Medizinische Biophysik

2013. 04. 22.

Transportprozesse

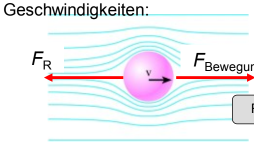
III. Diffusion

1

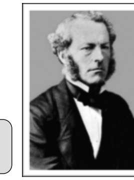
---

4. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



stokessches Reibungsgesetz:



G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

$$F_R = 6\pi\eta\, r\, v$$

Reibungskraft

Radius des kugelförmigen Teilchens

Viskosität

Geschwindigkeit des Teilchens

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{Bewegung} = F_R$

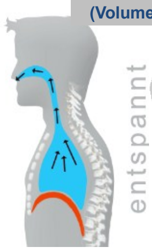
Beweglichkeit (*u*) eines Teilchens: $u = \dfrac{v}{F_{Bewegung}} \Rightarrow \quad u = \dfrac{1}{6\pi\eta r} \Longrightarrow$ s. Diffusion

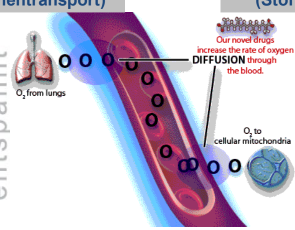
2

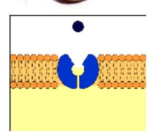
Transportprozesse

Strömung (Volumentransport)

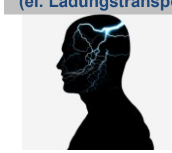
III. Diffusion (Stofftransport)







Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



Wärmeleitung (Energietransport)

Verallgemeinerung

Energetische Aspekte

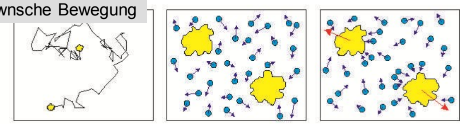
3

III. Stofftransport (Diffusion)

Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

brownsche Bewegung



4

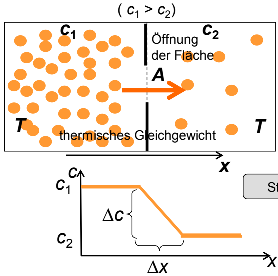
1. Grundbegriffe

- Stoffstromstärke (I): $I = \frac{\Delta \nu}{\Delta t}$ $\left(\frac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
  (Diffusionsstromstärke)
- Stoffstromdichte (J): $J = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$ $\left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right)$
  (Diffusionsstromdichte)
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant


Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz

$\Delta c = c_2 - c_1 < 0$
$(c_1 > c_2)$



$$\frac{\Delta \nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte
Diffusionskoeffizient (m^2/s)
Konzentrationsgradient

Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?	Zusammenhang?
Ladungstransport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ $\quad -\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumentransport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p $\quad -\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stofftransport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c $\quad -\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

- Diffusionskoeffizient:

$$D = ukT$$

Beweglichkeit des Teilchens
Temperatur

Beweglichkeit: $u = \frac{1}{6\pi \eta r}$

➢ **Einstein-Stokes-Gleichung**
(für kugelförmige Teilchen)

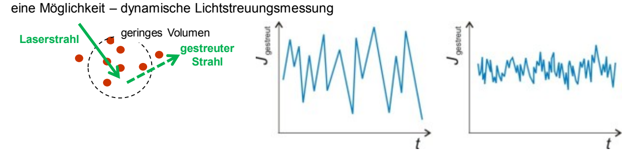
$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaikvirus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

Der Diffusionskoeffizient ist
- stoffspezifisch
  - diffundierendes Molekül – Größe (r)
    – Form
  - Medium (η)
- temperaturabhängig

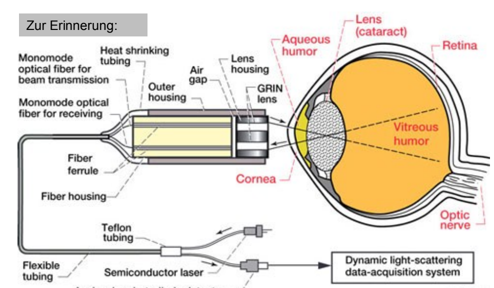
$$D \sim e^{-\frac{\Delta E}{RT}}$$

➢ Messung des Diffusionskoeffizienten:
eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung



