Signalverarbeitung in der Medizin

G.Schay 2014

Signalverarbeitung in der Medizin

Definition und Informationsgehalt von Signalen
(siehe auch „Grundlagen der Biostatistik und Informatik”!)

Medizinische Signalkette
- einige Beispiele
- Kodierung/Dekodierung

Klassifizierung der Signale

Aufarbeitung von Signalen:
- Fourier-Theorie
- Verstärker
- Elektrizitätslehre (siehe Skript!)
- elektronische Schaltungen

Digitale Signalverarbeitung (DSP)

Signale in der Medizin

Signale tragen **Information!**

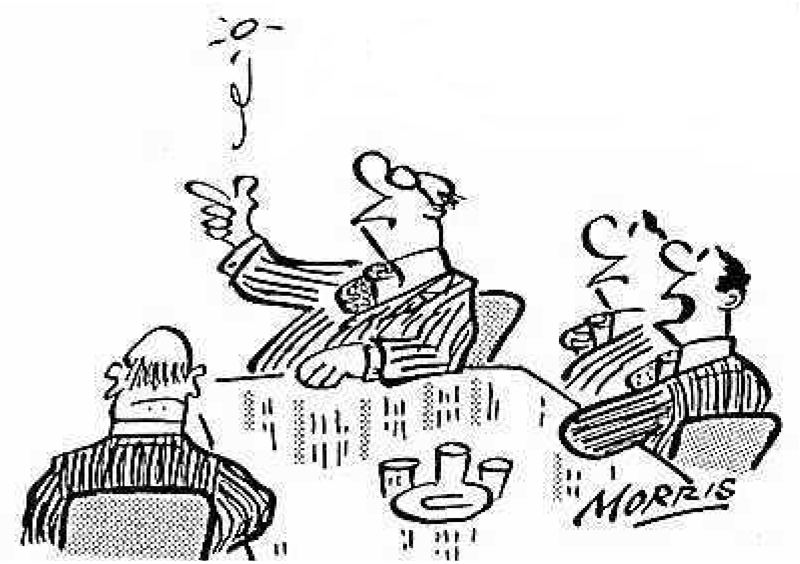
Signal: jede physikalische Größe bzw. ihre Änderung, die Informationen übermittelt.

(Druckwerte, Temperaturwerte, Lautheitswerte, usw.)

Hier auf dem Bild:

Information : Kopf oder Zahl?

Signal:
- optisch: einfach schauen
- digital: nach Kodierung: 1/0, elektrisch,...



„Ich wünsche so ruhig zu sein wie J.B.
wenn es zu ernsten Entscheidungen kommt”

Kleine Wiederholung

„informare” (lat.) = „der Gedanken einen Form geben”

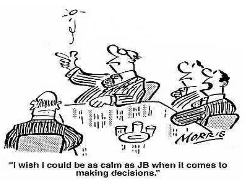
Information als Begriff der Informatik:
Information ist diejenige Bedeutung, welche durch eine Nachricht getragen ist.
Reihenfolge/Struktur der Zeichen, worin die Zeichen mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten auftreten

$$H = \sum_i p_i \cdot \log_2\left(\frac{1}{p_i}\right)$$

Informationsgehalt in Bit-Einheiten
(durchschnittlich : Inf.Entropie)

Kodierung:
Speicherung und **Übertragung** der Informationen durch Anwendung eines bestimmtes Zeichensystems (Symbole)

Informationsübertragung – Informations**kodierung**



generell	Ein Beispiel
Informations**quelle**	Welche Seite ist nach oben?
Kodierung ↓	Kodierung ↓ 1  0 Seiten (Kopf oder Zahl) **ins Zahlen: 1,0**
Übertragungskanal	Sprache, Schallwellen,SMS, usw
Dekodierung ↓	Dekodierung ↓ 1,0 ⟶ Kopf,cZahl 1  0
Informationsempfänger **(Ziel)**	Entscheidung

Informationsübertragung – Informations**kodierung**

generell

Informations**quelle**

Kodierung

Űbertragungskanal

Dekodierung

Informationsempfänger
(Ziel)

Ein Beispiel

Welche Seite ist nach oben?

1  0

Kodierung

Seiten (Kopf oder Zahl)
ins Zahlen: 1,0

Sprache, Schallwellen,SMS, usw

Dekodierung

1,0 ⟶ Kopf,cZahl

1  0

Entscheidung

$$H = p_{Kopf} \cdot \log_2\left(\frac{1}{p_{Kopf}}\right) + p_{Zahl} \cdot \log_2\left(\frac{1}{p_{Zahl}}\right) = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 + \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = 1\,[Bit]$$

Informationsübertragung – Informations**kodierung**

Informationsgehalt – Beispiele

Münze werfen, Kopf / Zahl : 1 bit

Welcher Zahn ist beschädigt?
$p_i = p = 1/32$, $H = 32 * p * \log_2(1/p) = 5$ bit

1 Nukleotide im DNS (vereinfacht, nur ATCG)
$H_{1\ \mathrm{Nukl}} = 4*1/4*\log_2(4) = 2$ bit

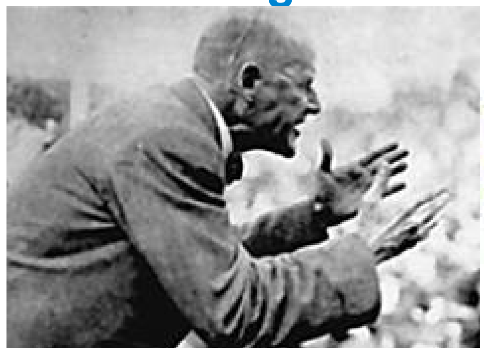
m Nukleotide im Reihe
$H = \Sigma_k\ (n_k * H_k) = m * H_{1\ \mathrm{Nukl}} = 2*m$ bit

(siehe Informatik-Vorlesung! allgemein, für k unterschiedliche Ereignisse.
Hier haben wir nur ein Ereigniss-Typ, die Summe ist ein-teilig)

Hausaufgabe: *Wie viele Bits brauchen wir, um den Informationsgehalt eines Polypeptides von 120 Elemente zu übertragen?*

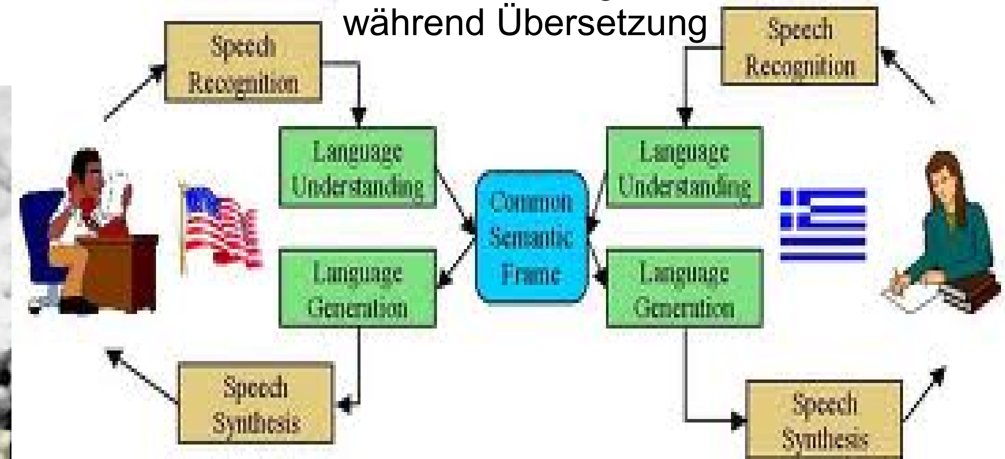
Signale in der Medicin

ein **Signal** ist etwas, was **Information trägt**



Eugene Debs 1918 Ohio

Informationswege während Übersetzung



Hier in der Sprache:

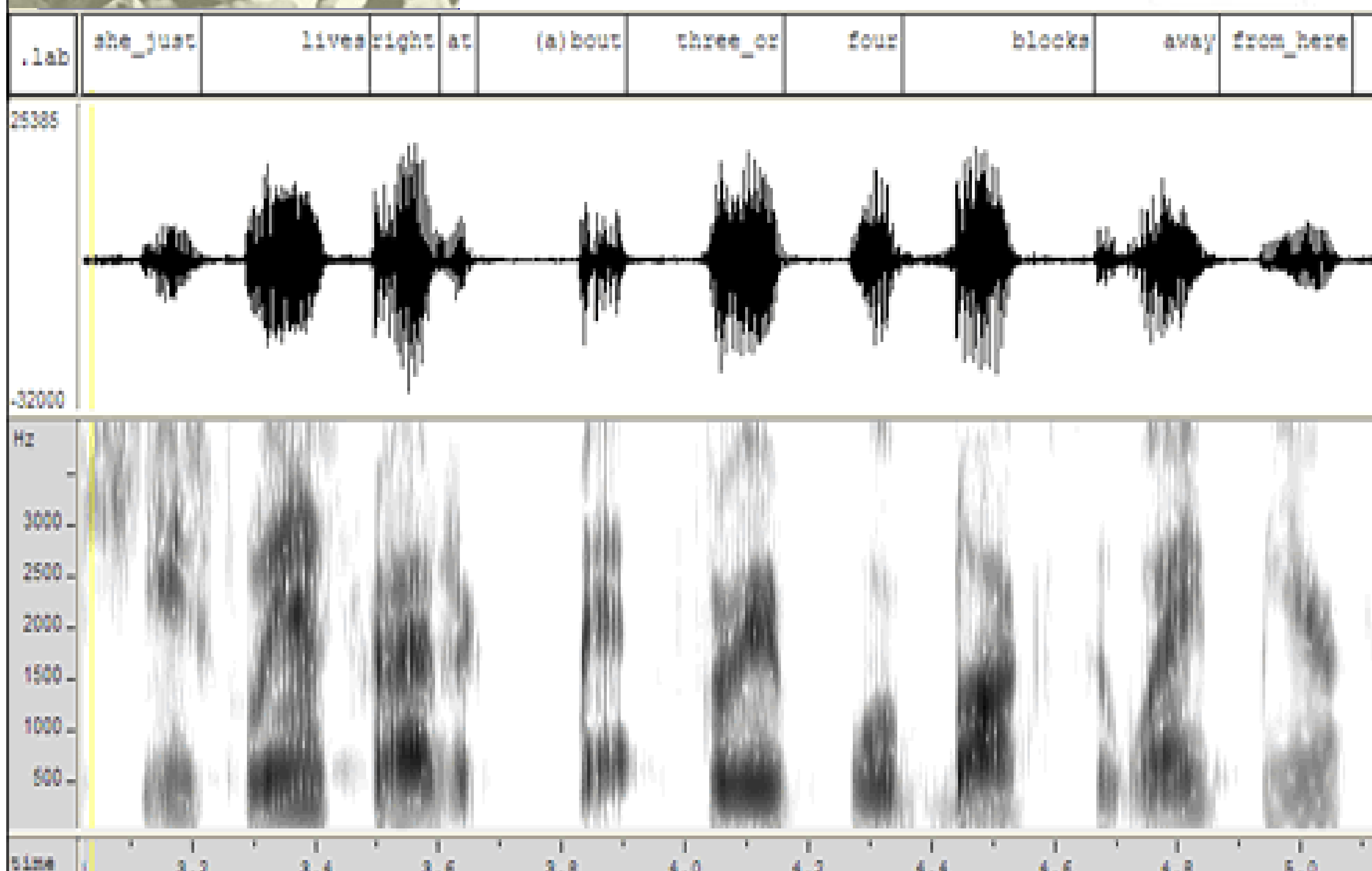
Information : „was sagen Sie?”

Signal:
- Audio: Schallwellen
- Kodierung: elektrisch: signal des Mikrofons

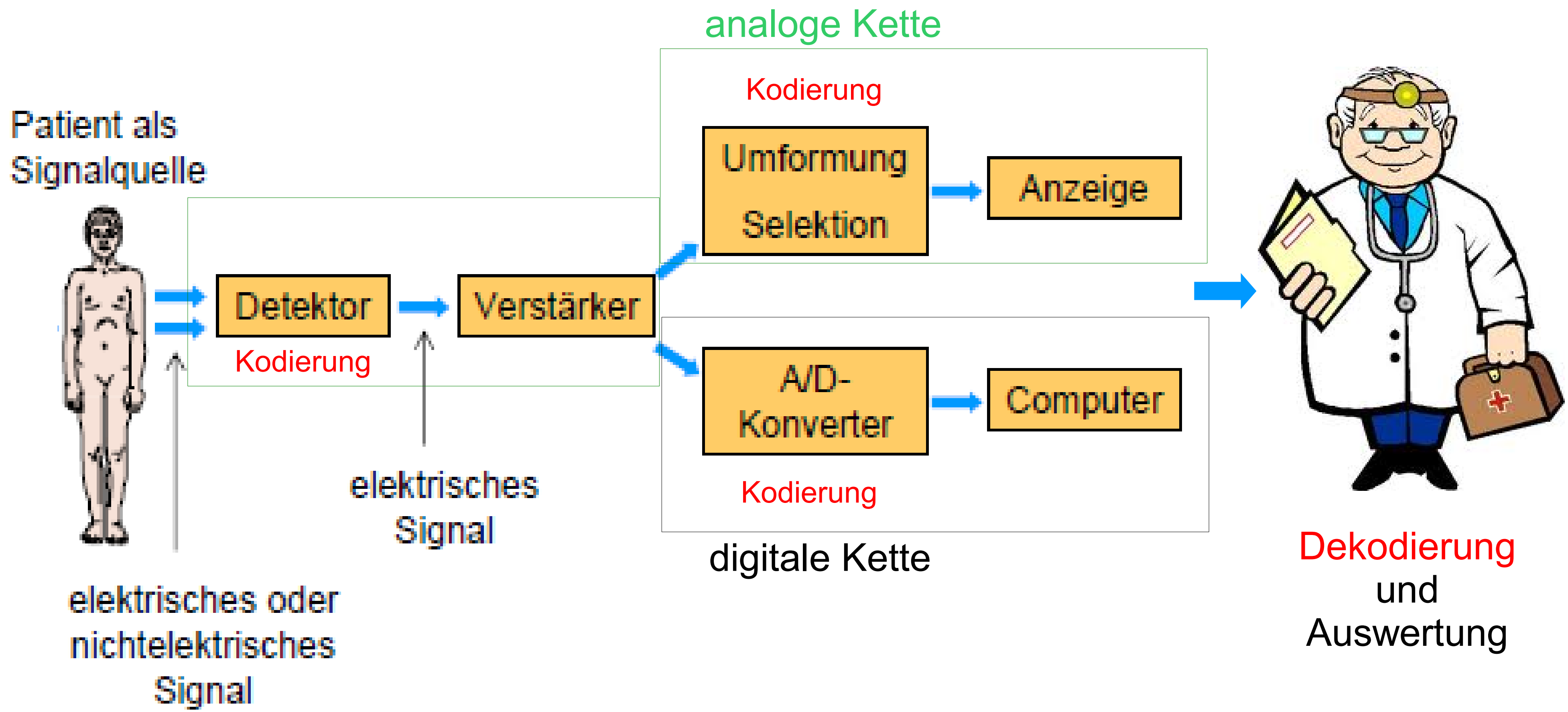
- Kodierung: Grammatik (2. Schritt in der Kodierung)

- Übertragung: Internet, Komputer, Abstrakte Sprachen,...

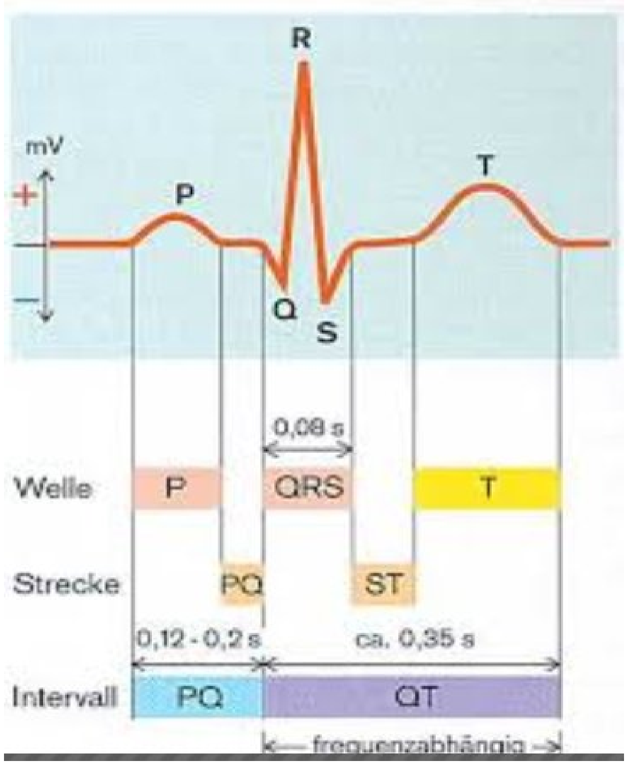
- Dekodierung: Grammaitk (neue Sprache)
- Dekodierung: Lautschprecher



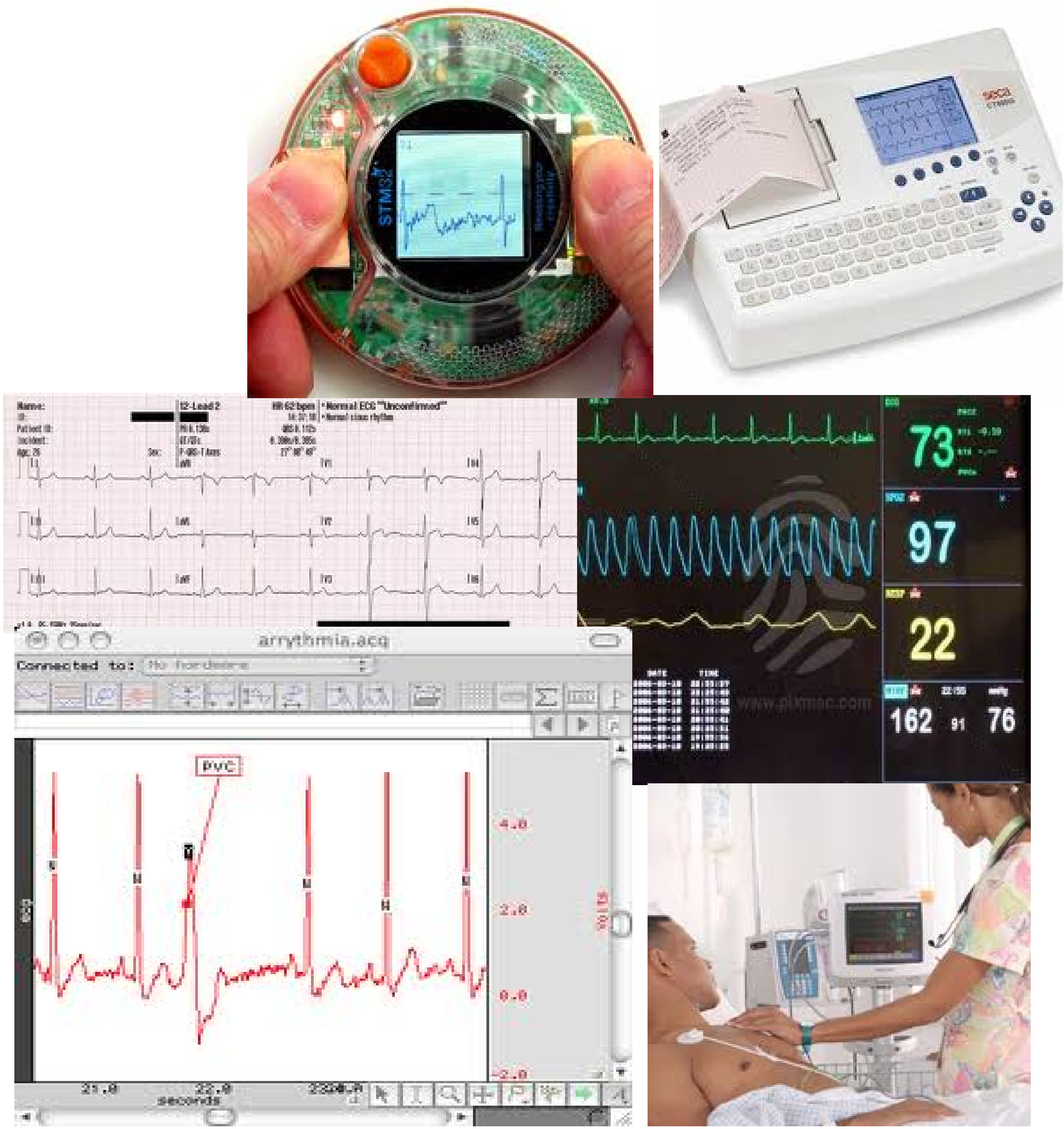
Medizinische Signalkette



Signale in der Medizin: Beispiel 1



Information: Herztätigkeit



Signal:

Original: Spannung

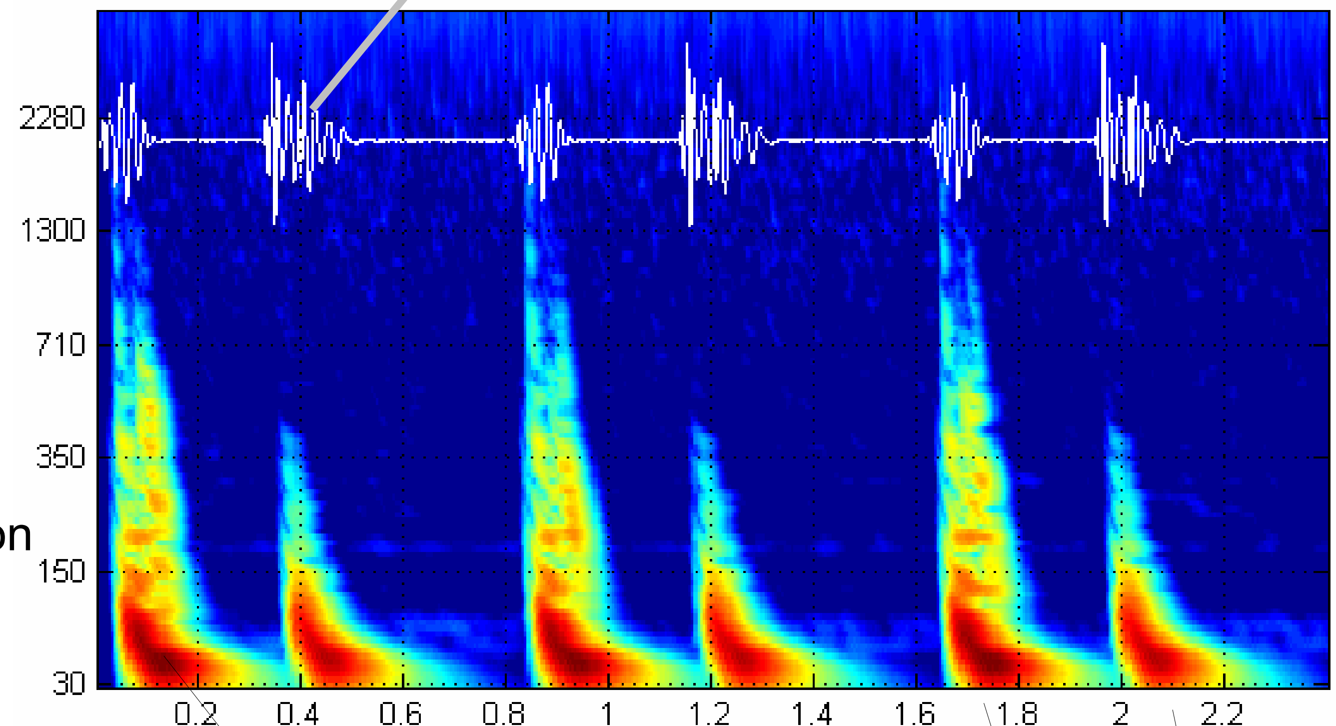
Kodierung: Keine,
aber Filterung ist nötig

50 Hz Unterdrückung

Signale in der Medizin: Beispiel 2

Schallintensität

Herztöne



Systole Diastole

Frequenzkomponente
(siehe Fourier später)

Signal:
Original: Schallwellen

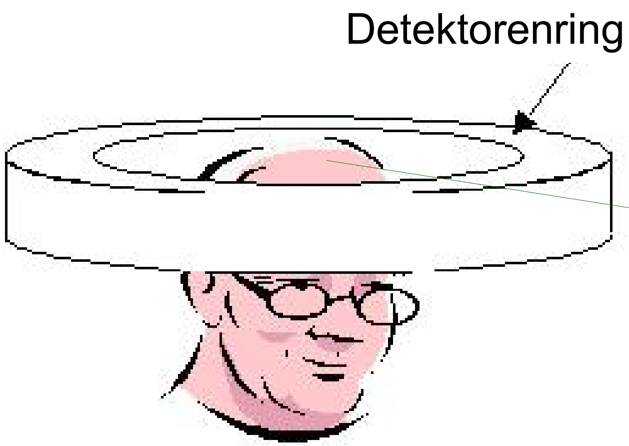
Kodierung: Mikrofon

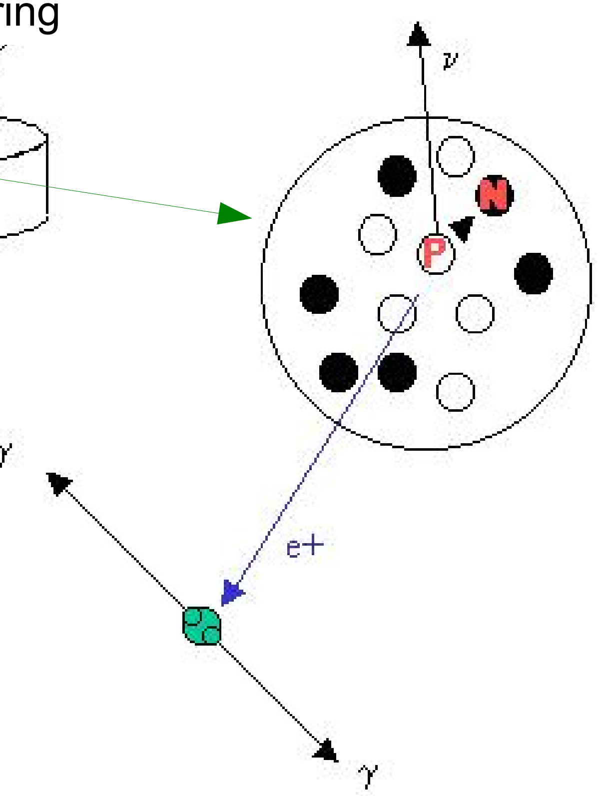
Kodierung: Fourier-Transformation

Information: Herzzyklus, mögliche anatomische und Strömungsprobleme

Signale in der Medizin: Beispiel 3

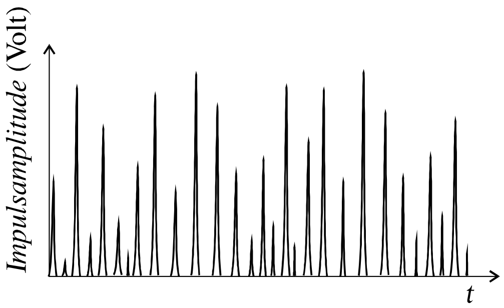
PET: PositronEmissionsTomografie



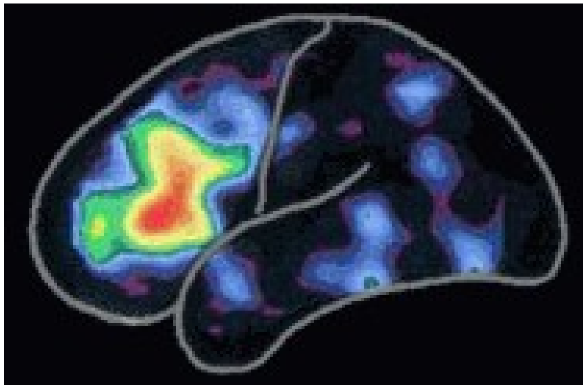


Signal:
Original: γ-Photonen

Kodierung: elektrische Impluse



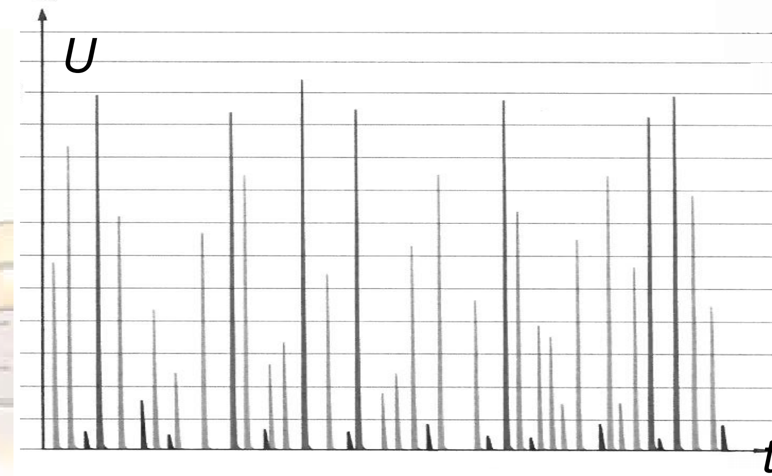
Kodierung: Bildrekonstruktion

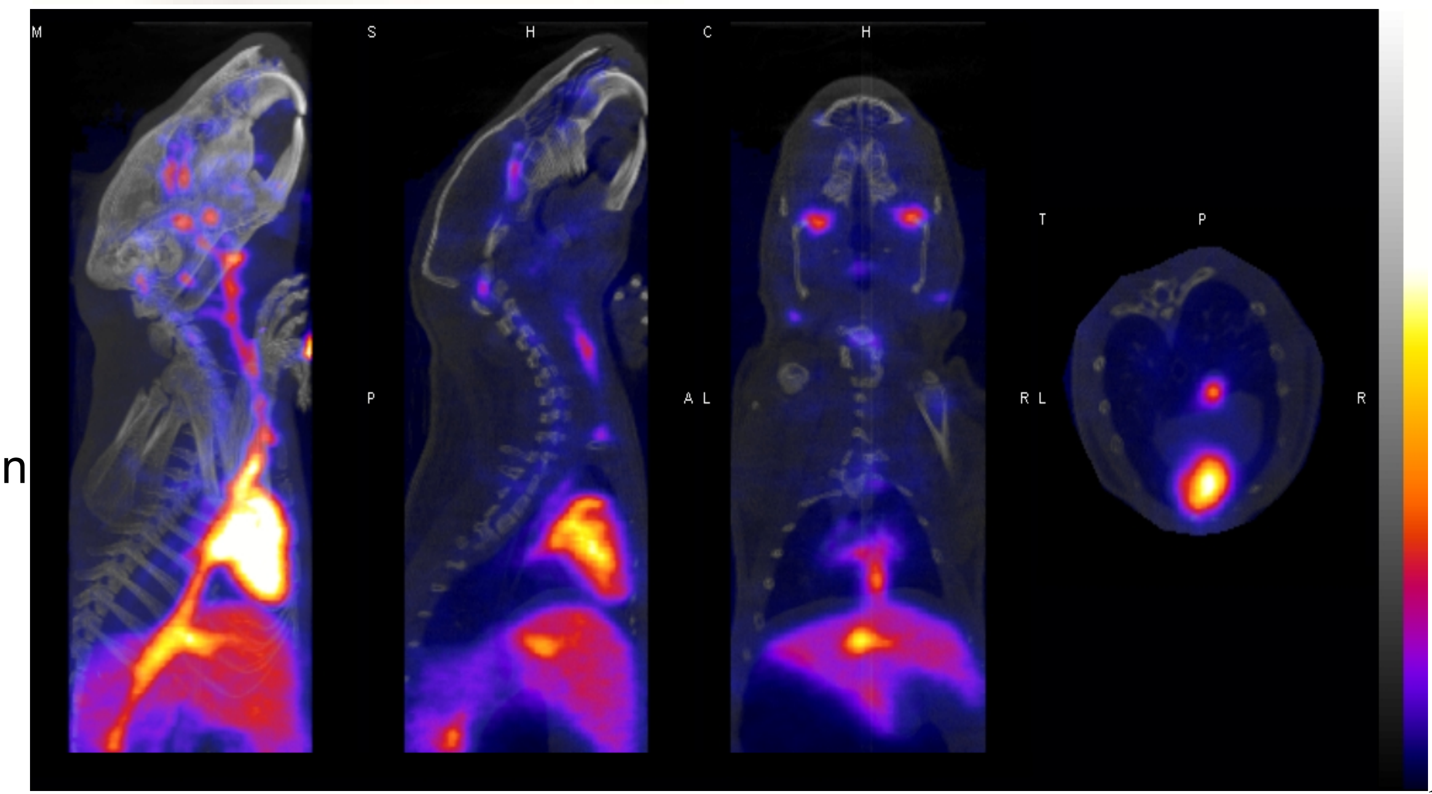


Information: zeitliche und räumliche Verteilung der Moleküle

Signale in der Medizin: Beispiel 4

SPECT-CT:
Einzelphotonenemissions-
spektrometrie
Komputertomografie





Signal:
Original: γ-Photonen
Rtg.-Photonen

Kodierung: elektrische
Impluse

Kodierung: Bildrekonstruktion

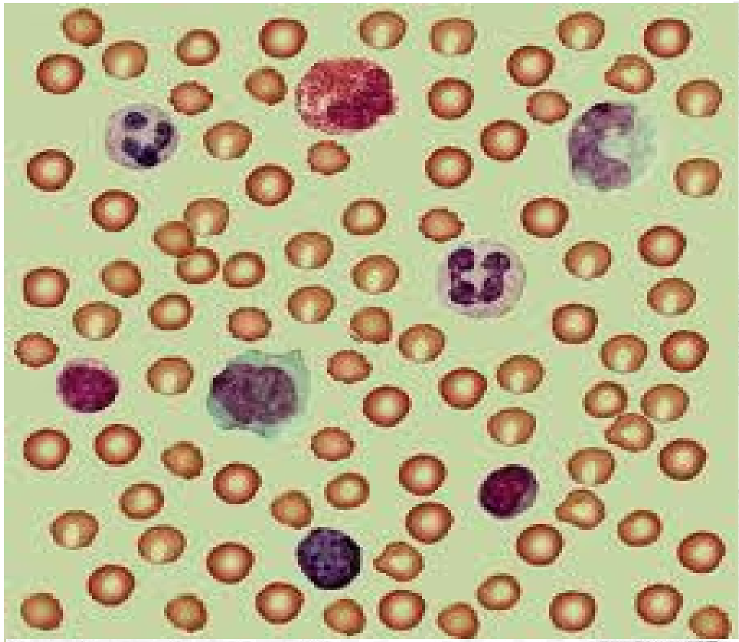
Information:
Anatomie (Rtg)
Funktion (Isotopdiagnostik)

