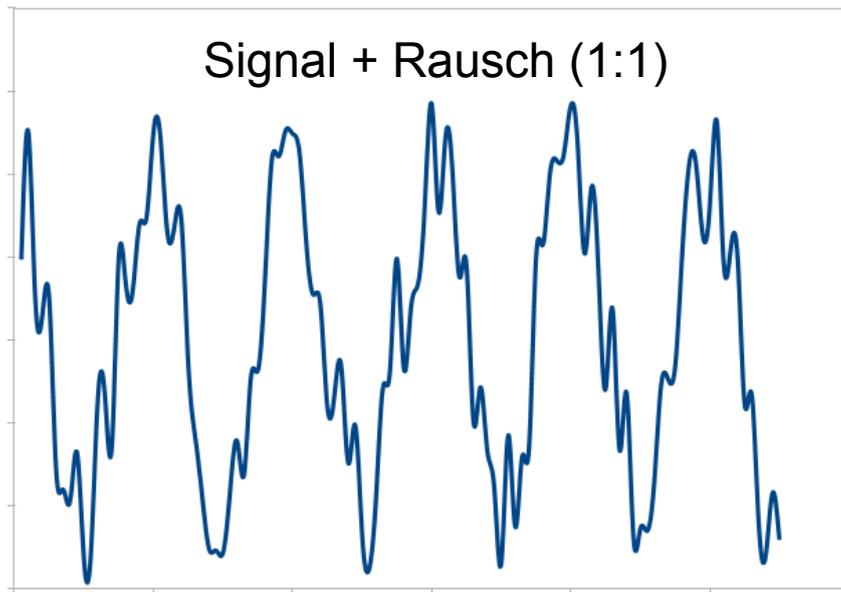
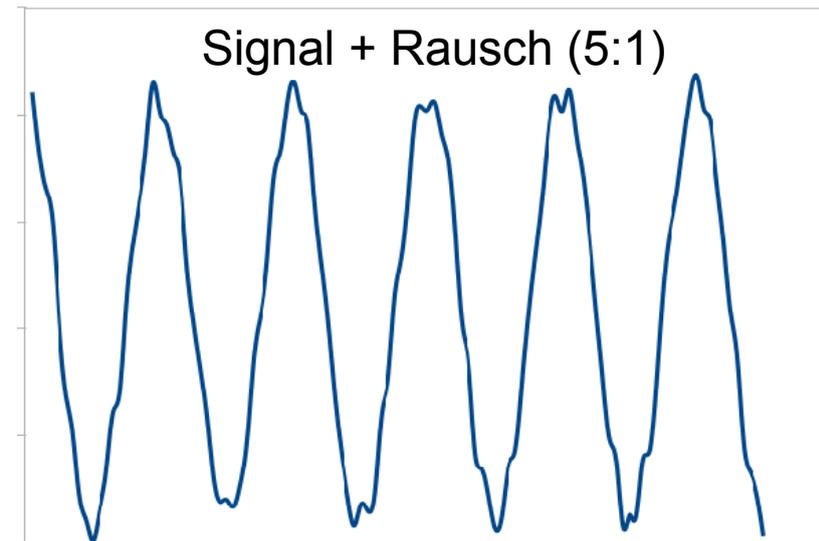
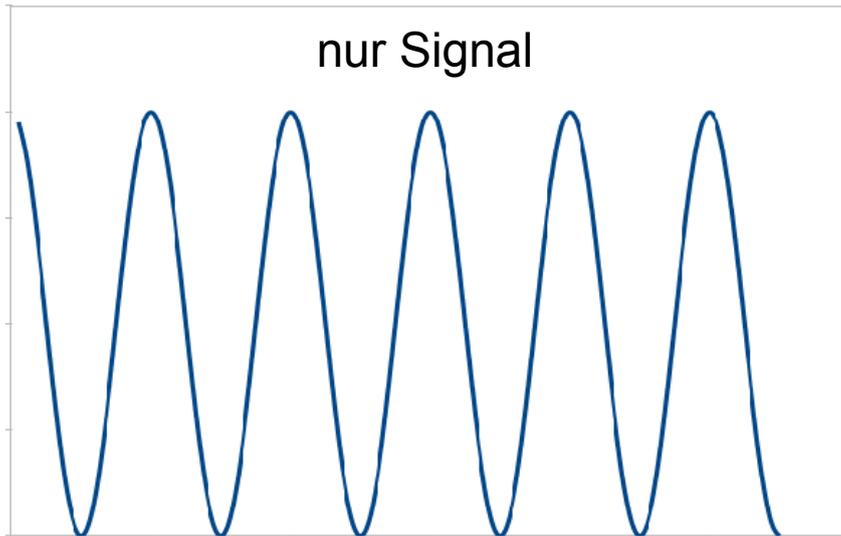


# Signalweitergabe und Kodierung



**Wir müssen Information  
(Nutzsinal) von  
Rausch (Störsinal) trennen!**

## Signalweitergabe und Aufarbeitung



Signal-Rausch-Verhältnis (SRV oder SNR) = Nutzsignalleistung / Störsignalleistung

## Signalweitergabe und Aufarbeitung

### Verstärker

Aufgabe: Signalvergrößerung ohne zusätzliches Rauschsignal hinzufügen.  
(Informationsweitergabe, und SRV-Verbesserung)

→ je früher in der Kette das Nutzsignal verstärken, desto besser!

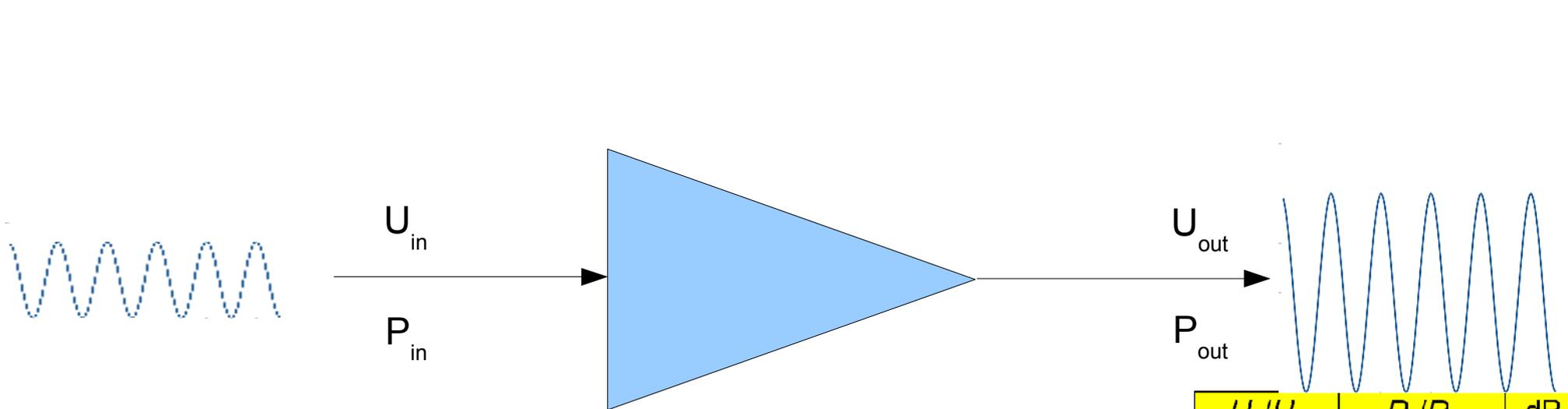
Leider sind die Verstärker nicht ideal, alle fügen Störsignale zu dem Signal hinzu

Wir müssen die elemente der Kette Charakterisieren. (Transfercharakteristiken)

# Analyse von Verstärker

Die Methode ist verwendbar zu der Analyse beliebiger Bestandteile der Kette!

## Grundanalyse: Verstärkungsfaktor (n)



$$n = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{\text{Ausgang}}}{P_{\text{Eingang}}} \right) \quad [dB]$$

$U_2/U_1$	$P_2/P_1$	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	1000=10 <sup>3</sup>	30
100=10 <sup>2</sup>	10000=10 <sup>4</sup>	40
1000=10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	60

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_1} = 10 &\Leftrightarrow 10 \cdot \lg 10 \text{ dB} = \\ &= 10 \cdot 1 \text{ dB} = 10 \text{ dB} \end{aligned}$$

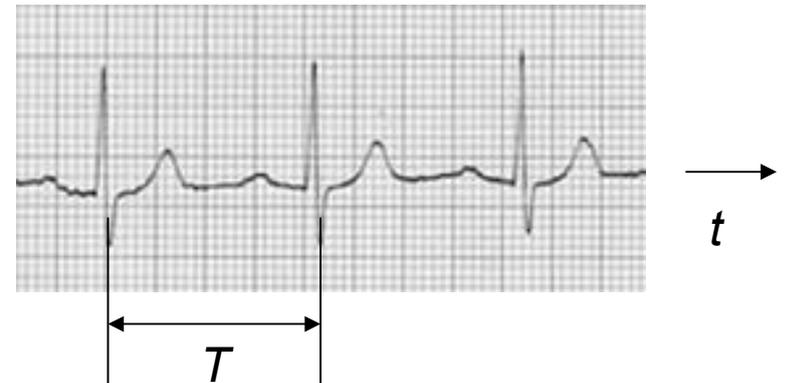
$$P = U \cdot I = U^2 / R$$

$$\begin{aligned} \frac{P_2}{P_1} = 2 &\Leftrightarrow 10 \lg 2 \text{ dB} = \\ &= 10 \cdot 0,3 \text{ dB} = 3 \text{ dB} \end{aligned}$$

## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

**Fouriertheorie:** Alle (periodische am einfachsten) Signale können auf eine Summe von sinus- und cosinus-Signale mit unterschiedlichen Frequenzen aufgebrochen werden, ODER können von solchen Signalen wiederhergestellt werden.

$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



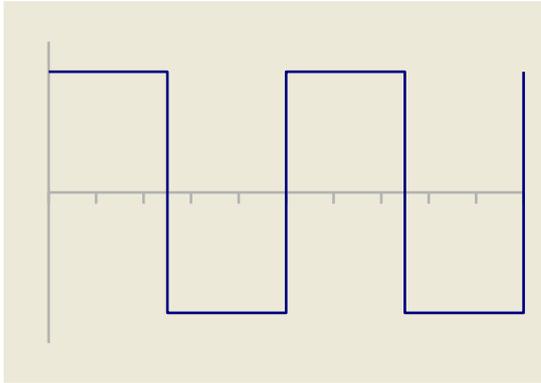
Wenn das Signal periodisch ist, dann  $\omega_i = k_i \cdot 2\pi \cdot f$ ,  $f = 1/T$  und  $k_i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Grundfrequenz

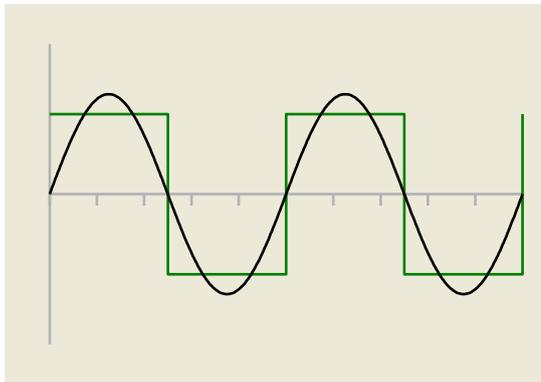
Obertöne

# Analyse von Verstärker - komplexe Signale

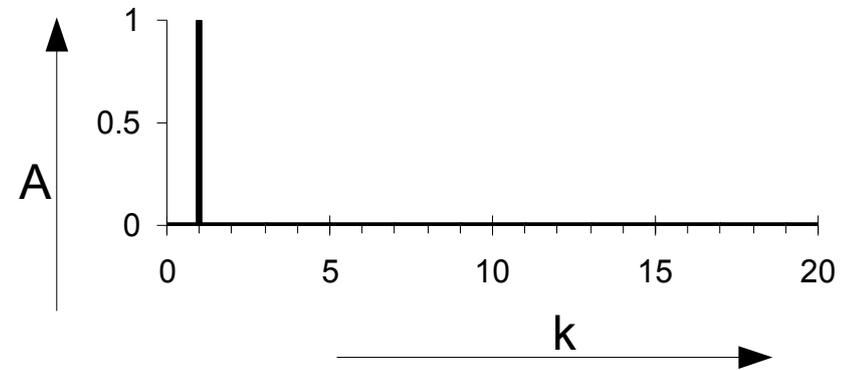
$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