$\longrightarrow D$

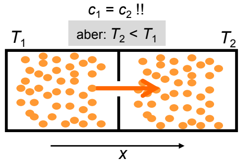
Zur Erinnerung:



$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Teilchengröße

- Im thermischen Nichtgleichgewicht:

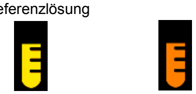


Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen. Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) $\Rightarrow$ chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung



c_0 $\quad$ c

μ_0 $\quad$ μ ?

Normalpotenzial als Bezugswert

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0} \qquad [\mu] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

Falls c_0 =1 mol/l, dann $\mu = \mu_0 + RT \ln c$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\dfrac{\Delta\mu}{\Delta x}$

9

3. Das 2. ficksche Gesetz:

$$D \frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

bischen anschaulichere Form

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

exakte mathematische Form

- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion $c(x, t)$

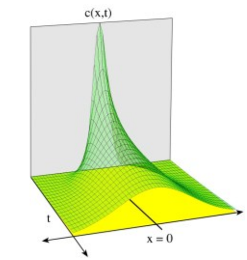
Beispiele für Lösungen:

- Für eindimensionale Diffusion:

anim

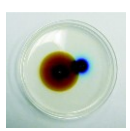
$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

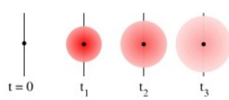
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

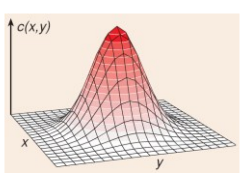


10

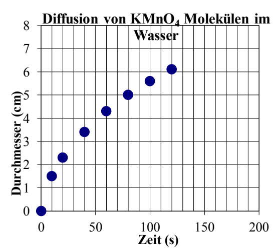
- Für zweidimensionale Diffusion:

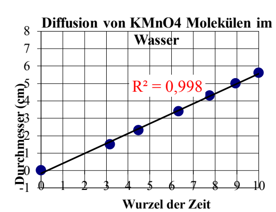






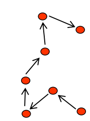
Siehe auch Praktikum!





11

4. Diffusion als Random Walk



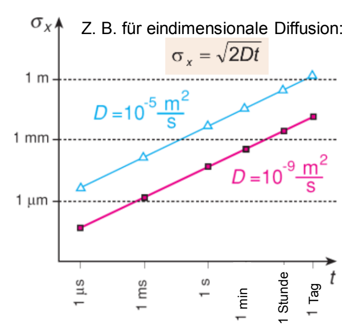
σ = ?

$$\boxed{\sigma \approx \sqrt{D \cdot t}}$$

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit" der Diffusion

Z. B. für eindimensionale Diffusion:

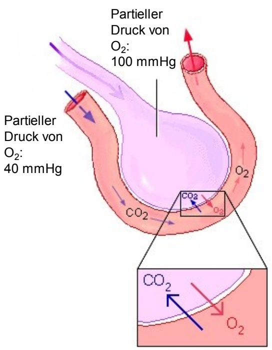
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$



12

6. Anwendungen:

- O_2-Diffusion Lunge-Blut

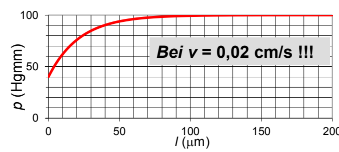


Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das venöse Blut mit O_2 gesättigt?