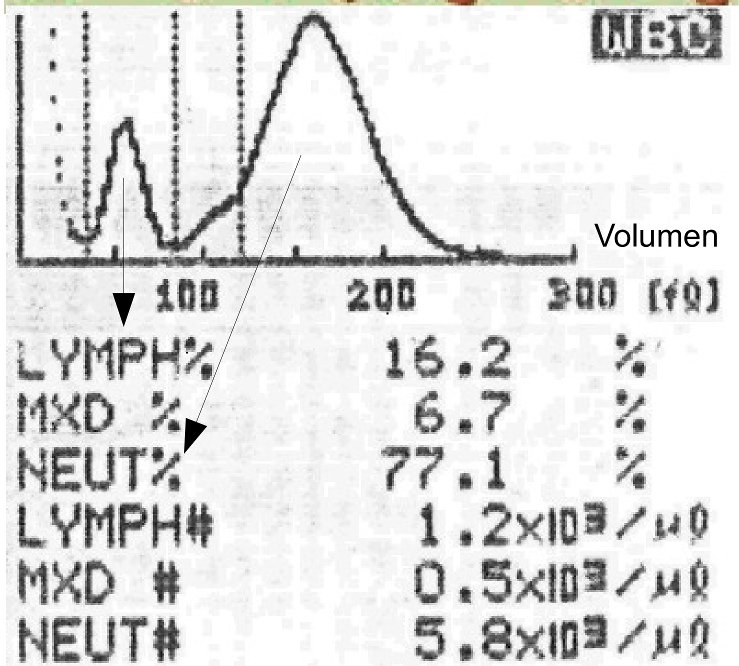
Signale in der Medizin: Beispiel 5

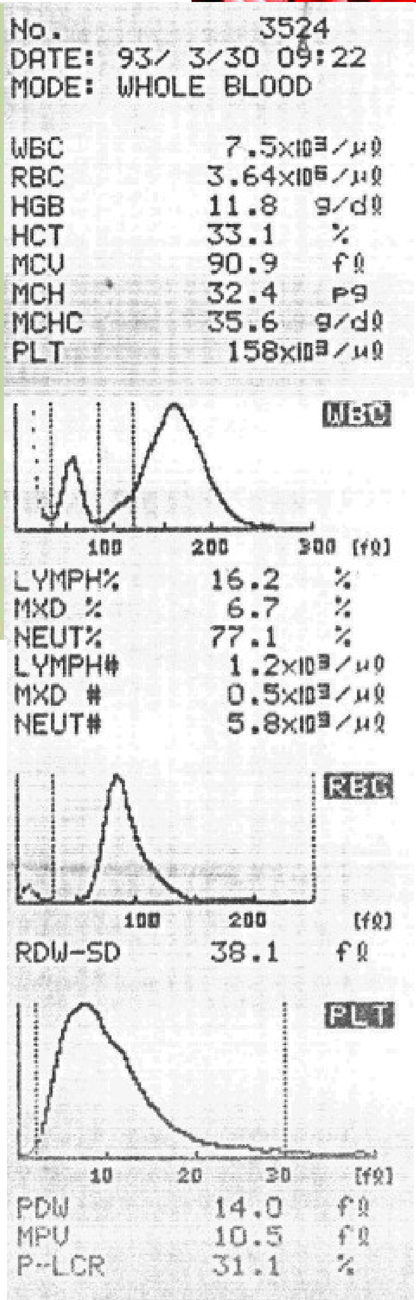
Coulter-Zähler

Signal:
Original: Zellenvolumen

Kodierung: elektrische Impluse
Kodierung: Histogram







Information: Blut-Zusammensetzung

Signalverarbeitung, Aufarbeitung von Signalen

Signaltype

elektrische Signale – analoge Signalkette
- Elektrizitätslehre (Wiederholung + Ergänzung)
- Verstärker, Frequenzübertragungsfunktion,Fourier

Digitale Signalverarbeitung (DSP)

Klassifizierung der Signale

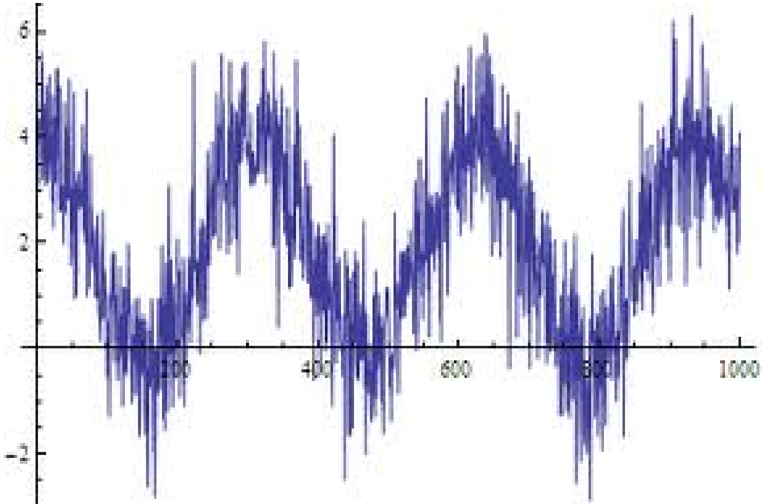
nichtelektrisches S.	–	elektrisches S.
statisches S.	–	zeitabhängiges S.
(quasi)periodisches S.	–	nichtperiodisches S.
stochastisches S.	–	deterministisches S.
kontinuierliches S.	–	impulsförmiges S.
analoges S.	–	digitales S.

Signaltype

elektrisch

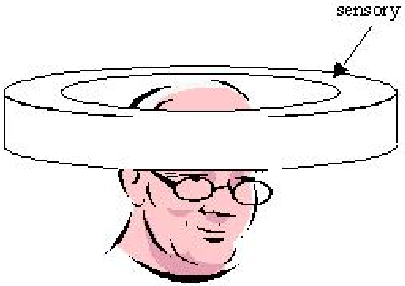
EKG

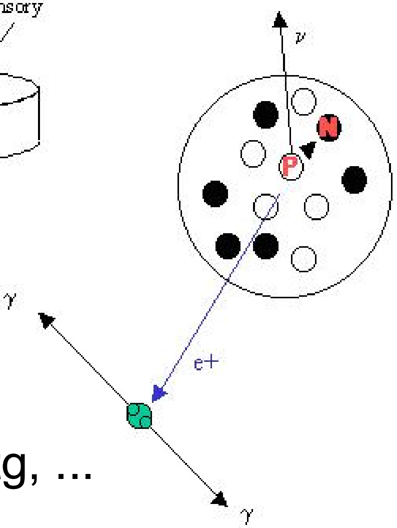
Wechselstrom



nichtelektrisch

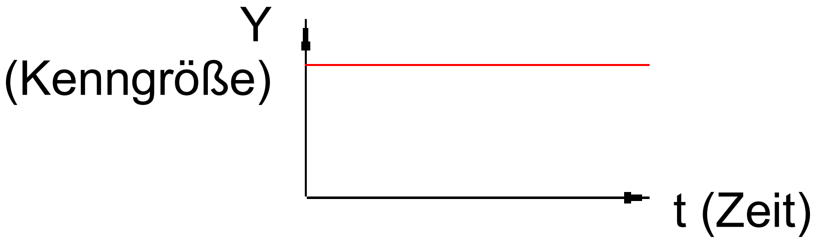
Schall



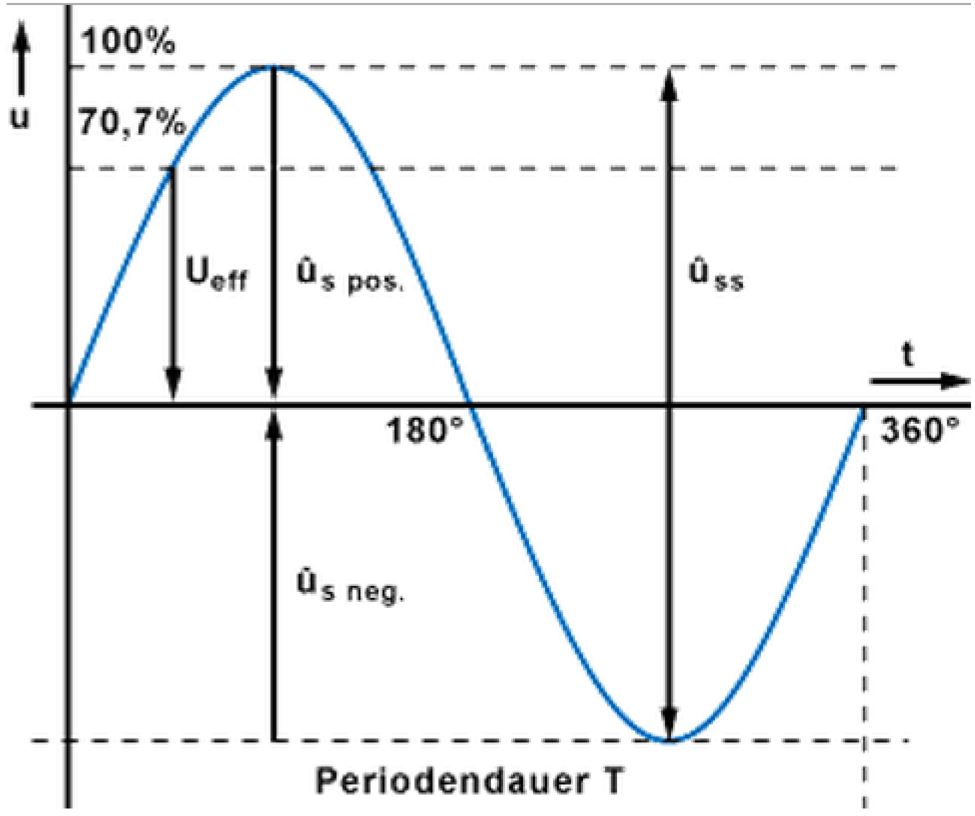


SPECT,PET,Rtg, ...

konstant

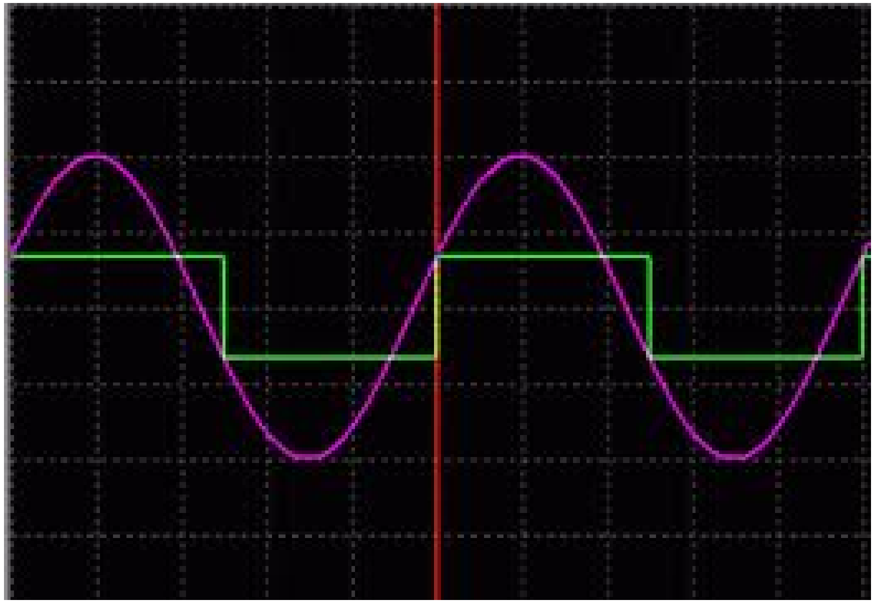


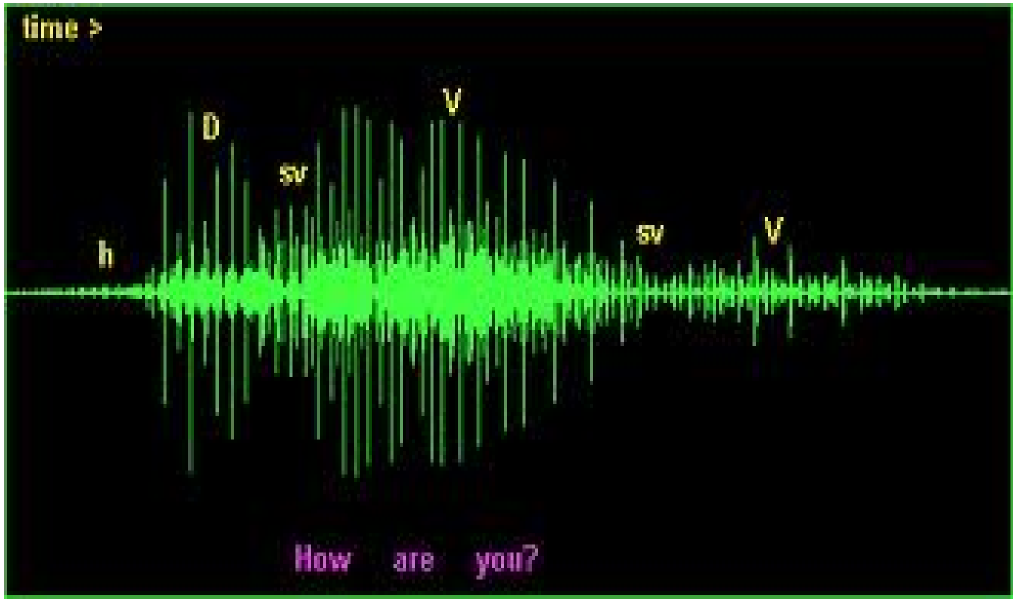
zeitabhängig (z.B. sinus-Signal)



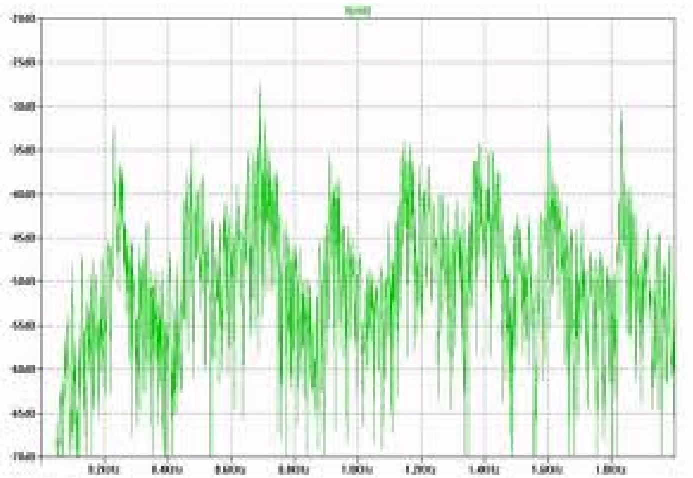
periodisch

nichtperiodisch

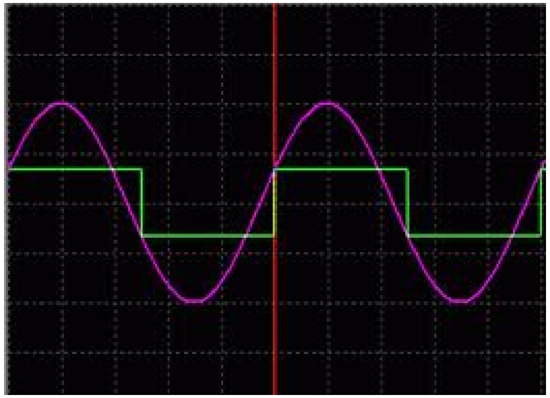


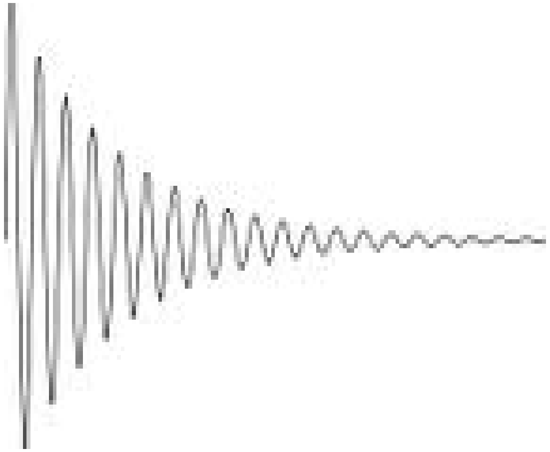


stochastisch

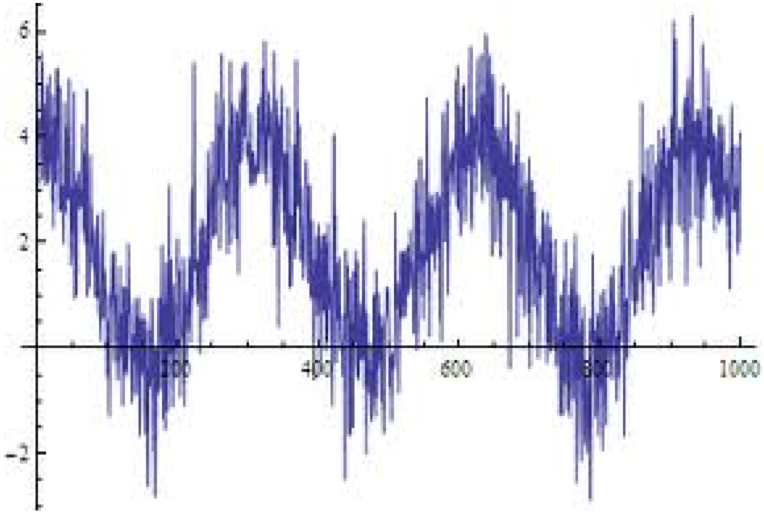


deterministisch

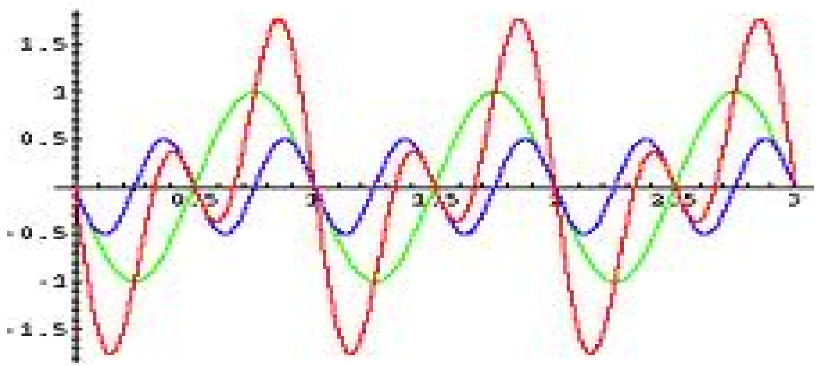


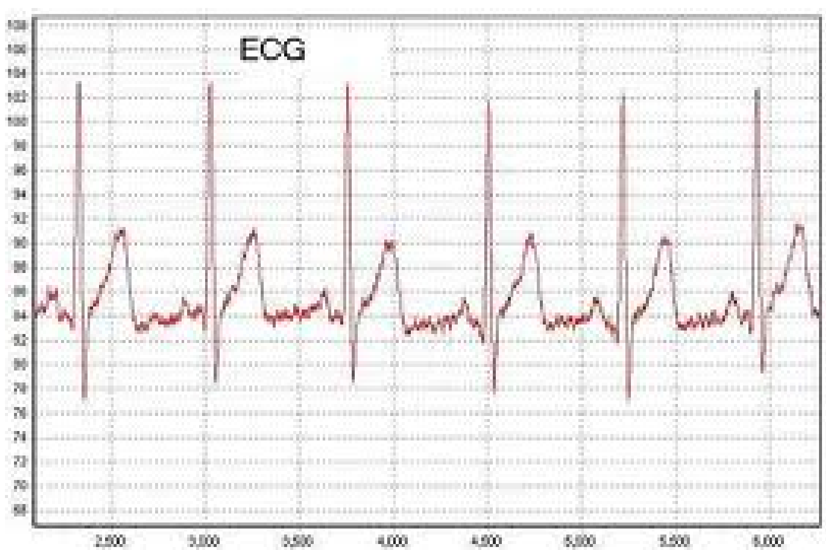


Fast immer gemischt!

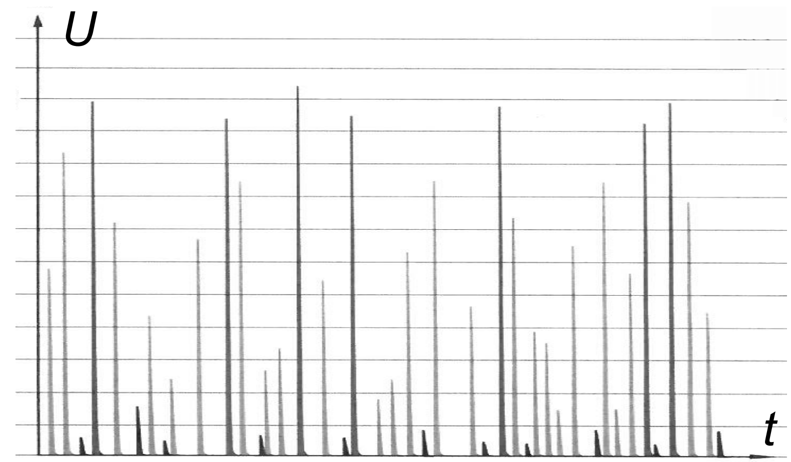


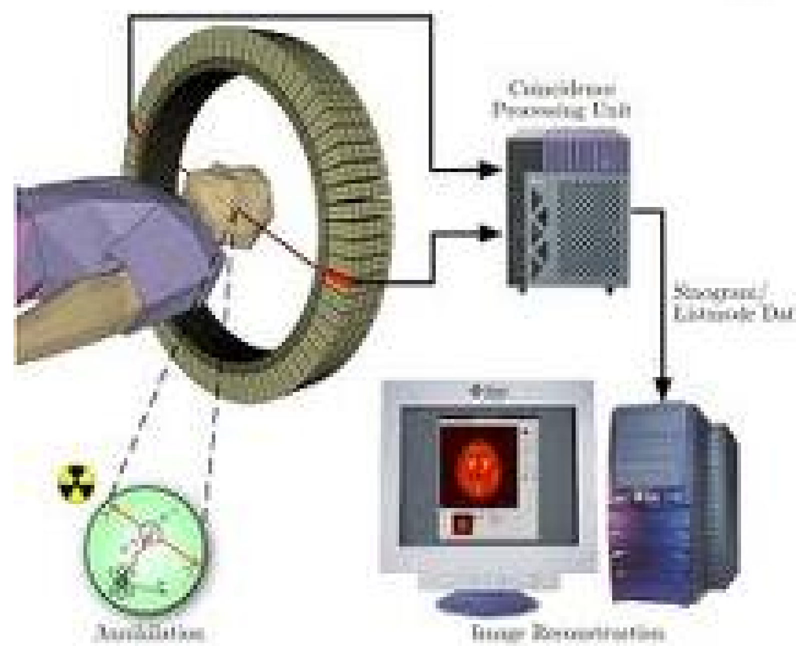
kontinuierlich



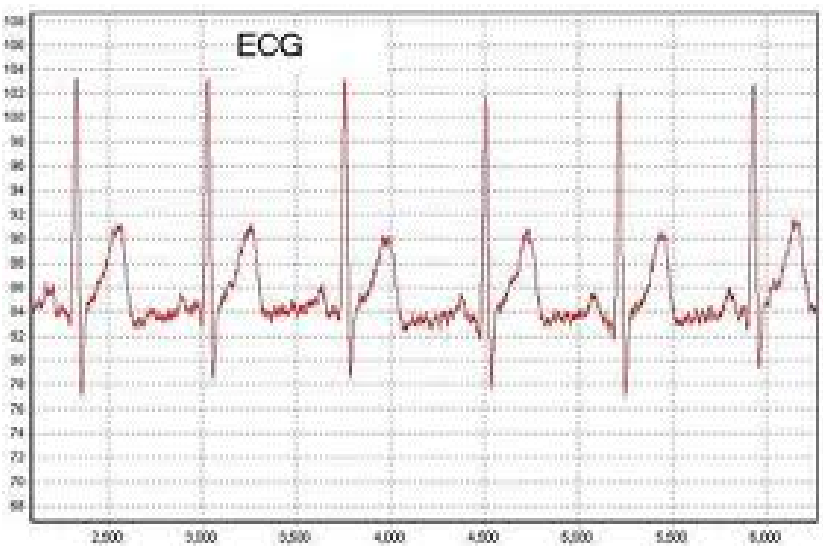


impulsförmig





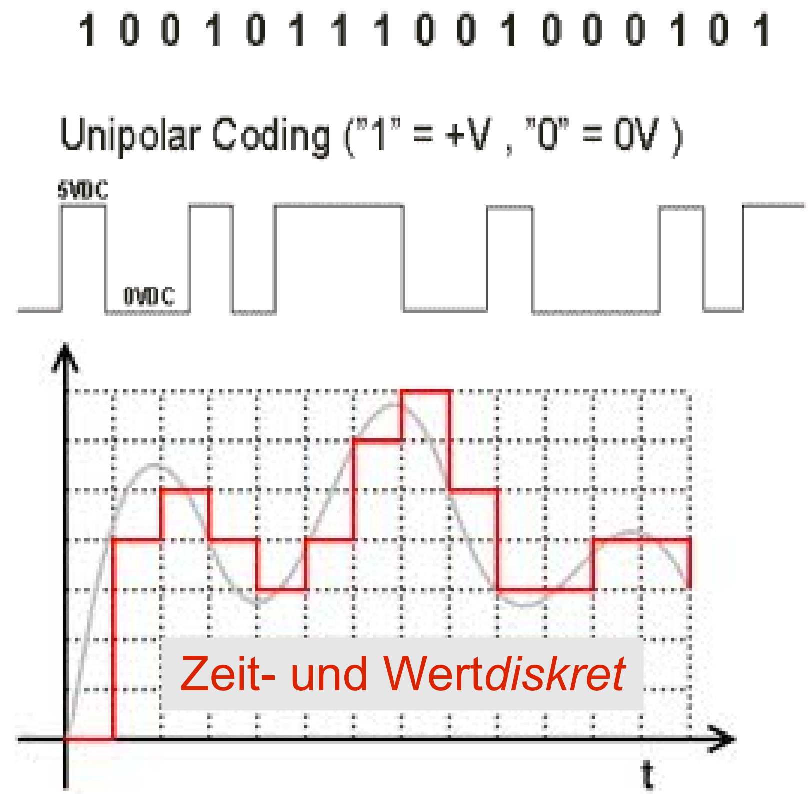
Analog



unbeschränkte Auflösung

(nur theoretisch)