Originalsignal



k=1

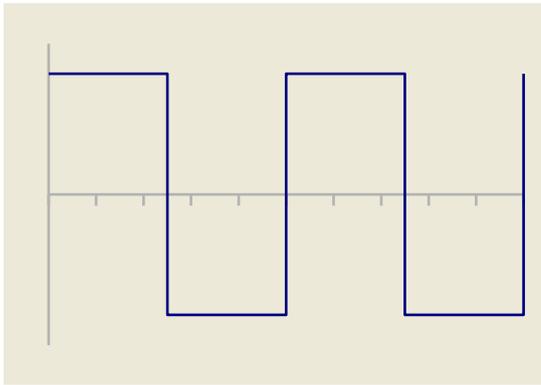


Spektrum

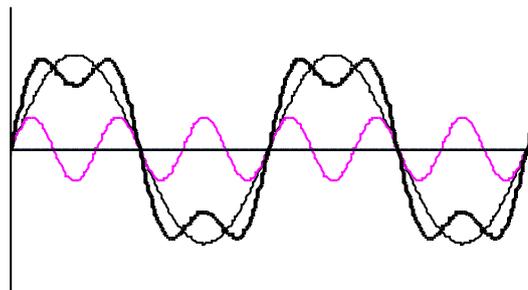
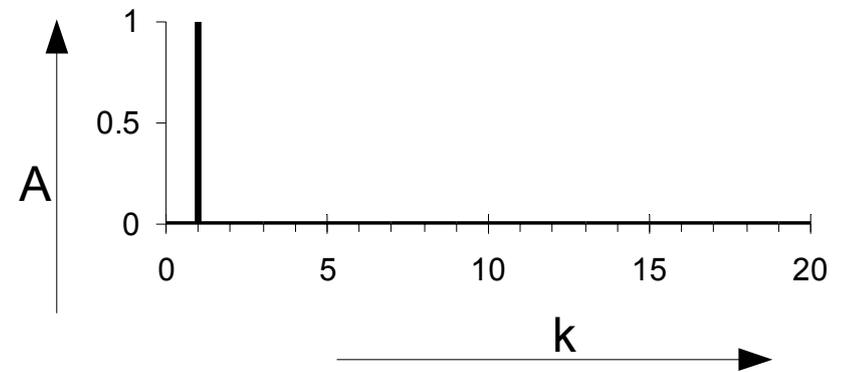
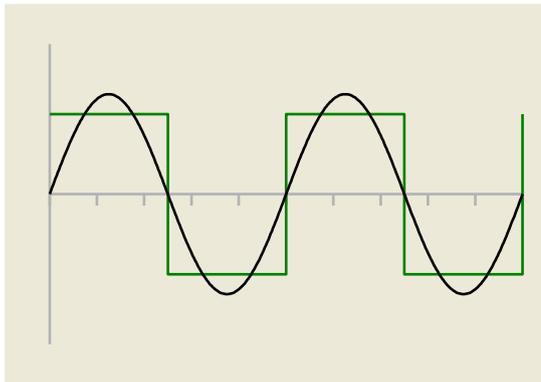
Amplitudes vs k (oder Frequenz)

# Analyse von Verstärker - komplexe Signale

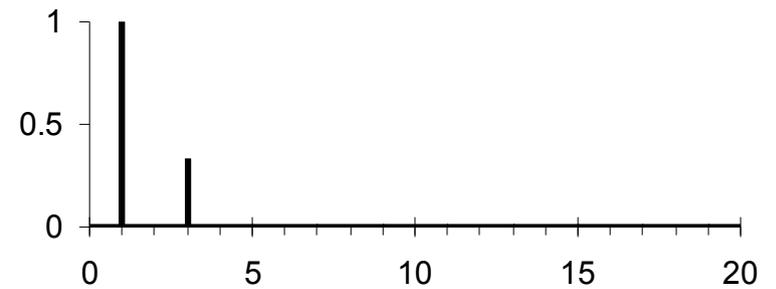
$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



Originalsignal

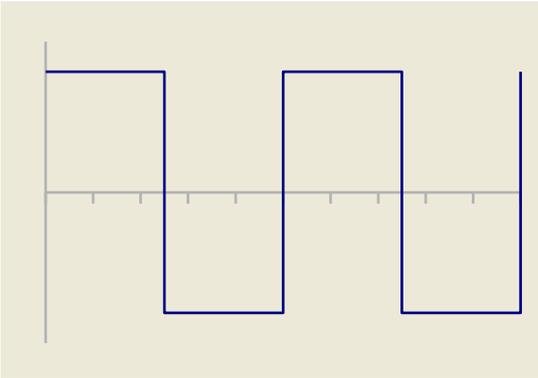


k=1,2,3

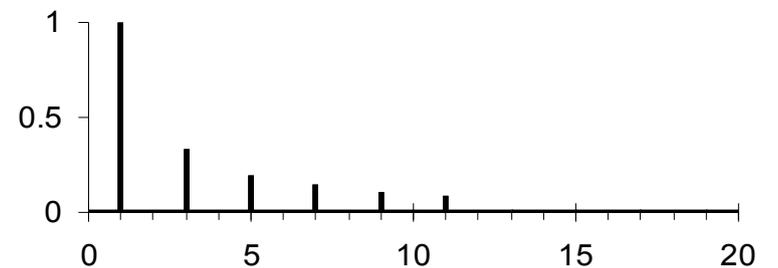
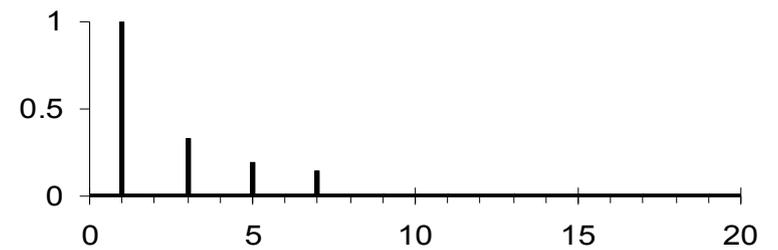
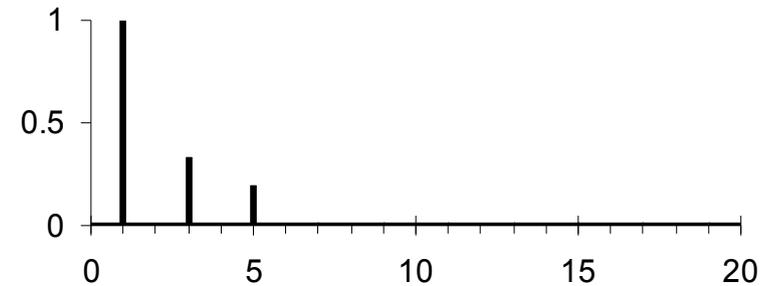
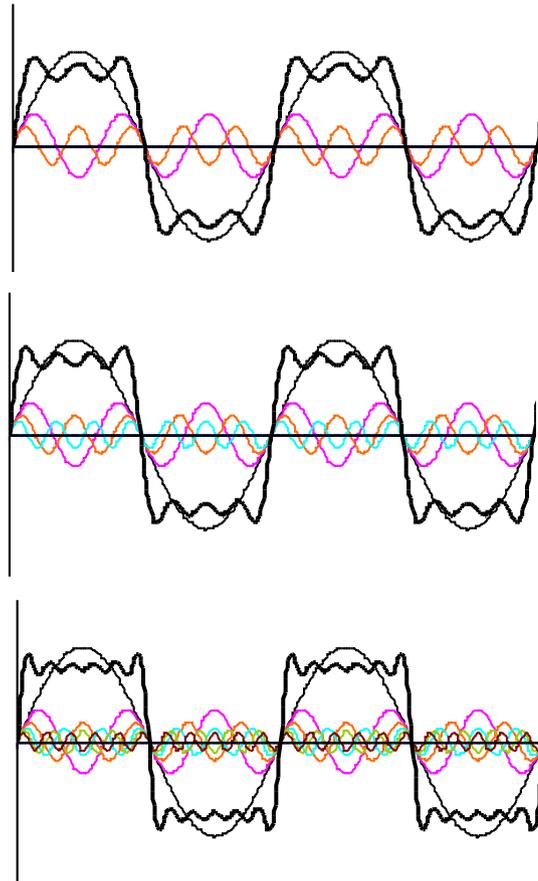


## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

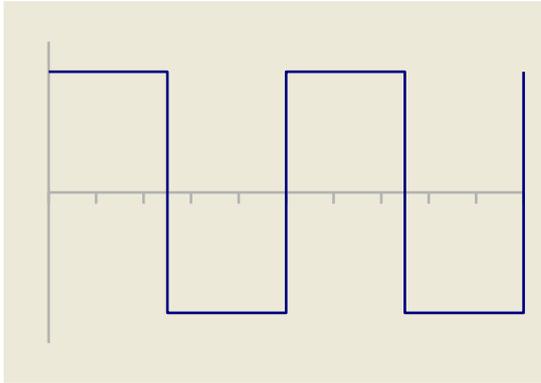


Originalsignal

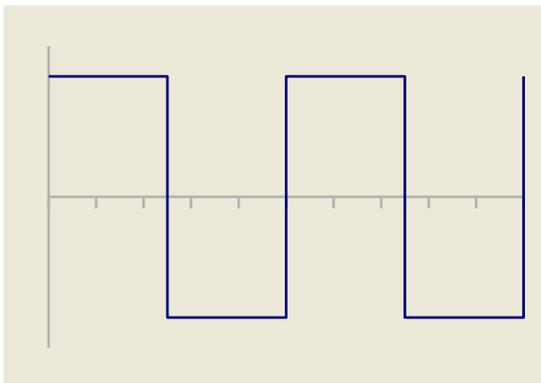
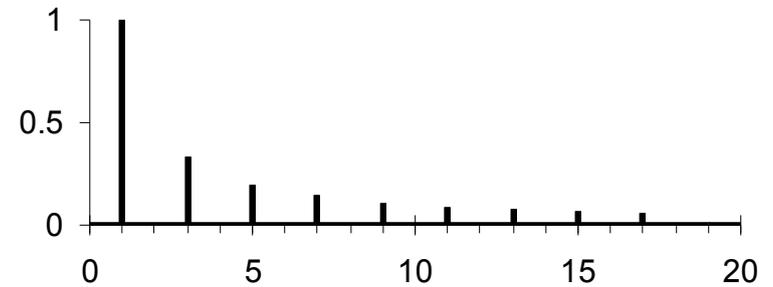
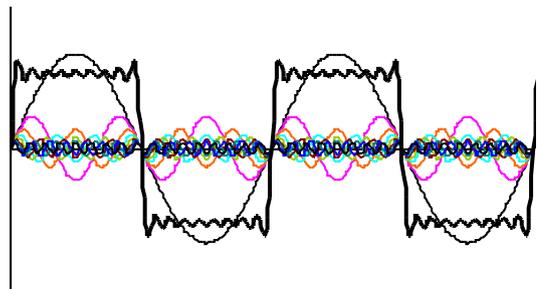


## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

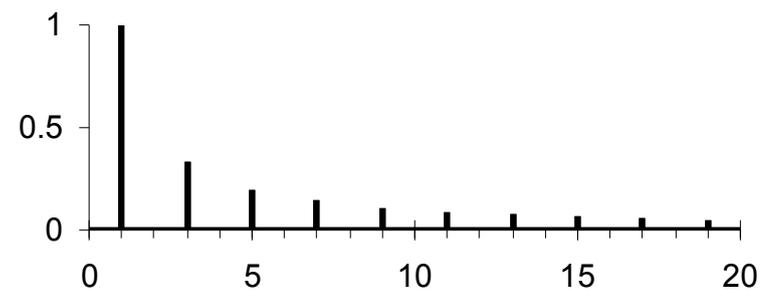
$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



Originalsignal



unendlich viele  
Komponente  
( $i = 1 \dots \infty$ )



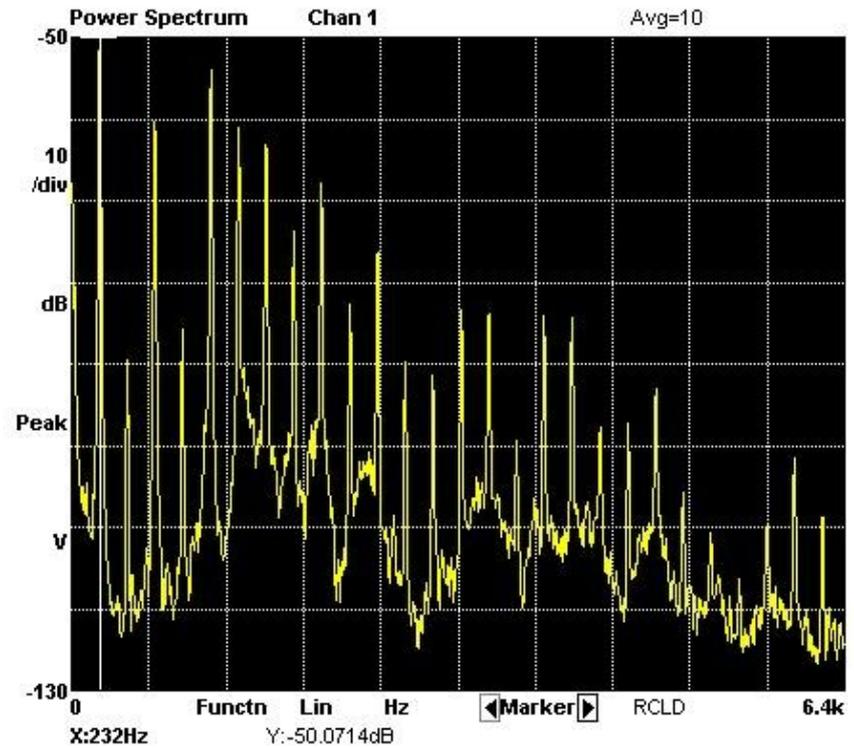
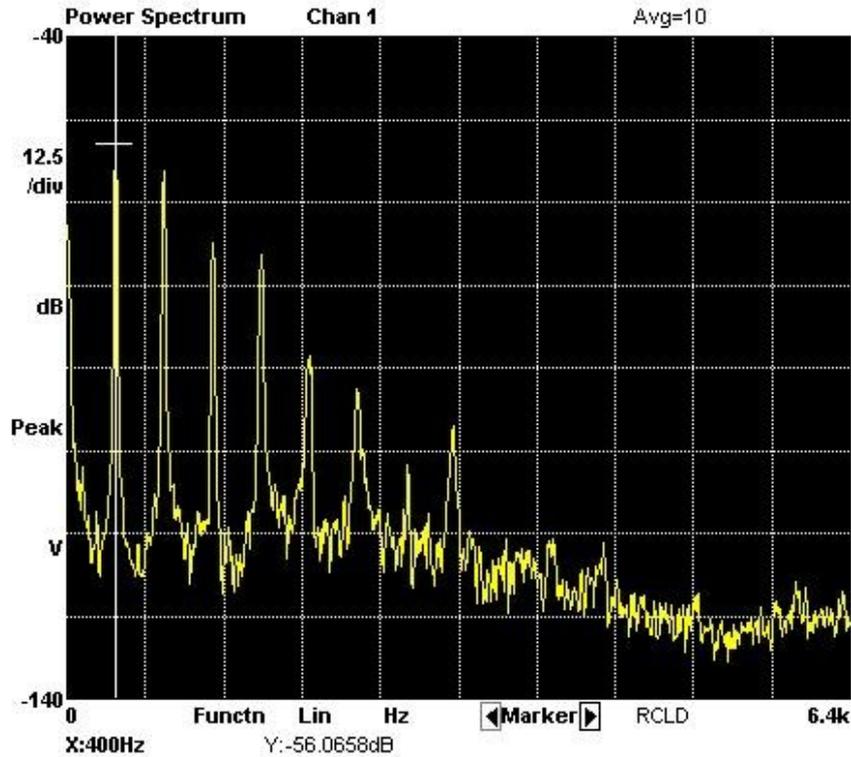
Aber die Komponente sind nicht unabhängig!

