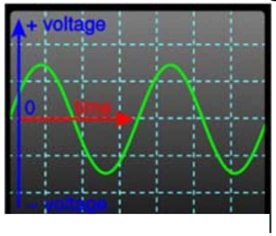
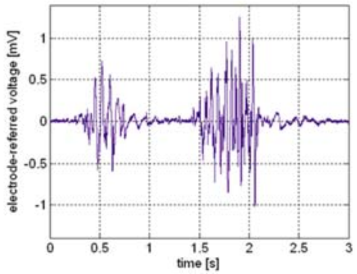
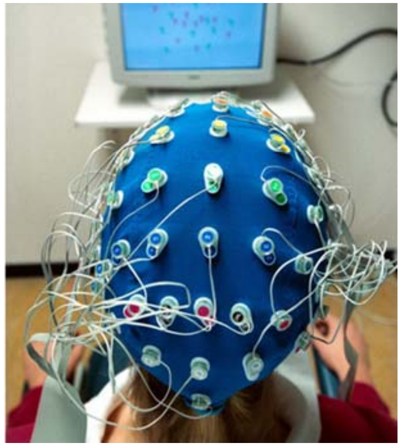
Elektrizitätslehre 4.
Wechselspannung und medizinische Signalverarbeitung

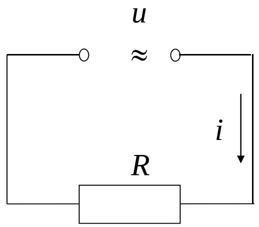






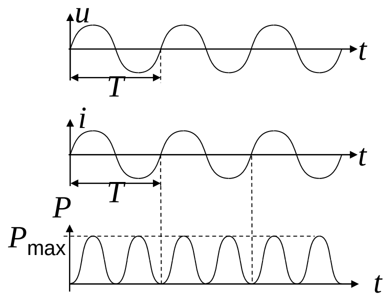
Wechselspannungskreis

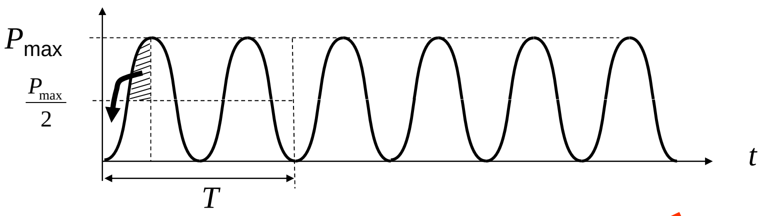
Zur Erinnerung



$$u(t) = \hat{u}\sin(\omega t)$$

$$i(t) = \hat{i}\sin(\omega t)$$





Durchschnittliche Leistung:

$$\overline{\boldsymbol{P}} = \frac{\boldsymbol{P}_{\max}}{2} = \frac{\hat{\boldsymbol{u}}\hat{\boldsymbol{i}}}{2} = \frac{\hat{\boldsymbol{u}}}{\sqrt{2}}\frac{\hat{\boldsymbol{i}}}{\sqrt{2}} = \boldsymbol{U}_{eff}\boldsymbol{I}_{eff}$$

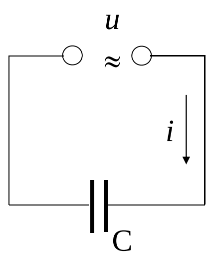
Zur Erinnerung

Effektive Spannung: $U_{eff} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$

Effektive Stromstärke: $I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$

Kondensator im Wechelstromkreis

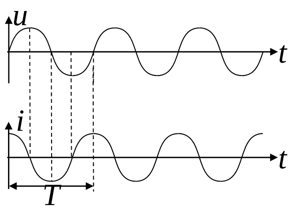
Zur Erinnerung



$$u = U_C = \frac{Q}{C}$$

$$Q = C \cdot u = C \cdot \hat{u}\sin(\omega t)$$

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = C\hat{u}\frac{\Delta \sin(\omega t)}{\Delta t} = \hat{i}\cos(\omega t)$$



$$\frac{\Delta \sin(\omega t)}{\Delta t} = \omega \cos(\omega t)$$

$$\hat{i} = \hat{u} \cdot C \cdot \omega$$

$$\boxed{\frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} = X_C}$$

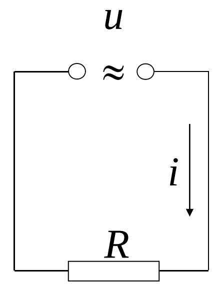
Kapazitiver Widerstand

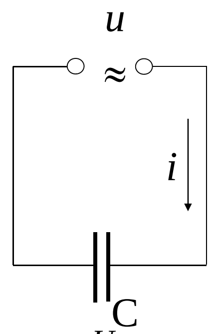
Zur Erinnerung

$$X_C = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

$$X_C \neq \frac{u}{i}$$

Zusammenfassung:





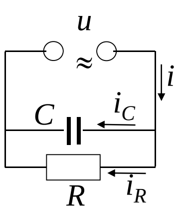
$$R = \frac{u}{i} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

$$X_C = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} \neq \frac{u}{i}$$

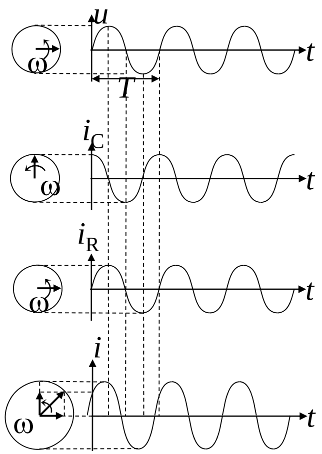
u und ***i*** in gleicher Phase

i eilt sich im Vergleich zum ***u***

Wechselstromkreis mit Widerstand und Kondensator in Parallelschaltung



$i = i_C + i_R$

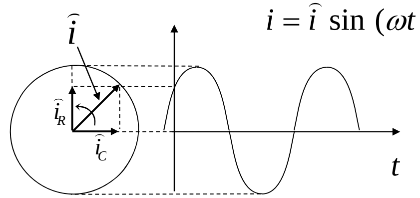


$\frac{\hat{u}}{X_C} \cos(\omega t)$

$\frac{\hat{u}}{R} \sin(\omega t)$

$\hat{i} \sin(\omega t + \varphi)$

$$\hat{i}^2 = \hat{i}_C^2 + \hat{i}_R^2$$



$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\hat{i} = \sqrt{\hat{i}_C^2 + \hat{i}_R^2} = \sqrt{\frac{\hat{u}^2}{X_C^2} + \frac{\hat{u}^2}{R^2}} =$$

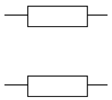
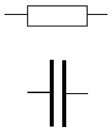
$$= \hat{u} \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}} = \frac{\hat{u}}{Z}$$

$$\boxed{\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}}$$

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}}$$

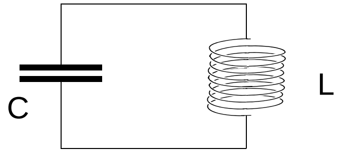
Impedanz

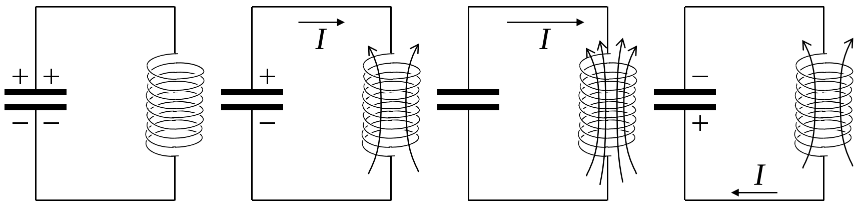
Zusammenfassung

	Reihenschaltung	Parallelschaltung
	$R_r = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
	$Z = \sqrt{X_C^2 + R^2}$	$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2}}$

Schwingkreis:

Erzeugung der elektromagnetischen Schwingungen

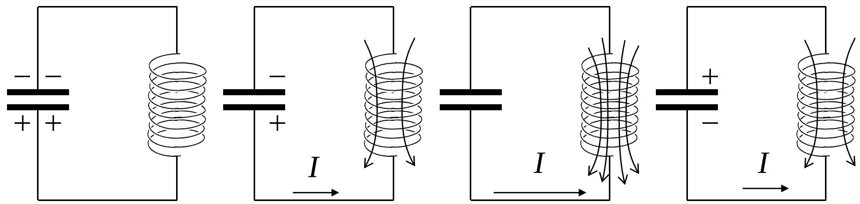




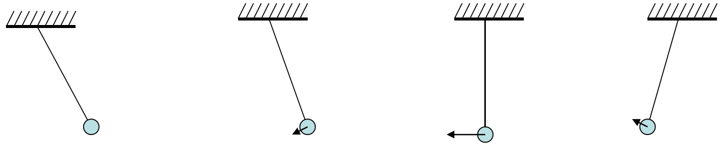
U	max	0
I	0	max

Mechanische Analogie: Pendel

E_{pot} $E_{pot}+E_{kin}$ E_{kin} $E_{pot}+E_{kin}$

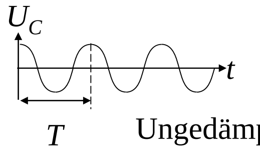


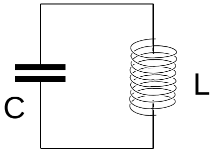
U	- max	0
I	0	- max



E_{pot} $E_{pot}+E_{kin}$ E_{kin} $E_{pot}+E_{kin}$

Idealer Schwingkreis:



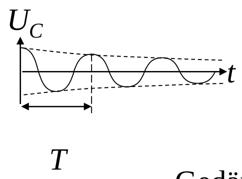


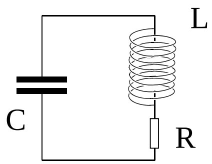
Ungedämpfte Schwingung

Eigenfrequenz: $$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Resonanz!

Reeller Schwingkreis

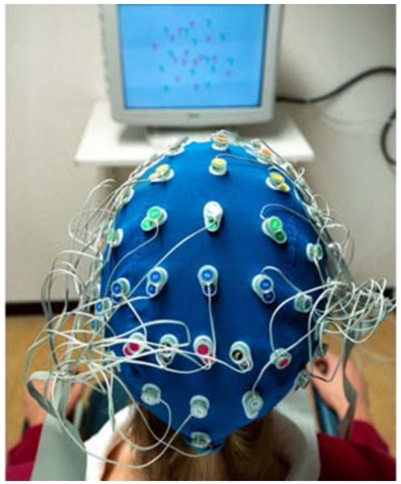




Gedämpfte Schwingung

Energieverlust am Widerstand

Kleine medizinische Signalverarbeitung



Signal: eine Grösse, die Information trägt, weiterleitet oder speichert.

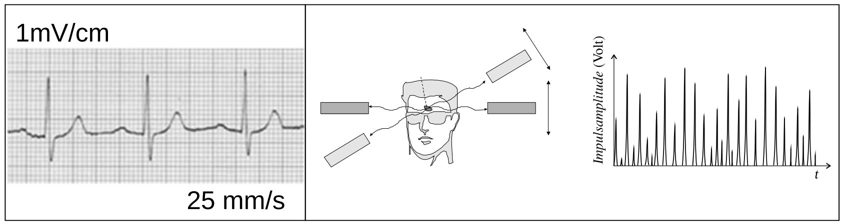
Beispiel1:

elektrische Spannung, die infolge der Herz-/Gehirntätigkeit auf der Körper-/Schädel-oberfläche erscheint (EKG/EEG)

Beispiel2:

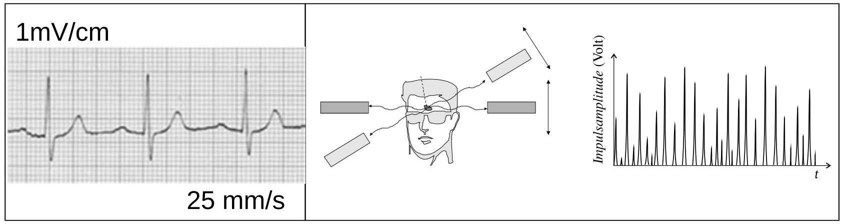
die detektierte Gamma-Quanten bei der Isotopendiagnostik

(1) (2)



Klassifizierung der Signale

statisches S.	–	zeitabhängiges S.
periodisches S.	–	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	–	nichtstochastisches S.
nichtelektrisches S.	–	elektrisches S.
analoges S.	–	digitales S.



