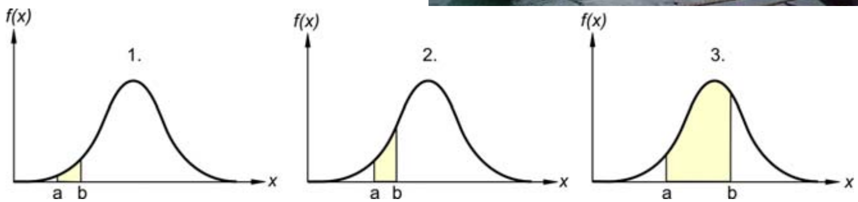
(Deskriptive Statistik, Vortsetzung)

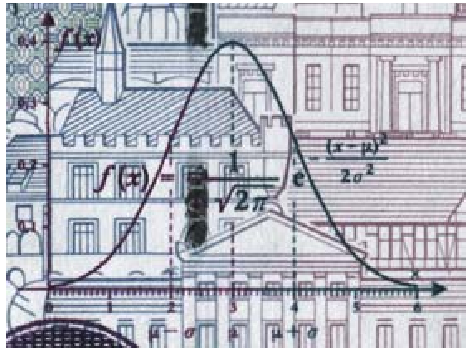
Anschauliche Darstellung der Fläche
unter der theoretischen Verteilungskurve



Die Fläche unter der Kurve gibt den Anteil der Elemente der Grundgesamtheit die zwischen *a* und *b* fallen. (Wahrscheinlichkeitsinterpretation)

Pr.Buch Abb. 7

Die theoretische Verteilung kann in Abhängigkeit von der untersuchten Variablen unterschiedliche Formen annehmen, in der Mehrzahl der Fälle ist sie aber eine symmetrische **Glockenkurve** mit einem einzigen Maximum.

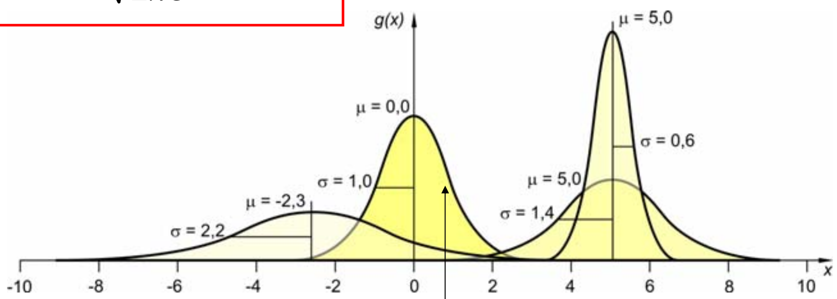


Normalverteilung (Gauss-Verteilung)

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

μ: Erwartungswert
(Position des Maximums)

σ: die theoretische Streuung
(charakterisiert die Breite der Funktion)

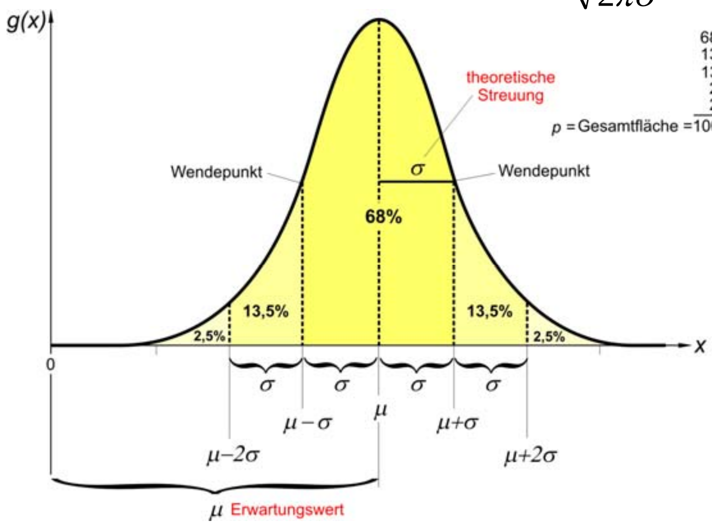


Standardnormalverteilung (μ = 0, σ = 1)

Pr.Buch Abb. 8

Gauss-Kurve

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Pr.Buch Abb. 9

Die Schätzung der theroretischen Parameter. Die statistische Merkmale der Stichprobe

Gauss-Kurve ist mit zwei Parameter eindeutig beschrieben

Ziel: Schätzung dieser Parameter aufgrund einer Stichprobe

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \longrightarrow \mu \quad (n \to \infty)$$

Der **Erwartungswert** wird mit dem **Durchschnitt approximiert**, dem arithmetischen Mittelwert der Daten.

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = \sum x_i - \sum \bar{x} = \sum x_i - n\bar{x} = 0$$

Die Summe der Abweichungen der Daten von diesem Wert ist gleich Null.