Digital



Digital: representiert mit Zahlen

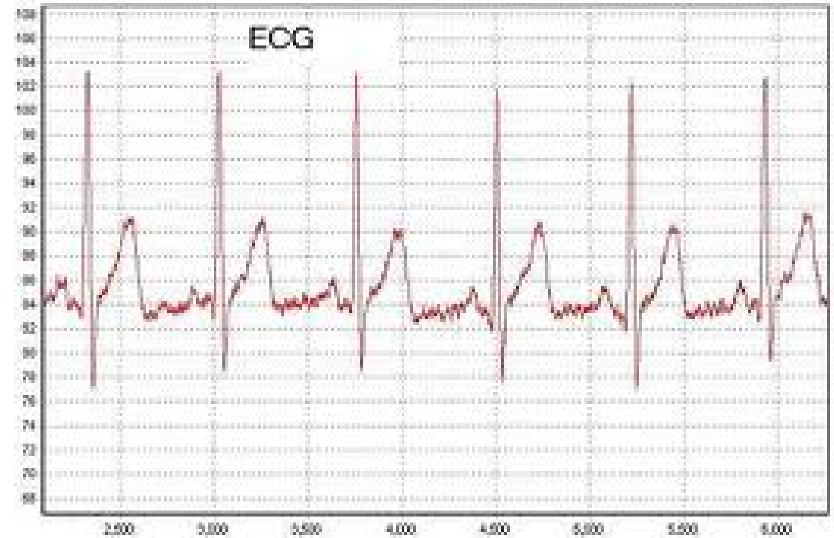
beschränkte Auflösung

digitale Signale sind ein Form der Kodierung

Kodierung : digital zu elektrisch (DAC)

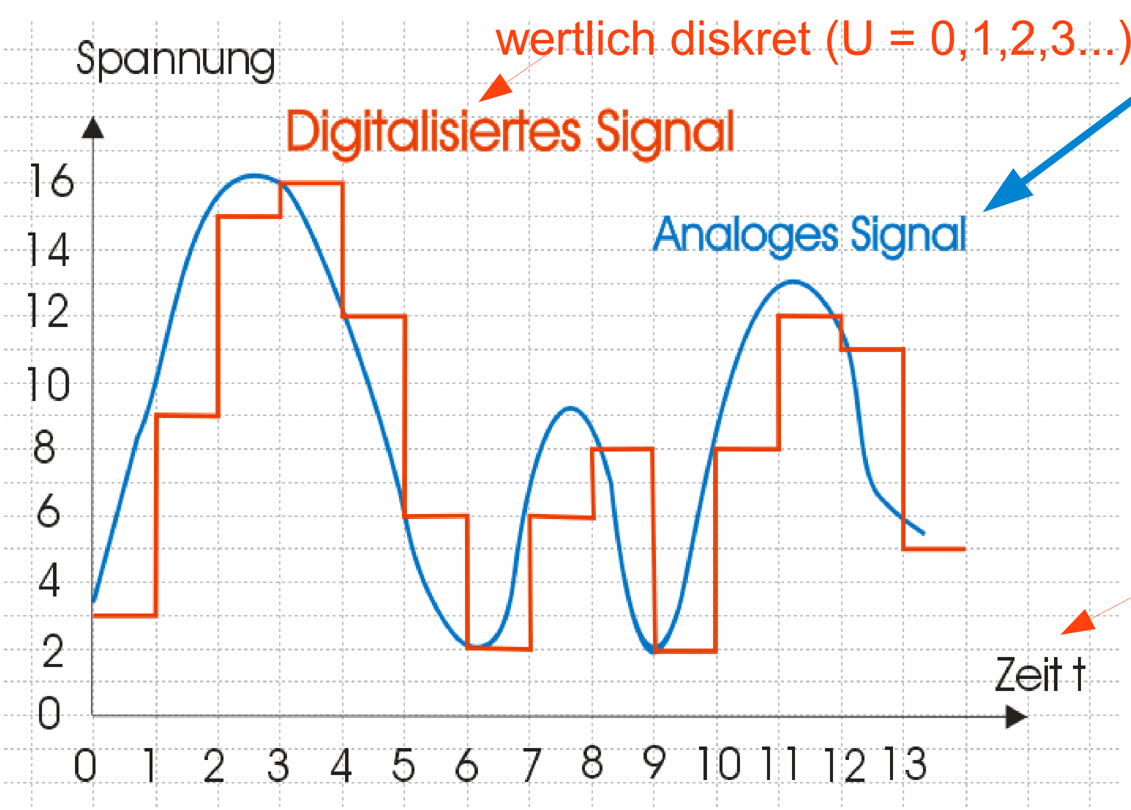
elektrisch zu digital (ADC)

Vergleichung des Informationsgehaltes



analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt?

unbeschränkte Auflösung
in der Zeit und Größe
(theoretisch)



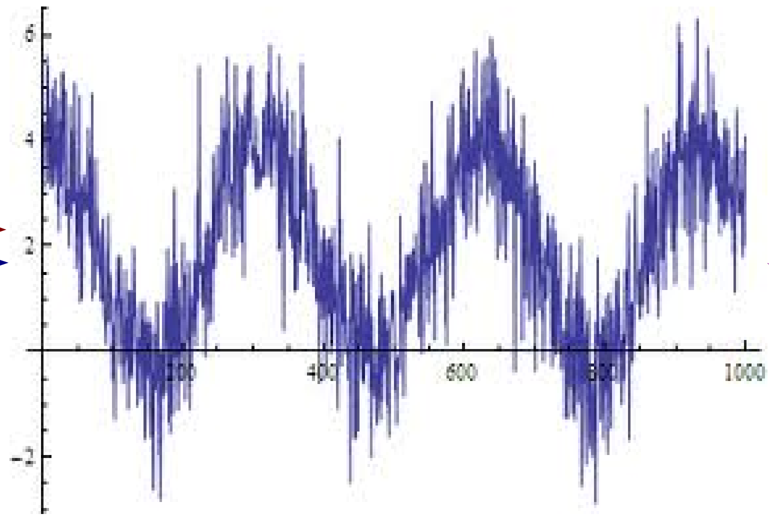
digitales Signal:
beschränkte Informationsgehalt
wegen zeitliche und wertliche
Diskretisierung

zeitlich diskret
(t = 0,1,2,3,4...)

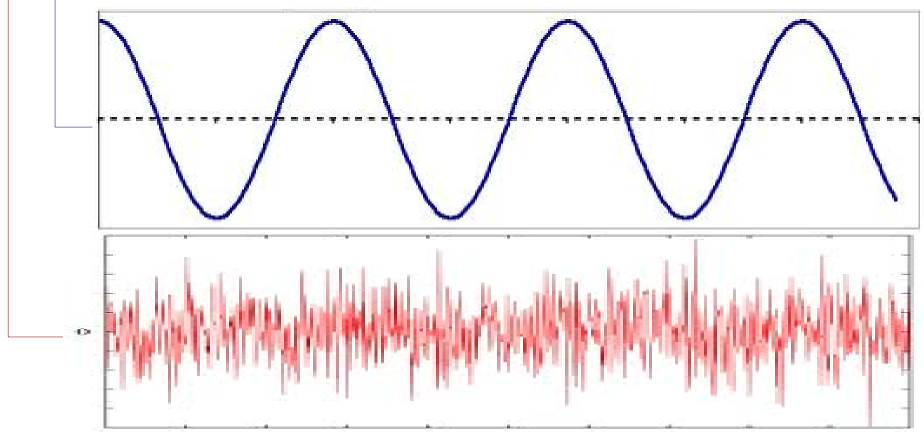
analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt wegen unbeschränkte Auflösung?

Brauchen wir es?

Haben wir es überhaupt? → Nein!



Bei reellen Signalen
S = Information + Rausch

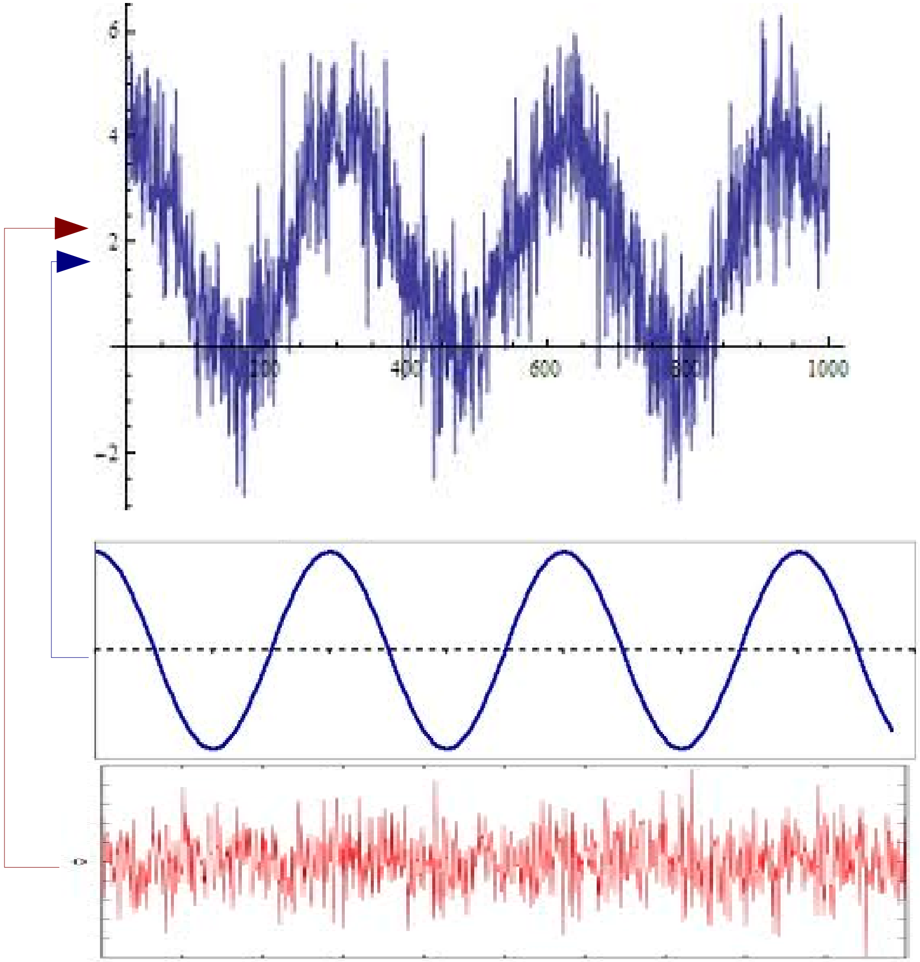


Information

+

Rausch

analoge Signale – unendlicher Informationsgehalt wegen unbeschränkte Auflösung?



Wir haben Information + Rausch

Ziel: den **Informationsgehalt erhalten und weitergeben** ohne den Rausch dabei zu vergrößern

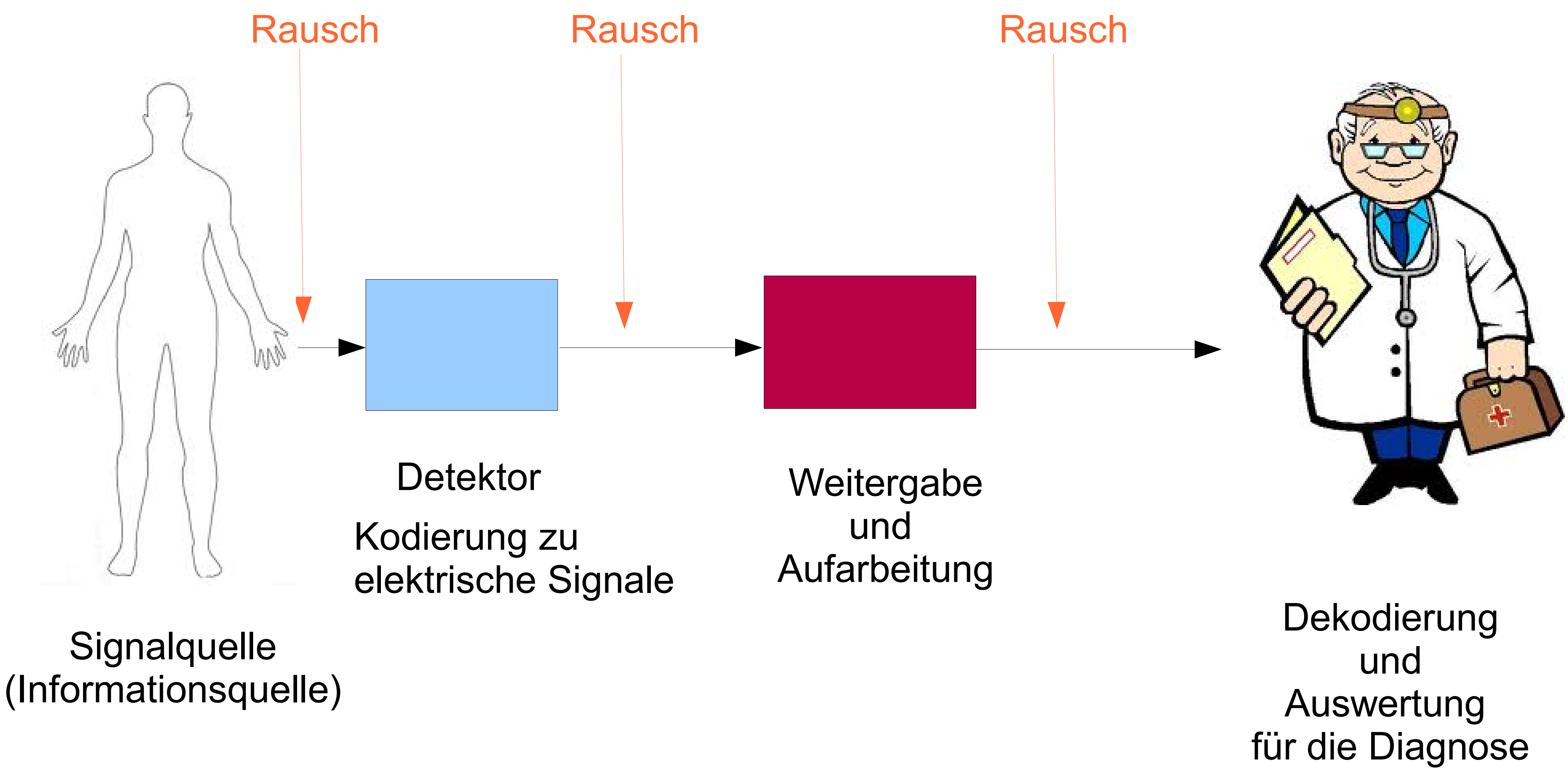
z.B.:

Information $U(t) = A_{inf} \cdot \cos(\omega t + \phi)$

+

Rausch $Rausch(t) = A_{Rausch} \cdot Zufallssignal(t)$

Digitalisierung ist dann korrekt, wenn Information dabei nicht verloren geht.
(genauere Definition siehe später)



Wir müssen Information („nutz"-Signal) von Rausch (Störsignal) trennen!

Signal to **N**oise **R**atio

Signal zu Rausch Verhältnis: SRV (SNR)

$$SRV = \frac{\textit{mittlere Nutzsignalleistung}}{\textit{mittlere Rauschleistung}} \quad oder \quad \frac{\textit{Signalimpulszahl}}{\textit{Rauschimpulszahl}}$$

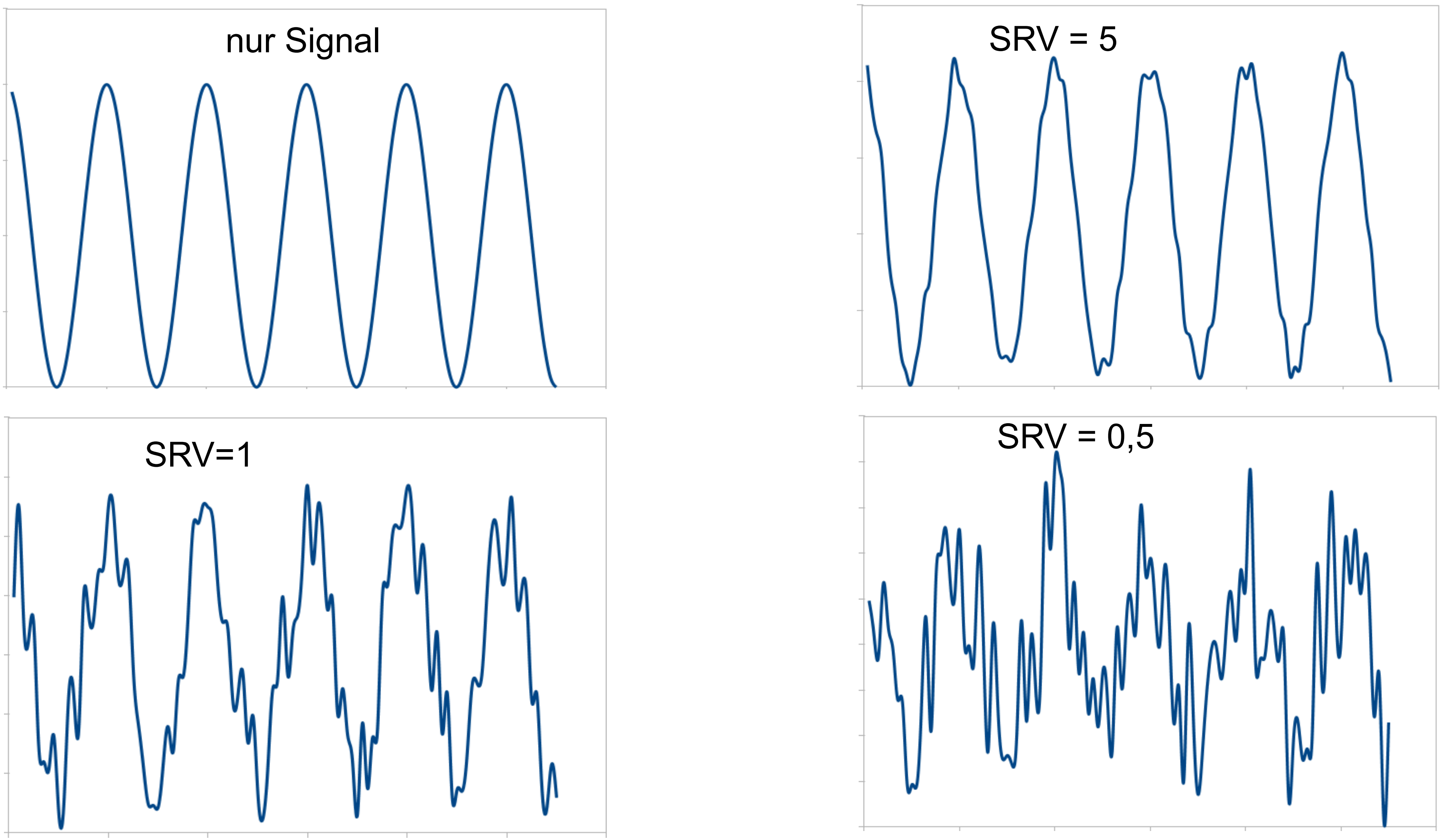
SRV=1 d b i u e r i d d u e d e a n u s k i c n e d j n u i d c d h o t q v i e a r l a s n t t r w g o m r d t u l a i g c o h a f f ü
m r h d c a a s u w o a d s c d b i r e c m c e q n j s u c q h d e o n a a a u t s f i c h j n u e d n n m n a p c m h f
e k n j

SRV=5 d b i u e i d e e n s i n e d n i c h t v i t e r a n t w o r t l i c o h a f f ü r d c a s w a d s d i e m c e n s c q h e n a
u s i h n e n n m a c h f e n

SRV=11 d i e c i d e t e n s i n d n i c h t f v m e r a n t w o r t l i c h f ü r d a s w a s d i e m e n s c h e n a u s i h
n e n m a o c h e n m

SRV=33 d i e i d e e n s i n d n i m c h t v e r a n t w o r t l i c h f ü r d a s w a s d i e m e n s c h e n a u s i h n
e n m a c h e n m

(*Werner Heisenberg*)



Wenn Signalform sich sehr von Rauschform unterscheidet, dann ist Signal auch bei niedrigem SRV detektierbar.
(wir wissen wonach wir im Rausch suchen)

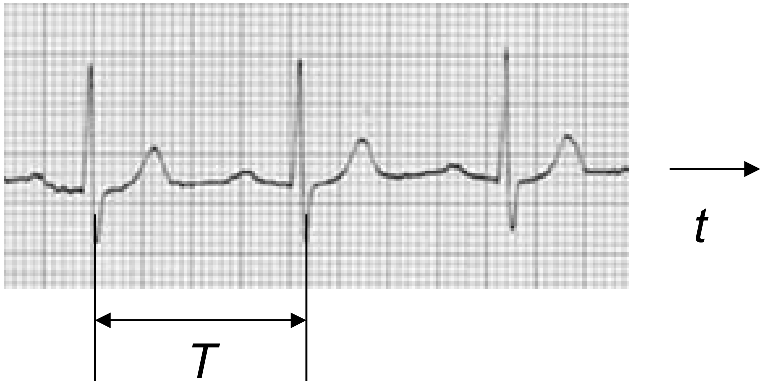
Signalweitergabe und Aufarbeitung

Aufarbeitung von Signalen:
- Fourier-Theorie
- Verstärker
- Elektrizitätslehre (siehe Skript!)
- elektronische Schaltungen

Fourier

Fourier-Theorie: Alle (periodische am einfachsten) Signale können auf eine Summe von sinus- und cosinus-Signale mit unterschiedlichen Frequenzen aufgebrochen werden, ODER können von solchen Signalen widerhergestellt werden.

$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

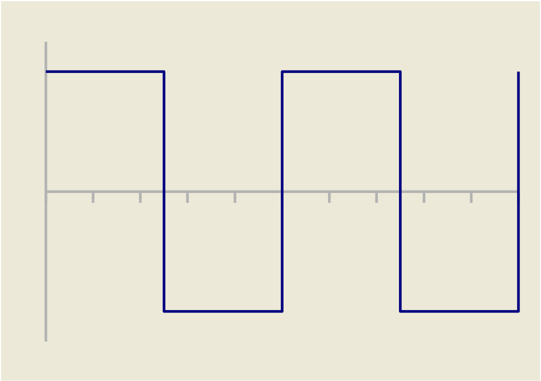


Wenn das Signal periodisch ist, dann ω_i = i·2π·f , f = 1/T und i = 1,2,3,4,5.....

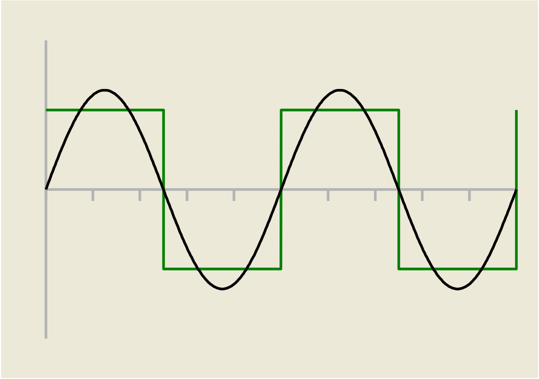
Grundfrequenz

Obertöne

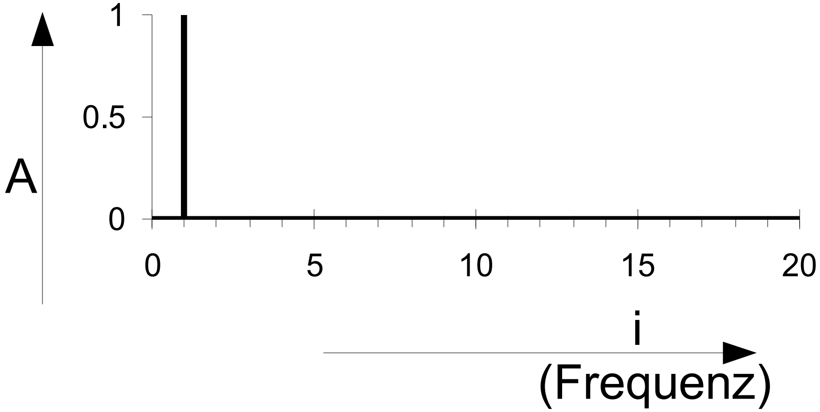
$$Signal(t) \leftarrow\rightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



Originalsignal

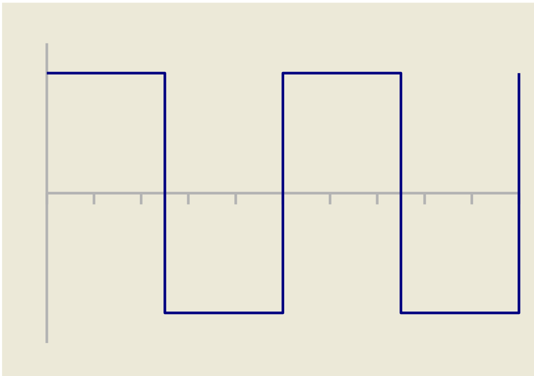


i=1

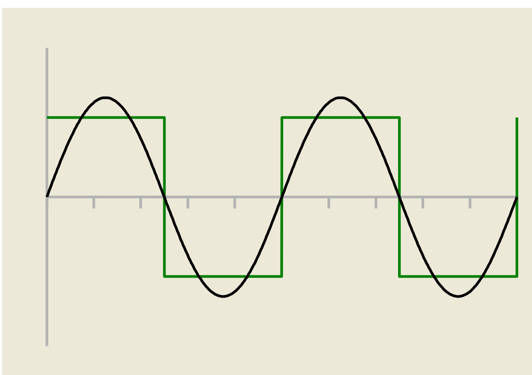


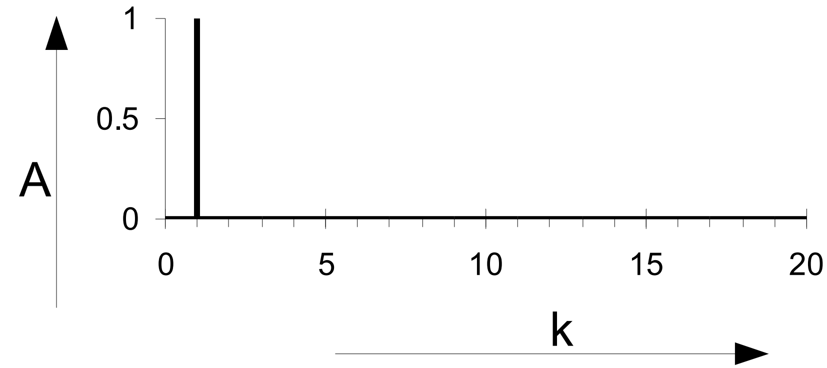
Spektrum

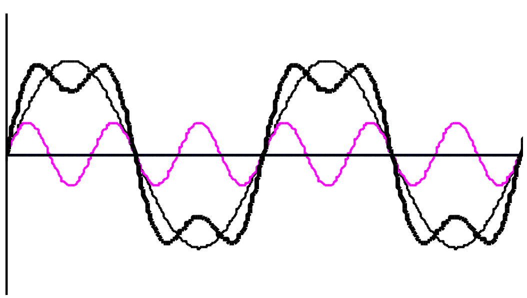
$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$



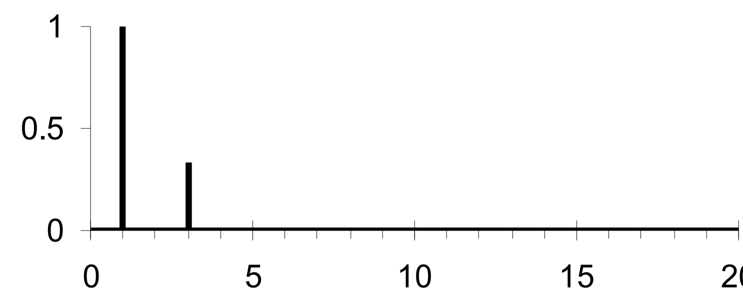
Originalsignal



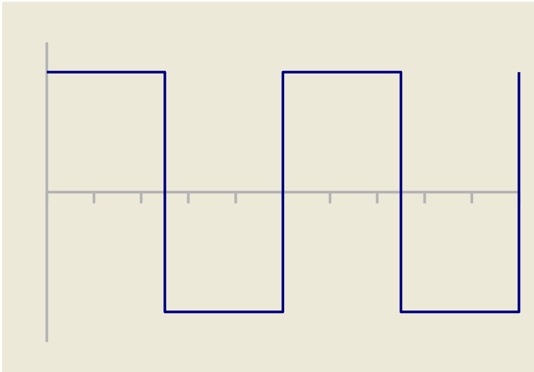




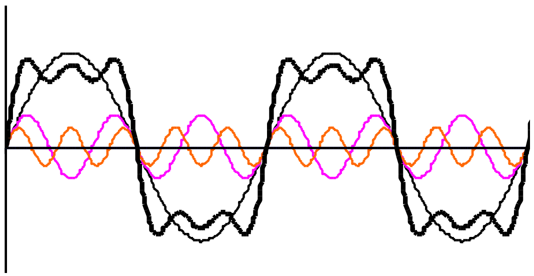
i=1,2,3



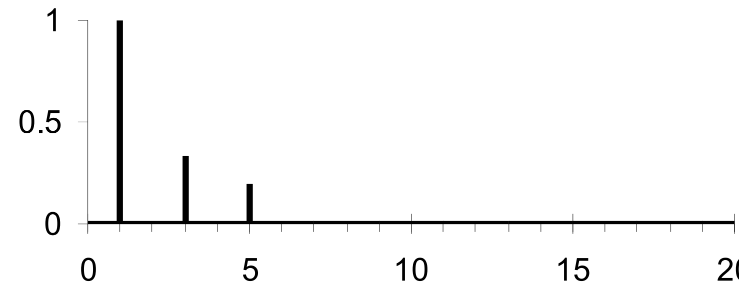
$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