$$Signal(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

nichtperiodische Signale: Fouriertransformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$



$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

nichtperiodische Signale: Fouriertransformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$

**Inisheer**

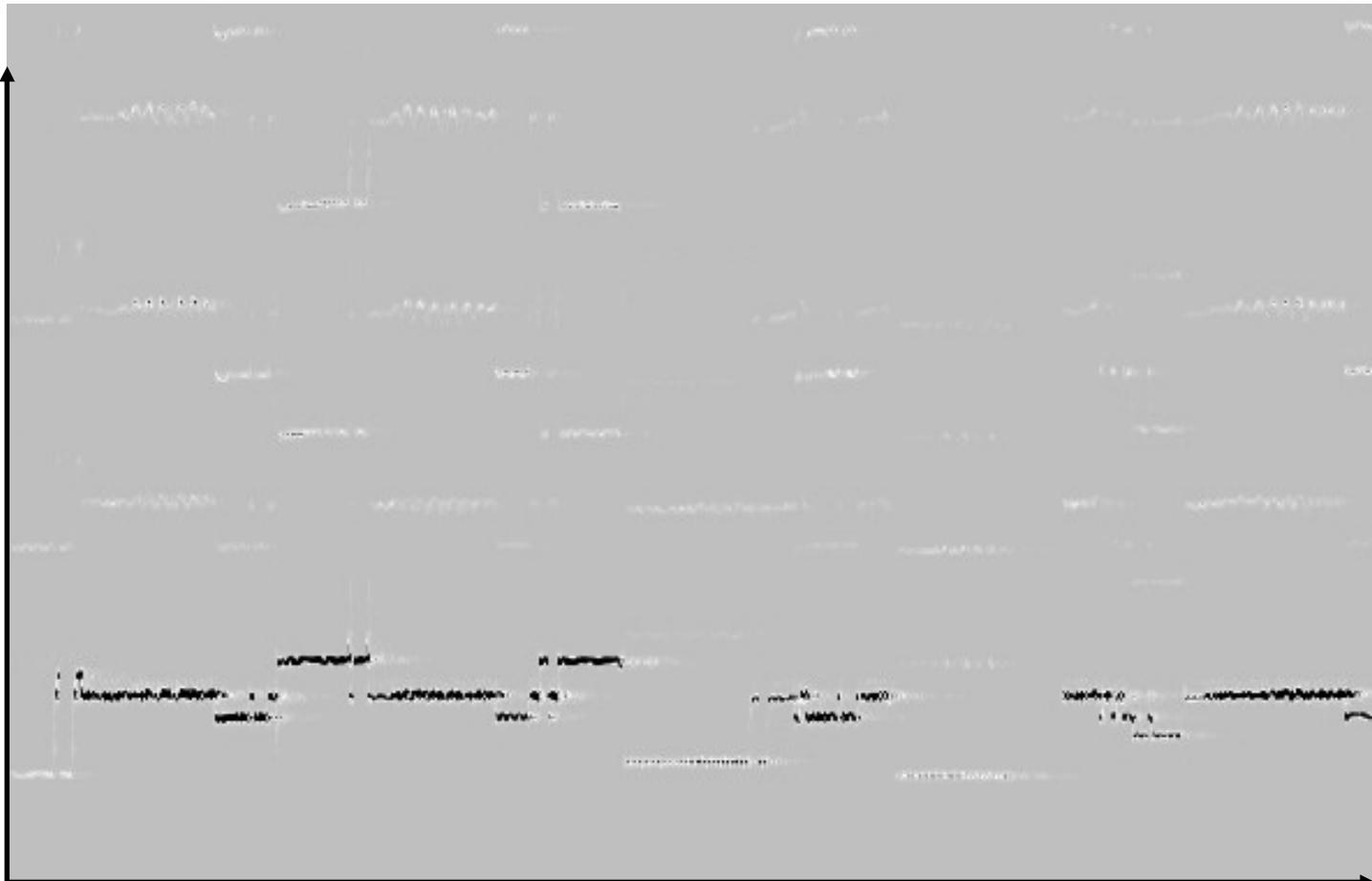
Penny Whistle



**Traditional**

Air

$f$



$t$

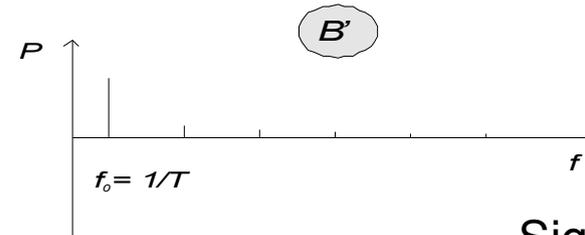
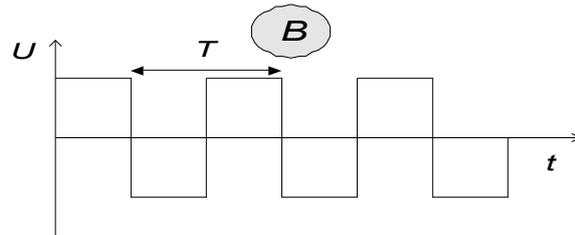
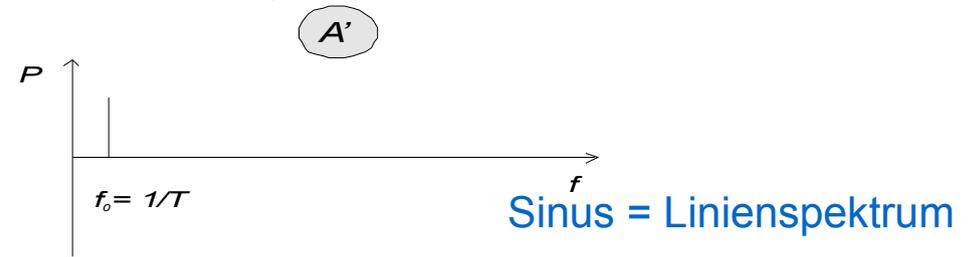
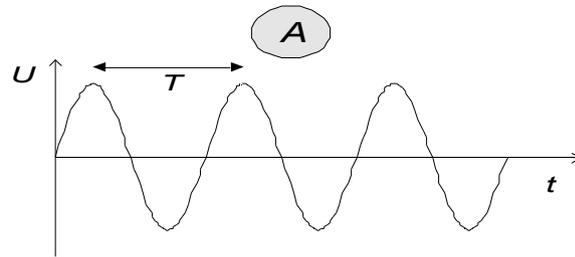
„Voiceprint“:  
Frequenzanalyse  
in der Zeit

$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

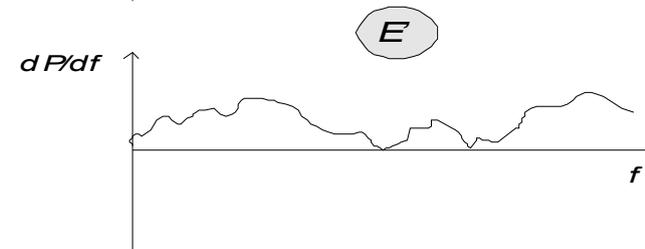
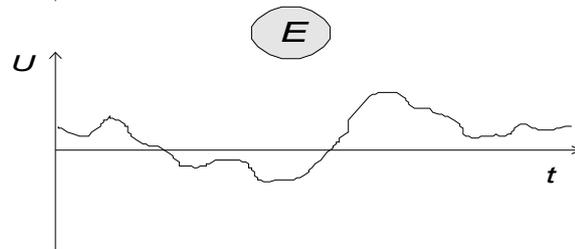
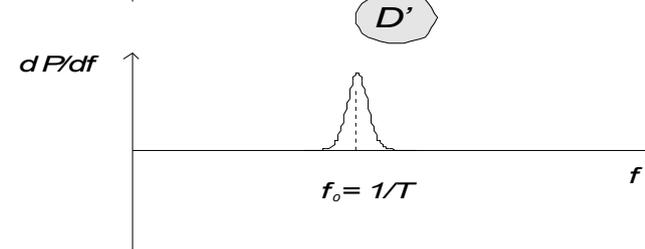
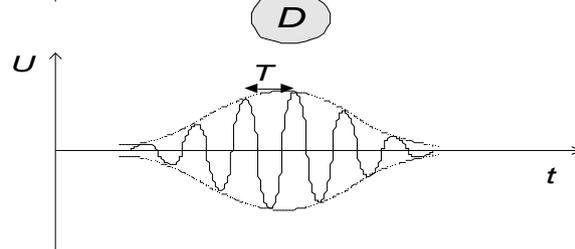
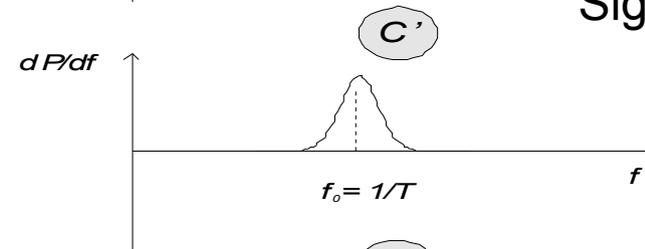
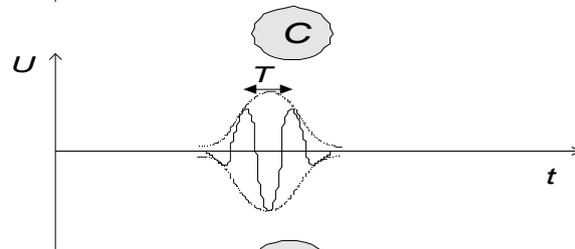
nichtperiodische Signale: Fouriertransformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$



Signal in der Zeit

Signal in der Frequenz



Je länger der Sinusimpuls desto schmaler ist sein Spektrum



## Analyse von Verstärker - komplexe Signale

$$\text{Signal}(t) \leftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

nichtperiodische Signale: Fouriertransformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$

ein Signal ist nur eine Representation des Information

Wie ein abstraktes Bild:

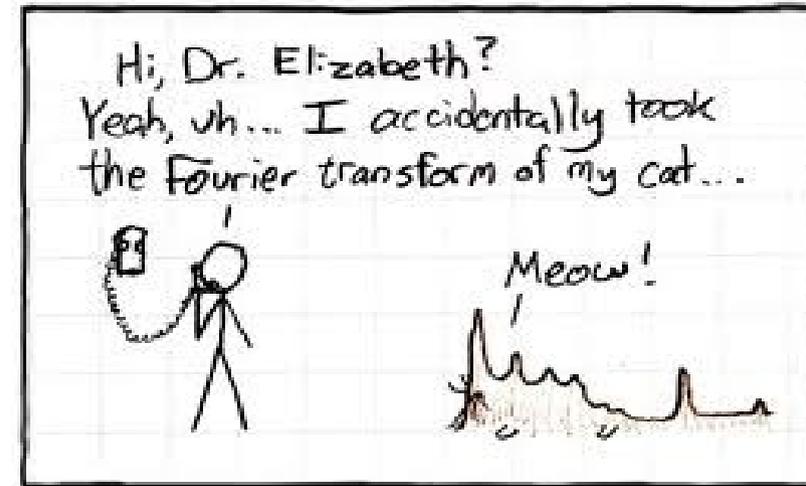
Zeitlich (gewöhnlich)

oder

Frequenz-spektrum  
(abstract)