Die Schätzung der theroretischen Streuung. Charakterisierung die Streuung der Daten

Die **theoretische Streuung** σ wird meist mit der **Standardabweichung** (s) **approximiert**,
die als mittlere Abweichung vom Durchschnitt definiert ist:

$$\boxed{s_{n-1} = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}} \rightarrow \sigma \quad (n \to \infty)$$

Standardabweichung,
korrigierte (empirische) Streuung (der Messdaten/Stichprobe)

unkorrigierte Streuung:
im Nenner steht n anstatt n-1

$$s_n = s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$n = 1,\ s_n = s_1 = 0$, keine Streuung???

aber wenn $n >> 1$, $s_n \approx s_{n-1}$

Weitere Streuungsparameter. Charakterisierung die Variation der Daten

Das Quadrat der Streuung, die mittlere quadratische Abweichung, auch als **Varianz** bezeichnet, ist:

$$\boxed{s_{n-1}^2 = s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}_{\text{quadratischer Durchschnitt}} - \underbrace{\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \right)^2}_{\text{Quadrat des Durchschnitts}}$$

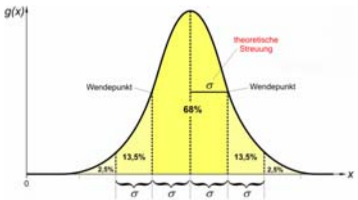
Spannweite: x_{max}-x_{min}

Quantile: z.B. **Dezile**
Durch Dezile (lat. „Zehntelwerte“) wird die Verteilung in 10 gleich grosse Teile zerlegt. Unterhalb des dritten Dezils liegen 30 % der Verteilung.

Referenzintervall

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \rightarrow \mu \quad (n \to \infty)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \rightarrow \sigma \quad (n \to \infty)$$



Die Standardabweichung *s* zeigt, wie sehr die Daten im Mittel **vom Durchschnitt abweichen**, d.h., — ähnlich wie bei der Gauss-Verteilung beschrieben — befinden sich ca. 68 % der Stichprobenelemente in dem Intervall , ca. 95 % im Intervall .

$\bar{x} \pm s$ $\qquad$ $\bar{x} \pm 2s$

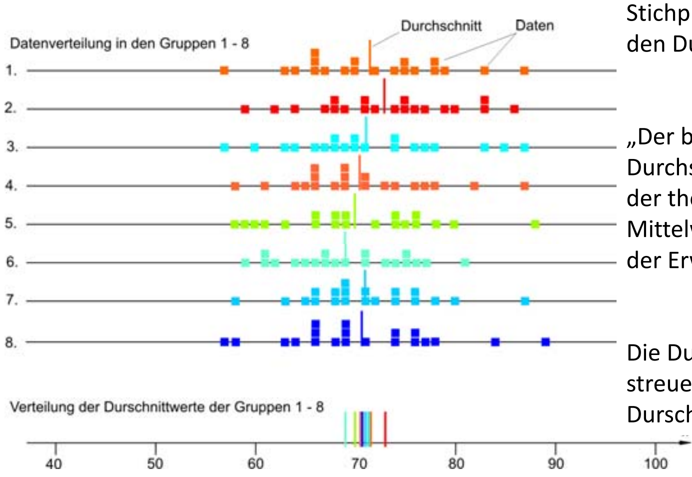
Referenzintervall (Normbereich)

Der aus einer grossen Stichprobe berechnete Bereich $\bar{x} \pm k\,s$, in dem sich genau 95 % der Elemente der Stichprobe befinden ($k \approx 2$), wird als **Referenzintervall** oder **Normbereich** bezeichnet, was in erster Linie in der Labordiagnostik zur Anwendung kommt.

Referenzintervall

Name	Einheit	04.11.2004	05.10.2004	04.08.2004	05.07.2004	Min	Max
%Hypo	%		0.5		0.5	0.0	5.0
B. BURGDORFERI-AK (EIA) IGM		positiv	positiv	positiv	positiv		
B. BURGDORFERI-AK IGG (EIA)		negativ	negativ	negativ	negativ	5	10
Ery.-Vert.-Breite	%		11.6		11.6	11.5	14.5
Erythrozyten	Mill/ul	4,12	3,95	4		4	6
Haematokrit	V %		36.2	36	36.2	37.0	52.0
Haemoglobin	g/dl		12.3		12.3	12.0	16.0
Leukozyten	/ul		7		6.5	4.0	10.0
MCH	pg		32.1		32.1	27.0	34.0
MCHC	g/dl		34.0		34.0	31.0	37.0
MCV	ucm		94.4		94.4	80.0	99.0
P 18 (p18-Protein)		negativ	negativ	negativ	negativ		

Daten und ihre Durchschnittswerte



Pulsfrequenzen (1/Min)

Die Daten einer Stichprobe streuen um den Durschnittswert

„Der beste Durchschnittswert" = der theoretische Mittelwert = der Erwartungwert = μ

Die Durschnittswerte streuen um „den besten Durschnittswert".