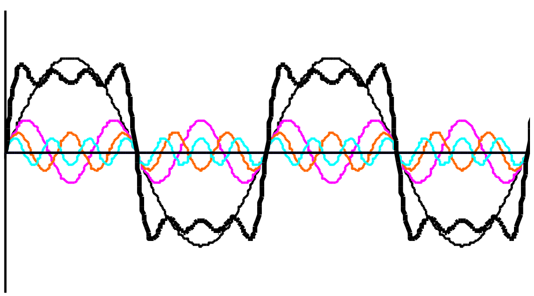


Originalsignal

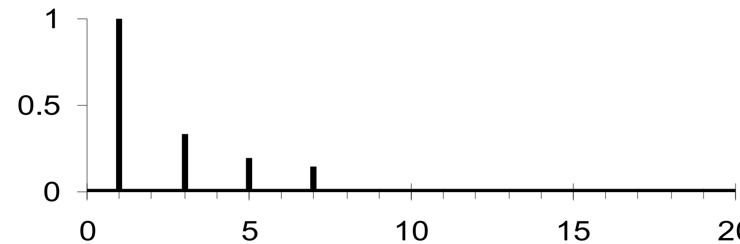


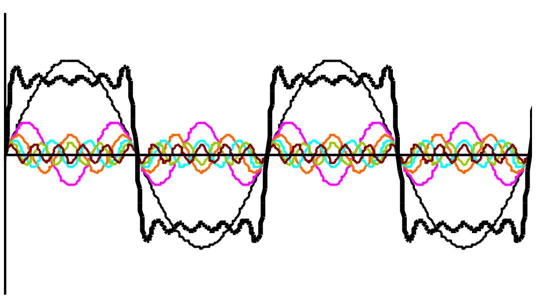
i = 1...5



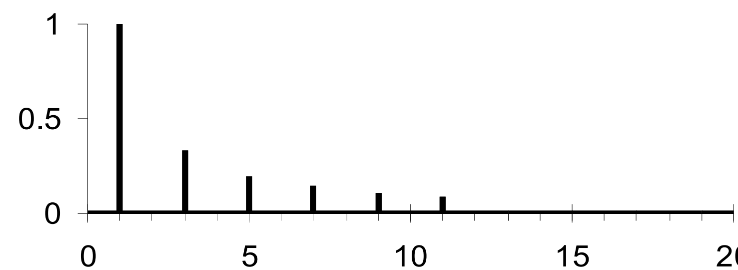


i = 1...7

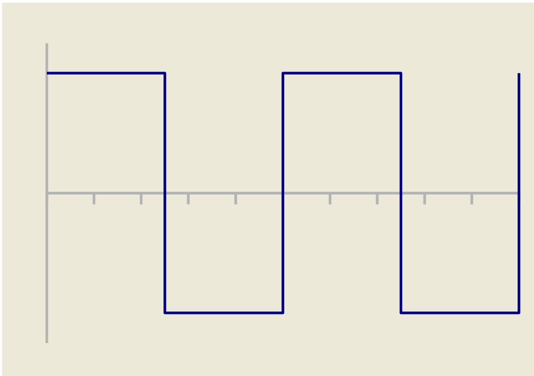




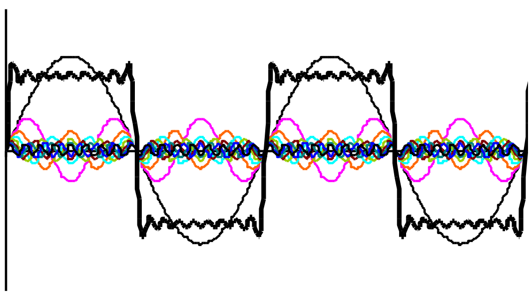
i = 1...11



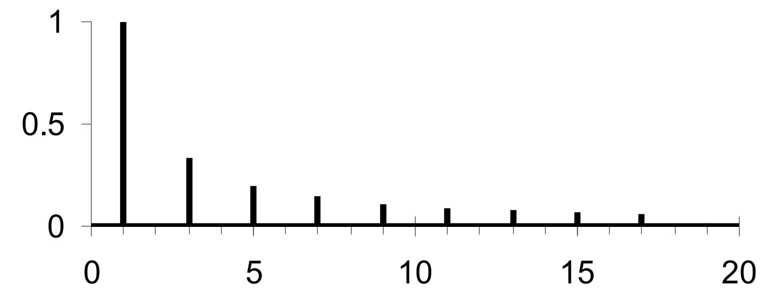
$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

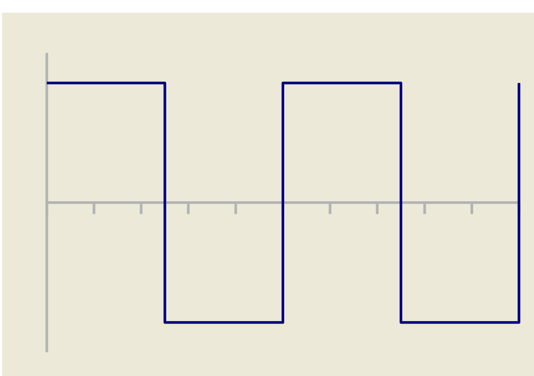


Originalsignal

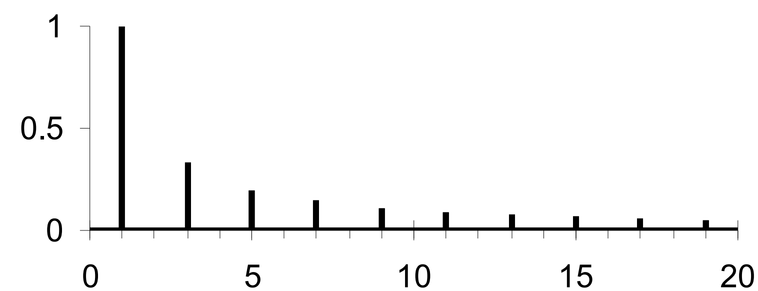


i = 1...17



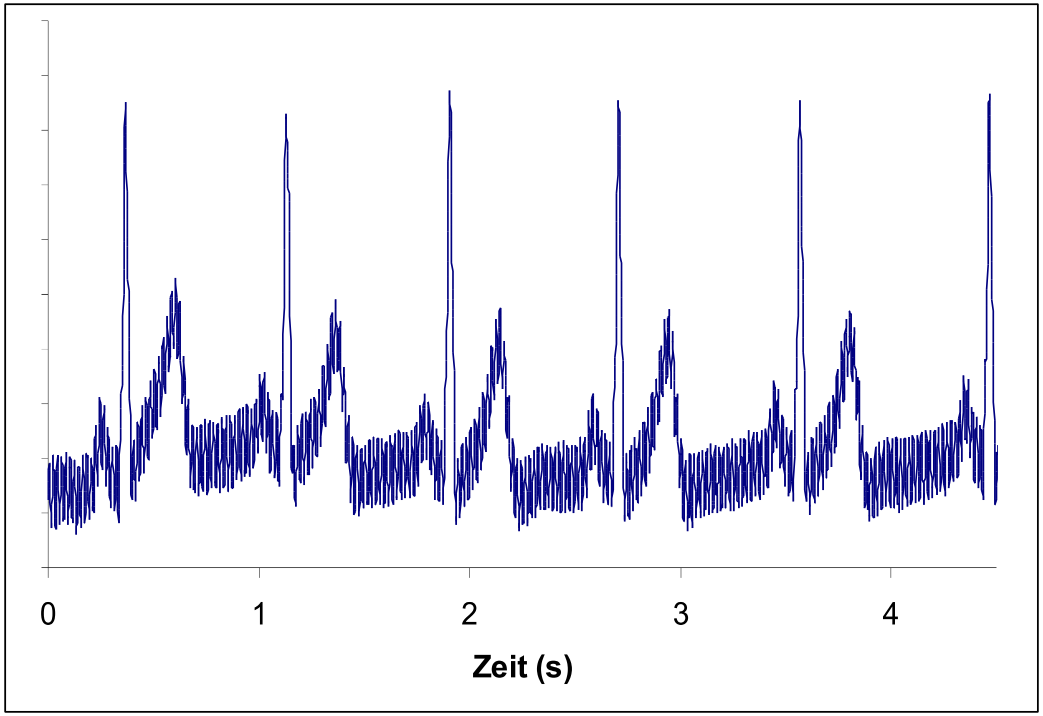


unendlich viele
Komponente
(i = 1 … ∞)

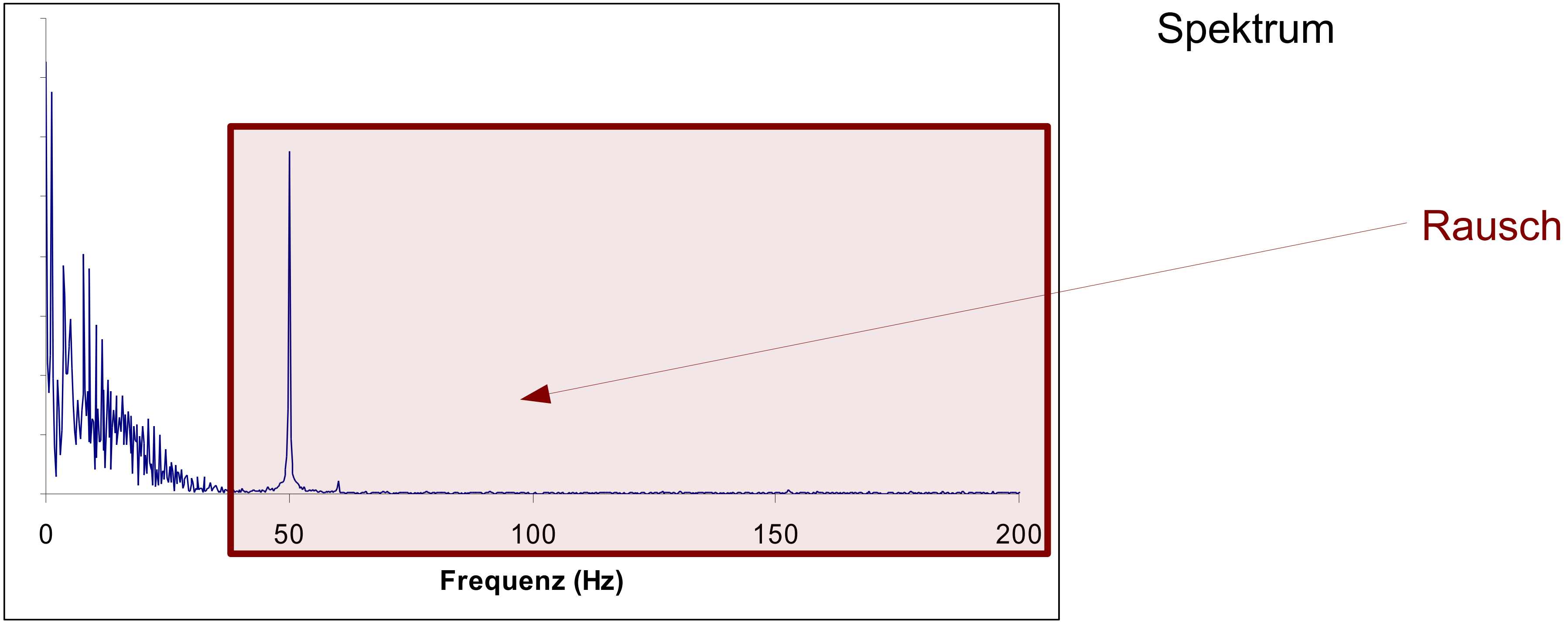


Aber die Komponente sind nicht unabhängig!

EKG-Signal



Signal + Rausch

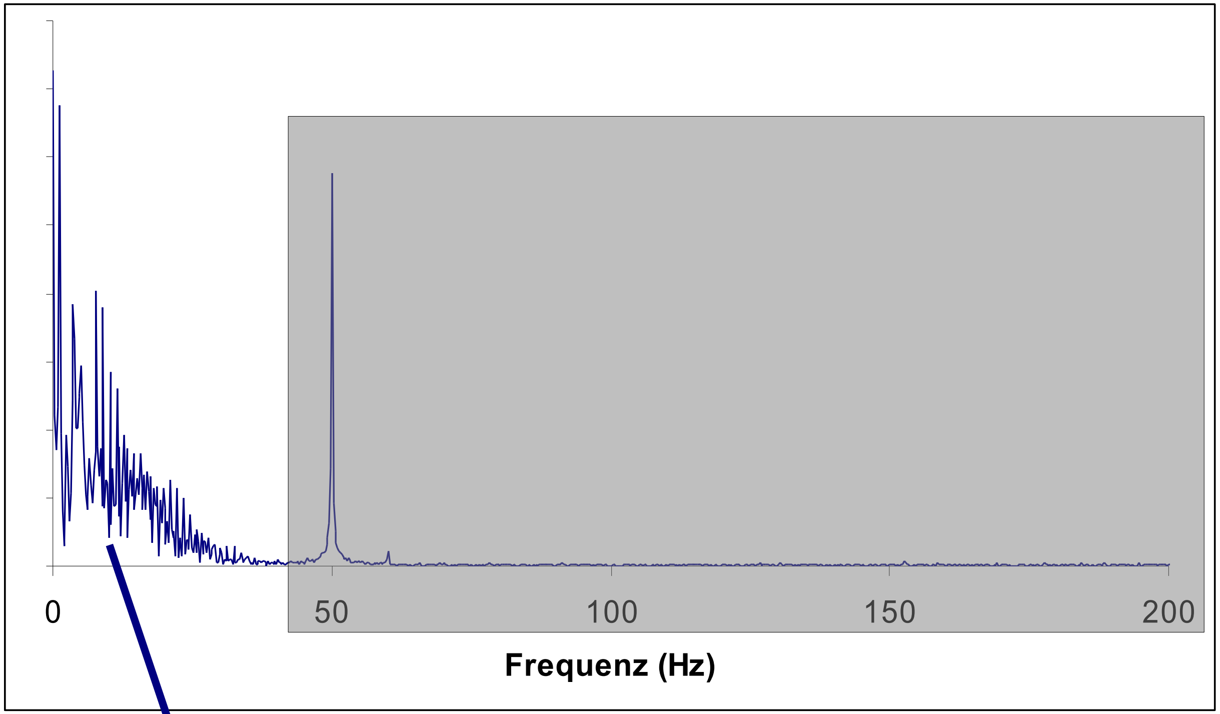


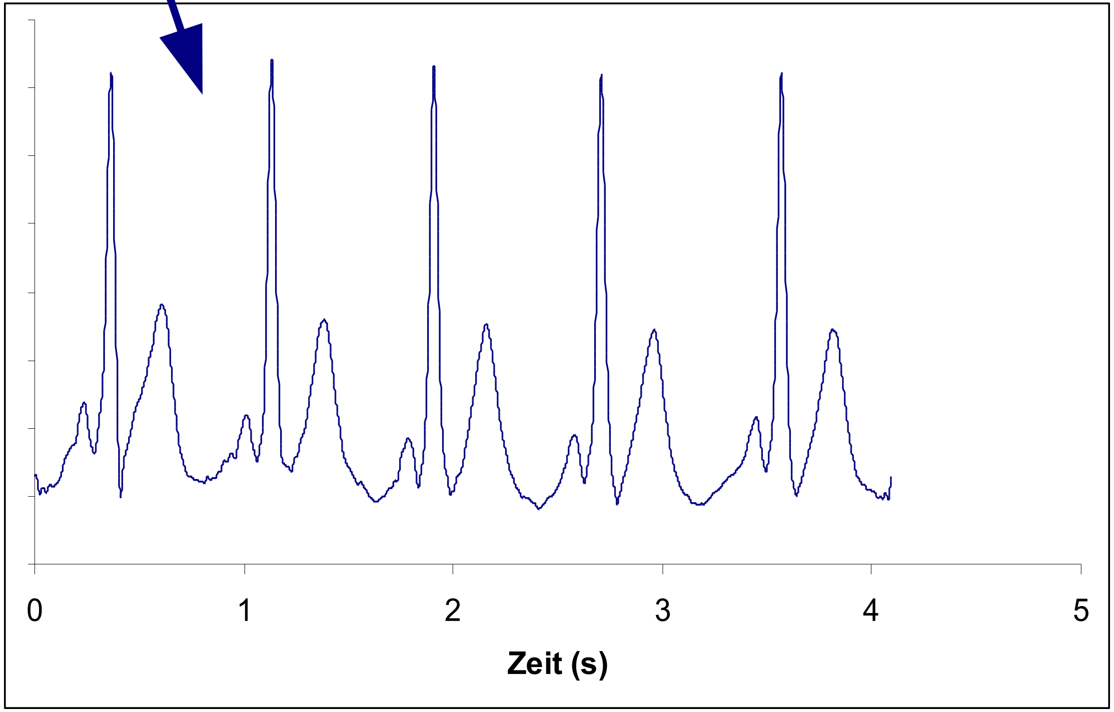
Spektrum

Filterung

Rausch abschneiden

Rauschfrequenzen werden nicht übertragen
(siehe Verstärker)



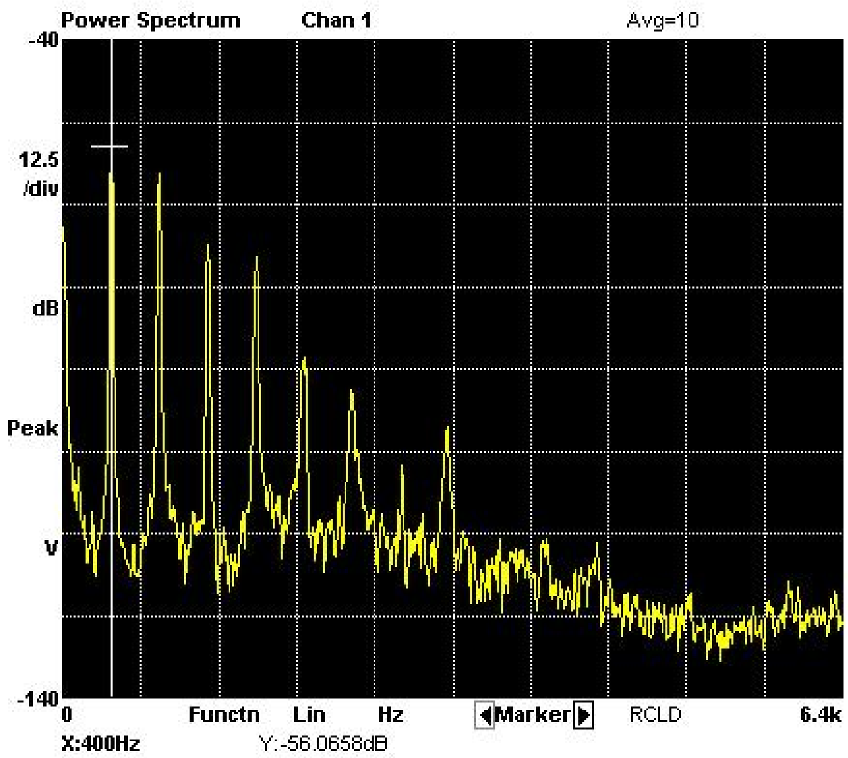


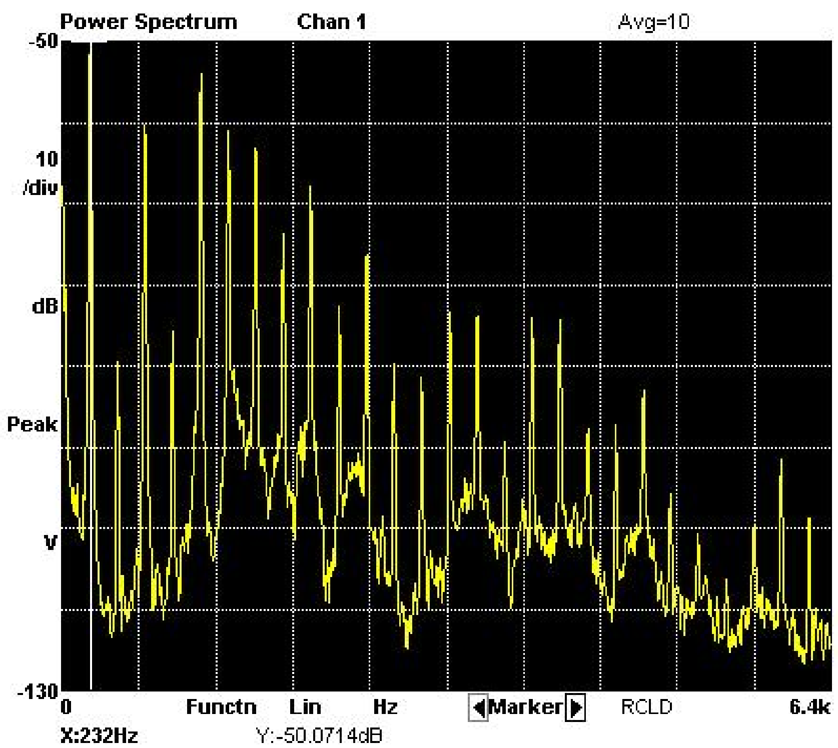
Besseres Signal!

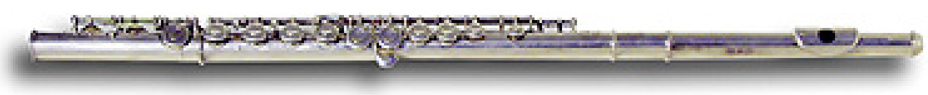
$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

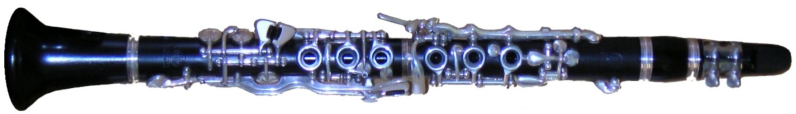
nichtperiodische Signale: Fourier-Transformation

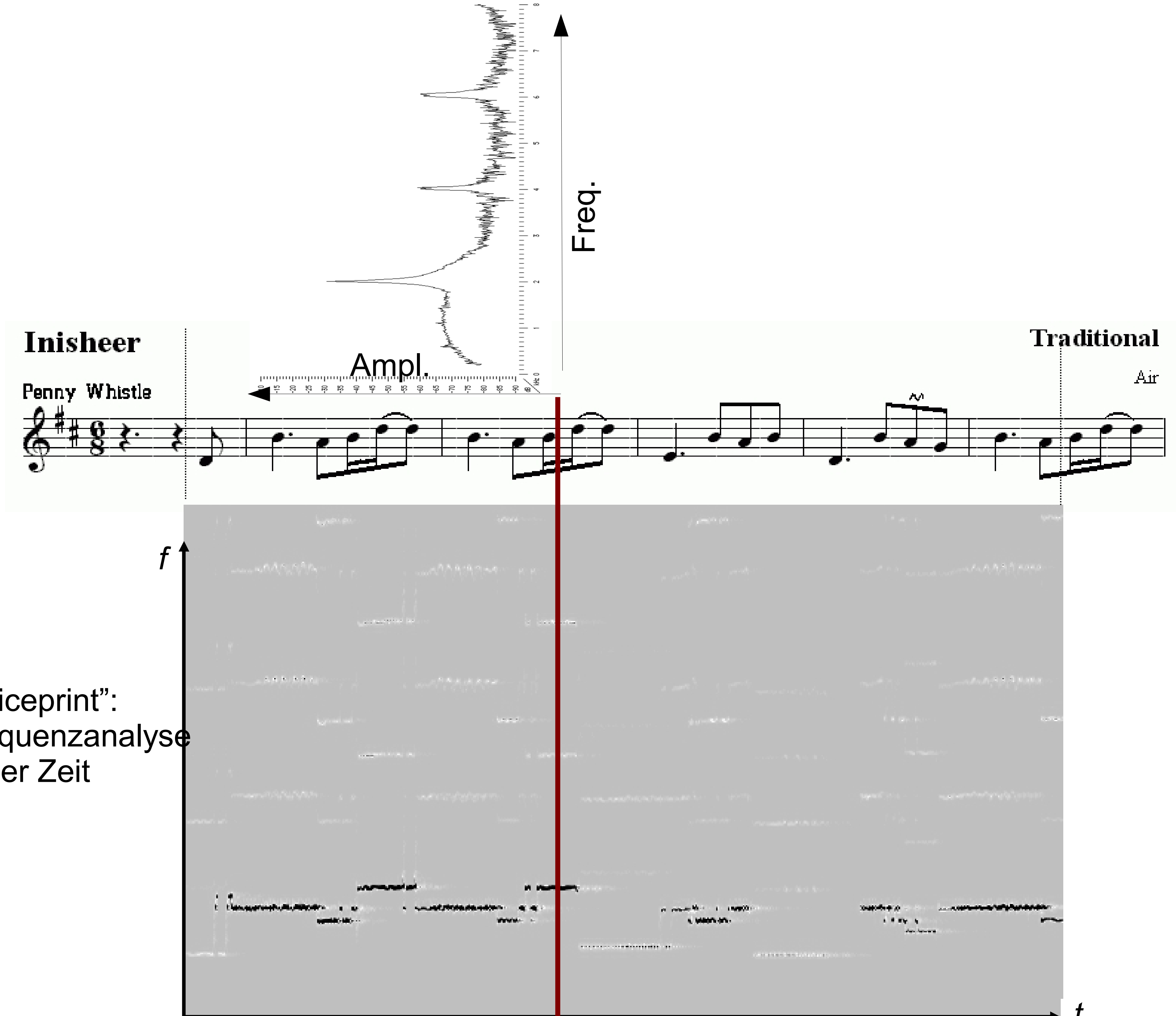
$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$$











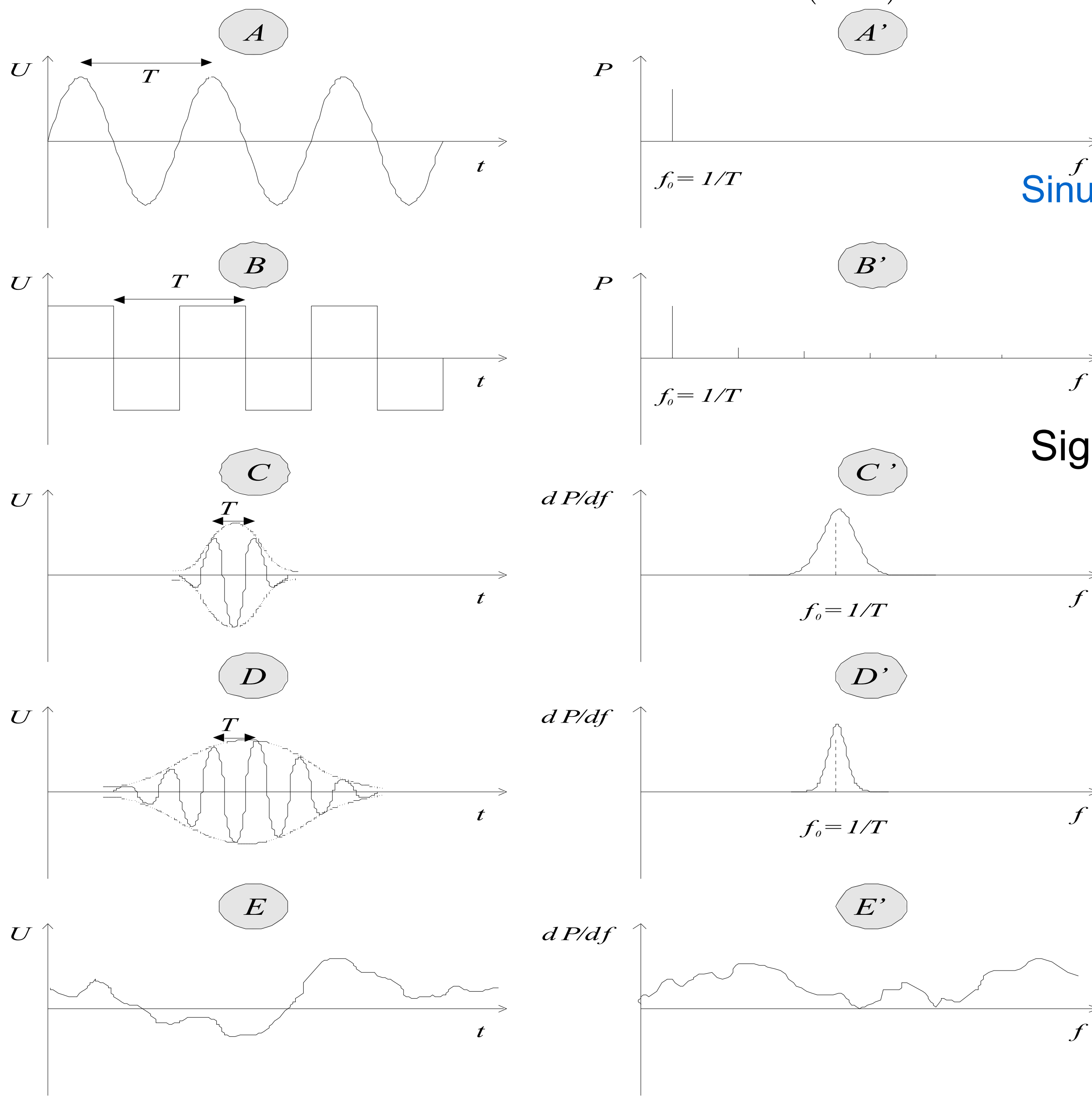
„Voiceprint":
Frequenzanalyse
in der Zeit

Signal-Spektrum Beispiele

$$Signal(t) \longleftrightarrow \sum_i A_i \cdot \sin(\omega_i t) + B_i \cos(\omega_i t)$$

nichtperiodische Signale: Fourier-Transformation

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, e^{i\omega t}\, dt$$



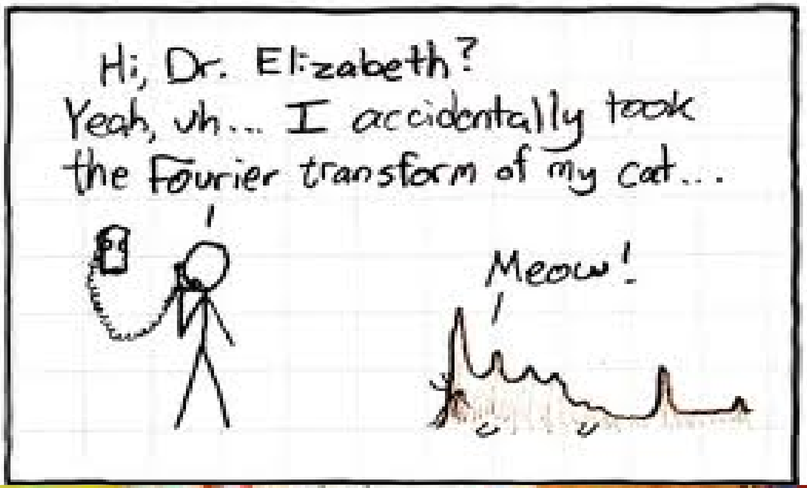
Sinus = Linienspektrum

Signal in der Zeit

Signal in der Frequenz

Je länger der Sinusimpuls desto schmaler ist sein Spektrum

Signal und sein Spektrum sind zwei Darstellungen von den selben Information.