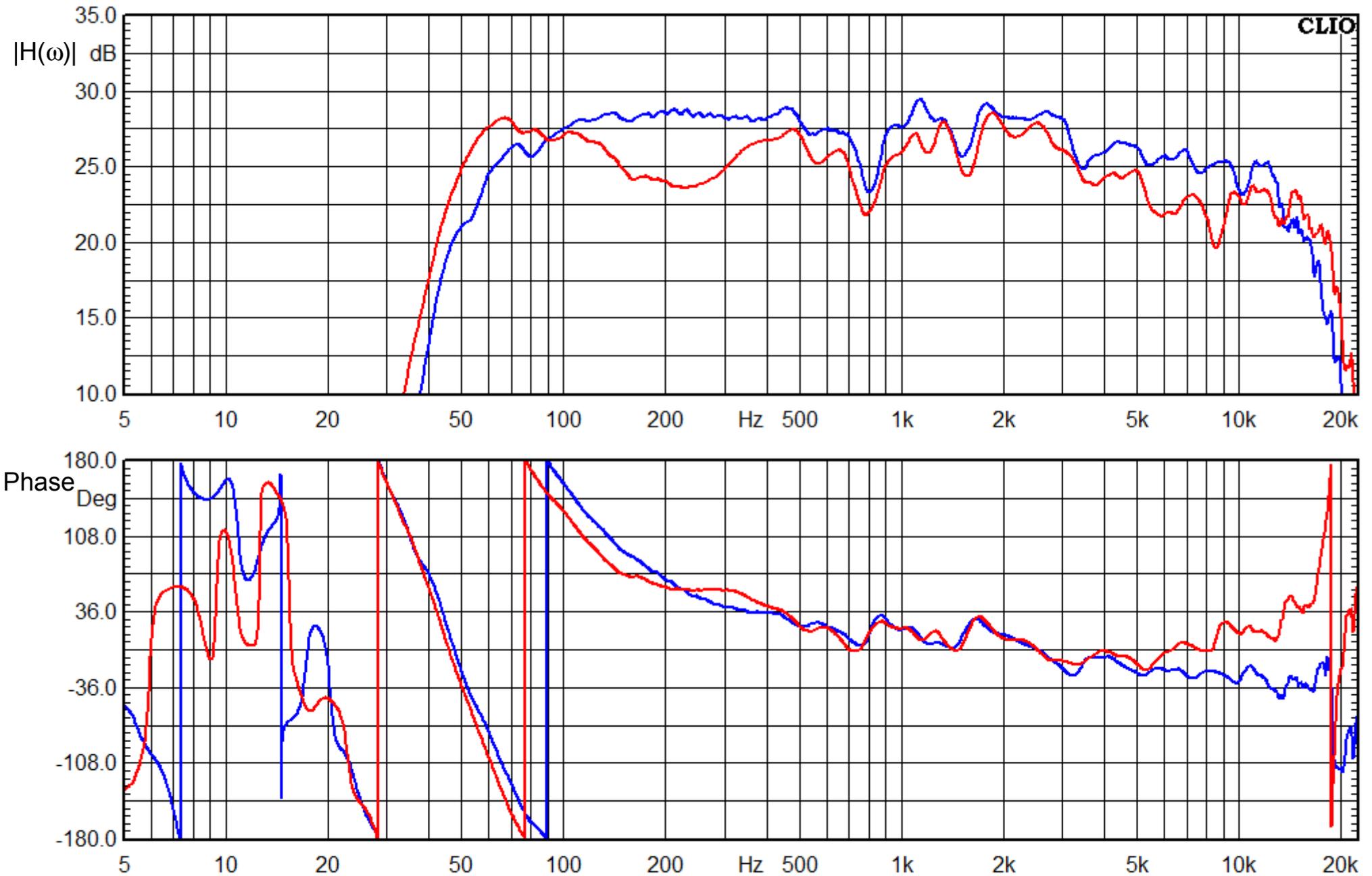
Fouriertransformation ist die  
„Art von Ingenieurwissenschaften“

(Picasso: La Crucifixion)



# Transfercharakteristik eines Verstärkers. $H(\omega) = P_{\text{aus}}(\omega) / P_{\text{ein}}(\omega)$

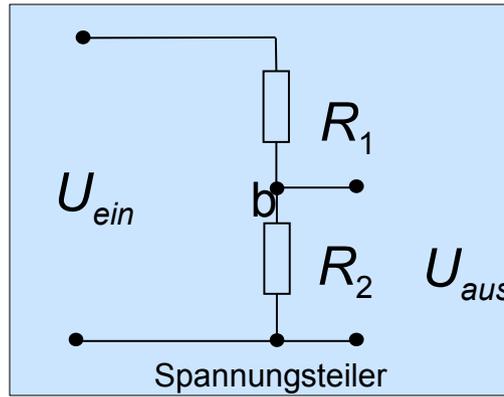
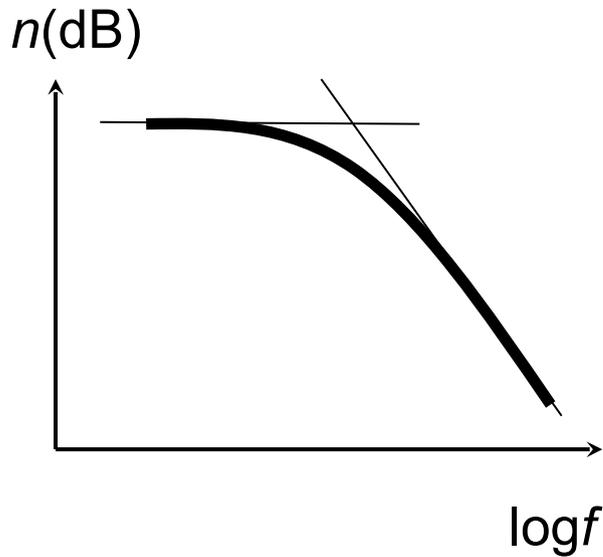
3-7-2012 5.03.36 PM



Transfercharakteristik eines Konzertverstärkers. Blau: zu Lautsprecher , Rot: zu StageMonitor

# Transfercharakteristik anderer Elemente - Filtern

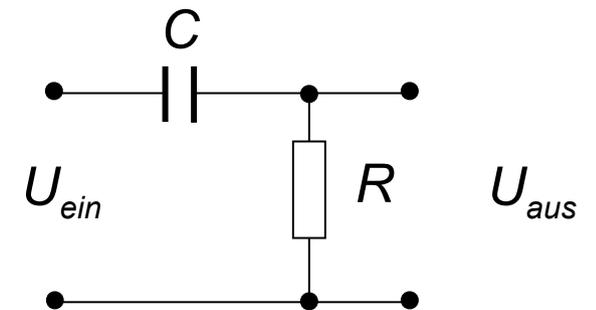
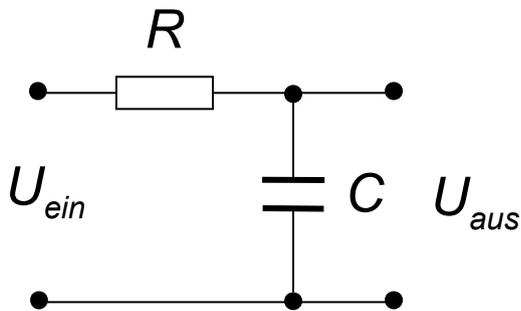
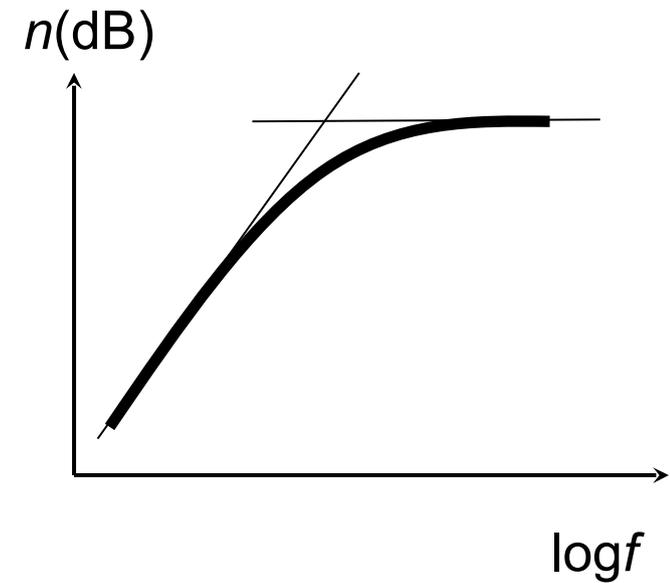
Tiefpassfilter



$$U_{\text{aus}} = U_{\text{ein}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

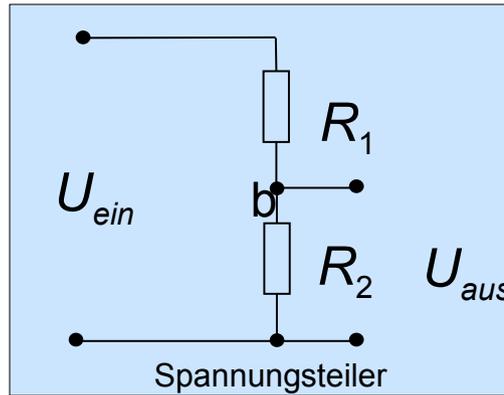
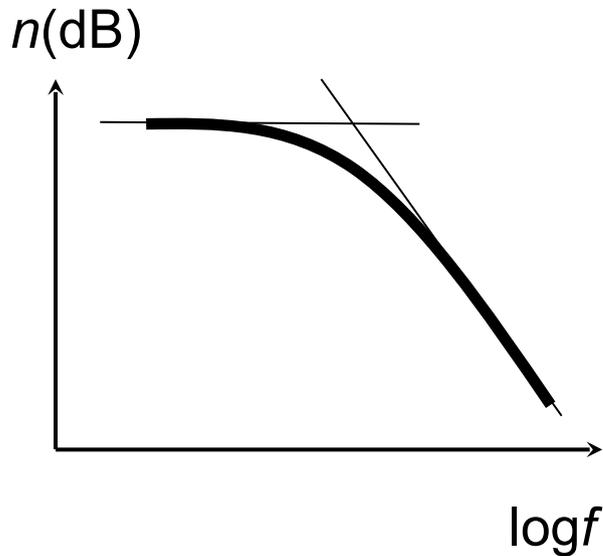
Ersetzen wir ein R mit C

Hochpassfilter



# Transfercharakteristik anderer Elemente - Filternb

Tiefpassfilter

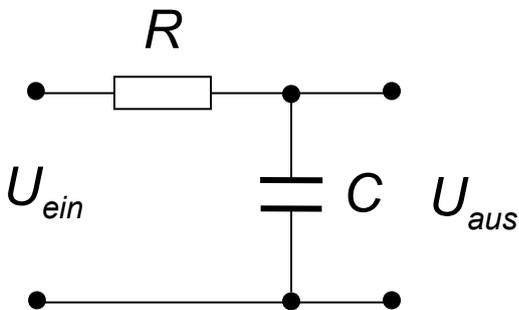
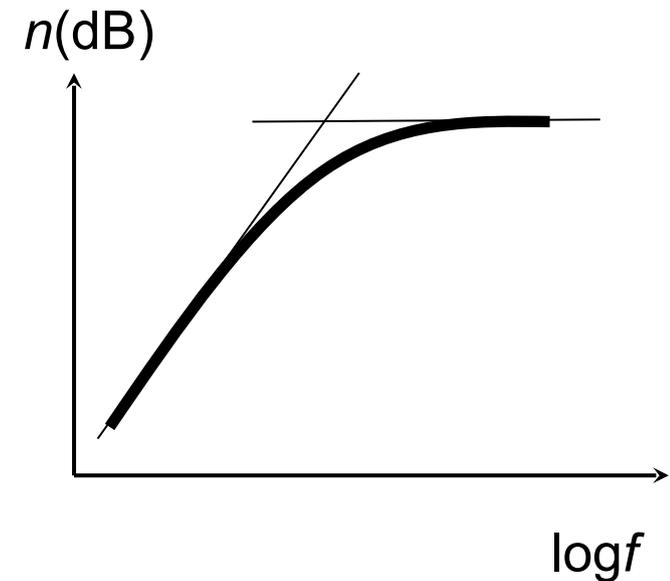