Diese „Streuung" drückt den **Standardfehler** (Streuung des Durchschnitts) aus:

$$\boxed{s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Pr.Buch Abb. 10

Konfidenzintervalle für den Erwartungswert

Der Erwartungwert befindet sich mit ca. 95%iger Sicherheit im Intervall von

$$\boxed{\bar{x} \pm 2s_{\bar{x}} = (\bar{x} - 2s_{\bar{x}}; \bar{x} + 2s_{\bar{x}})}$$

95 % Konfidenzintervall für den Erwartungwert.

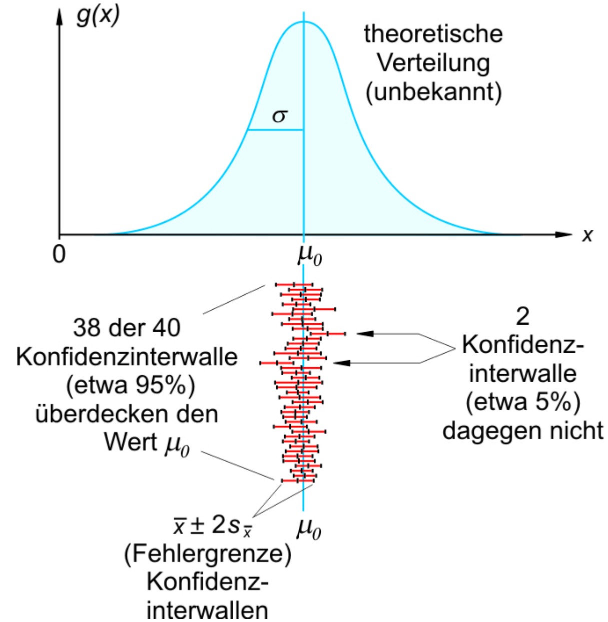
Der Erwartungwert befindet sich mit ca. 68%iger Sicherheit im Intervall von

$$\boxed{\bar{x} \pm s_{\bar{x}} = (\bar{x} - s_{\bar{x}}; \bar{x} + s_{\bar{x}})}$$

68 % Konfidenzintervall für den Erwartungwert.

Konfidenzniveau (ca.)	68%	95%	99%
Konfidenzintervall	$\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$	$\bar{x} \pm 2s_{\bar{x}}$	$\bar{x} \pm 3s_{\bar{x}}$
		Fehlergrenze	sichere Fehlergrenze

Pr.Buch Tabelle 6



Pr.Buch Abb. 11

empirische Werte	Zusammenfassung	theoretische Werte
Durchschnitt	$\bar{x} \;\rightarrow\; \mu \quad (n \rightarrow \infty)$	Erwartungwert
Standard-abweichung (Streeung der Messdaten)	$s \;\rightarrow\; \sigma \quad (n \rightarrow \infty)$	theoretische Streuung
Standardfehler	$s_{\bar{x}} \;\rightarrow\; 0 \quad (n \rightarrow \infty)$	
Werte der Stichprobe		Werte der Population

Biostatistik 3: Hypothesenprüfungen. *t*-Tests

Schätzungen und Hypothesenprüfungen

Schätzungen

Wie gross ist eine Grösse?

Parameter der Stichprobe — Parameter der Population

$$\boxed{\bar{x}} \rightarrow \boxed{\mu} \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$\boxed{s} \rightarrow \boxed{\sigma} \quad (n \rightarrow \infty)$$

Punktschätzungen

ein Wert ist gegeben und nichts über die Sicherheit

Intervall-schätzungen

95 % Konfidenzintervall für den Erwartungwert: $\boxed{\bar{x} \pm 2 s_{\bar{x}}}$

(95 %) Referenzintervall: $\boxed{\bar{x} \pm 2 s}$

ein Intervall ist mit einem Konfidenzniveau gegeben

Hypothesenprüfungen

Beantwortung einer Entscheidungsfrage

ja oder nicht mit einem Signifikanzniveau

t-Test

Chi-Quadrat-Test

Typische Entscheidungsfragen in der Medizin

– Ist die Therapie erfolgreich?
(Gibt es eine Änderung in der erwarteten Richtung?)
Hat eine Behandlung eine Wirkung?
Verkleinert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

T_1> 37.5 C  T_2<T_1 ? → t

– Gibt es einen Unterschied zwischen zwei Therapiemethoden?

– Gibt es eine Beziehung zwischen zwei Grössen?

Gibt es eine Wirkung einer Behandlung?

Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

(a) $T_2 \neq T_1 \Leftrightarrow T_2 - T_1 \neq 0,\quad$ z.B.: $T_2 - T_1 = -1.5$ C,

$T_2 - T_1 = -2.1$ C,

$T_2 - T_1 = +0.4$ C

...

(b) $T_2 \approx T_1 \Leftrightarrow T_2 - T_1 \approx 0$

Die Nullhypothese

Es gibt keine Wirkung der Behandlung.

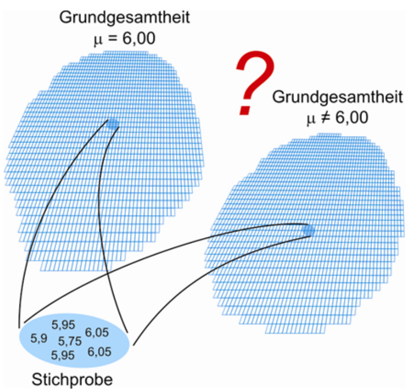
Die Wirkung der Behandlung ist Null (Nullhypothese, H_0).

Das Fiebermittel verändert die Körpertemperatur nicht.

Wir müssen die Temperaturen in einer Gruppe (Stichprobe) messen.

Wenn die Nullhypothese richtig ist, müssen die Temperatur-differenzen um 0 streuen. Alle Abweichungen von Null sind zufällig.

Die möglichen Grundgesamtheiten der Stichprobenentnahme



Wenn die Nullhypothese richtig ist, müssen die Daten der Stichprobe um den theoretischen Wert streuen. Alle Abweichungen von dem theoretischen Wert sind zufällig.

Pr.Buch Abb. 17

Die Alternativhypothese

Es gibt eine Wirkung der Behandlung.

Die Wirkung der Behandlung ist nicht Null (Alternativhypothese, H_1).

Das Fiebermittel verändert die Körpertemperatur.

Man unterscheidet als **Gegensatzpaar** Nullhypothese und Alternativhypothese.

Entweder H_0 oder H_1 ist richtig.

Nehmen wir an, dass H_0 richtig ist!

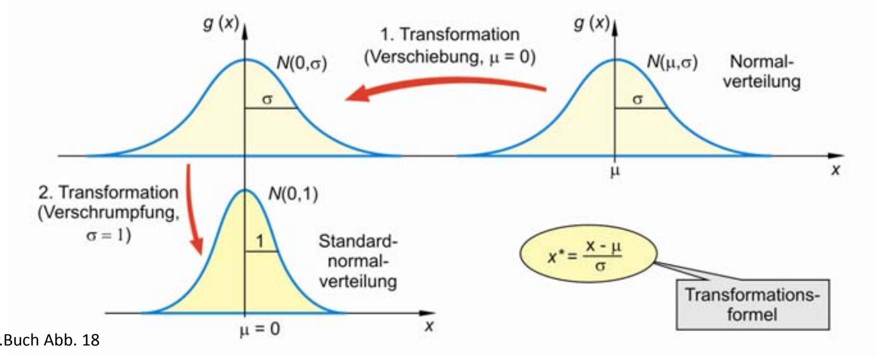
Wenn Ergebnisse mit dieser Voraussetzung nicht passen: ablehnen wir H_0 H_1 ist richtig

Transformation einer Normalverteilung mit allgemeiner Lage und Breite in eine Standardnormalverteilung

Mit welcher Verteilung sollen wir unsere Stichprobe vergleichen?

Die Standardnormalverteilung hat eine ausgezeichnete Rolle zwischen der Normalverteilungen.

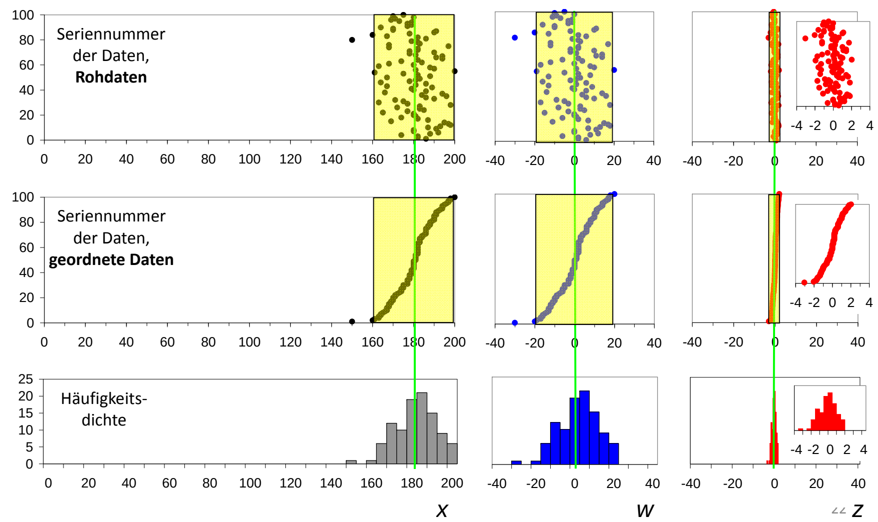
Alle Normalverteilungen können in Standardnormalverteilung transformiert werden.