in ausgezeichneter Rolle

elektrische Signale

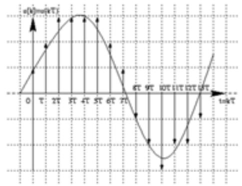
die nichtelektrische Signale werden in elektrische Signale umgewandelt

Vorteil der elektrischen S.: Umwandlung, Verstärkung, Weiterleitung ist einfach

digitale Signale

die analoge Signale werden digitalisiert

Vorteil der digitalen S.: Speicherung ist einfach, Rausch kann minimalisiert werden



Grösse (und Einheit), die für die Vergleichung der Maße der Signale verwendet wird:

Bel-Zahl: *n* (nach Alexander Graham Bell)

Einheit von *n*: Bel (B)

$$n = \lg\frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{B} = \lg\frac{I_2}{I_1}\,\mathrm{B} = \lg\frac{E_2}{E_1}\,\mathrm{B}$$

Zehnerlogaritmus des Quotienten von zwei Leistungen (oder Intensitäten, oder Energien)

Anstatt der Bel-Zahl die benützte Grösse:
Dezibel-Zahl oder Pegel:

$$\boxed{n = 10\cdot\lg\frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{dB}}$$

charakteristische Grösse: **Leistung** (o. Intensität/ Energie),
technische Grösse: (elektrische) **Spannung**

Zusammenhang zwischen der Leistung und der Spannung:

$$P = U\cdot I = U^2/R \quad (\mathrm{Ohm}:\ U = R\cdot I)$$

Dezibel Zahl mit Spannungsverhältnis

$$\boxed{n} = 10\cdot\lg\frac{P_2}{P_1}\,\mathrm{dB} = 10\cdot\lg\frac{U_2^{\,2}/R_2}{U_1^{\,2}/R_1}\,\mathrm{dB} \underset{R_2\approx R_1}{=}$$

$$= 10\cdot\lg\frac{U_2^{\,2}}{U_1^{\,2}}\,\mathrm{dB}\ \boxed{= 20\cdot\lg\frac{U_2}{U_1}\,\mathrm{dB}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2 \,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 0{,}3 \,\mathrm{dB} = 3\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -3\mathrm{dB}$$

vgl. Halbwerts-Zeit/Dicke

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \lg 10 \,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 1\mathrm{dB} = 10\mathrm{dB}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 100 \Leftrightarrow 10 \lg 100 \,\mathrm{dB} =$$
$$= 10 \cdot 2 \,\mathrm{dB} = 20\mathrm{dB}$$

U_2/U_1	P_2/P_1	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	10^6	60

Fourier theorem

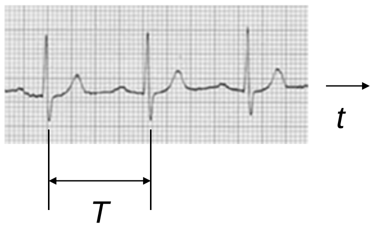






Fourier-Theorem für **periodische** Funktionen (Signale):
Jede periodische Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen (Grundfrequenz + Obertöne) hergestellt werden.

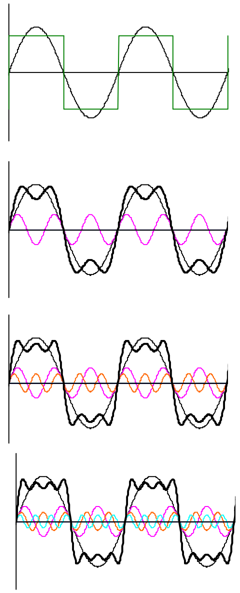
periodische Funktion: es gibt eine Periode(nzeit), *T*



1/*T*=*f*, wo *f* ist die Frequenz
f ist die Frequenz der Sinusfunktion: **Grundfrequenz** (Grundschwingung)
2*f*, 3*f*, 4*f*, ... : **Obertöne** (Oberschwingungen)

(Linienspektrum)

Funktionen



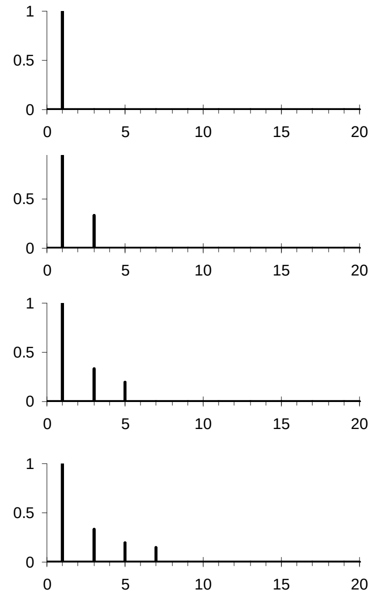
Rechteckf.
Grundfr.