Wie ein abstraktes Bild:

Zeitlich (gewönlich)

oder

Frequenz-spektrum
(abstract)

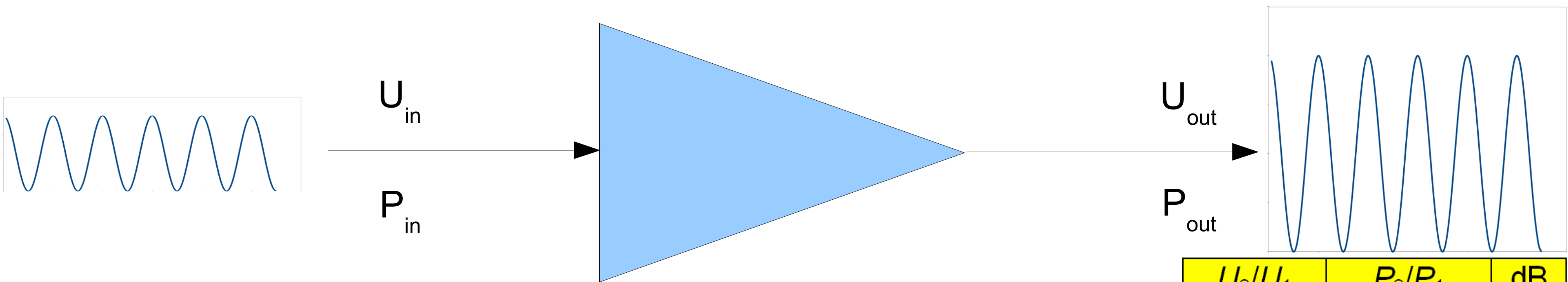
Fourier-Transformation ist die
„Art von Ingenieurwissenschaften”

(Picasso: La Crucifixion)

Verstärker

Die Methode ist verwendbar
zu der Analyse
beliebiger Bestandteile
der Kette!

Grundanalyse: Verstärkungsfaktor (n)



$$n = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{Ausgang}}{P_{Eingang}}\right) \quad [dB]$$

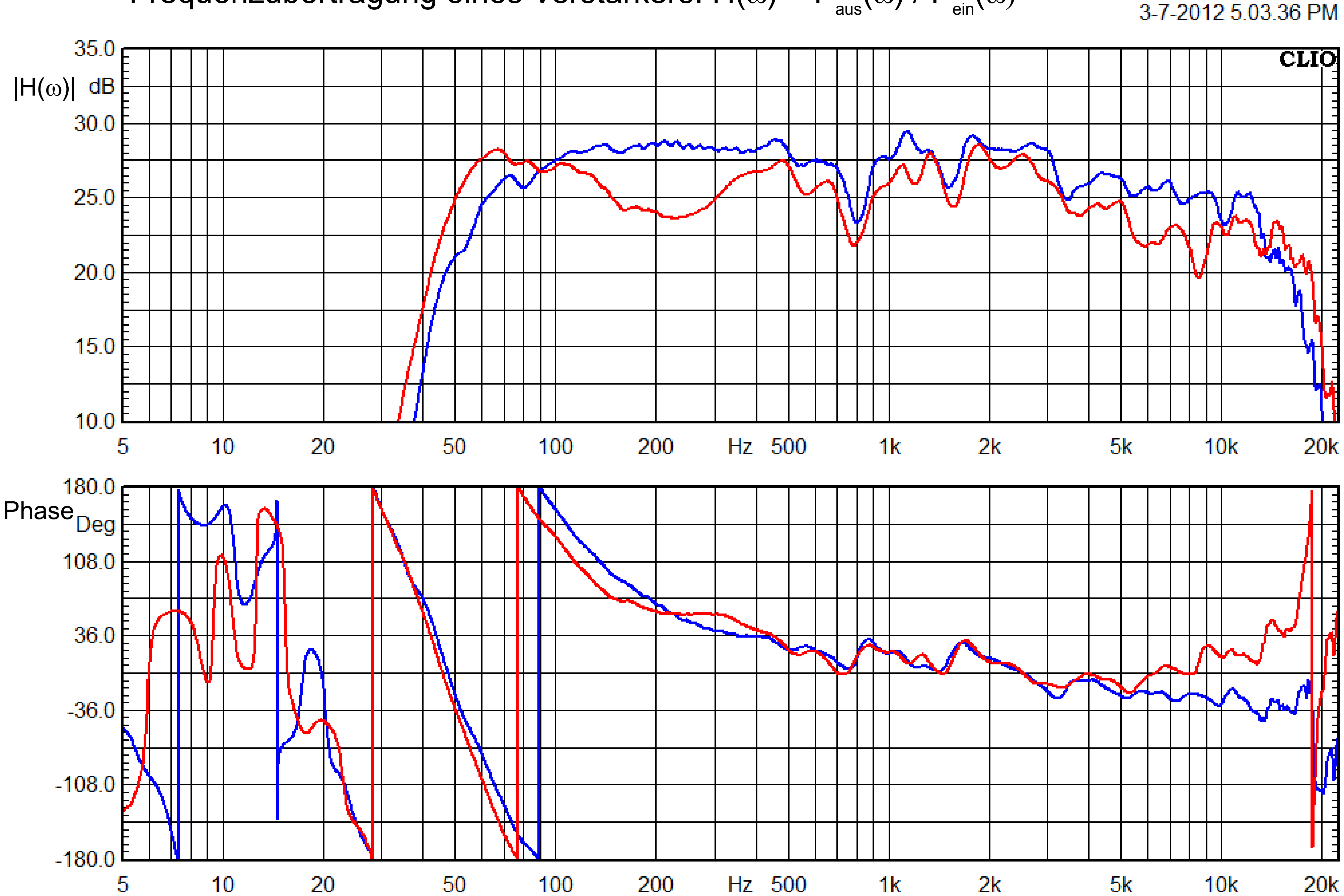
U_2/U_1	P_2/P_1	dB
1,414	2	3
2	4	6
	8	9
3,16	10	10
	20	13
10	100	20
	$1000=10^3$	30
$100=10^2$	$10000=10^4$	40
$1000=10^3$	10^6	60

$$\frac{P_2}{P_1} = 10 \Leftrightarrow 10 \cdot \lg 10\,\text{dB} =$$
$$= 10 \cdot 1\text{dB} = 10\text{dB}$$

$$P = U \cdot I = U^2 / R$$

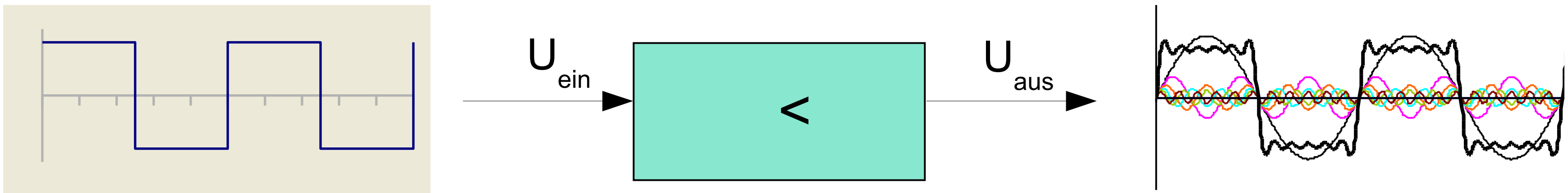
$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Leftrightarrow 10 \lg 2\,\text{dB} =$$
$$= 10 \cdot 0{,}3\,\text{dB} = 3\text{dB}$$

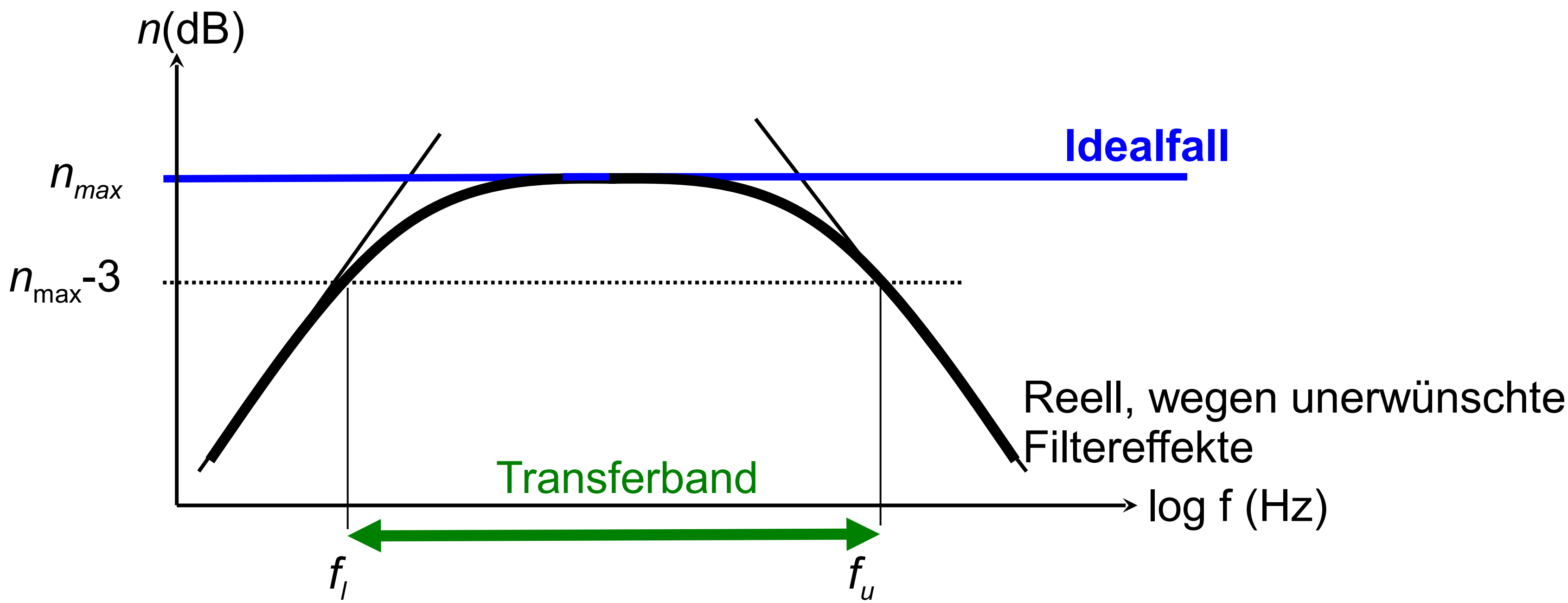
Frequenzübertragung eines Verstärkers. $H(\omega) = P_{aus}(\omega) / P_{ein}(\omega)$



Frequenzübertragung eines Konzertverstärkers. Blau: zu Lautsprecher , Rot: zu StageMonitor

Allgemein außer Pegel ($|H(\omega)|$ in dB) ist auch die *Phasenverschiebung* auch frequenzabhängig!



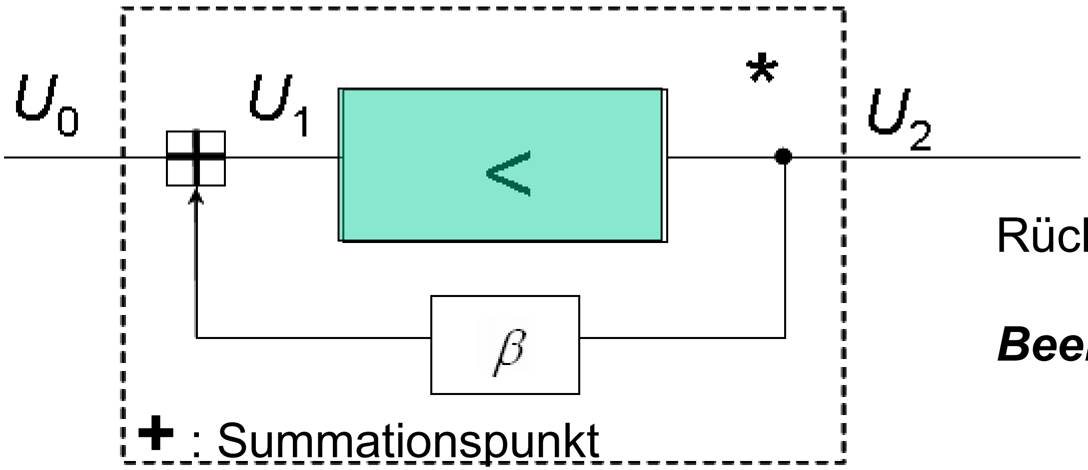


unser Signal kann schlechter werden, Frequenzkomponente können fehlen

Gefahr von Informationsverlust oder Informationsveränderung

Muss vermieden werden!

Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion



Rückkopplung bei Verstärker

Beeinflussen des Übertragungsfunktions

$$(a) \quad U_1 = U_0 + \beta U_2 \qquad (b) \quad A_U = \frac{U_2}{U_1}$$ = Verstärkung ohne Rückkopplung

$$(c) \quad A_U^{\,*} = \frac{U_2}{U_0} = \frac{U_1 A_U}{U_0} = \frac{(U_0 + \beta U_2) A_U}{U_0} = A_U + \beta \frac{U_2}{U_0} A_U = A_U + \beta A_U^* A_U$$

$$A_U^{\,*} - \beta A_U^* A_U = A_U$$

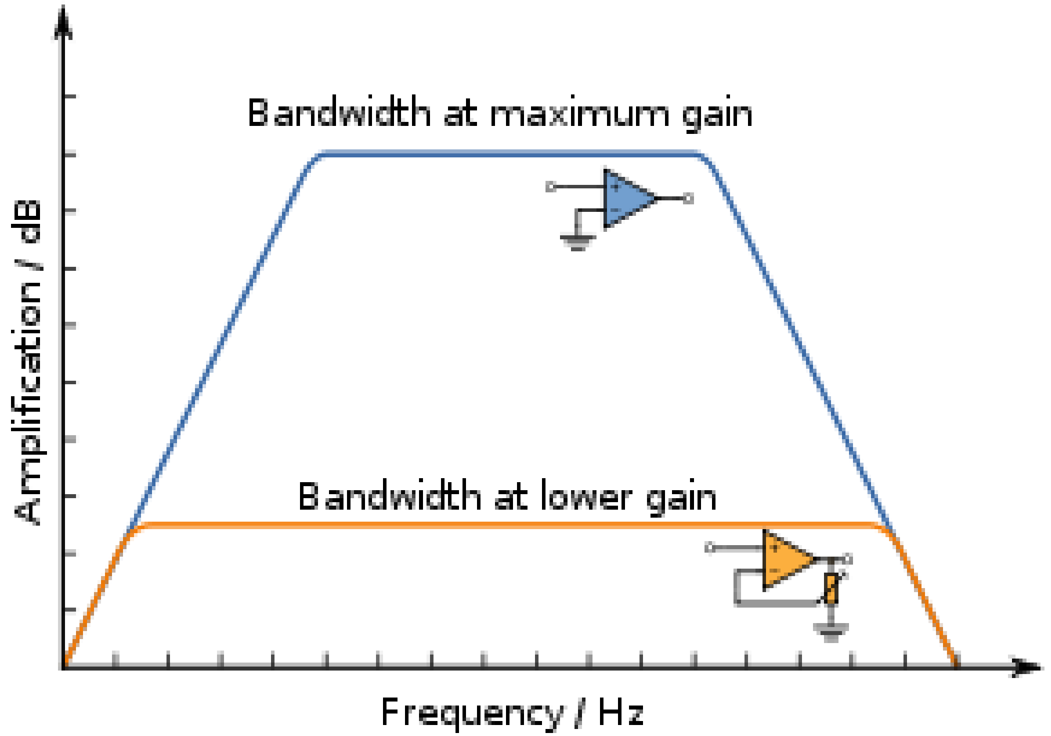
$$\boxed{A_U^{\,*} = \frac{A_U}{1 - \beta A_U}}$$ Verstärkung **MIT** Rückkopplung

$\beta > 0$: Mitkopplung
$\beta < 0$: Gegenkopplung
$A_u \beta = 1$: Oszillator (unendliche Verstärkung)

Verstärkeranalyse - Übertragungsfunktion

Verstärkungsbandbreitenprodukt
(Gain Bandwidth Product)

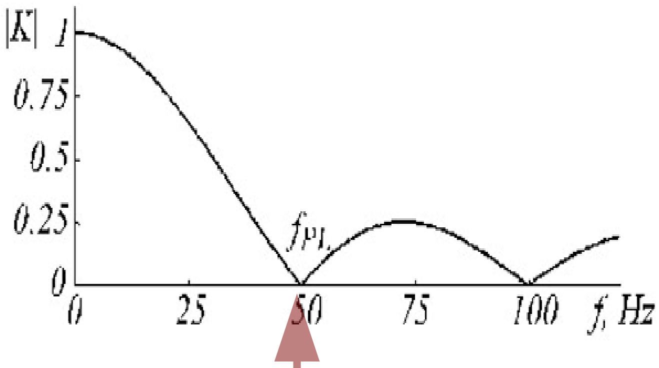
Verstärkung · Bandbreite = Konstant

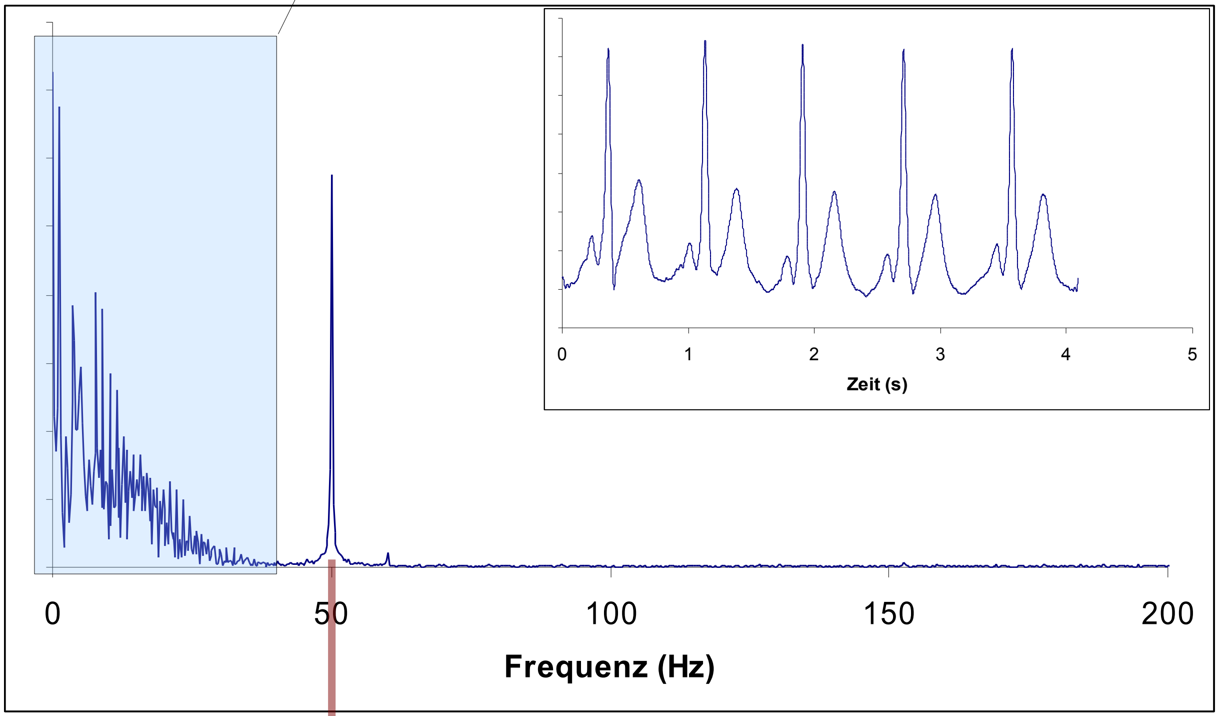


spezielle Verstärker dienen als *Rauschfilter*:

Nur die Teile des Spektrums werden übertragen, die Information tragen. Rausch wird unterdrückt.

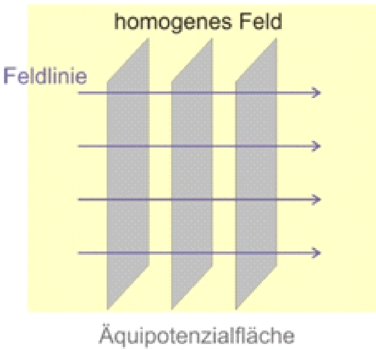
gewünschter Übertragungsfuntion

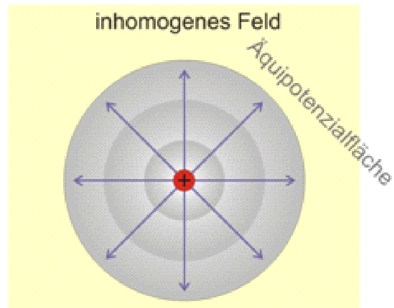




50Hz unterdrücken

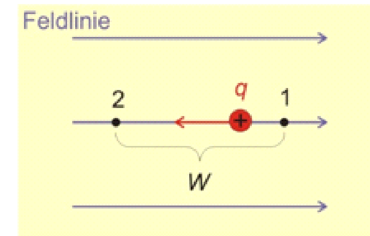
Elektrizitätslehre (siehe Skript!)





$$U_{21} = \frac{W}{q}$$

$$U_{21} = \varphi(2) - \varphi(1)$$

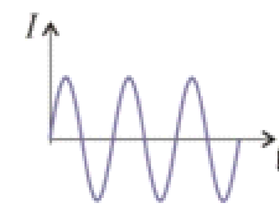


$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Stromstärke: transportierte Ladung /Zeit

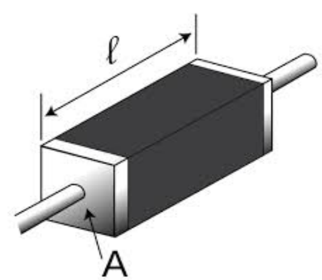
Gleichstrom

Wechselstrom



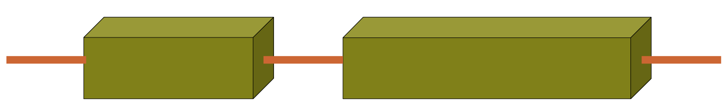
Widerstand:

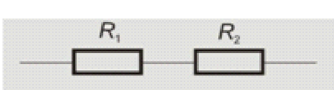
$$U = R \cdot I$$



$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

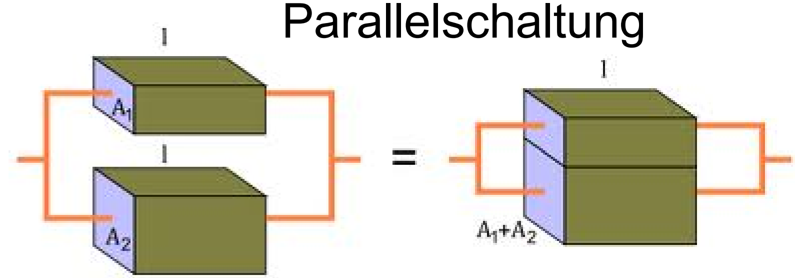
Reihenschaltung

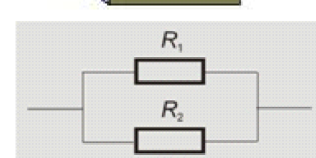




$$R = R_1 + R_2 + \ldots$$

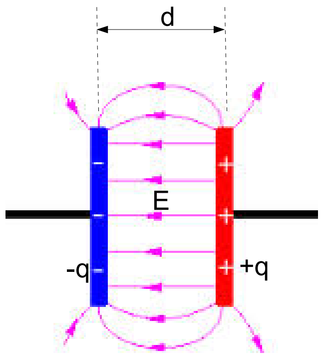
Parallelschaltung





$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$$

Kondensatoren



Plattenkondensator

$$U = E \cdot d$$

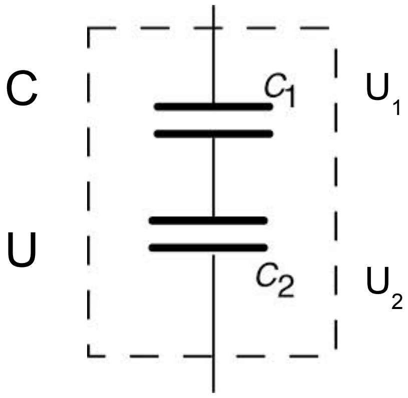
$$C = \frac{q}{U}$$ Kapazität

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Oberfläche

Dielektrizitätskonstante

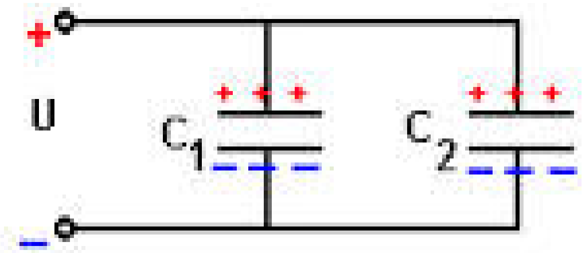
Reiheschaltung



$U = U_1 + U_2$
$U_1 = q/C_1$ und $U_2 = q/C_2$
aber $U = q/C$

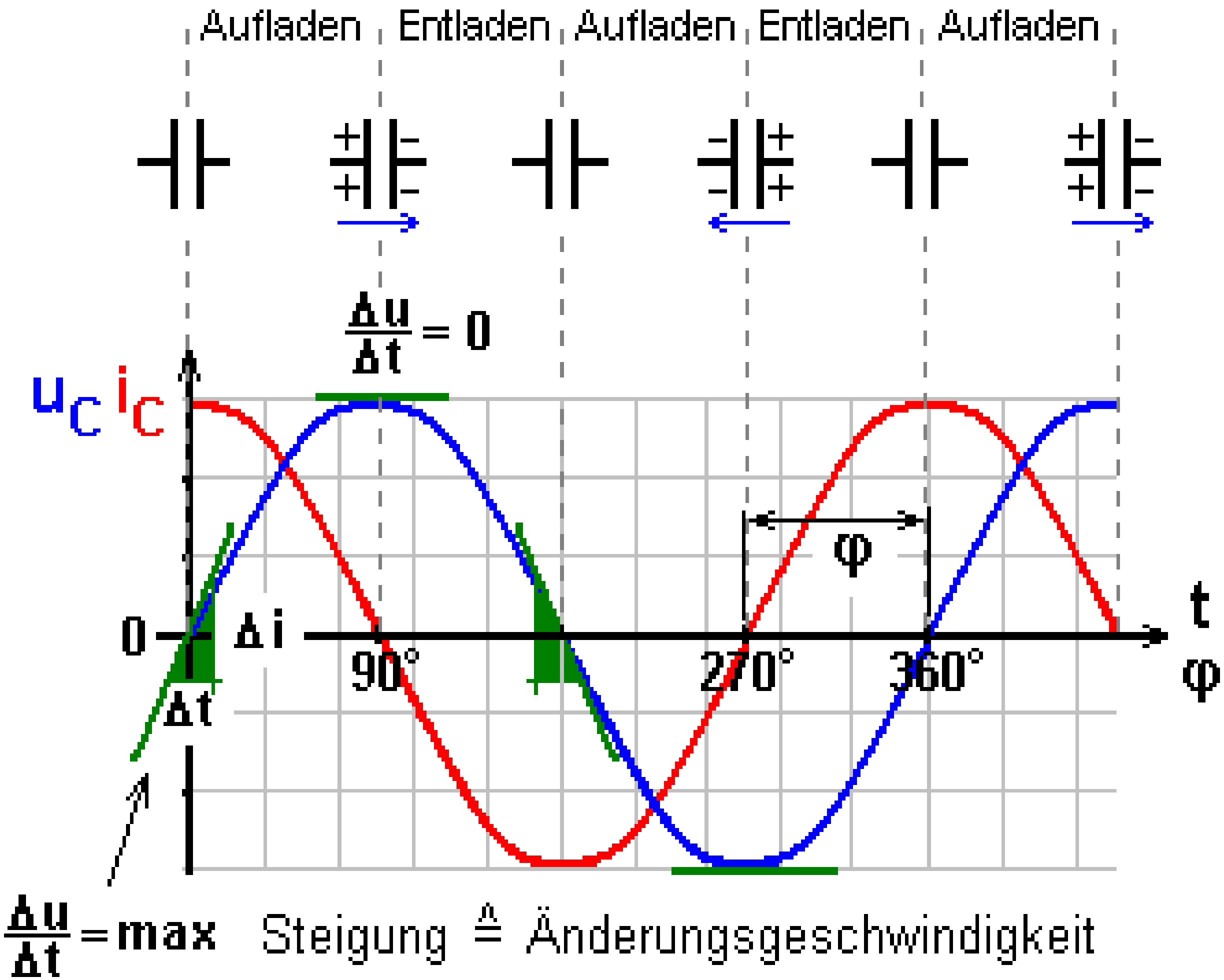
also
$1/C = 1/C_1 + 1/C_2$

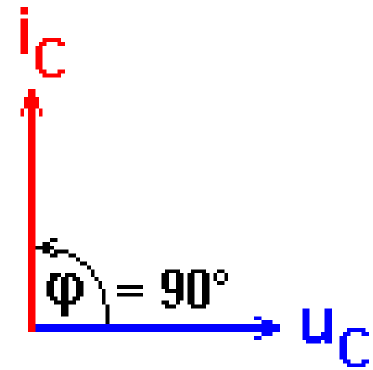
Parallelschaltung



$q = q_1 + q_2$
$C = q / U = q_1/U + q_2/U$
also
$C = C_1 + C_2$

Kapazität im Wechselstromkreis





$i_C = \Delta Q/\Delta t$

$$i_C = C \cdot \frac{\Delta u_C}{\Delta t}$$

Verlauf von Strom und Spannung an einer idealen Kapazität

$$U_C = U_{max} \sin(\omega t)$$

$$\frac{\Delta U_C}{\Delta t} = \omega \cdot U_{max} \cos(\omega t)$$

$$i_C = C \cdot \omega \cdot U_{max} \cos(\omega t)$$

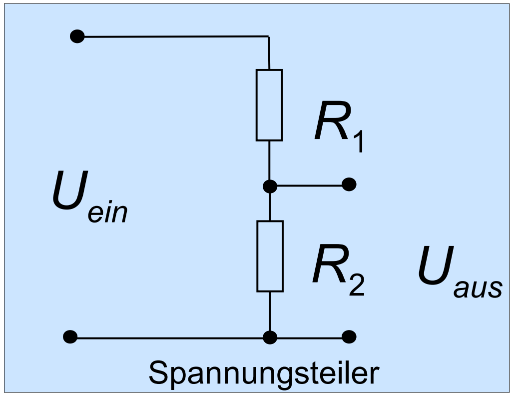
$$U_{c_{eff}} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \; und \; i_{c_{eff}} = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot U_{max}$$