Pr.Buch Abb. 18

Transformation von Daten (Variable Transformation)

	x	$w = x - \overline{x}$	$z = \frac{w}{s} = \frac{x - \overline{x}}{s}$
	$\overline{x} = 180$ cm	$\overline{w} = 0$ cm	$\overline{z} = 0$ cm
	$s_x = 10$ cm	$s_w = 10$ cm	$s_z = 1$ cm



Einstichproben *t*-Test

Variable	x	$w = x - \mu$	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
Verteilung	$N(\mu,\sigma)$,	$N(0,\sigma)$,	$N(0,1)$

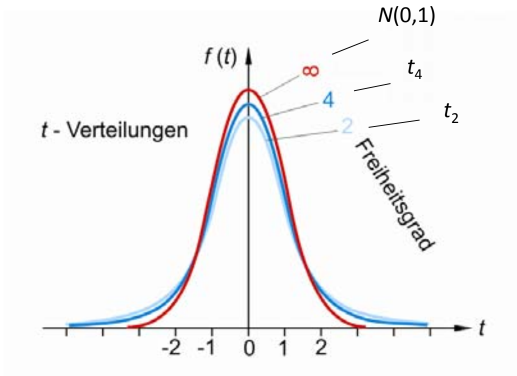
Wenn die originale Variable x zu einer **Normalverteilung** mit Parameter μ und σ gehört,
dann gehört die transformierte Variable z zu der Standardnormalverteilung.

Wenn H_0 richtig ist, kennen wir den Wert von μ,
aber σ nicht.

Die durchgeführte Transformation:

$$\boxed{t = \frac{\overline{x} - \mu}{s_{\overline{x}}}}$$

Variable	x	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$	$t = \frac{\overline{x} - \mu}{s_{\overline{x}}}$
Verteilung	$N(\mu,\sigma)$,	$N(0,1)$	t_{n-1}



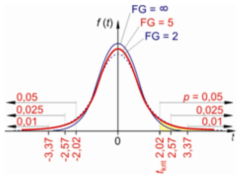
Pr.Buch Abb. 21

1. STATISTISCHE TABELLEN

***t*-Verteilungsfamilie**

t-VERTEILUNG

Freiheitsgrad (FG)	*p* (Irrtumswahrscheinlichkeit, einseitiger Test)						
	0,4	**0,25**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**
	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	**0,5**	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
2	0,289	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
25	0,256	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,256	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,256	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,256	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,256	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,256	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	0,255	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
60	0,255	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,66
120	0,254	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,250	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576



„Glockenkurven"

Je grösser ist der Freiheitsgrad, desto schmaler ist die Kurve.

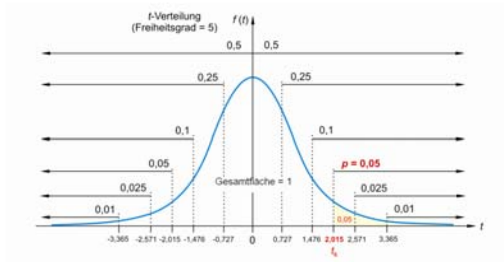
$$t_\infty \equiv N(0,1)$$

Pr.Buch Anhang S.27.2

Kann der (aus der Stichprobe kalkulierte) *t*-Wert der *t*-Verteilung (mit entsprechendem Freiheitsgrad) gehören?

Alle Werte können zu der *t*-Verteilung gehören.
Aber: Wenn der *t*-Wert gross ist,
dann ist die Wahscheinlickeit klein.

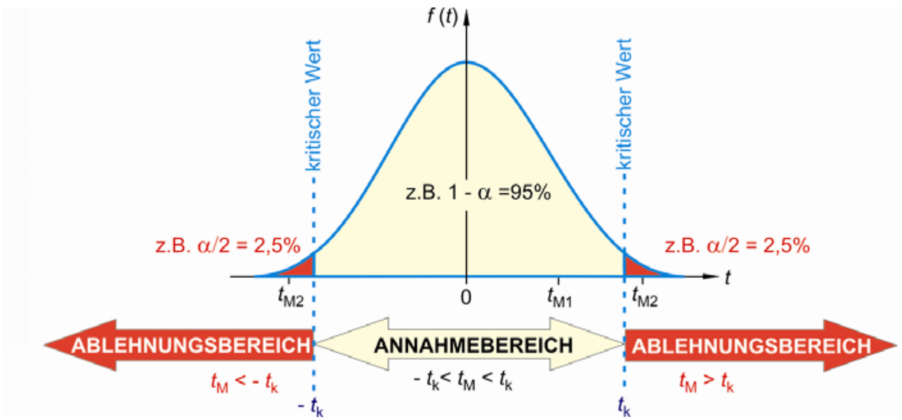
Deswegen benützen wir nicht die gesamte *t*-Verteilung, sondern eine abgestutze *t*-Verteilung!