Grundfr.+
3. Oberton

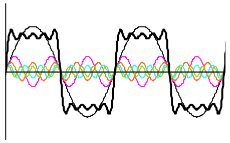
Grundfr.+
3. Oberton+
5. Oberton

Grundfr.+
3. Oberton+
5. Oberton+
7. Oberton

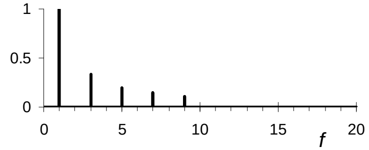
Spektrum

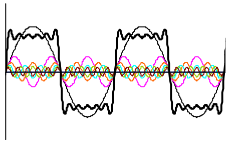


Funktionen | Spektrum

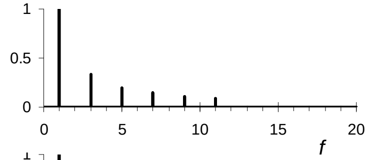


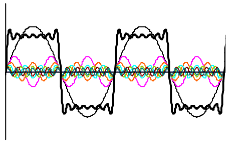
Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
9. Oberton



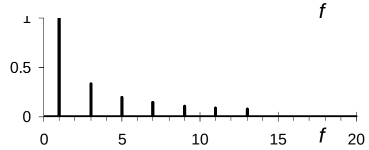


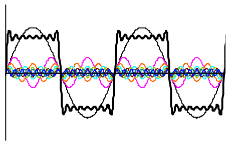
Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
11. Oberton



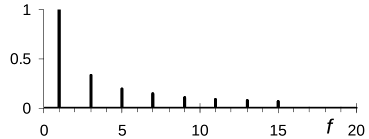


Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
13. Oberton

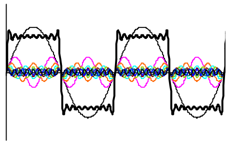




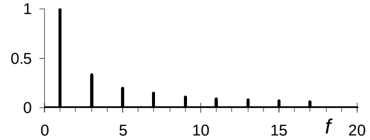
Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
15. Oberton



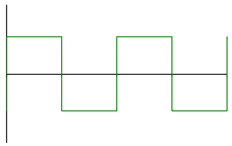
Funktionen | Spektrum



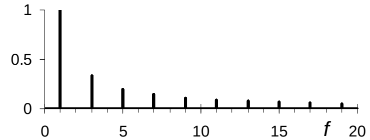
Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
17. Oberton



.
.
.

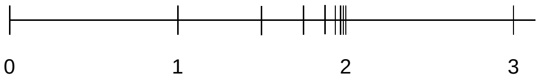


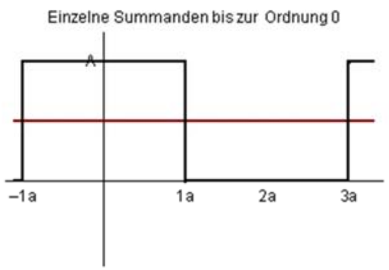
Grundfr.+
3. Oberton+
+...+
17. Oberton+
+...

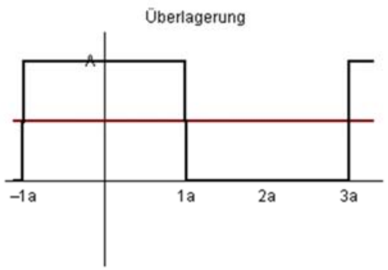


Vgl. **Funktionsreihe**

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^0}+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots = 2$$

