Medizinische Biophysik 2014. 04. 22.

Transportprozesse

III. Stofftransport (Diffusion)

1. Grundbegriffe — Elektrische Stromstärke, -dichte
2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz
   - Diffusionskoeffizient, Einstein-Stokes-Gleichung
   - chemisches Potenzial für Lösungen:
3. Das 2. ficksche Gesetz
4. Diffusion als Random Walk
5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit" der Diffusion
6. Anwendungen:
   - O_2-Diffusion Lunge-Blut
   - Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)
   - Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

IV. Energietransport (Wärmeleitung)

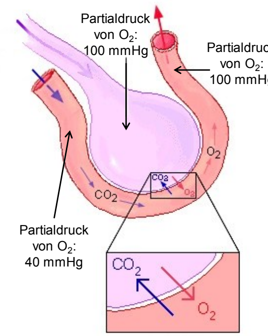
0. Mechanismus
1. Grundbegriffe — Energiestromstärke, -dichte
2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz
   - Wärmeleitfähigkeit:
3. Anwendungen

V. Zusammenfassung

Extensive und intensive Größen, 0. Hauptsatz der Thermodynamik, onsagersche Beziehung

1

Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



$$\Delta\nu = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t$$

- $\Delta\nu$: **Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge**
- Δc: Konzentrations-differenz
- Δt: Zeitspanne (= Länge/Strömungs-geschwindigkeit)
- D: Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand
- A: Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare
- Δx: Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ⇒ Partialdruck *p* !

Der **Partialdruck** ist der *Druck*, der in einem (idealen) Gasgemisch einer einzelnen Komponente zugeordnet ist.
Z. B. In der Atmosphäre p = 101 kPa = 760 mmHg und daraus p_{O2} = 21 kPa = 160 mmHg

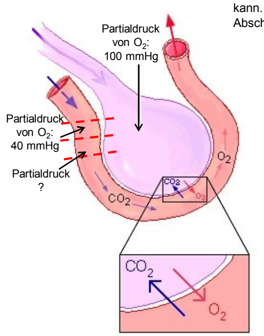
Henry-Gesetz: $p = k_H \cdot c$

- p: Partialdruck im Gas
- k_H: Henry-Konstante z. B. für O_2 bei 25°C: k_H = 77 700 l·kPa/mol
- c: Konzentration in der Lösung

2

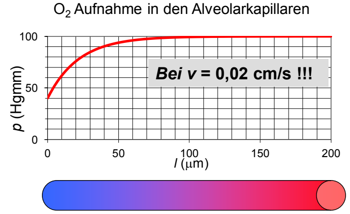
- Partialdruck im Blut wo?

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel



Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?

O_2 Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Membran ≈ Wasser

3

Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm^2)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

4

3. Das 2. ficksche Gesetz:

bischen anschaulichere Form

$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x}=\frac{\Delta c}{\Delta t}$$

exakte mathematische Form

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}=\frac{\partial c}{\partial t}$$

– Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
– Lösung: die Funktion $c(x, t)$

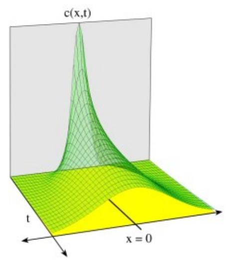
Beispiele für Lösungen:

➢ Für eindimensionale Diffusion:

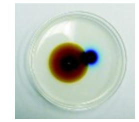
anim

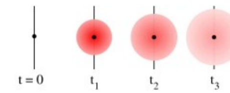
$$c(x)=\frac{c_0\Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\,2}}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\,2}}}$$

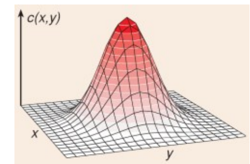
$$\sigma_x=\sqrt{2Dt}$$



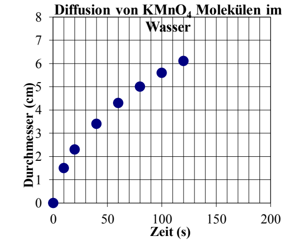
➢ Für zweidimensionale Diffusion:

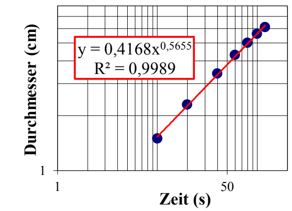




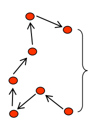


Siehe auch Praktikum!