akzeptierbare Irrtumswahrscheinlichkeit in der Medizin: kleiner oder gleich 5 %

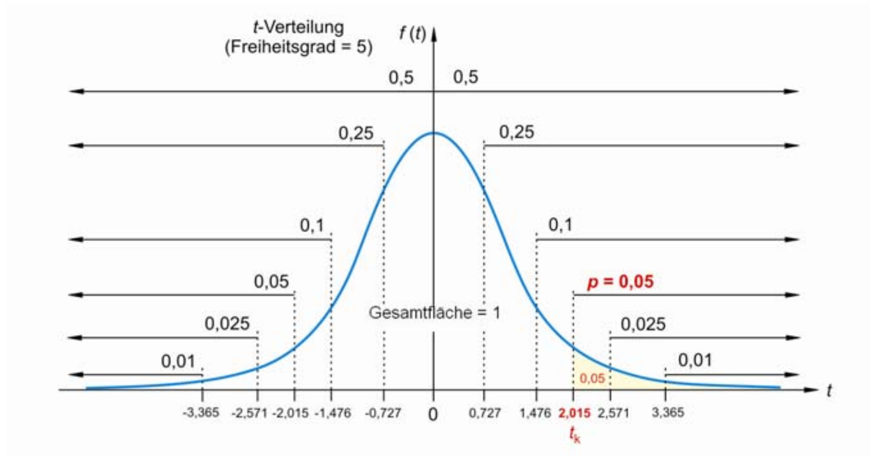
Zweiseitiger *t*-Test

Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?



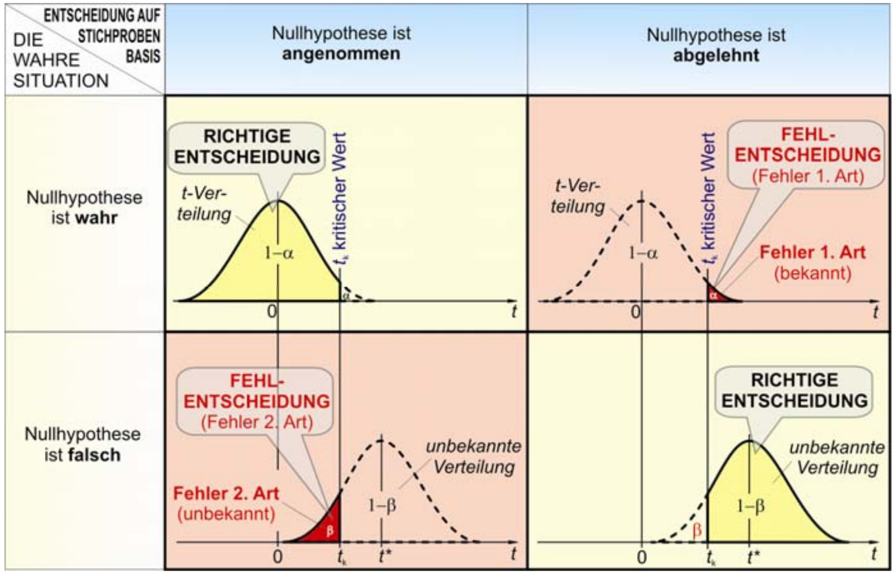
Pr.Buch Abb. 22

_t_-Verteilungskurve mit Freiheitsgrad 5. Die kritischen Werte und Wahrscheinlichkeiten des einseitigen _t_-tests



Pr.Buch Abb. 25

H_0 abgelehnt, obwohl richtig



H_0 angenommen, obwohl falsch

Pr.Buch Abb. 24

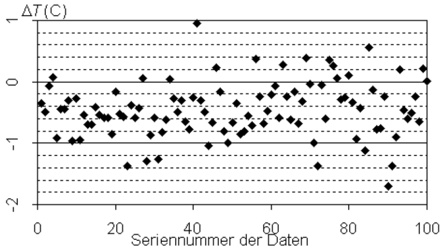
Beispiel: Einstichproben *t*-Test

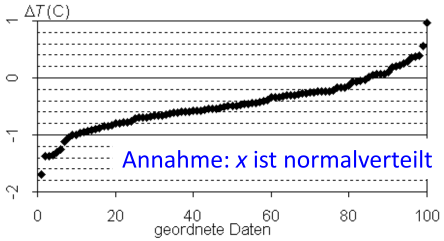
Verändert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