Impedanz: $Z = U_{eff}/I_{eff}$ also $\mathbf{Z_c = 1 / \omega C}$

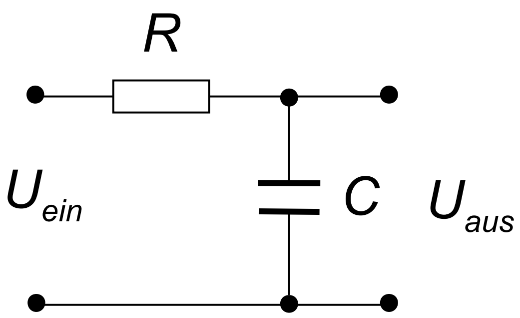
$\omega = 2\pi f$

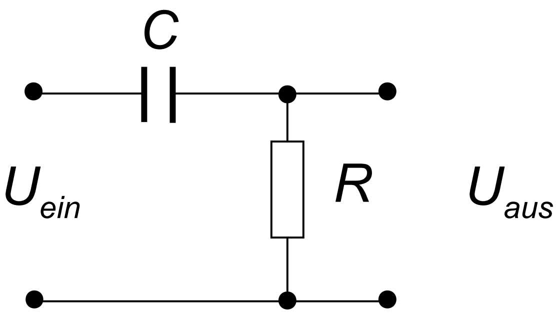
R/C Schaltungen - Filtern

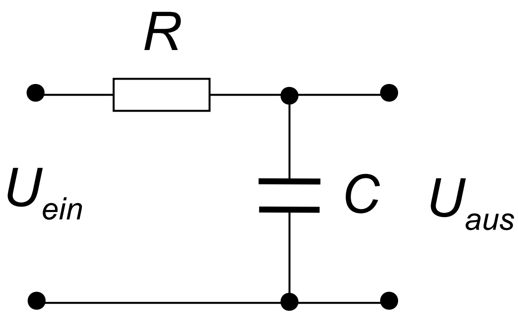


$$U_{aus} = U_{ein} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

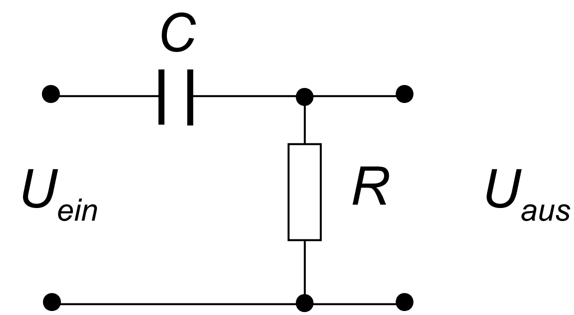
Ersetzen wir ein R mit C





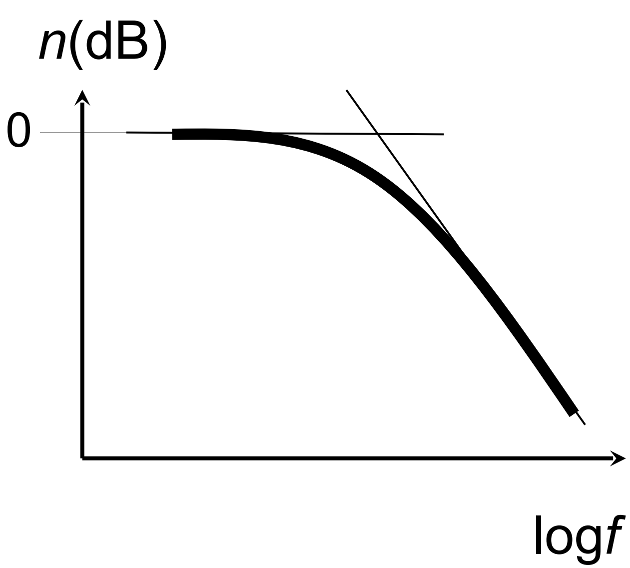


$$U_{aus} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$

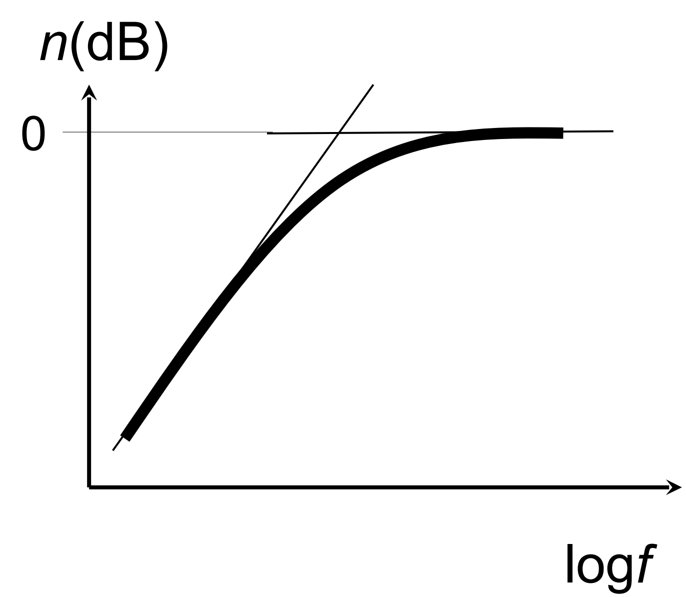


$$U_{aus} = \frac{R C \omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \cdot U_{ein}$$

Tiefpassfilter



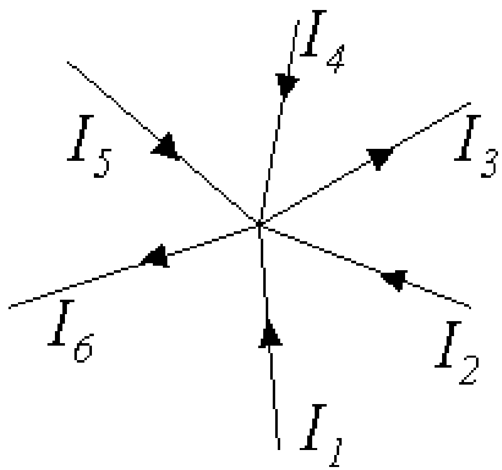
Hochpassfilter



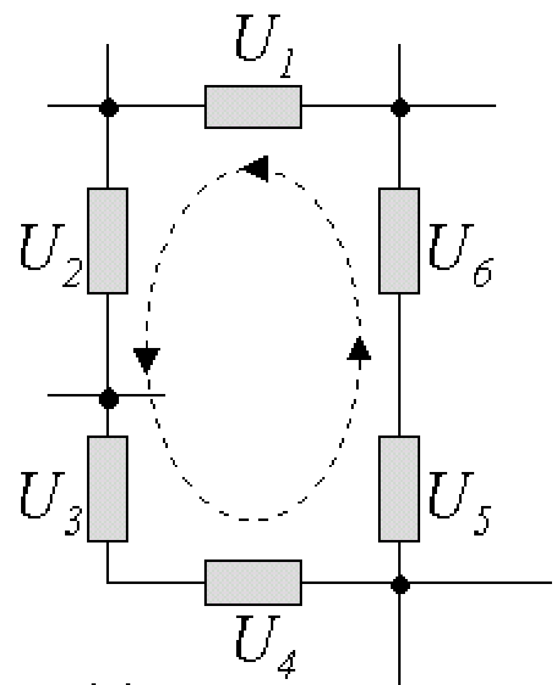
Kirchhoffsche Regeln

Knotenpunkt

$\Sigma I = 0$



Vorzeichen:
Ein: +
Aus: -

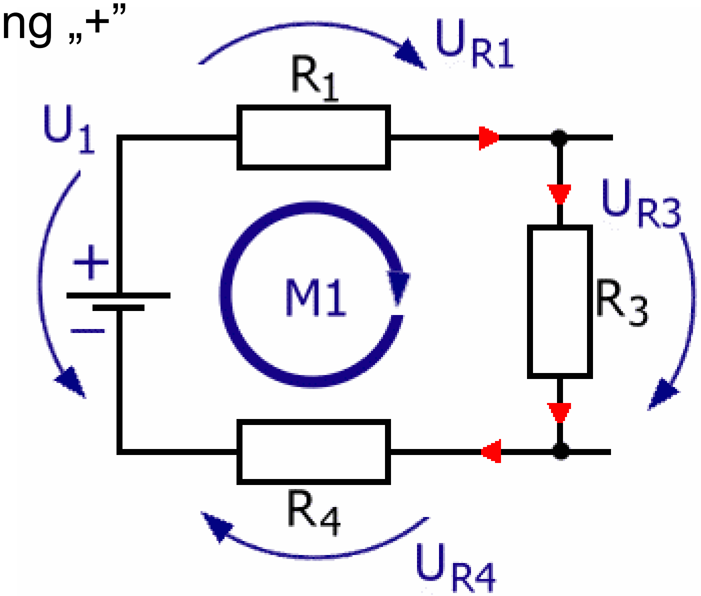


Masche

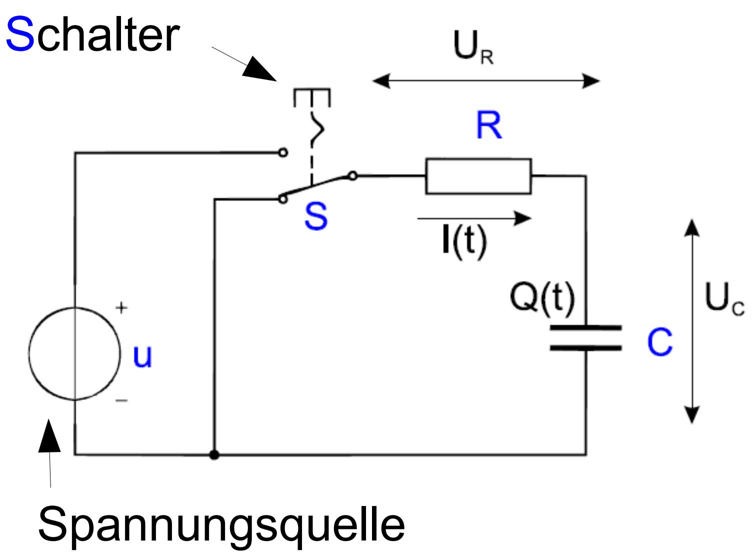
$\Sigma U = 0$

Vorzeichen:
Trifft die Umlaufrichtung der Masche mit der Richtung der jeweiligen Spannungszählpfeile überein, dann ist eine Spannung „+"

hier:
+ : U_{R1} , U_{R3}, U_{R4}
- : U_1



RC Stromkreise : Ein- und Ausschaltung



Grundgleichungen

$$U = R \cdot I = R \cdot \frac{dQ}{dt}$$

$$Q = \int I dt = U \cdot C$$

+ Kirchhoff

Maschenregel:

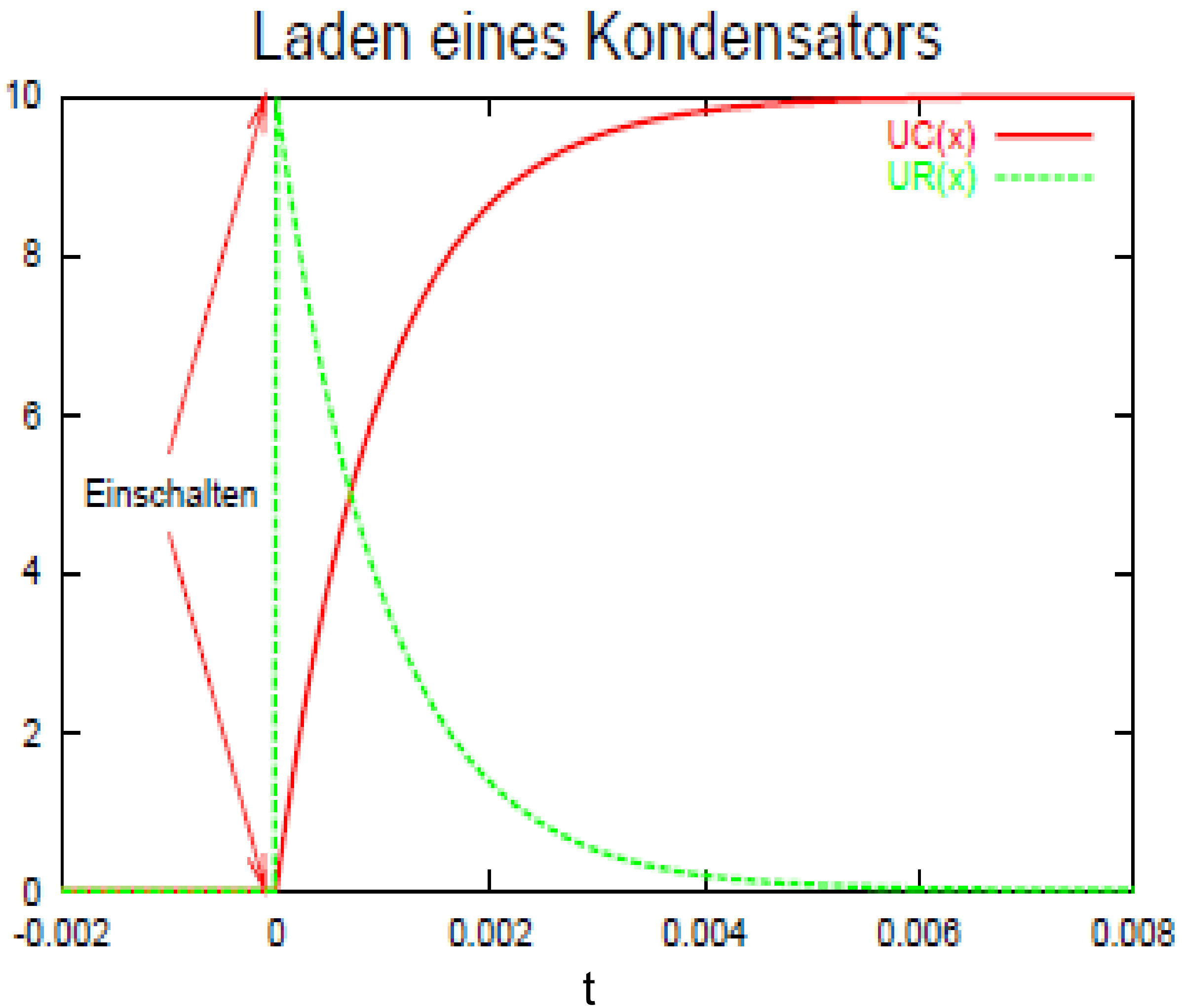
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R + \frac{Q}{C} = U_{max} = u$$

$$Q(t) = U_{max} \cdot C \left(1 - e^{-t/(RC)}\right)$$

$\supset$

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = U_{max} \left(1 - e^{-t/(RC)}\right)$$

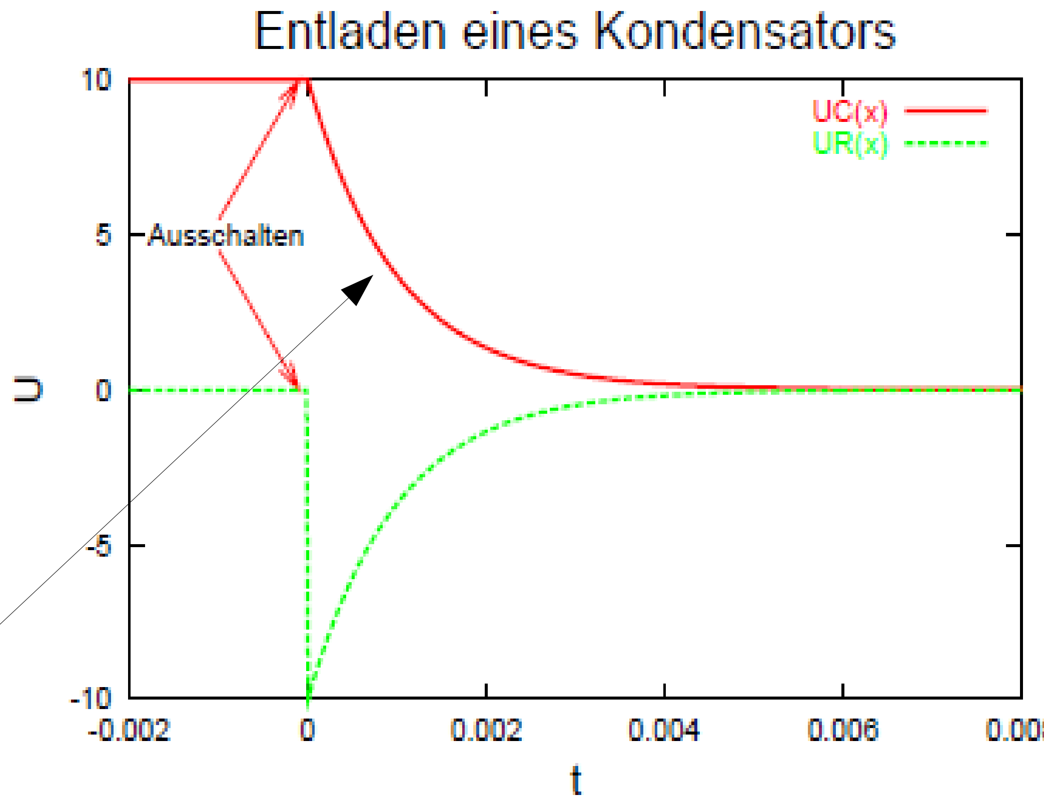
τ = RC
Zeitkonstante



$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot R + \frac{Q}{C} = 0$$

$$Q(t) = C \cdot U \cdot e^{-t/(RC)}$$

$$U_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = U \cdot e^{-t/(RC)}$$



$\tau = RC$
Zeitkonstante

Beispiel:
R=10 kΩ
C=20 μF

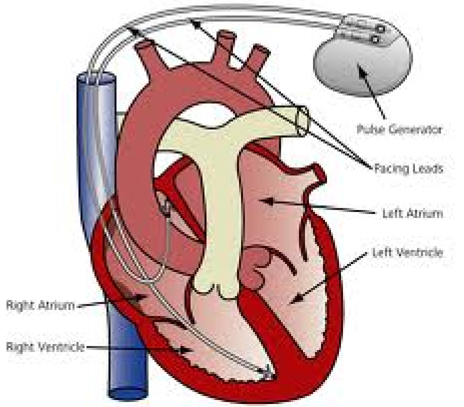
τ = 200 ms

Exponentialkurve

bei $t = \tau$ ist $U = U_0 / e$

$$I(t) = \frac{U}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$$

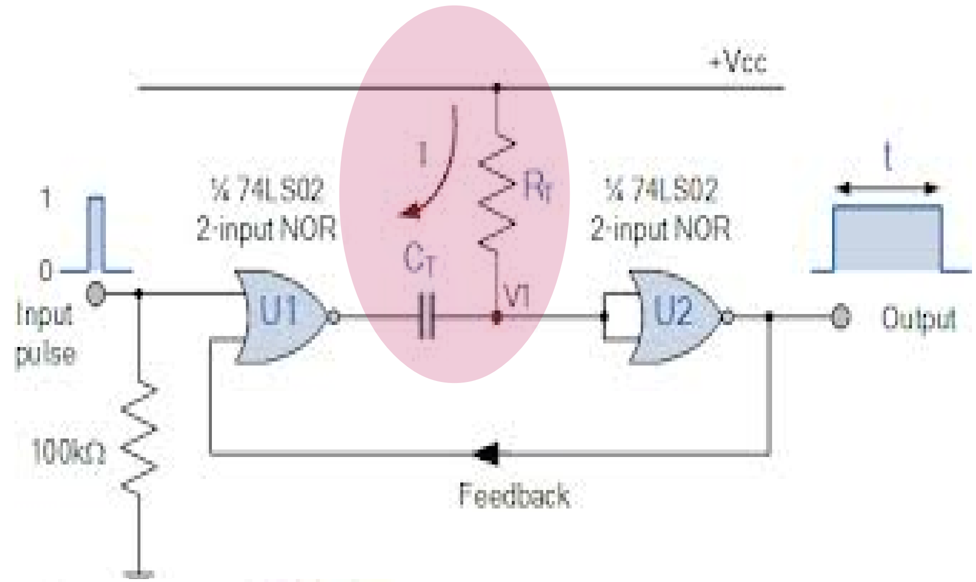
Defibrillator

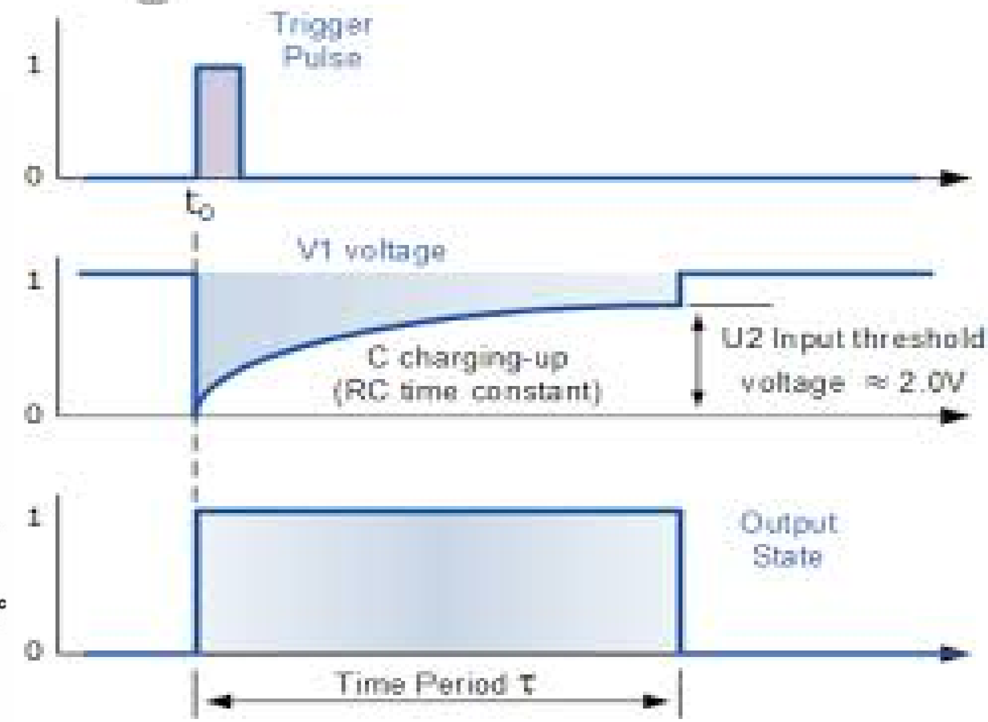


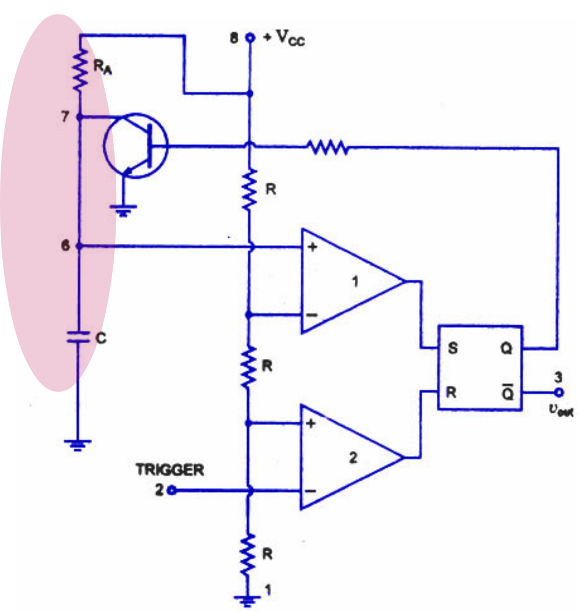
Herzschrittmacher

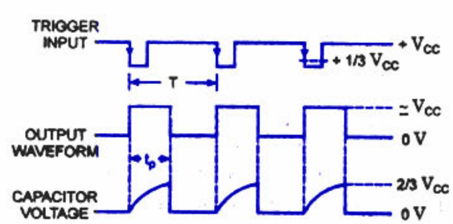
RC-Kreis als Monostabiler Multivibrator

τ = **RC**
Zeitkonstante





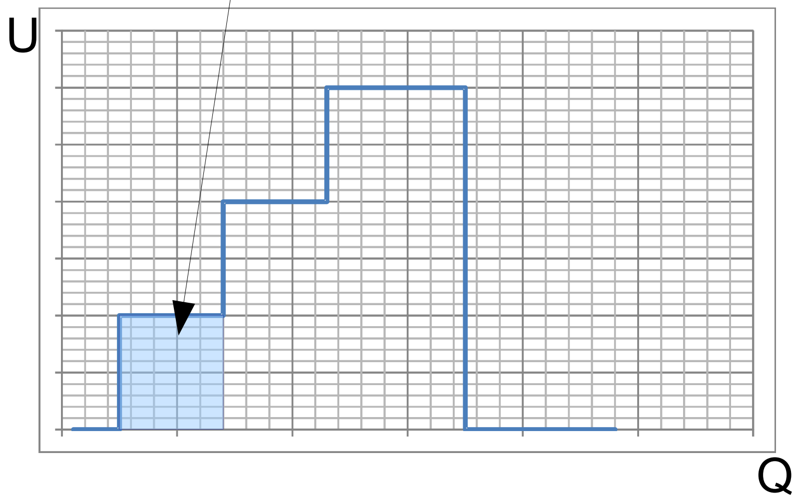


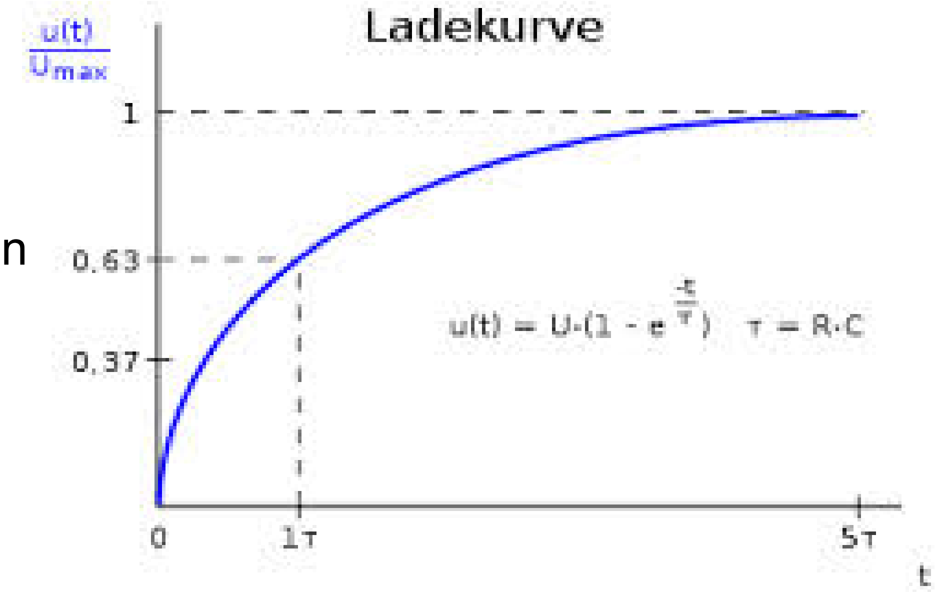


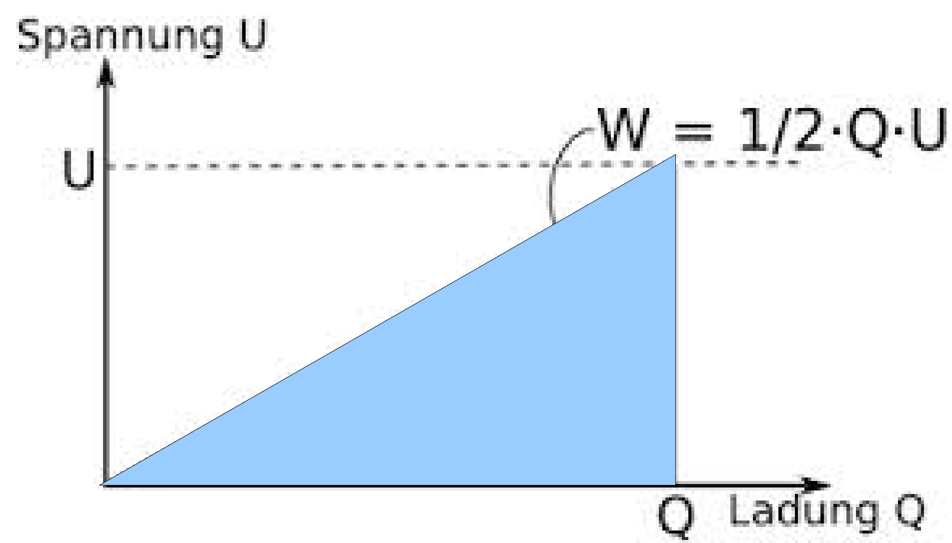
die konkrete Schaltungen sind nicht zu lernen...

Energie im Kondensator

Um eine kleine Ladungsmenge zu transportieren braucht man $\Delta W = \Delta Q * U$ Energie zu leisten. ($P=UI$, $W=Pt$, $I=Q/t$)





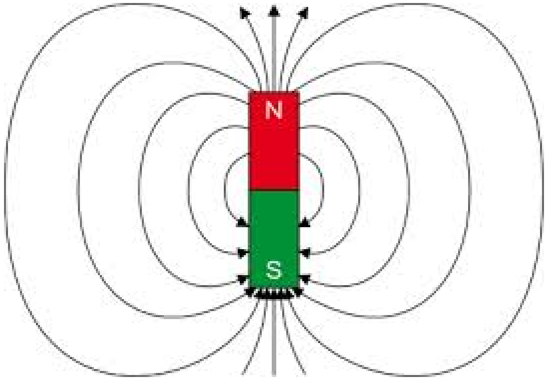


Wärend der Ladekurve aber ändert sich U. Trotzdem, W = Oberfläche unter der Kurve

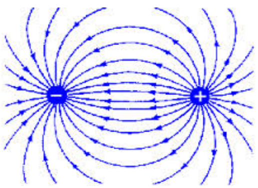
gespeicherte Energie im Kondensator:

$W = ½QU = ½CU^2$

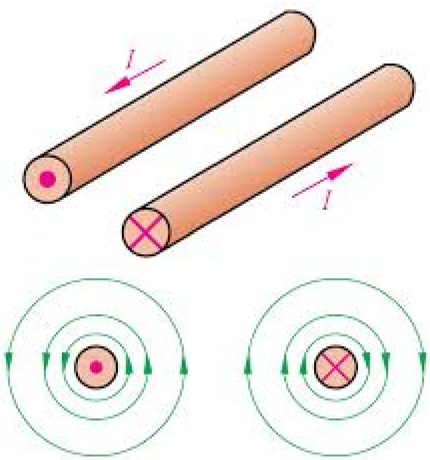
Magnetfelder, Spulen



Bei Magnetfelder gibt es kein Monopol, kleinste einheit ist ein Dipol.