$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

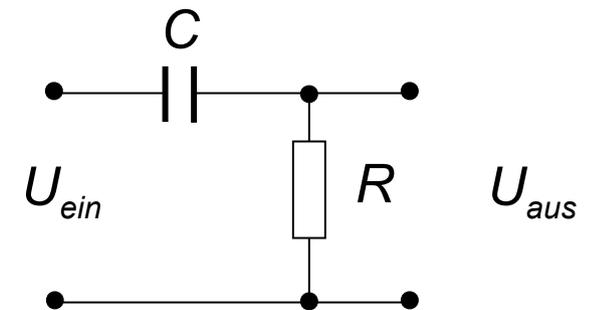
Ersetzen wir ein R mit C

$$R_C = \frac{1}{C\omega}$$

Hochpassfilter

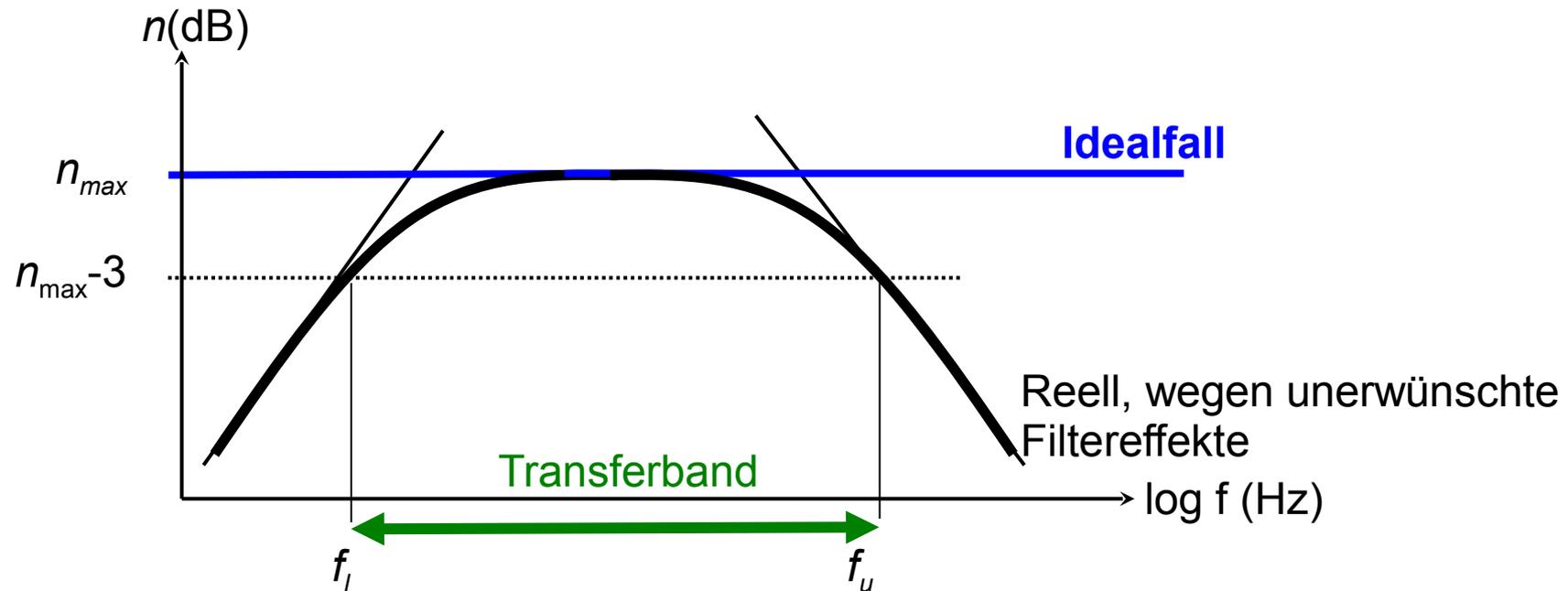
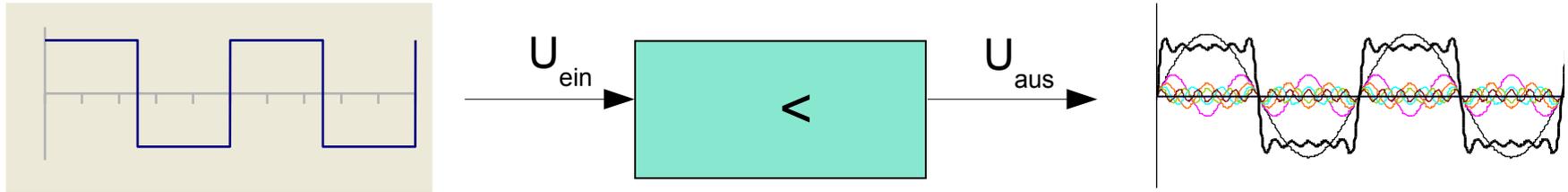


$$U_{aus} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$



$$U_{aus} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$

## Transfercharakteristik anderer Elemente - Filtern

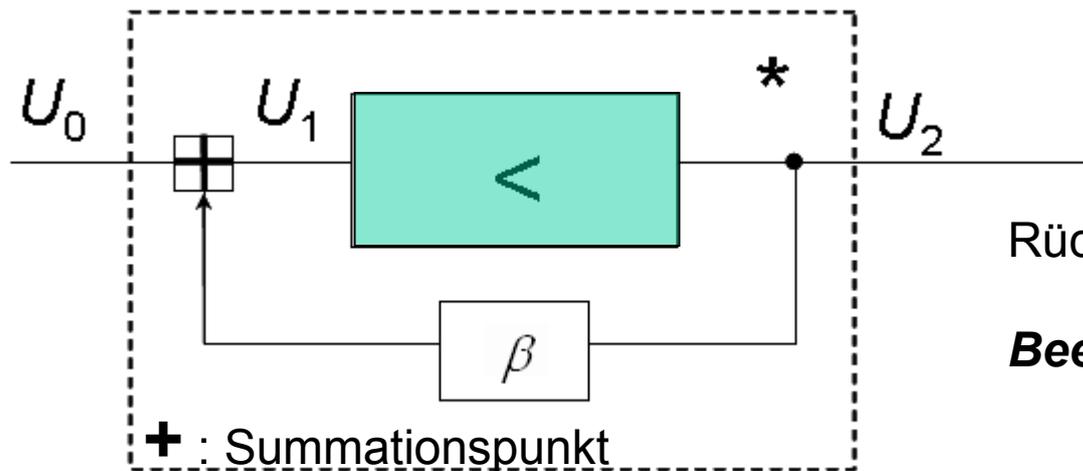


unser Signal kann schlechter werden, Frequenzkomponente werden fehlen



Informationsverlust oder Informationsveränderung

## Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion



Rückkopplung bei Verstärker

**Beeinflussen des Übertragungsfunktions**

$$(a) \quad U_1 = U_0 + \beta U_2 \qquad (b) \quad A_U = \frac{U_2}{U_1} = \text{Verstärkung ohne Rückkopplung}$$

$$(c) \quad A_U^* = \frac{U_2}{U_0} = \frac{U_1 A_U}{U_0} = \frac{(U_0 + \beta U_2) A_U}{U_0} = A_U + \beta \frac{U_2}{U_0} A_U = A_U + \beta A_U^* A_U$$

$$A_U^* - \beta A_U^* A_U = A_U \qquad \boxed{A_U^* = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}} \qquad \text{Verstärkung MIT Rückkopplung}$$



$\beta > 0$  : Mitkopplung

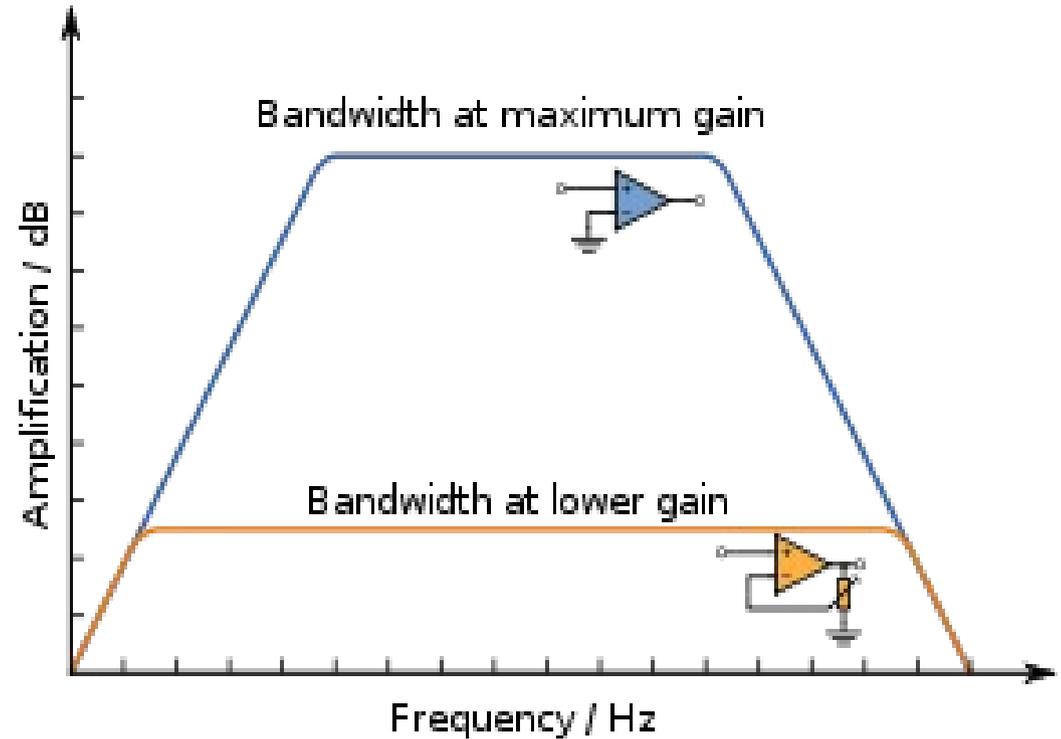
$\beta < 0$  : Gegenkopplung

$A_U \beta = 1$  : Oszillator (unendliche Verstärkung)

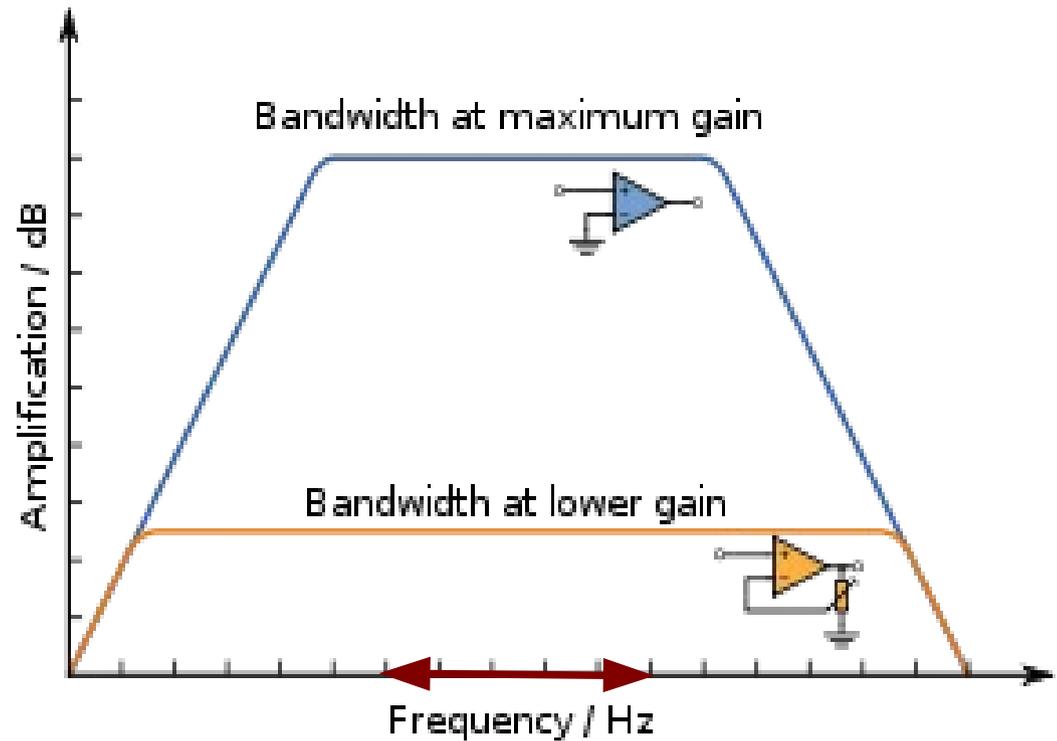
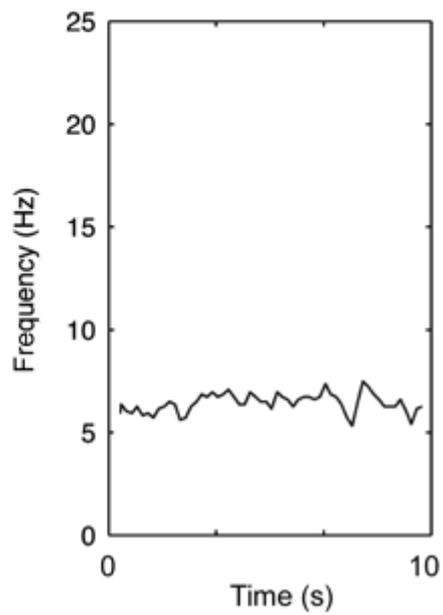
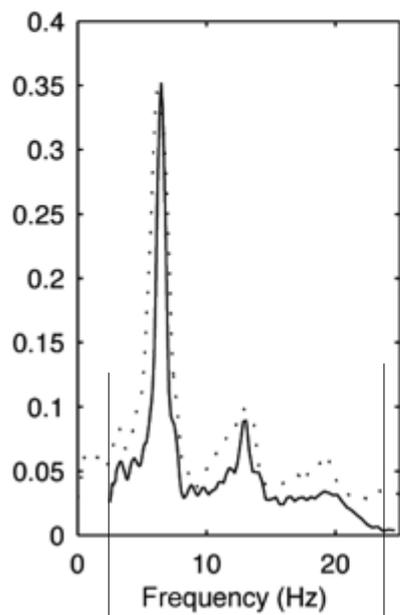
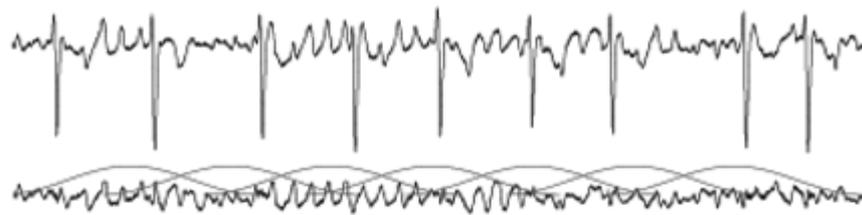
# Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion

Verstärkungsbandbreitenprodukt  
(Gain Bandwidth Product)