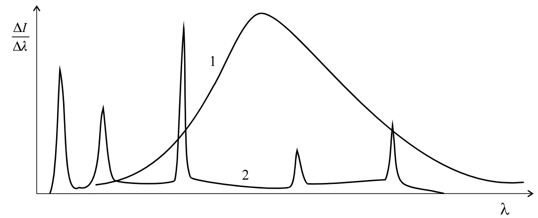






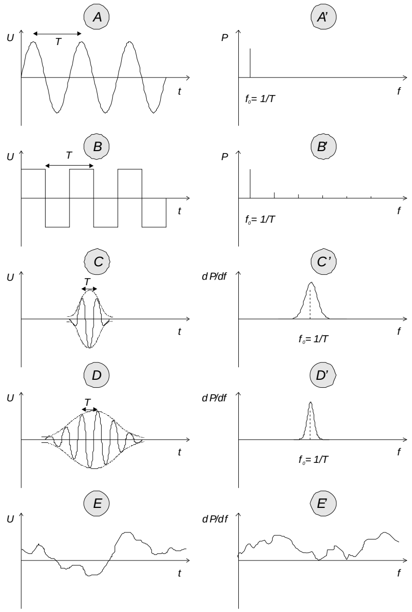
Fourier-Theorem für **aperiodische** Funktionen (Signale):
Jede Funktion kann durch eine Summe von Sinus- (harmonischen) Funktionen hergestellt werden.
Das Spektrum: kontinuierliches Spektrum.

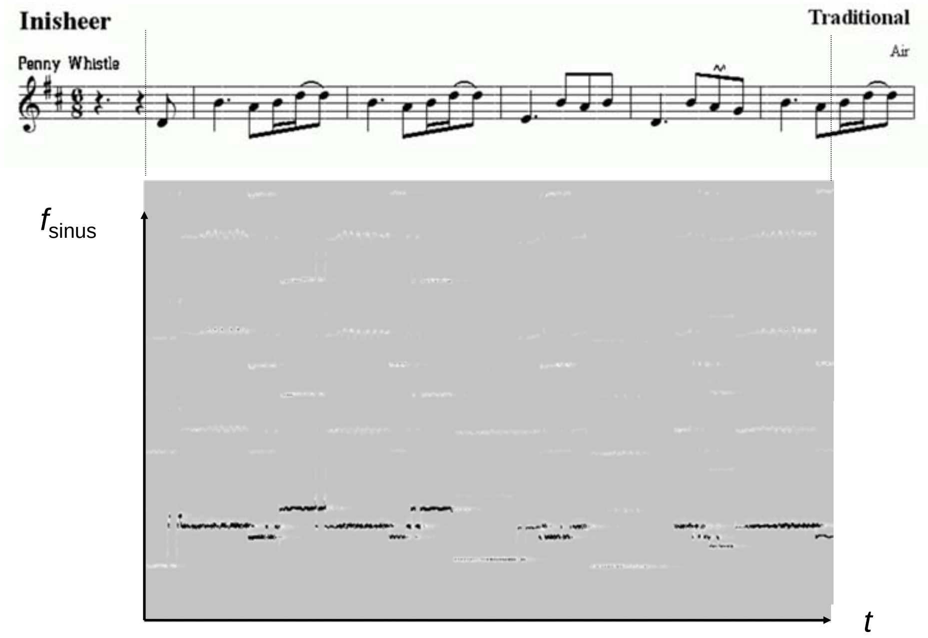
vgl. Emissionsspektren



Praktikumsbuch, Messung 4, Abb. 1

Sinus-Funktion		Linienspektrum (1 Linie)
periodische Funktion		Linienspektrum
ein Paar Periode		Bandenspektrum
		Anwendung: Puls-Ultraschall
ein Paar Periode		Bandenspektrum
aperiodische Funktion		kontinuier. Spektrum