ähnlich zu el. Dipol

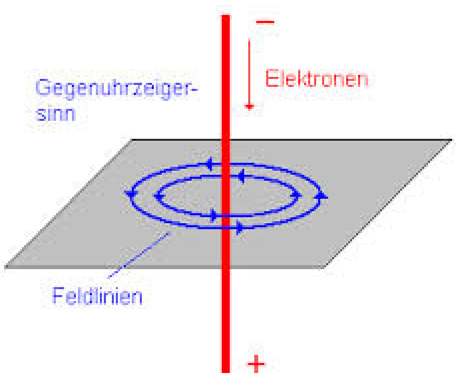


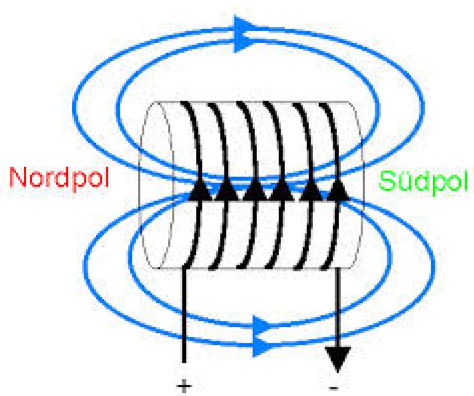
bewegende Ladungen induzieren ein Magnetfeld

(mit Flussdichte $\overline{\mathbf{B}}$)

im Stoff gilt es $\overline{\mathbf{H}} = 1/\mu_0 * \overline{\mathbf{B}} - \overline{\mathbf{M}}$ ($\overline{\mathbf{M}}$ ist Magnetisierung im Stoff)

$\overline{\mathbf{M}}$ ist oft parallel zu $\overline{\mathbf{B}}$, in diesem Fall : $\overline{\mathbf{H}} = 1/(\mu*\mu_0) * \overline{\mathbf{B}}$

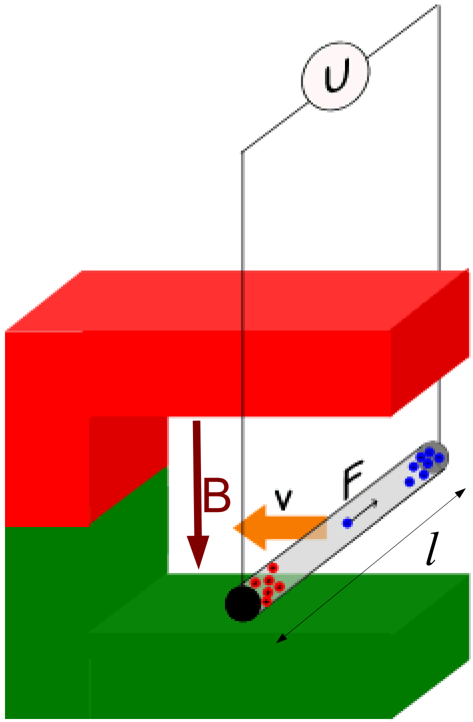




Elektromagnet

Induktion

Wenn Ladungen im Magnetfeld bewegt werden, wirkt eine senkrechte Lorentzsche Kraft : $F_L = q{\cdot}v{\cdot}B$



Wenn + und – Ladungen vorhanden sind, dann gibt es eine Ladungstrennung, bis $F_E = -F_L$ ist.

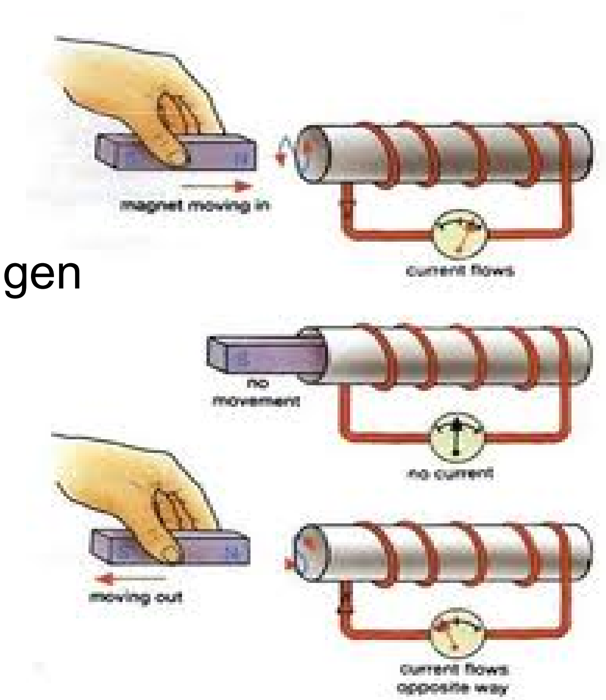
Also $qE = -qvB$ davon folgt, weil $E=U/l$:

$U_{ind} = -l{\cdot}v{\cdot}B$ und $l \perp v \perp B$

Aber, $l{\cdot}v = \Delta A/\Delta V$ so können wir die Gleichung umschreiben:

$$U_{ind} = -\Delta(A\mathbf{B})/\Delta t = -\Delta\Phi/\Delta t$$

Mag.Fluss



Wenn wir eine Spule haben mit N Windungen dann ist $U_{ind} = -N{\cdot}\Delta\Phi/\Delta t$

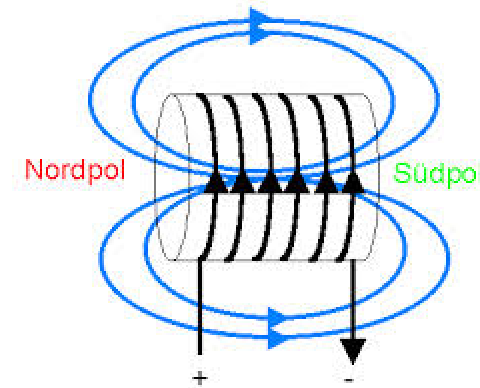
Induktivität

Spule: produziert einen Magnetfeld (mit Strom), aber auch induzierte Spannung!

$\mathbf{B} = \mu_0 N I / l$

$U_{ind} = -N \cdot \Delta\Phi/\Delta t$

wobei hier $\Delta\Phi/\Delta t = A \cdot \Delta\mathbf{B}/\Delta t$



volge:
Selbstinduktion wirkt gegen die Stromstärkeänderung.

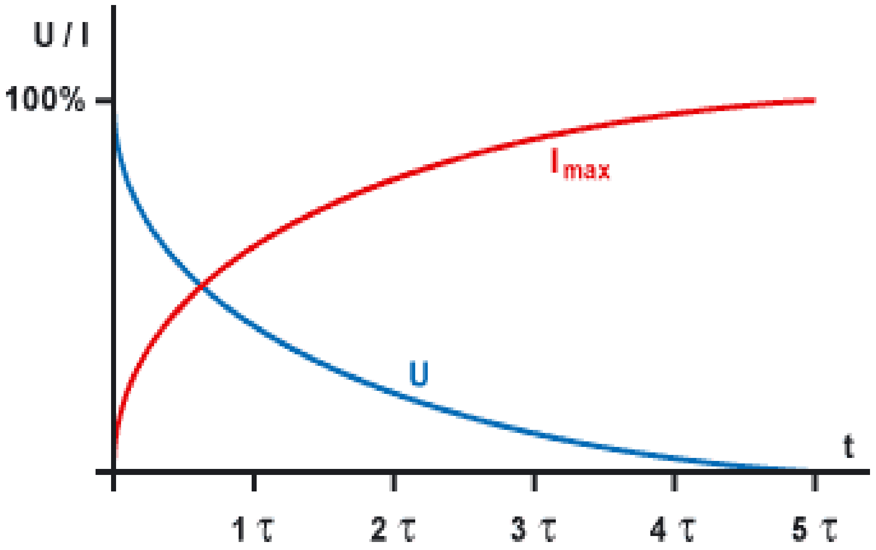
Maß ist Induktivität: $U_{ind} = L \cdot \Delta I/\Delta t$

Einheit: Henry.
Induktivität ist 1H wenn sich die Stromstärke in eine Sekunde durch 1A ändert, und 1V Spannung wird dadurch induziert.

Diese Spannung ist dabei so gerichtet, dass sie einer Stromänderung über einer bestimmten Zeit entgegen wirkt.

Es braucht Arbeit um ein Magnetfeld in der Spule aufzubauen: die Spule speichert Energie

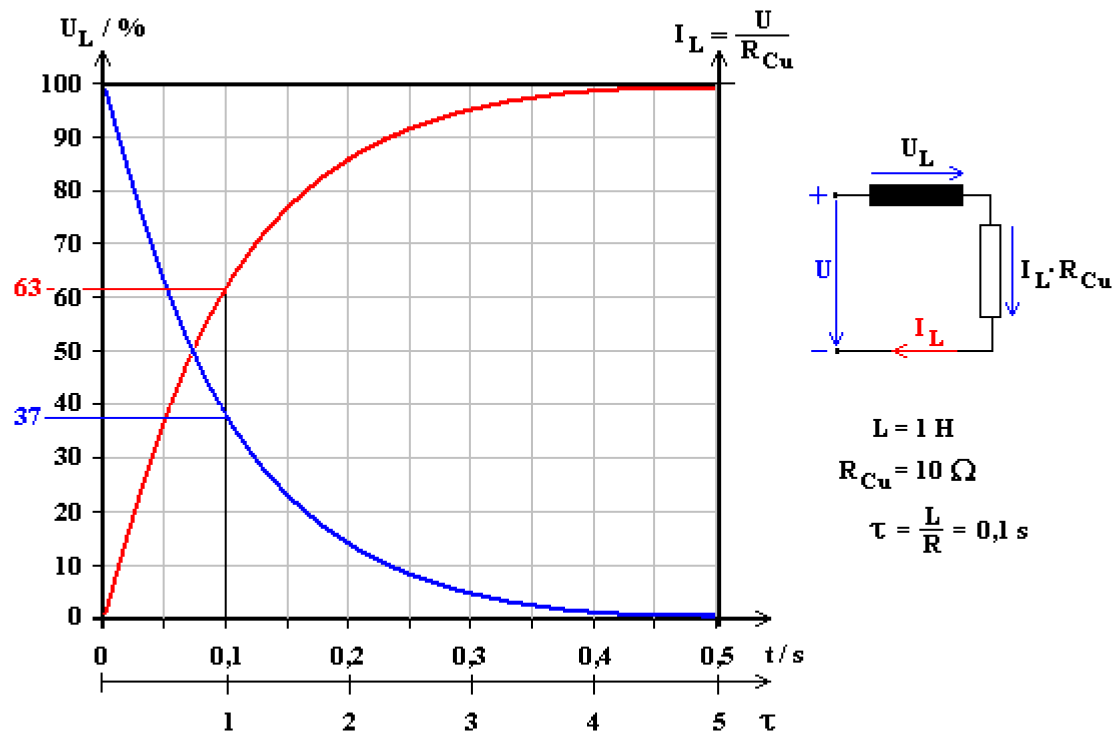
$W = \frac{1}{2} L I^2$



Spule im Stromkreis

Energie der Spule:
$\Delta W_{magn} = U_{ind}\ I\ \Delta t$
$U_{ind} = L \cdot \Delta I / \Delta t$
also
$\Delta W_{magn} = L\ I\ \Delta I$
im Integralform:

$W = L \int I\ dI = \frac{1}{2} L I^2$



Maschenregel: $U = U_{ind} + RI$
$U_{ind} = L \cdot \Delta I / \Delta t$
bei sinus-Strom: $U_{ind,eff} = \omega L\ I_{eff}$

$X_L = \omega L$

Impedanz der Spule

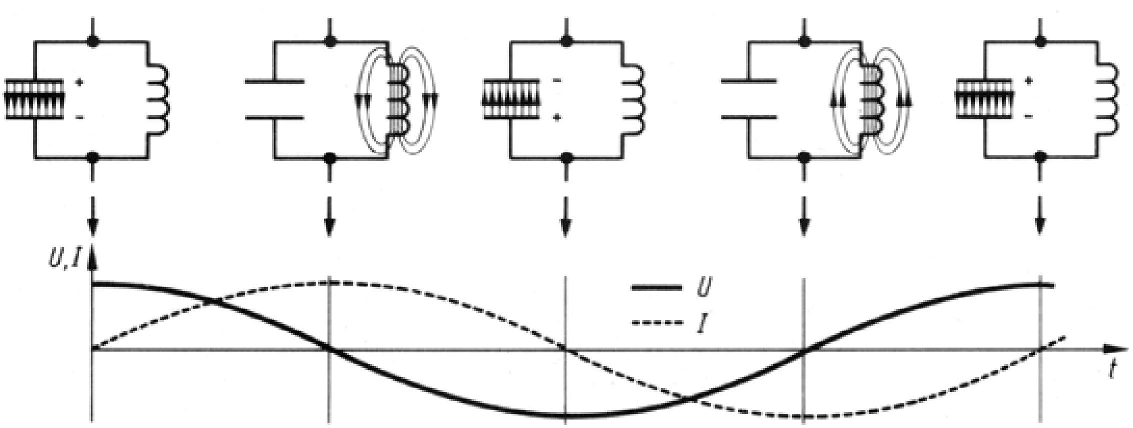
Schwingkreis

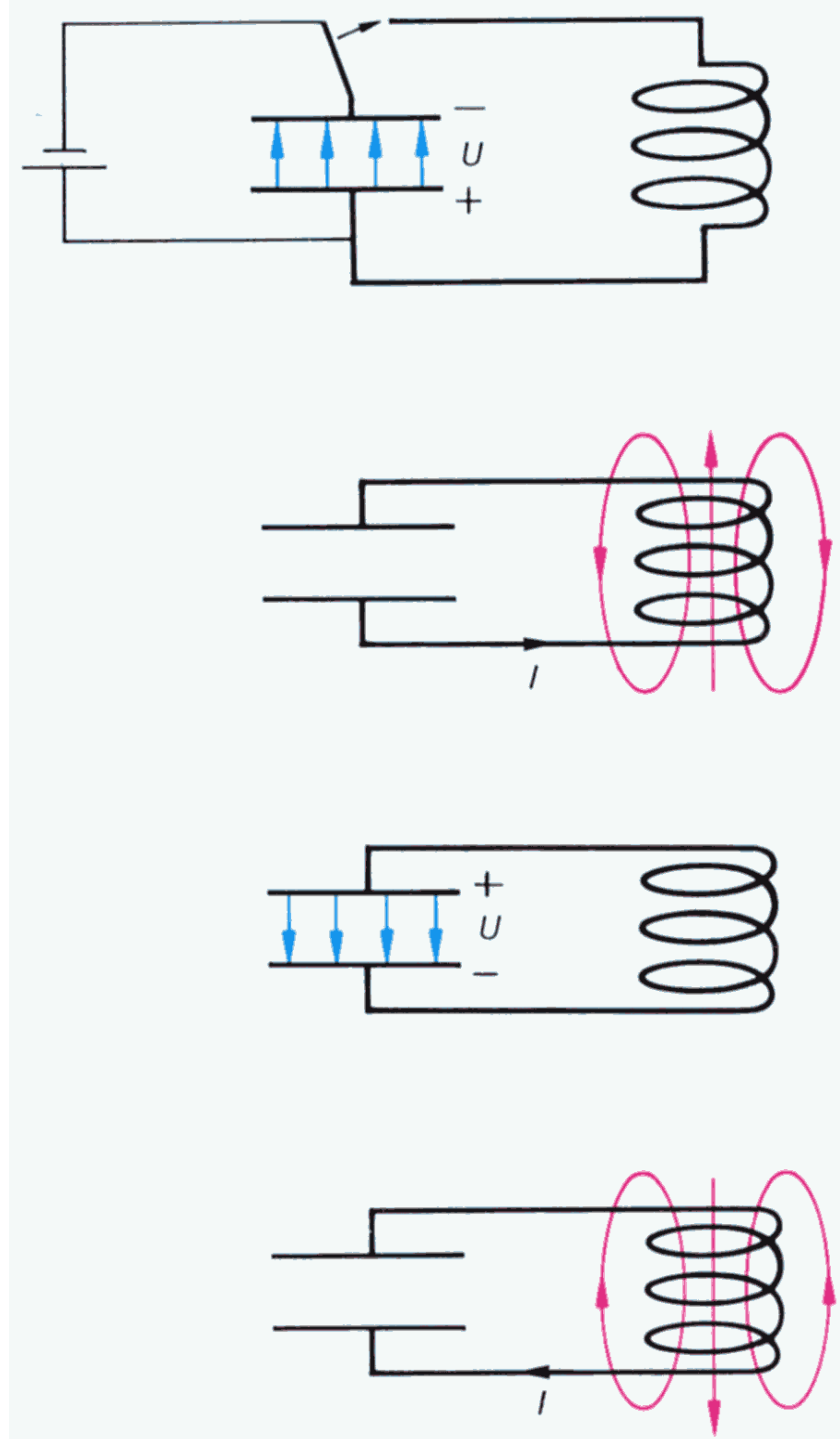
Zuerst wird der Kondensator aufgeladen, und Energie gespeichert.
Dann pendelt die Ladung zwischen der zwei Platten so, dass während Strom fließt, wird die Energie in dem Magnetfeld gespeichert.

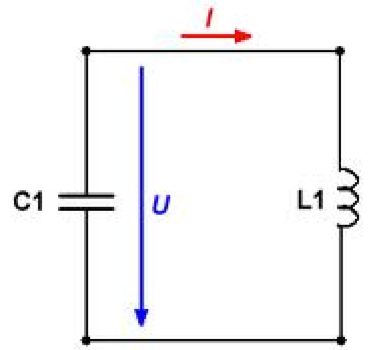
$$\tfrac{1}{2}CU_{max}^{2} = \tfrac{1}{2}LI_{max}^{2}$$

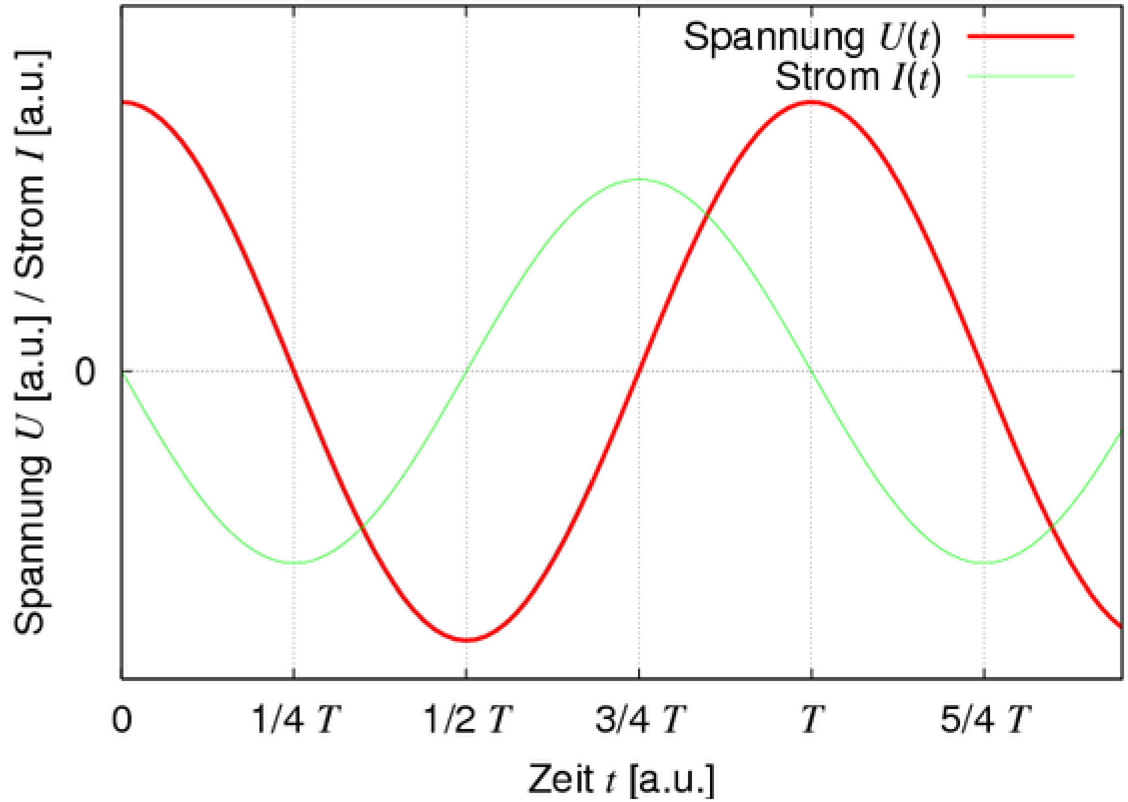
Die Frequenz ist abhängig von L und C:

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

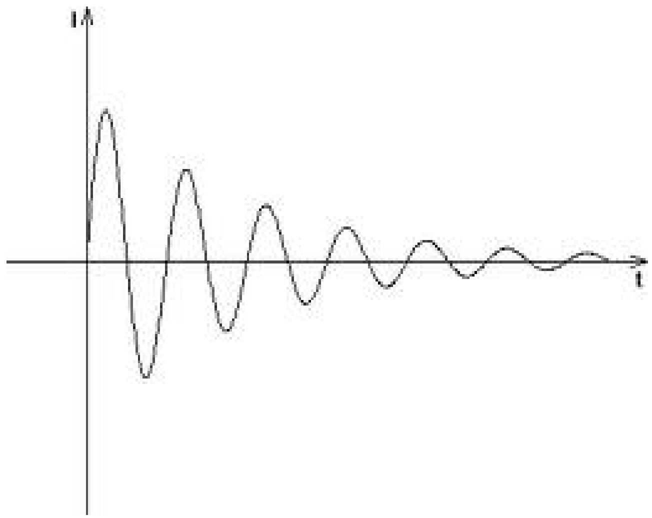






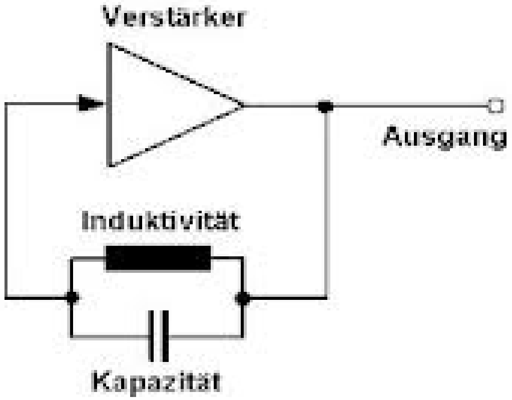


Idealfall: Sinussignale



Im reellen Schwingkreis gibt es Verluste, alsi nimmt die Amplitude ab.

Mit hilfe von einem Verstärker kann man es vermeiden: Sinusoscillator.



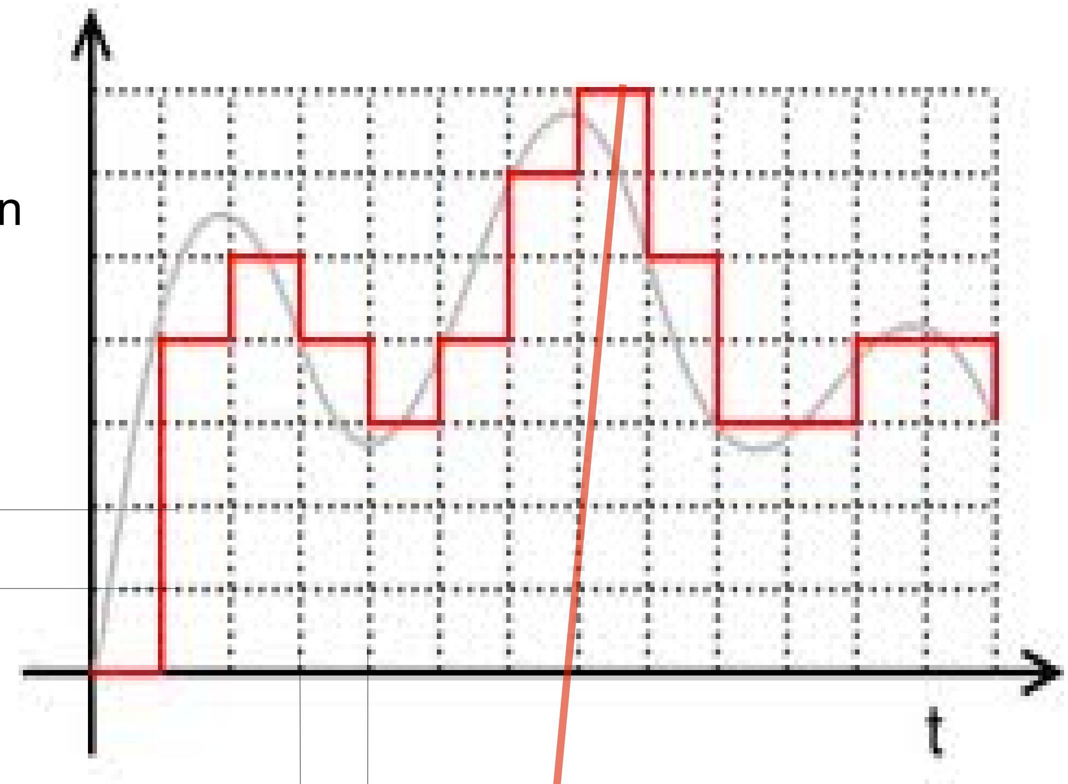
Verstärker mit positiver Rückkopplung.
die Rückkopplungsschaltung ist ein Schwingkreis

digitale Signaleverarbeitung - DSP

Wir stellen analoge Signale als
eine Reihe von Zahlen dar.

Wir messen die Testgröße in diskreten
Zeitpunkten, und übertragen diese
Messwerte.

Messauflösung



digitale Signale sind zeitlich und wertlich ***diskret***

T

Zeitauflösung

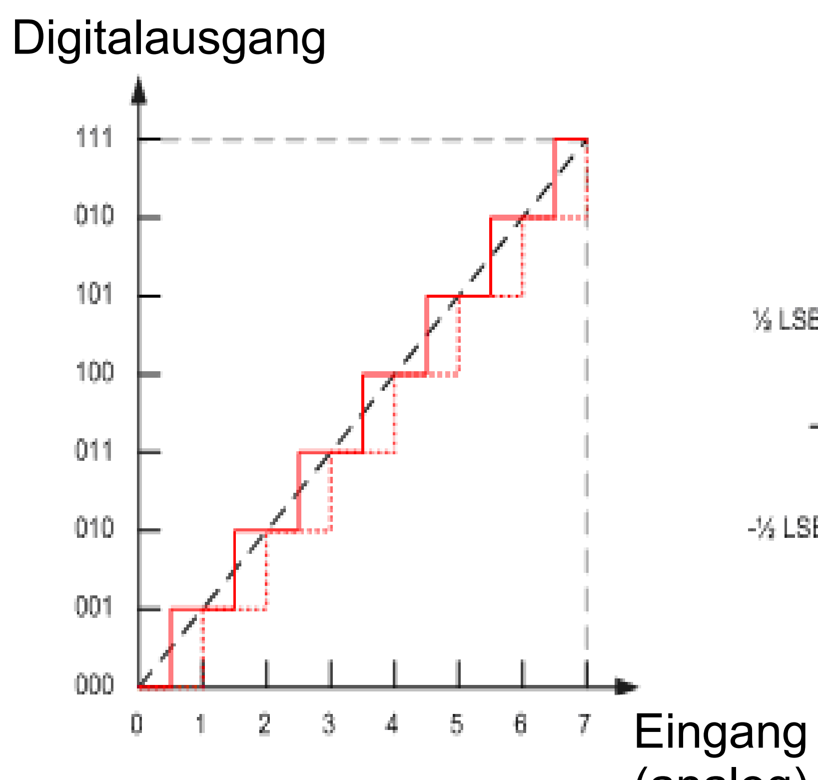
Zahlen können einfach, und
störungslos weitergegeben werden

0 4 5 4 3 4 6 7 5 4 4 5 5 ...

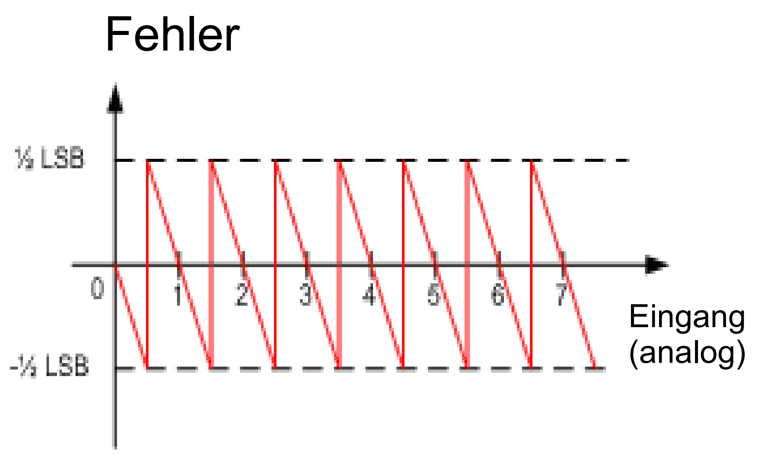
digitale Signale – Quantifizierung (Kodierung)

digitale Signale sind
zeitlich und wertlich ***diskret***

Was passiert mit Werte dazwischen?
Die gehen verloren!
(gewisse Informazionsverlust)



(a)



(b)

SRV der A/D Umwandlung : Ergänzungsmaterial!

Frage: wie viel Rausch wird durch eine bestimmte A/D Umwandlung produziert?

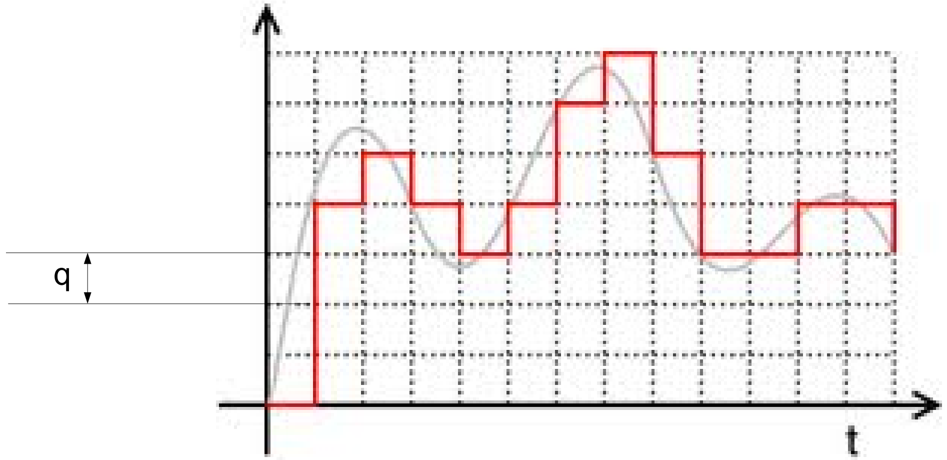
Sei die Auflösung der Messung ist q, und sei der Signal ein Sinussignal (Amplitude =1, R=1 Ohm).
In diesem Fall ist die Leistung P_A = ½ W.
Der Quantisierungsfehler entspricht eine Gleichverteilung mit der Umfang von q.
Leistung des Rausches ist gleich dem Verianz der Gleichverteilung ($q^2/12$)

$$\text{SRV} = \mathrm{SNR} = \frac{P_A}{\sigma^2} = \frac{1/2}{q^2/12} = \frac{6}{q^2}$$

Quantisierungsfehler kann verkleinert werden durch der verfeinerung der Auflösung.
ABER: Je feiner ist die Auflösung, desto langsamer ist ein A/D Umwandler!