Verstärkung · Bandbreite = Konstant



# Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion

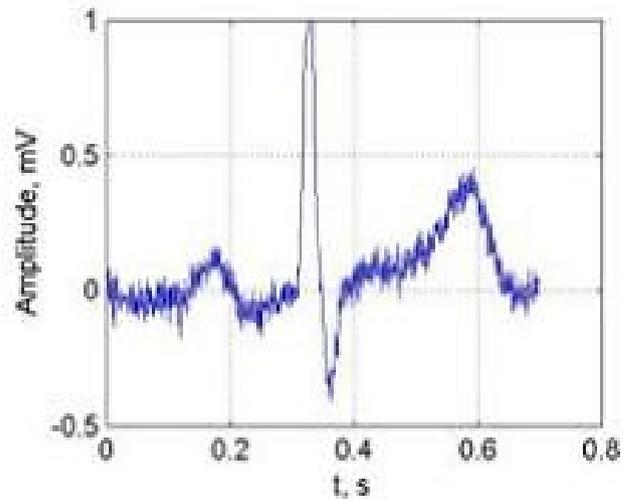
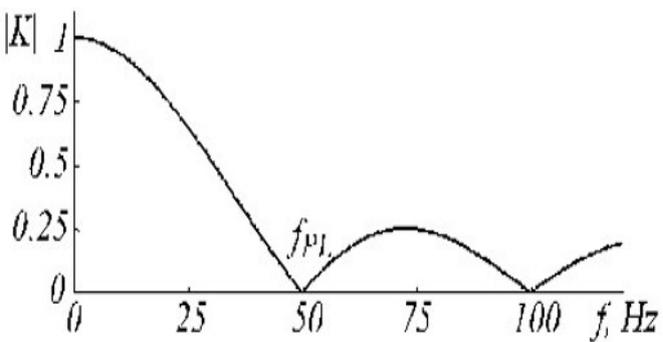
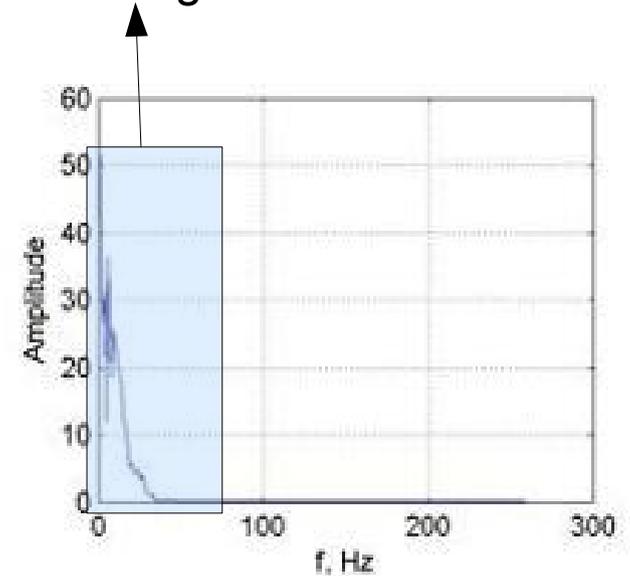
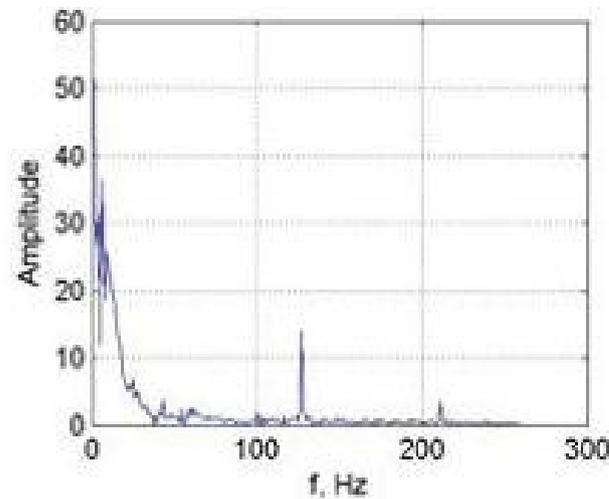
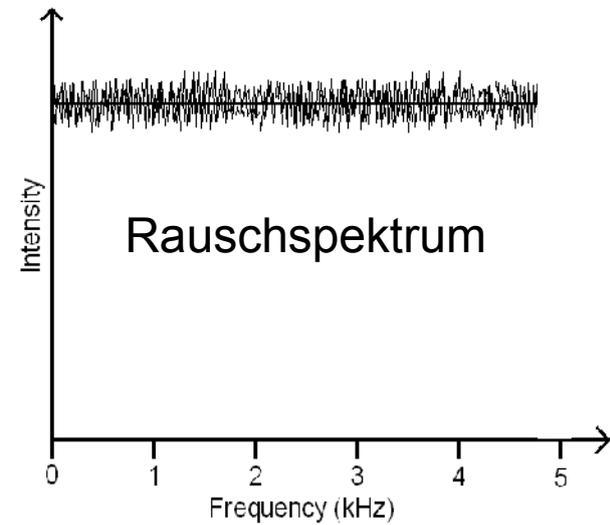


**Informationserhaltung = Spectrumerhaltung**

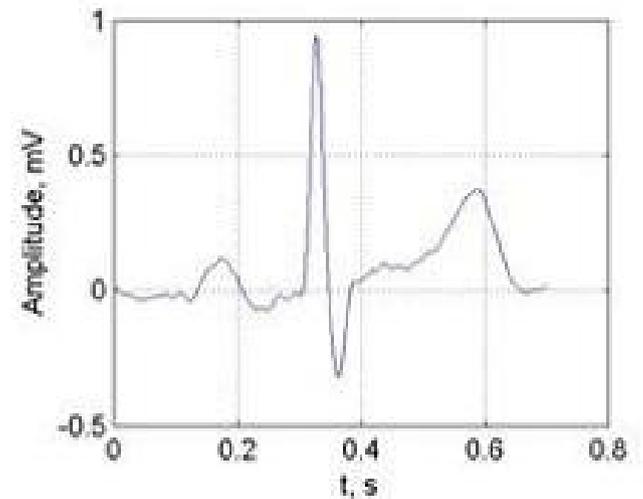
# Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion

spezielle Verstärker dienen als Rauschfilter:

Nur die Teile des Spektrums werden übertragen,  
die Information tragen.



b

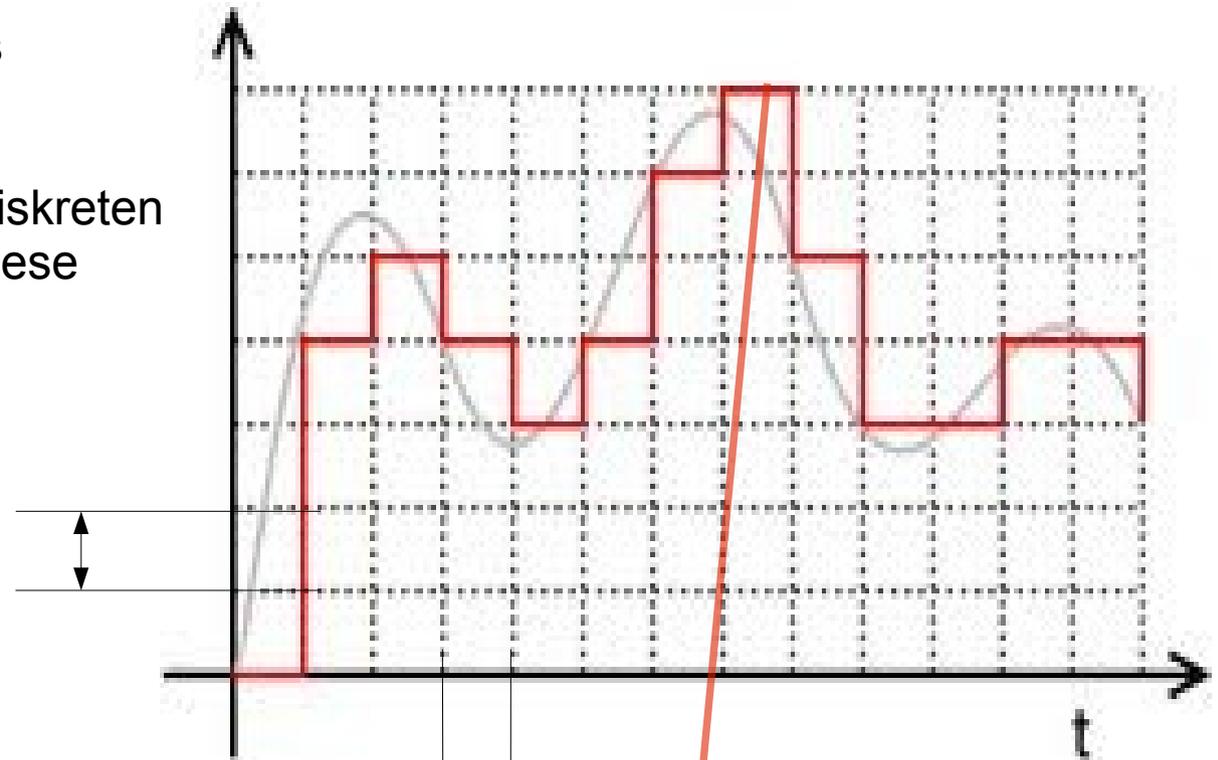


# digitale Signale – A/D Umwandlung (ADC)

Wir stellen analoge Signale als eine Reihe von Zahlen dar.

Wir messen die Testgröße in diskreten Zeitpunkten, und übertragen diese Messwerte.

Messungsauflösung



digitale Signale sind zeitlich und wertlich **diskret**

Zahlen können einfach, und störungslos weitergegeben werden

Zeitauflösung

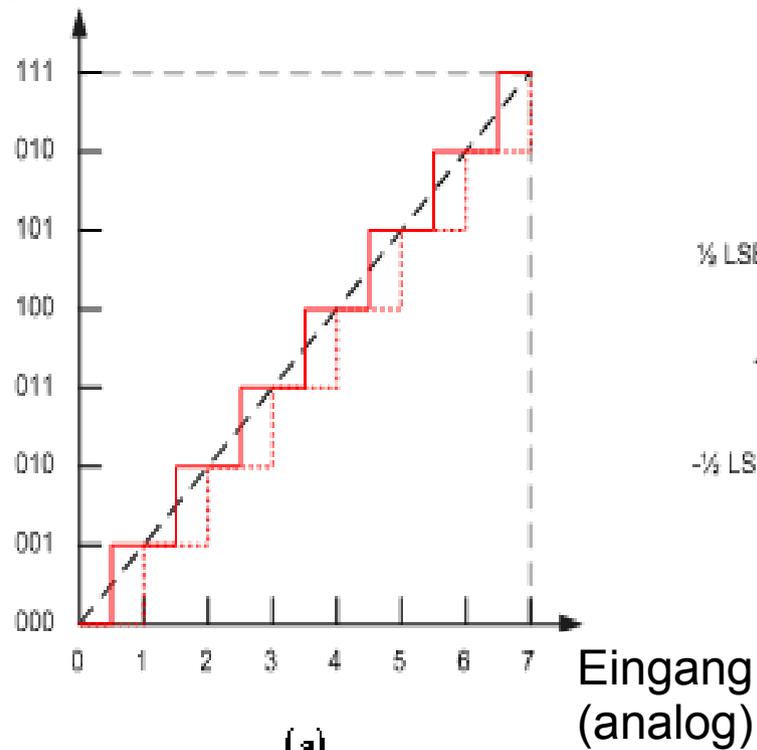
0 4 5 4 3 4 6 7 5 4 4 5 5 ...

# digitale Signale – Quantifizierung (Kodierung)

digitale Signale sind zeitlich und wertlich *diskret*

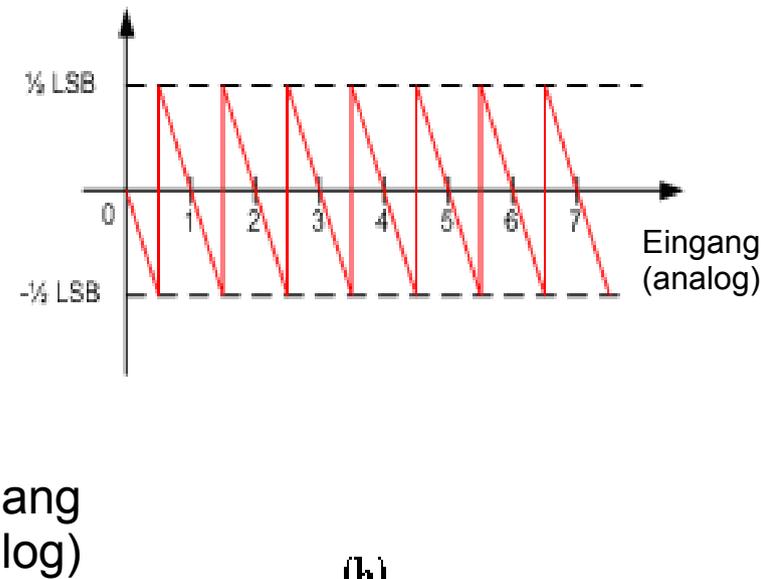
Was passiert mit Werte dazwischen?  
Die gehen verloren!  
(gewisse Informationsverlust)

Digitalausgang



(a)

Fehler

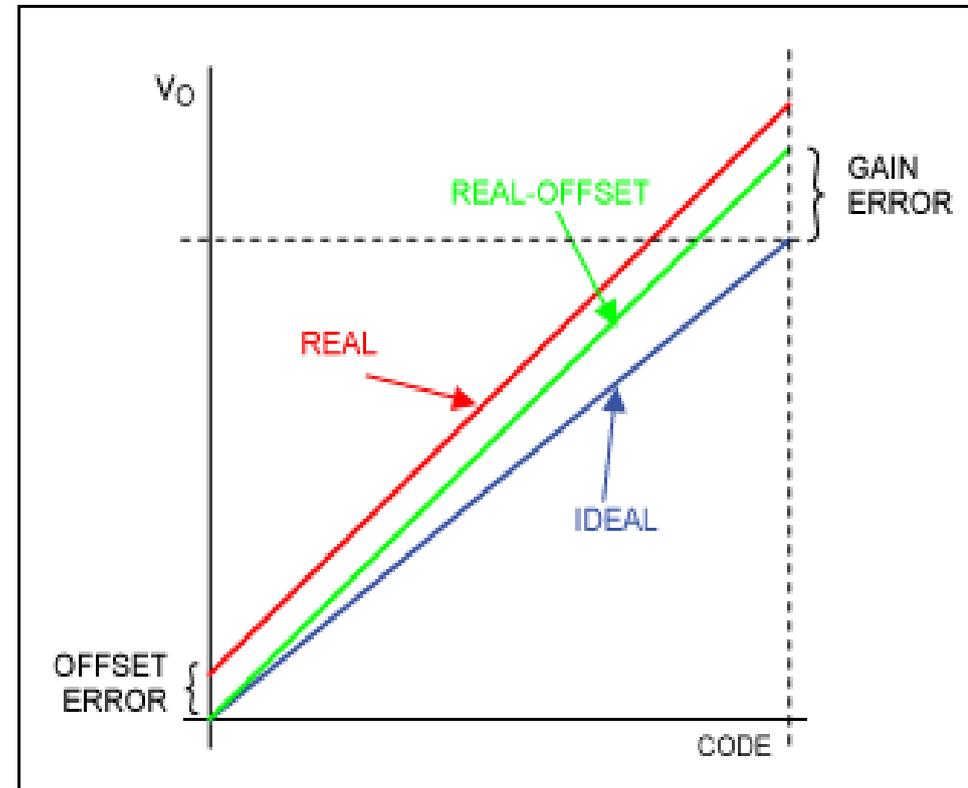
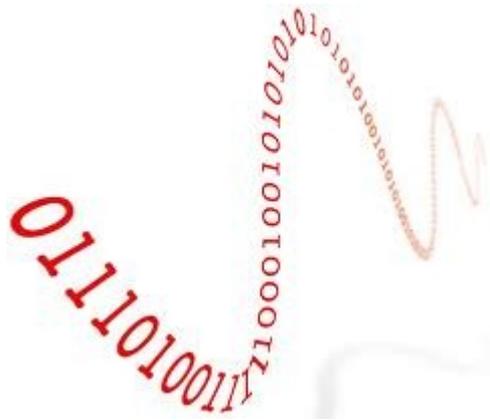