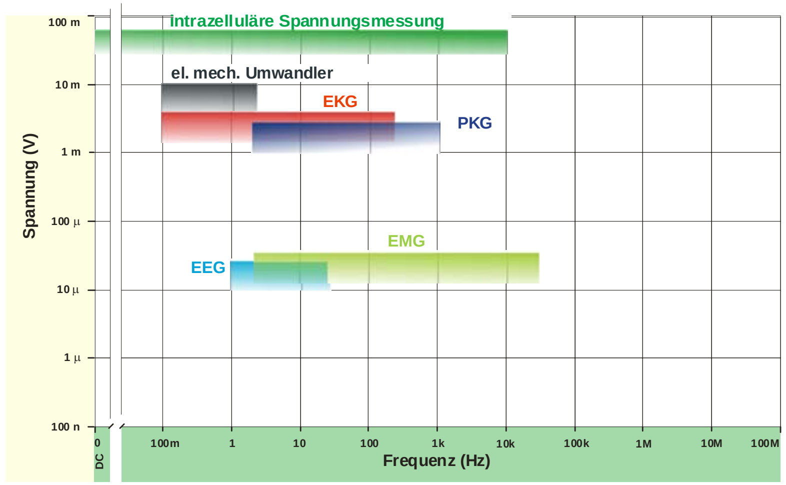


Einige charakteristischen Daten bioelektrischer Potentiale

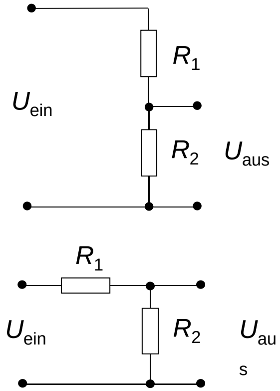
(Rontó-Tarján, Tabelle 7.4)

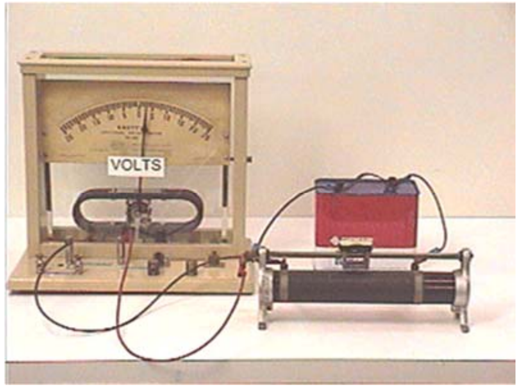
Aktionspotential	Frequenz-bereich (Hz)	Spannung (mV)	Bemerkungen
Einzelzelle	0-10000	50-130	monophasisches Aktionspotential
Elektrokardiographie	0,1-200	0,1-3	
Elektroenzephalographie	1-70	0,001-0,1	
Elektrokortikographie	10-100	0,01-0,1	
Elektromyographie	10-1000	0,1-5	Oberflächen-elektrode
Elektromyographie	10-10000	0,05-5	Nadelelektrode
Elektroretinographie	0,1-100	0,02-0,3	

Einige charakteristischen Daten bioelektrischer Potentiale



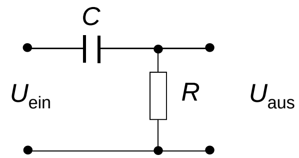
Spannungsteiler

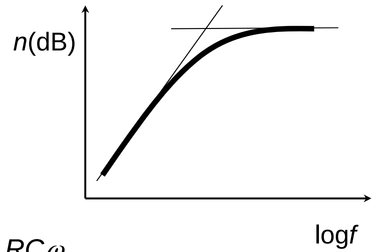




$$U_{aus} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{ein}$$

Hochpass Filter (high-pass filter)



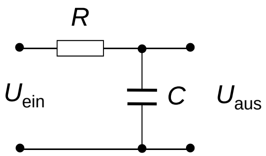


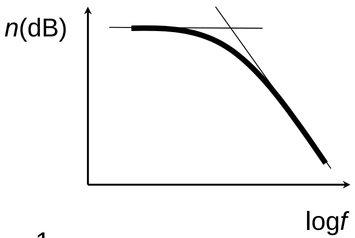
$$U_{aus} = \frac{R}{\sqrt{\frac{1}{C^2\omega^2} + R^2}} U_{ein} = \frac{RC\omega}{\sqrt{1 + R^2C^2\omega^2}} U_{ein}$$

bei kleiner Frequenzen: wenn $\omega << \omega_0$ $(\omega \approx 0), U_{aus} = 0$

bei grosser Frequenzen: wenn $\omega >> \omega_0$ $(\omega \approx \infty), U_{aus} = U_{ein}$

Tiefpass Filter (low-pass filter)





$$U_{aus} = \frac{\frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}} U_{ein} = \frac{1}{\sqrt{R^2C^2\omega^2 + 1}} U_{ein}$$

bei kleiner Frequenzen: ha $\omega << \omega_0$ $(\omega \approx 0), U_{aus} = U_{ein}$

bei grosser Frequenzen: ha $\omega >> \omega_0$ $(\omega \approx \infty), U_{aus} = 0$