H_0: es gibt keine Wirkung

x = Temperaturdifferenzen

-0.35	-0.52	0.96	-0.07	-0.34
-0.50	-0.57	-0.31	-0.58	-0.94
-0.07	-1.37	-0.49	0.28	-0.43
0.07	-0.39	-1.05	-0.24	-1.12
-0.92	-0.58	-0.66	-0.62	0.56
-0.44	-0.43	0.23	-0.16	-0.13
-0.45	0.06	-0.16	-0.69	-0.78
-0.30	-1.30	-0.80	-0.31	-0.77
-0.97	-0.88	-1.00	0.38	-0.24
-0.28	-0.58	-0.67	-0.04	-1.69
-0.95	-1.26	-0.34	-1.00	-1.37
-0.55	-0.82	-0.86	-1.36	-0.90
-0.70	-0.61	-0.80	-0.05	0.19
-0.70	0.05	-0.55	-0.60	-0.46
-0.41	-0.27	-0.71	0.36	-0.61
-0.54	-0.50	0.38	0.26	-0.50
-0.59	-0.31	-0.24	0.06	-0.24
-0.59	-0.65	-0.68	-0.29	-0.65
-0.85	-0.77	-0.47	-0.25	0.21
-0.17	-0.26	-0.22	0.10	0.01





Annahme: x ist normalverteilt

Kalkulation:

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}, \quad \mu = 0$$

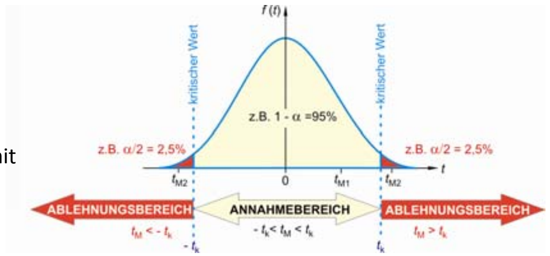
$$t_{n-1} = \frac{\bar{x}}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x}}{s}\sqrt{n}$$

Anzahl der Daten	n	100
Durchschnitt	avg	**-0.457**
Standardabweichung	stdev	0.454
Standardfehler	sem	0.045
t-Wert	t	**-10.056**
Freiheitsgrad	df	99
max. zulässige Irrtumswahrscheinlichkeit	α	0.05
kritischer t-Wert	t_{krit}	**1.984**

zweiseitiger Test

$|t| > t_{krit}$ ➡

wir ablehnen die Nullhypothese mit einem Signifikanzniveau von 5%



$|t| > t_{krit}$ ➡ Das Fiebermittel signifikant verändert (verkleinert) die Körpertemperatur (p <= 0.05).

Im Klammer steht die Irrtumswahrscheinlichkeit. Es gibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Nullhypothese richtig ist. In diesem Fall unsere Klassifikation ist falsch (Fehler 1. Art).

↓

Die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist.

Freiheitsgrad (FG)	*p* (Irrtumswahrscheinlichkeit, einseitiger Test)						
	0,4	**0,25**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**
	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	**0,5**	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
60	0,255	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,66
120	0,254	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	0,250	0,674	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

weitere Bemerkungen:

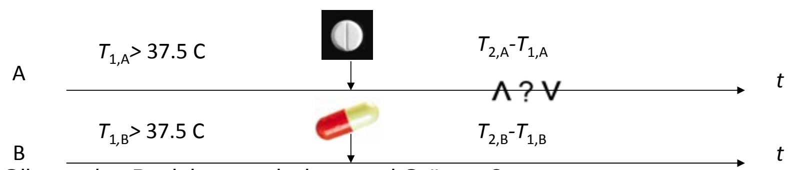
$$|t| = 10.056 > 2.66$$

p <= 0.01 (zweiseitiger Test)

Typische Entscheidungsfragen in der Medizin

- Ist die Therapie erfolgreich?
  (Gibt es eine Änderung in der erwarteten Richtung?)
  Hat eine Behandlung eine Wirkung?
  Verkleinert ein Fiebermittel die Körpertemperatur?

- Gibt es einen Unterschied zwischen zwei Therapiemethoden?



- Gibt es eine Beziehung zwischen zwei Grössen?

Einstichproben *t*-Test

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n} \quad \text{, wo} \qquad s = \sqrt{\frac{Q}{n-1}}$$

Zweistichproben *t*-Test

$$t_{n_1+n_2-2} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s^*} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \quad \text{, wo} \qquad s^* = \sqrt{\frac{Q_1 + Q_2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Vergleichen wir die Formeln!

$$t_{n-1} = \frac{\bar{x}}{s\sqrt{\frac{1}{n}}} \qquad\qquad t_{n_1-1+n_2-1} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s^*\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Einstichproben — Zweistichproben