(b)

# digitale Signale – Wiederherstellung (DAC) (Dekodierung)

digital zu analog Umwandler

Einfach nahe zu ideal Umwandler zu bauen.



einige Fehlermöglichkeiten:

„offset“ : wenn Zahl = 0 dann  $U_{\text{aus}} \neq 0$

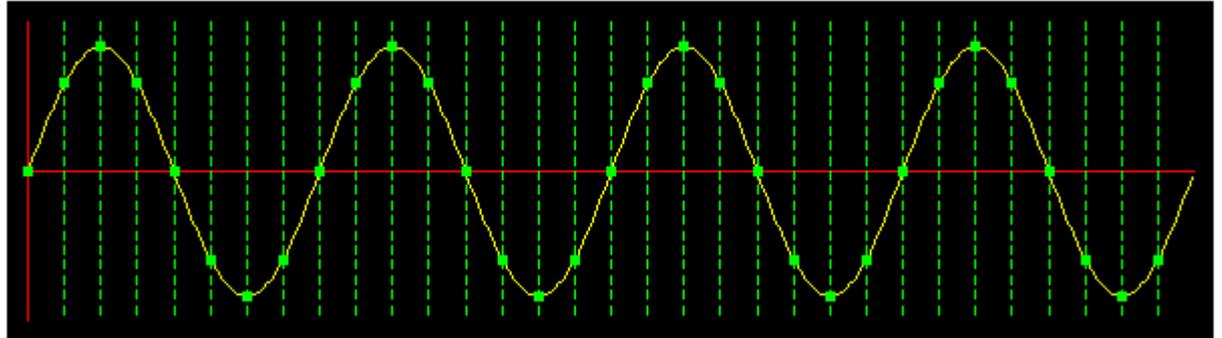
„gain error“: z.B. wenn Zahl = 10, dann  $U_{\text{aus}} \neq 10 \text{ V}$

## digitale Signale – „Sampling“: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion“

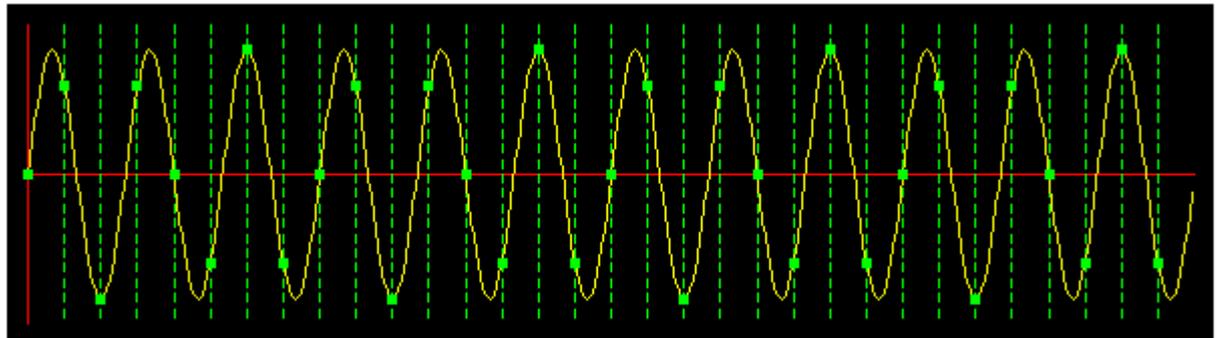
$f = 1000 \text{ Hz}$   
 $f_s = 8000 \text{ Hz}$

gut



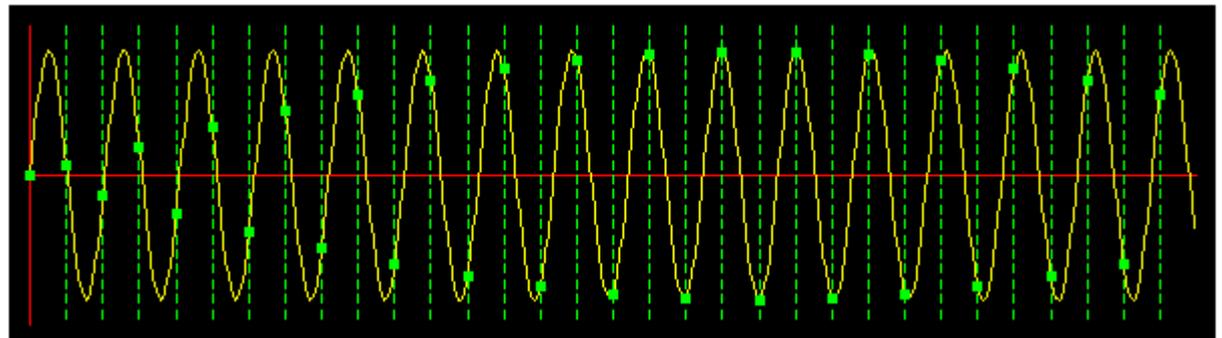
$f = 3000 \text{ Hz}$   
 $f_s = 8000 \text{ Hz}$

Noch gut



$f = 3900 \text{ Hz}$   
 $f_s = 8000 \text{ Hz}$

Immer noch gut



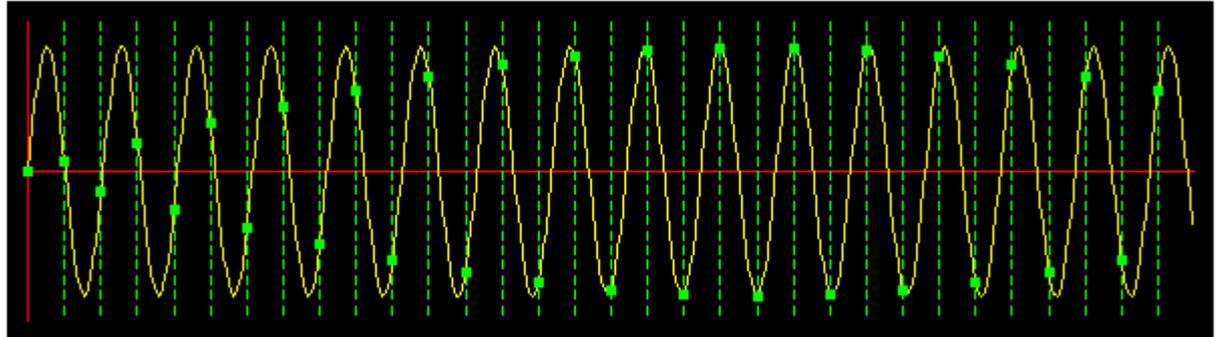
## digitale Signale – „Sampling“: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion“

$f = 3900 \text{ Hz}$

$f_s = 8000 \text{ Hz}$

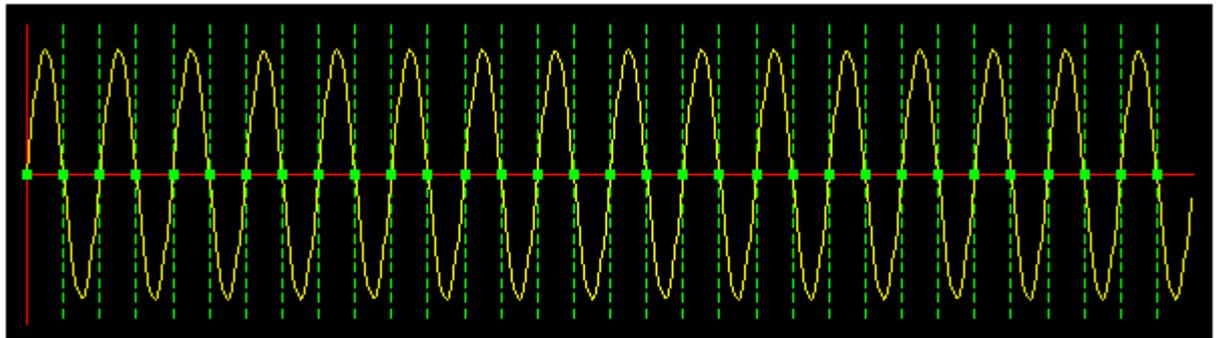
Immer noch gut



$f = 4000 \text{ Hz}$

$f_s = 8000 \text{ Hz}$

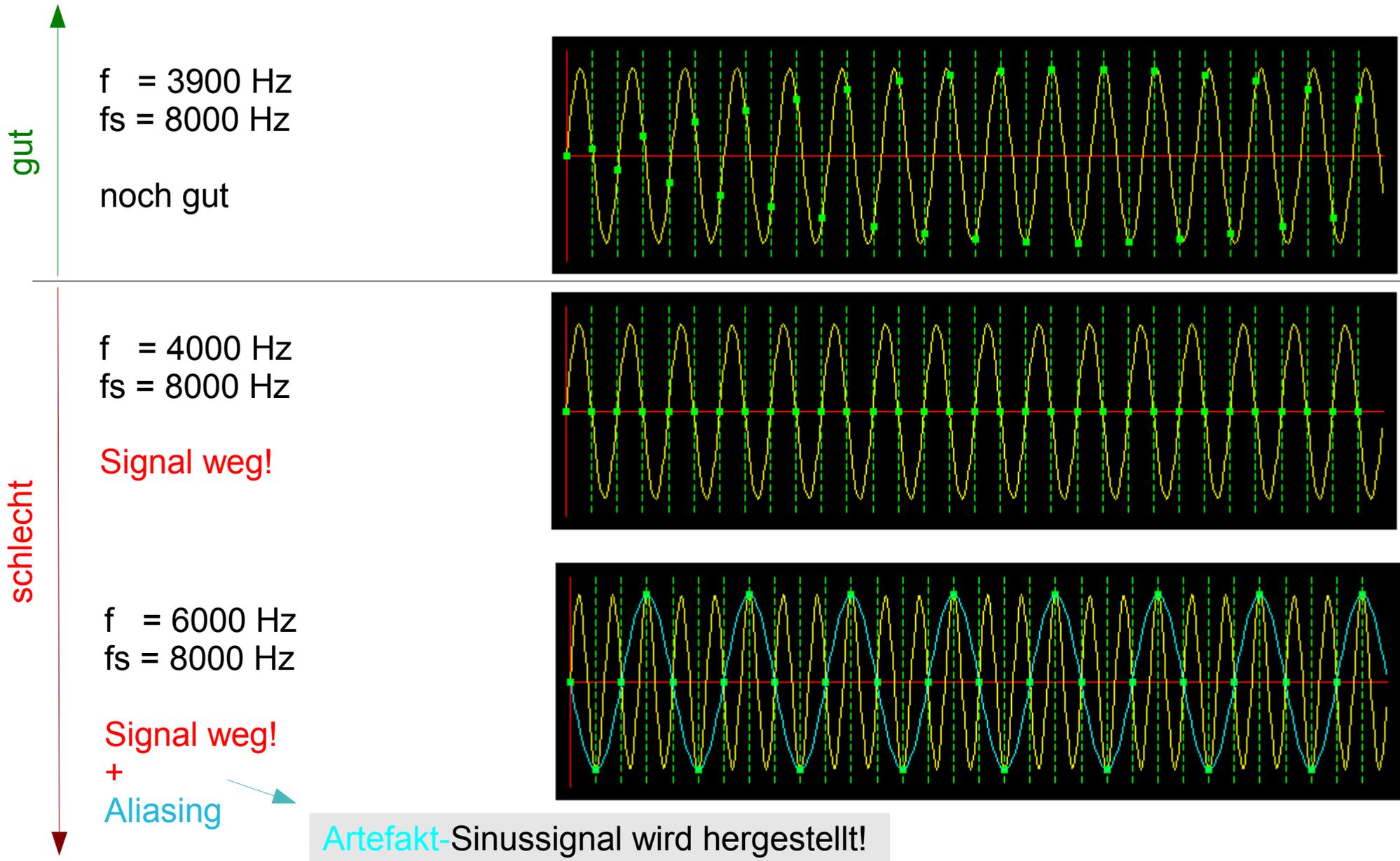
Signal weg!