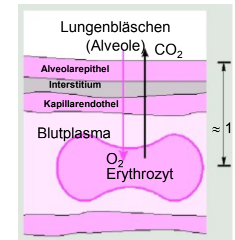
- 1. ficksches Gesetz: $\Delta v = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x} \Delta t$

Das 1. ficksche Gesetz verwenden wir für kleine Abschnitte der Kapillare nacheinander. $\longrightarrow$ Excel

O_2 Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Random Walk:



≈ 1 µm ⟵ Wie viel Zeit brauchen die O_2-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$

D für O_2 im Wasser:

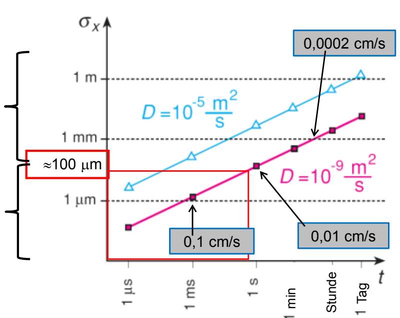
$1{,}9 \cdot 10^{-9}$ m/s² ≈ $1 \cdot 10^{-9}$ m/s²

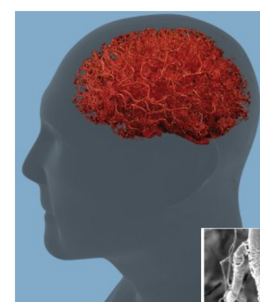
- Zusammenfassend: Welcher Transportprozess ist „schneller"?

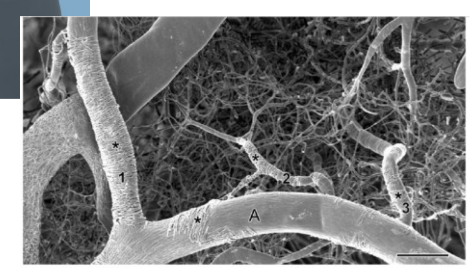
Gefäß	Kapillaren
v (cm/s)	0,022

Blutströmung ist schneller

Diffusion ist schneller

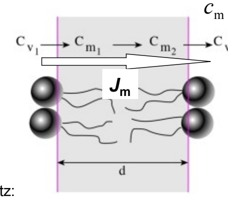






- Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

$$c_\mathrm{m} = k \cdot c_\mathrm{v}$$



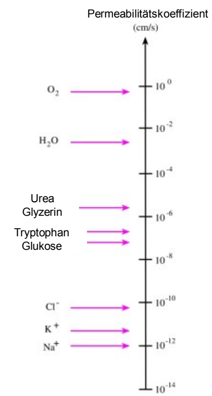
➢ 1. ficksches Gesetz:

$$J_\mathrm{m} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{\mathrm{m}2} - c_{\mathrm{m}1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1}}{d} = -p(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1})$$

$$J_\mathrm{m} = -p(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

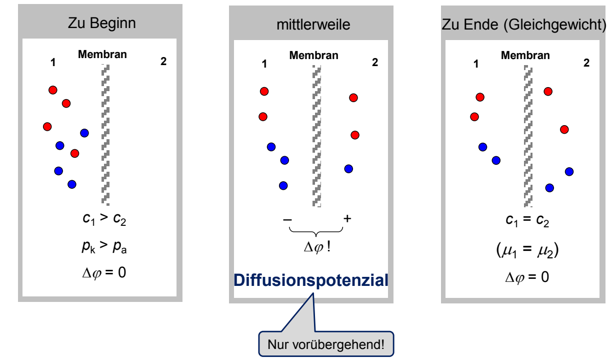


17

- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

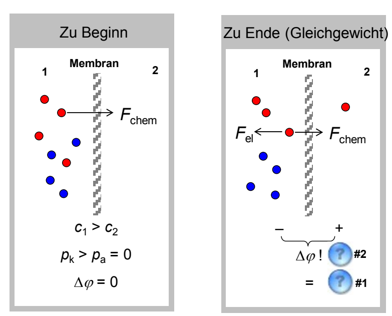
einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $\boxed{p_\mathrm{k} > p_\mathrm{a}}$



18

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $\boxed{p_\mathrm{a} = 0}$



● Kation (k)
● Anion (a)

#1

Elektrochemisches Potenzial (J/mol):

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

#2

Nernst-Gleichung:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$

19