Einstichproben *t*-Test

Wirkung?:
Effekt der 5 Kniebeugen auf die Pulsfrequenz

n: Pulsfrequenz (1/30s), 1: vor, 2 nach, d: Differenz

H_0: keine Wirkung

	n1	n2	dn	Zweistichproben t-Test bei abhängigen Stichproben (Paarvergleichstest)		
m	36	37	1			
m	33	35	2		*Variable 1*	*Variable 2*
m	34	37	3	Mittelwert	37.142857	42.285714
m	33	37	4	Varianz	43.516484	80.681319
m	34	38	4	Beobachtungen	14	14
m	37	41	4	Pearson Korrelation	0.9196855	
m	37	46	9	Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
w	30	29	-1	Freiheitsgrade (df)	13	
w	45	49	4	t-Statistik	-4.9342498	
w	50	55	5	P(T<=t) einseitig	0.0001365	
w	35	40	5	Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7709334	
w	28	37	9	P(T<=t) zweiseitig	0.000273	
w	39	48	9	Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1603687	
w	49	63	14			

$$|t| = 4.934 > t_{13,\,\mathrm{krit}(0{,}05)} = 2.160 \;\Rightarrow\; H_0 \text{ ist falsch } (p <= 0.05)$$

(p = 0.000273)

Zweistichproben *t*-Test

Gibt es einen Unterschied zwischen zwei (Therapie)methoden?

m: männlich, w: weiblich

	n1	n2	dn	Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen		
m	36	37	1			
m	33	35	2		*Variable 1*	*Variable 2*
m	34	37	3	Mittelwert	3.8571429	6.4285714
m	33	37	4	Varianz	6.4761905	22.619048
m	34	38	4	Beobachtungen	7	7
m	37	41	4	Gepoolte Varianz	14.547619	
m	37	46	9	Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
w	30	29	-1	Freiheitsgrade (df)	12	
w	45	49	4	t-Statistik	-1.261283	
w	50	55	5	P(T<=t) einseitig	0.1155878	
w	35	40	5	Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7822875	
w	28	37	9	P(T<=t) zweiseitig	0.2311755	
w	39	48	9	Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1788128	
w	49	63	14			

$$|t| = 1.261 < t_{12,\,\mathrm{krit}(0{,}05)} = 2.179 \;\Rightarrow\; H_0 \text{ ist richtig}$$

	n1	n2	dn
m	36	37	1
m	33	35	2
m	34	37	3
m	33	37	4
m	34	38	4
m	37	41	4
m	37	46	9
w	30	29	-1
w	45	49	4
w	50	55	5
w	35	40	5
w	28	37	9
w	39	48	9
w	49	63	14

Zweistichproben t-Test bei abhängigen Stichproben (Paarvergleichstest)

	Variable 1	Variable 2
Mittelwert	37.142857	42.285714
Varianz	43.516484	80.681319
Beobachtungen	14	14
Pearson Korrelation	0.9196855	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	13	
t-Statistik	-4.9342498	
P(T<=t) einseitig	0.0001365	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7709334	
P(T<=t) zweiseitig	0.000273	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1603687	

H_0: keine Wirkung

H_0 ist falsch

Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen

	Variable 1	Variable 2
Mittelwert	3.8571429	6.4285714
Varianz	6.4761905	22.619048
Beobachtungen	7	7
Gepoolte Varianz	14.547619	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	12	
t-Statistik	-1.261283	
P(T<=t) einseitig	0.1155878	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1.7822875	
P(T<=t) zweiseitig	0.2311755	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2.1788128	

H_0: keine Differenz zwischen der Wirkungen

H_0 ist richtig

Freiheitsgrad (FG)	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, einseitiger Test)						
	0,4	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
	p (Irrtumswahrscheinlichkeit, zweiseitiger Test)						
	0,8	0,5	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
1	0,325	1,000	3,078	6,314	12,70	31,82	63,65
2	0,289	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,277	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,271	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,267	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,265	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,263	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,262	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,261	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,260	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,260	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,259	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,259	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,258	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,258	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947

Einstichproben *t*-Test

$$|t| = 4.934 > t_{13,\,\mathrm{krit}(0,05)} = 2.160$$ ⇨ H_0 ist falsch ($p < 0.05$)

$$|t| = 4.934 > t_{13,\,\mathrm{krit}(0,01)} = 3.012$$ ⇨ H_0 ist falsch ($p < 0.01$)

$$|t| = 4.934 \geq t_{13,\,\mathrm{krit}(0.00027)} = 4.934$$ ⇨ H_0 ist falsch ($p \leq 0.00027$)

5 Kniebeugen verursachen Veränderung der Pulsfrequenzen mit einem Signifikanzniveau von 5 % (sogar: 1 %, …, 0.027%)

Zweistichproben *t*-Test

$$|t| = 1.261 < t_{12,\,\mathrm{krit}(0,05)} = 2.179$$ H_0 ist richtig

Es gibt keine signifikante Differenz zwischen der Pulsfrequenzen in der Männer- und Frauengruppen nach 5 Kniebeugen.