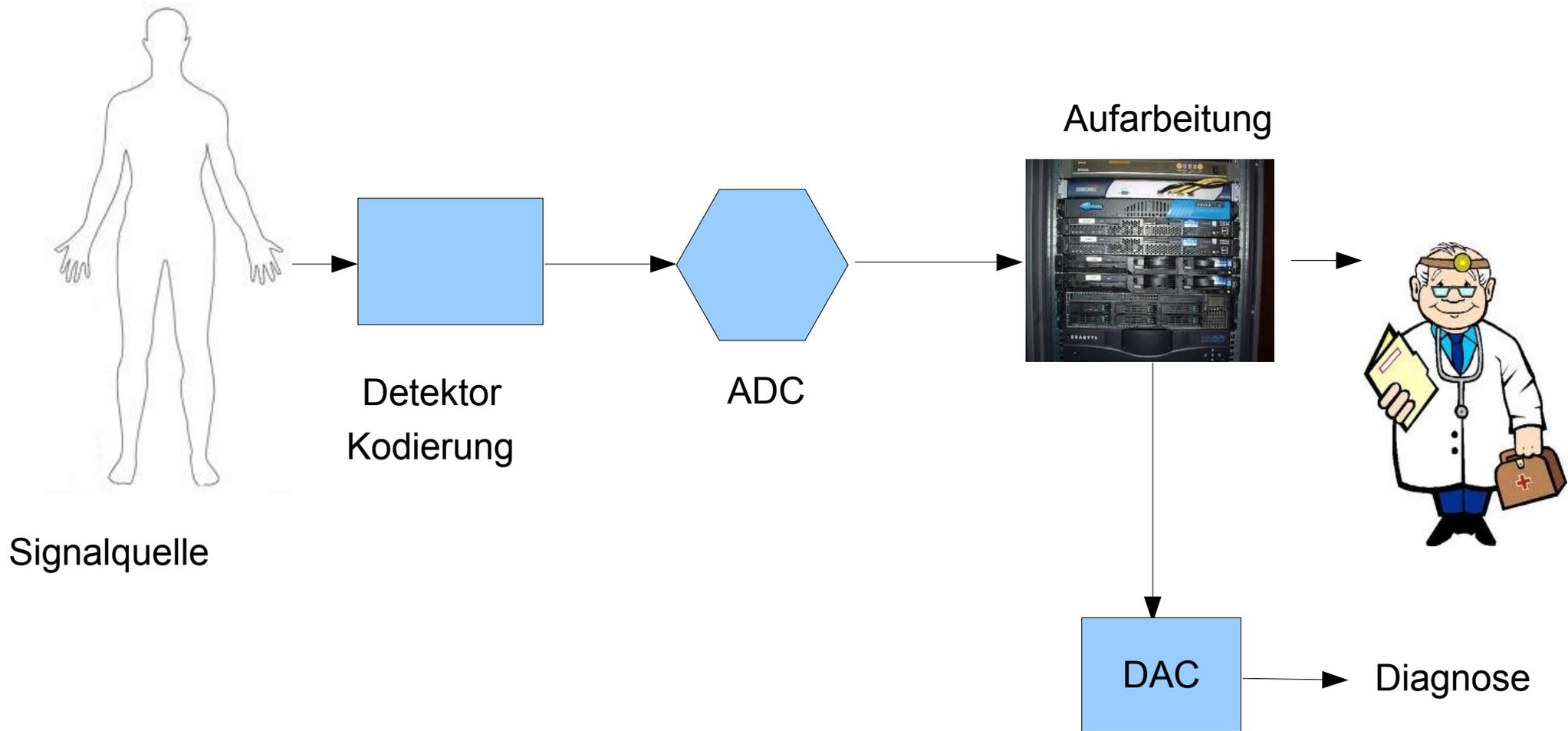
die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

# digitale Signale – Nyquist

die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

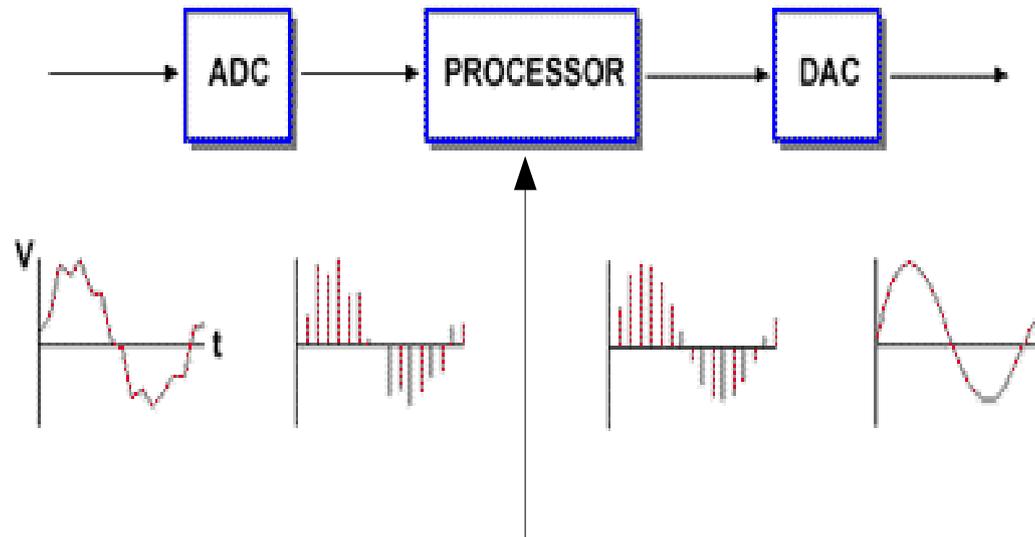


# digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP) Digitale Signalaufarbeitung



# digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)

## Digitale Signalaufarbeitung



beliebige mathematische transformationen sind möglich

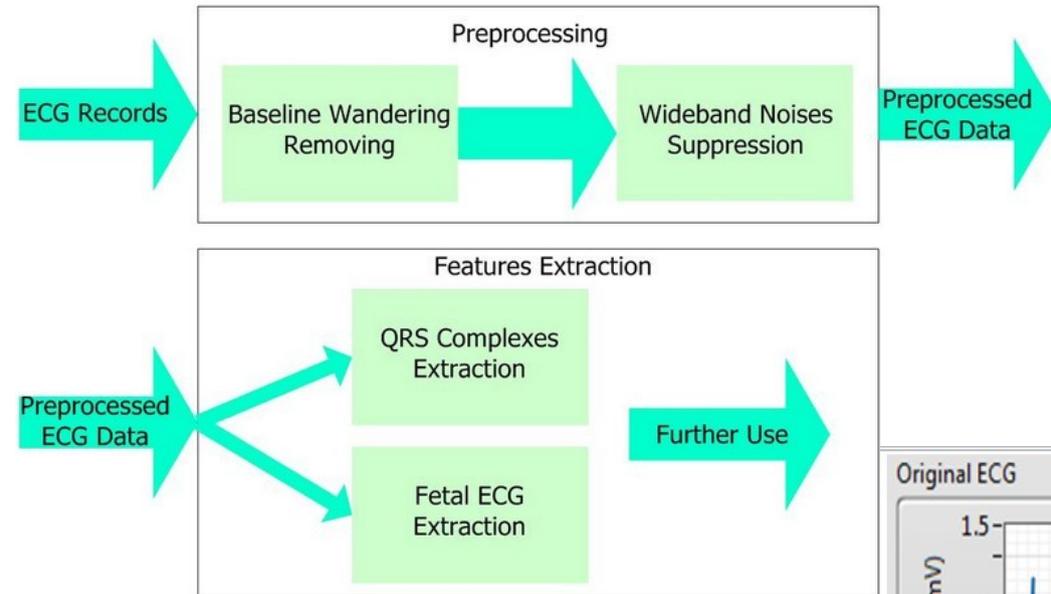
FFT: Fast Fourier Transform (schneller, digitaler Fourier-transformation)

IFFT: Inverse FFT

In dem Frequenzspektrum sind dann veränderungen möglich,  
z.B. Bei EKG bestimmte Störfrequenzen können gelöscht werden.

# digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)

## Digitale Signalaufarbeitung



Beispiel: EKG.

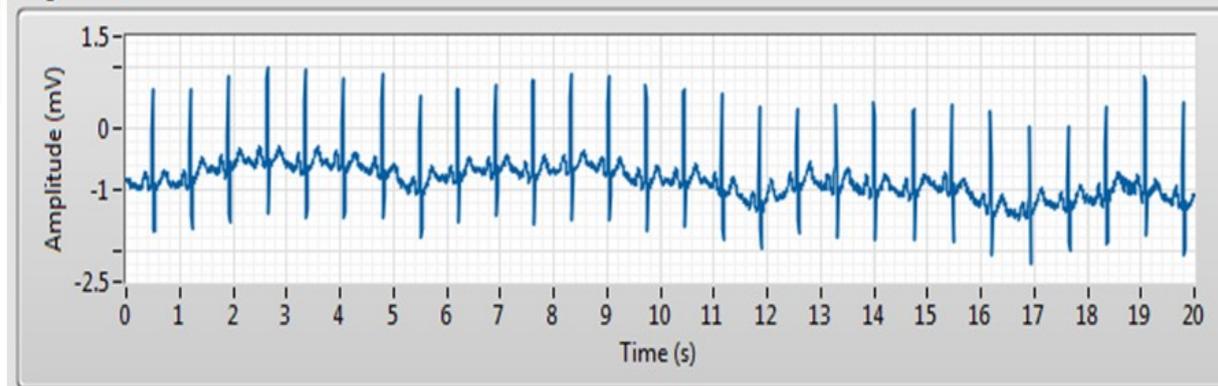
Hintergrundsignale (Wanderung)  
Rauschsignale  
(hochfrequenz und 50 Hz)  
werden digital unterdrückt mit DSP-Filtern

weitere Aufarbeitung:

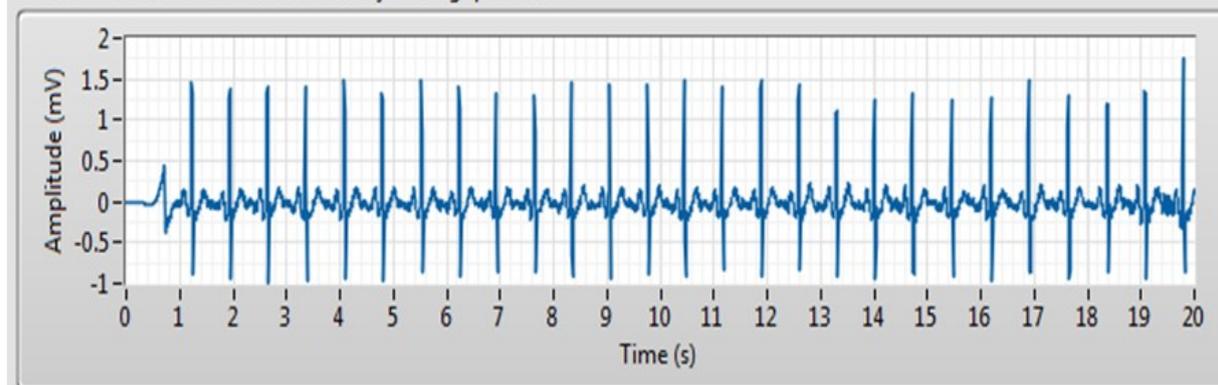
Nur die Kurven mit hoch genug  
SRV werden behalten, und gezeigt.

Folge:  
Einfachere, und sicherere Diagnose

Original ECG



ECG with Baseline Wander Removed by FIR Highpass Filter

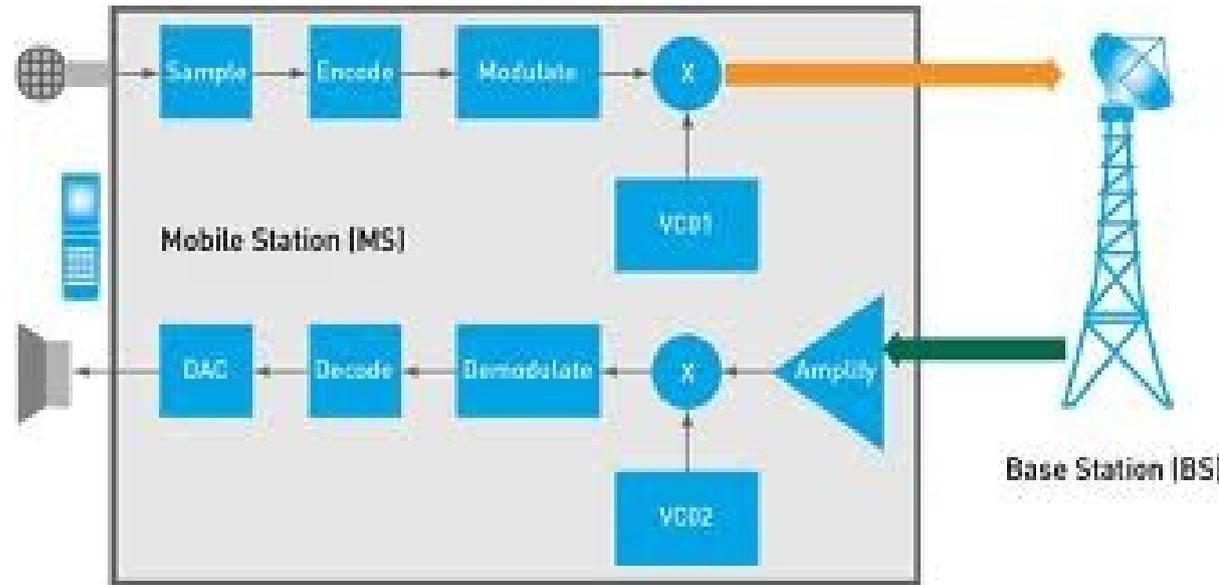


# DSP ist heute schon überall

Verschiedene mathematische möglichkeiten: verschlüsseln, filtern, verändern, usw.

Handy

ADC, Kodierung,  
Übertragung, Dekodierung, DAC



CD/DVD Spieler

Licht: digital 1010110...

DAC: von Zahlen zu Musik