Das kann problematisch sein, siehe Nyquist später.

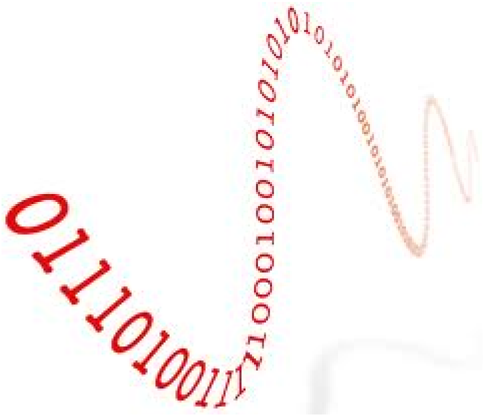
Kompromiss: wählen wir q so, dass SRV wegen Digitalisierung alleine ungefähr 10x größer bleibt als SRV des Originalsignals.

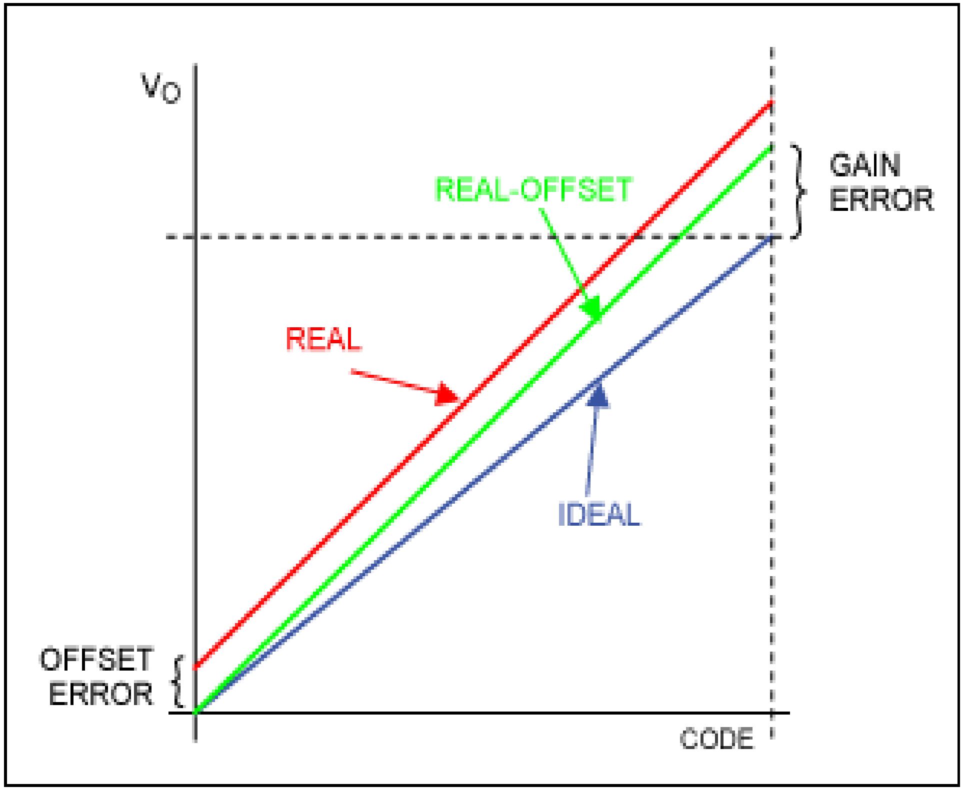


digitale Signale – Widerherstellung (DAC) (Dekodierung)

digital zu analog Umwandler

Einfach nahe zu ideal Umwandler zu bauen.





einige Fehlermöglichkeiten:

„offset" : wenn Zahl = 0 dann $U_{aus} \neq 0$

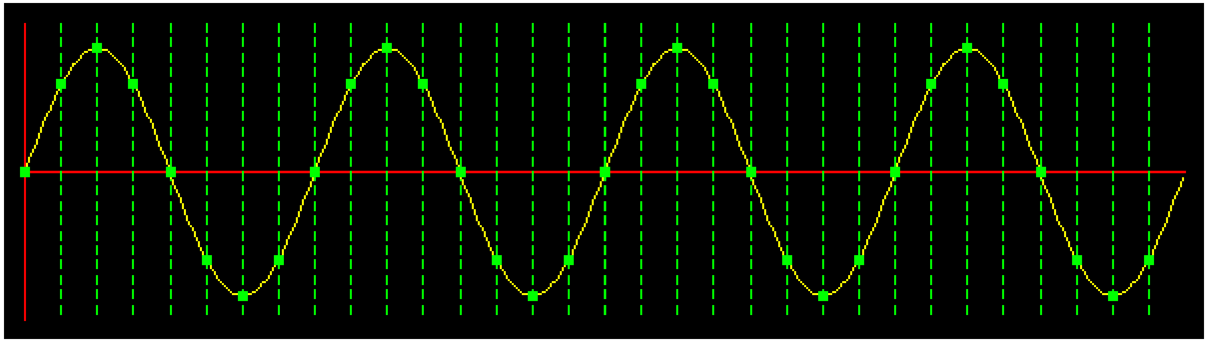
„gain error": z.B. wenn Zahl = 10, dann $U_{aus} \neq 10$ V

digitale Signale – „Sampling”: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion”

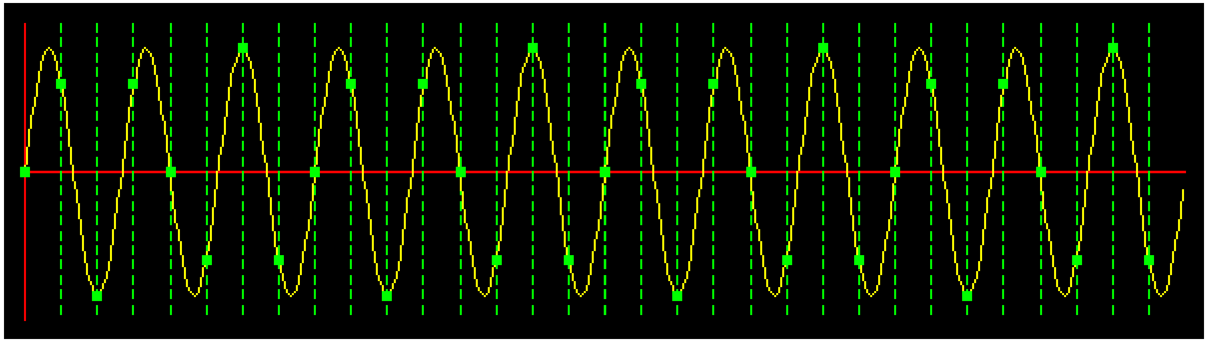
f   = 1000 Hz
fs = 8000 Hz

gut



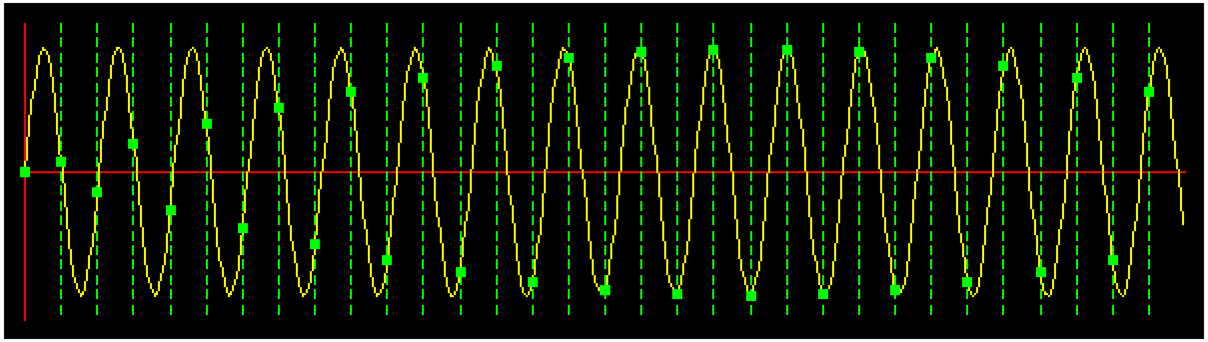
f   = 3000 Hz
fs = 8000 Hz

Noch gut



f   = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

Immer noch gut

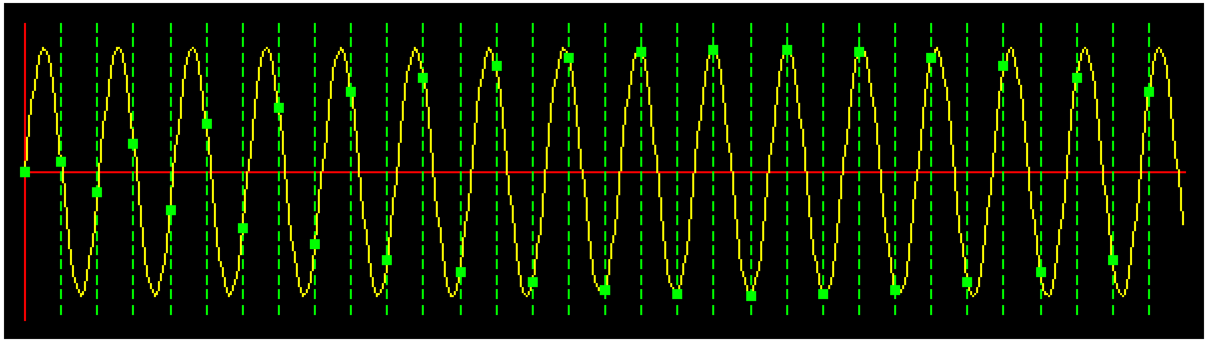


digitale Signale – „Sampling”: Abtastung

Für nicht sinusförmige Signale: „zuerst Fourier, dann Abtastung von jeder Sinusfunktion”

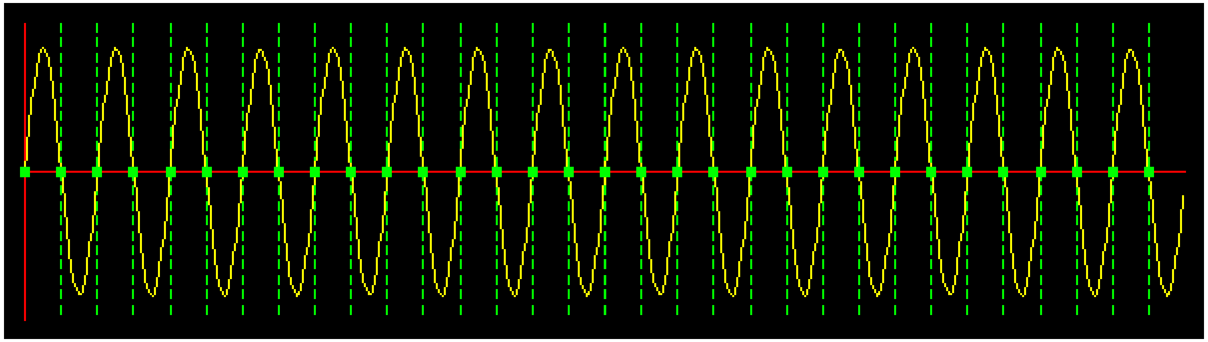
f = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

Immer noch gut



f = 4000 Hz
fs = 8000 Hz

▪ ▪ ▪ ▪ Signal weg!



die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

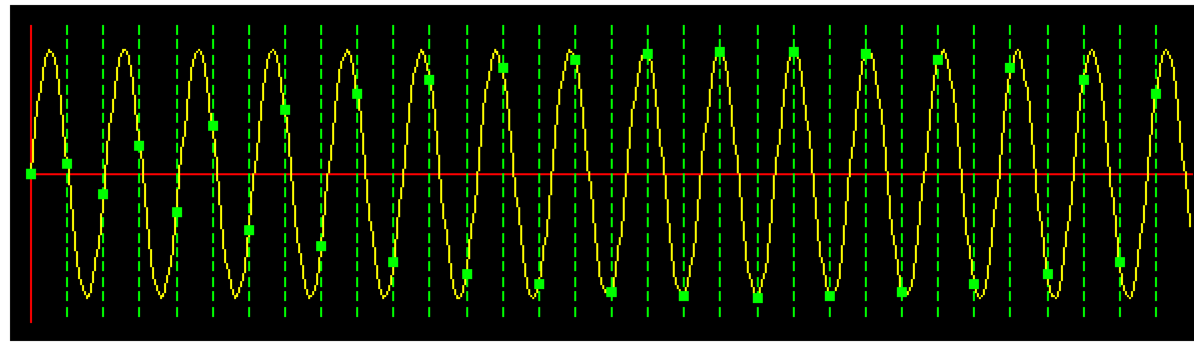
digitale Signale – Nyquist

die Nyquist-Theorie: Abtastfrequenz muss mindestens 2x der Frequenz des Sinussignals sein

gut

f   = 3900 Hz
fs = 8000 Hz

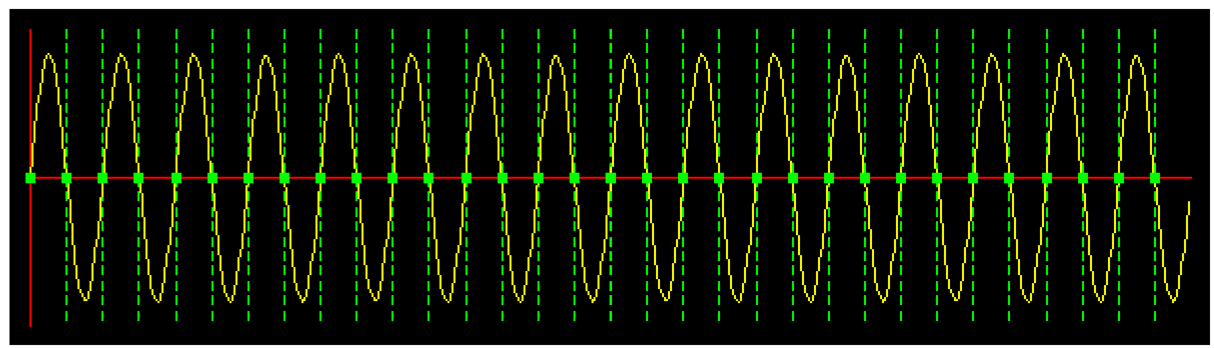
noch gut



schlecht

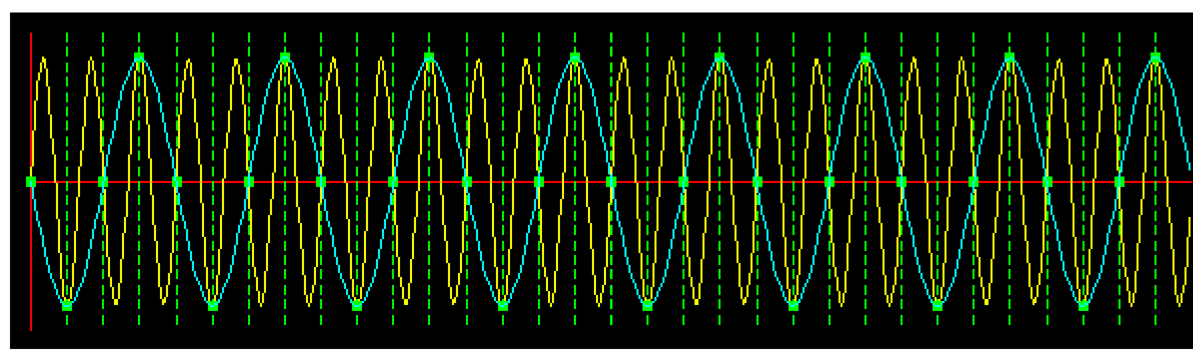
f   = 4000 Hz
fs = 8000 Hz

Signal weg!



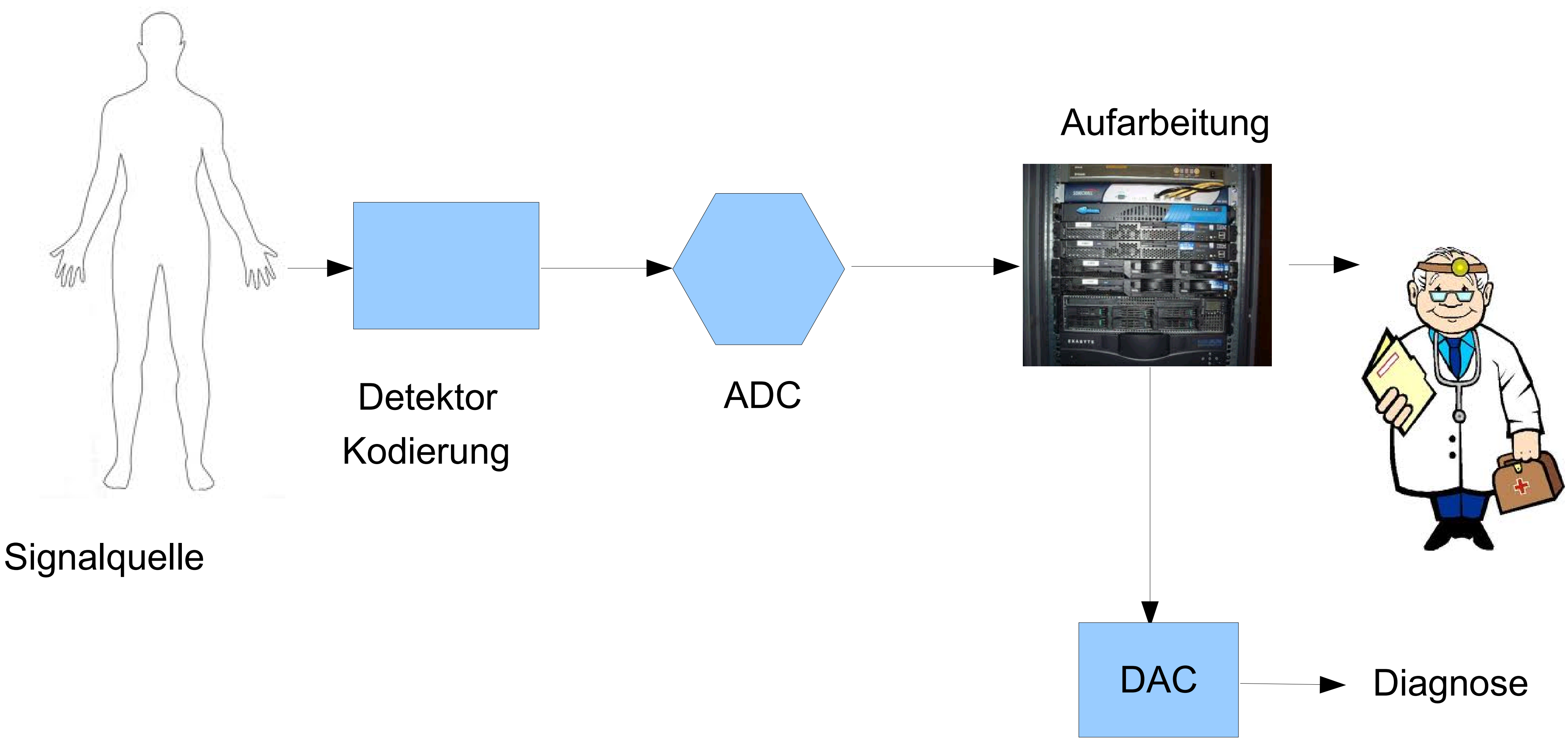
f   = 6000 Hz
fs = 8000 Hz

Signal weg!
+
Aliasing

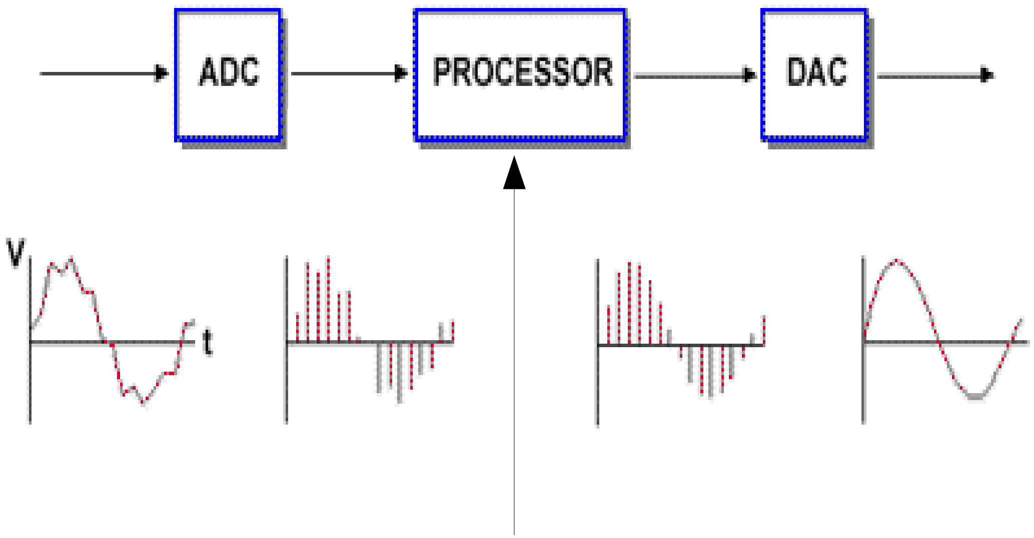


falsches Sinussignal wird hergestellt!

digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)
Digitale Signalaufarbeitung



digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)
Digitale Signalaufarbeitung

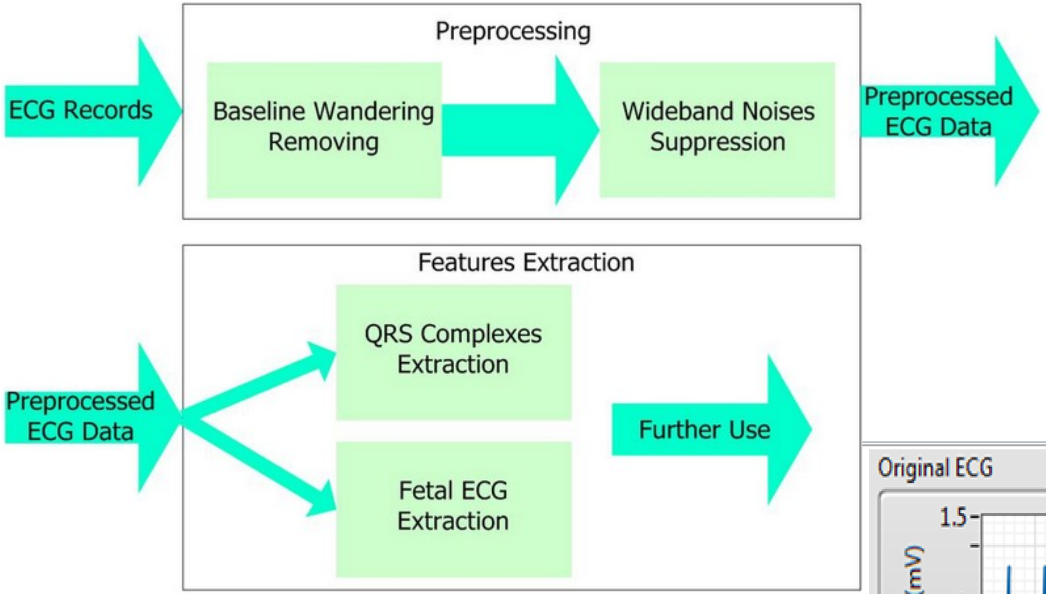


beliebige mathematische Transformationen sind möglich

FFT: Fast Fourier Transform (schneller, digitaler Fourier-Transformation)
IFFT: Inverse FFT

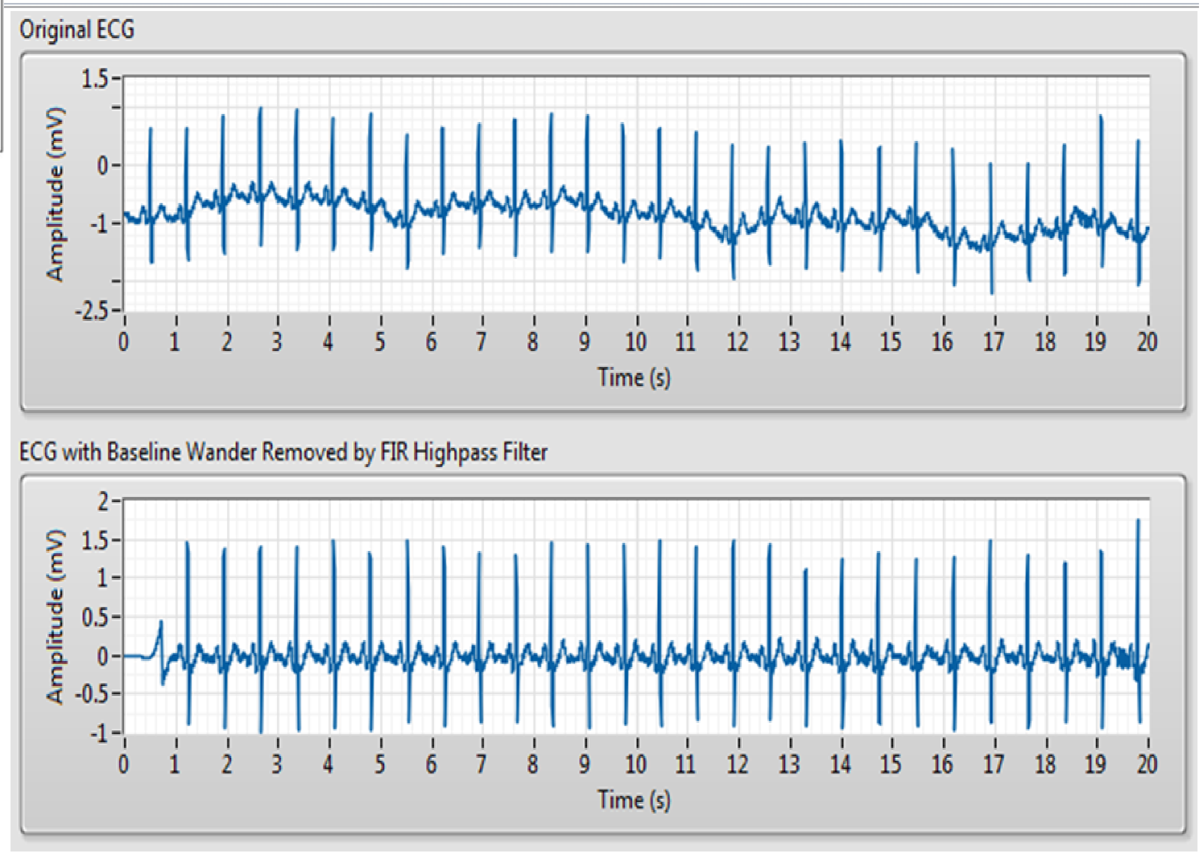
In dem Frequenzspektrum sind dann veränderungen möglich,
z.B. Bei EKG bestimmte Störfrequenzen können gelöscht werden.

digitale Signale – Digital Signal Processing (DSP)
Digitale Signalaufarbeitung



Beispiel: EKG.

Hintergrundsignale (Wanderung)
Rauschsignale
(hochfrequenz und 50 Hz)
werden digital unterdrückt mit DSP-Filtern



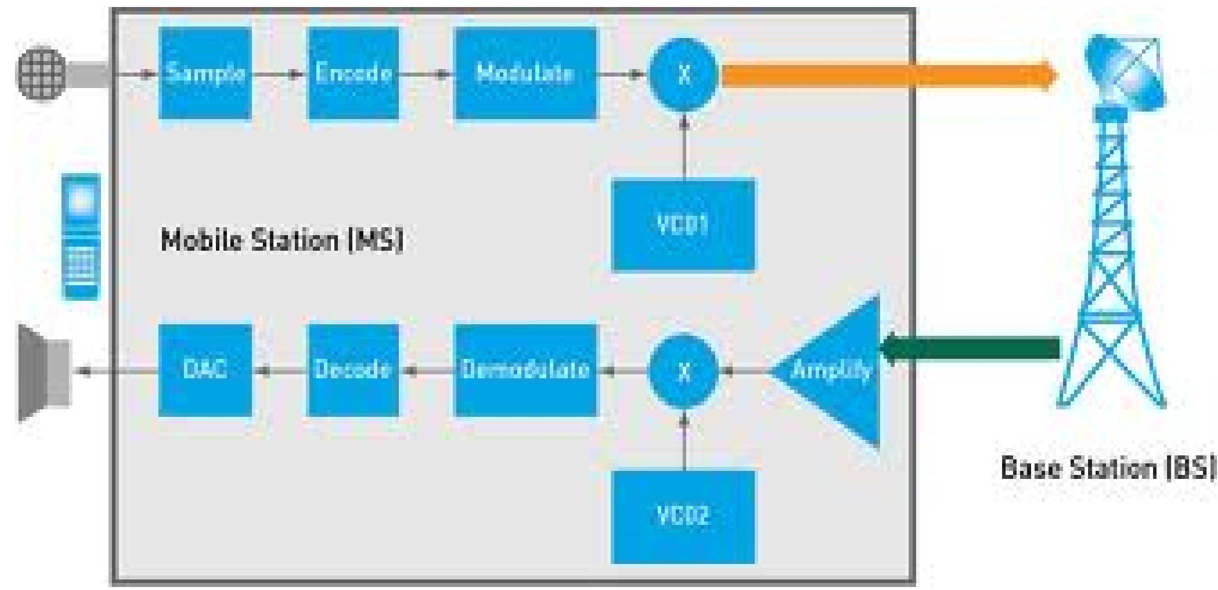
weitere Aufarbeitung:

Nur die Kurven mit hoch genug
SRV werden behalten, und gezeigt.

Folge:
Einfachere, und sicherere Diagnose

DSP ist heute schon überall

Verschiede mathematische möglichkeiten: verschlüsseln, filtern, verändern, usw.



Handy

ADC, Kodierung,
Übertragung,Dekodierung,DAC

CD/DVD Spieler
Licht:digital 1010110...
DAC: von Zahlen zu Musik