4. Diffusion als Random Walk



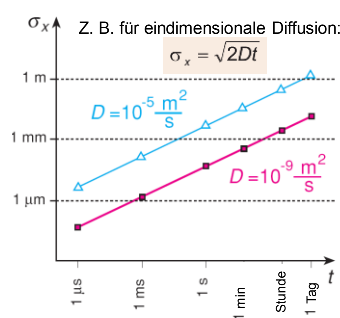
$\sigma =$?

$$\boxed{\sigma \approx \sqrt{D\cdot t}}$$

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit” der Diffusion

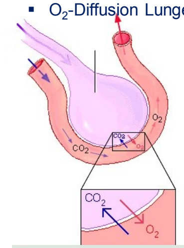
Z. B. für eindimensionale Diffusion:

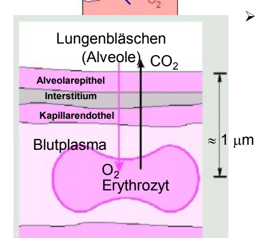
$$\sigma_x=\sqrt{2Dt}$$



6. Anwendungen:

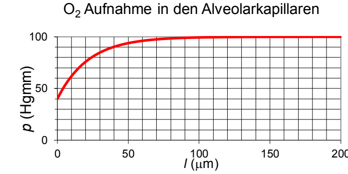
- O_2-Diffusion Lunge-Blut





➢ 1. ficksches Gesetz:

O_2 Aufnahme in den Alveolarkapillaren



➢ Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O_2-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\sigma_x=\sqrt{2Dt}$$

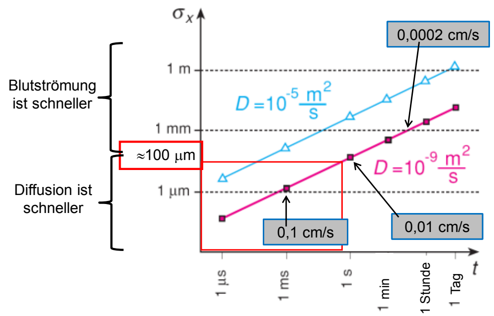
D für O_2 im Wasser:

$1{,}9\cdot10^{-9}$ m/s² ≈ $1\cdot10^{-9}$ m/s²

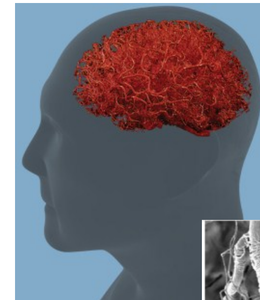
- Zusammenfassend: Welcher Transportprozess ist „schneller" für O_2-Transport?

Blutströmung:

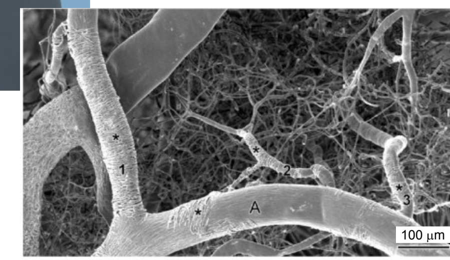
Gefäß	Kapillaren
v (cm/s)	0,022



9



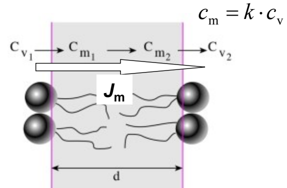
Kapillarennetz mit einem charakteristischen Abstand von 100 µm!



10

- Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

$$c_{\mathrm{m}} = k \cdot c_{\mathrm{v}}$$



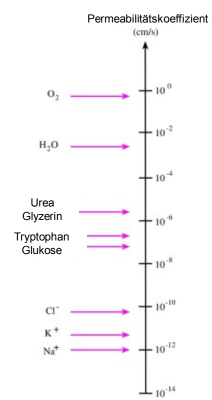
- 1. ficksches Gesetz:

$$J_{\mathrm{m}} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{\mathrm{m}2} - c_{\mathrm{m}1}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1}}{d} = -p(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1})$$

$$J_{\mathrm{m}} = -p(c_{\mathrm{v}2} - c_{\mathrm{v}1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

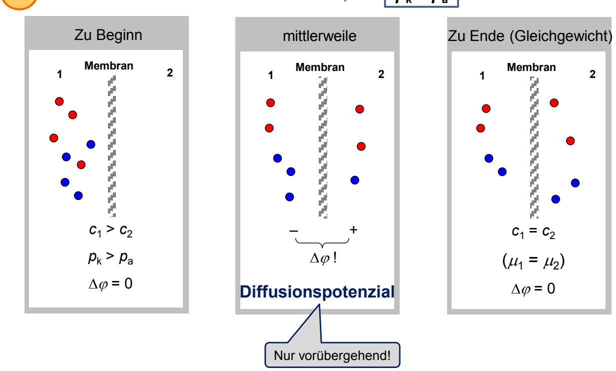


11

- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

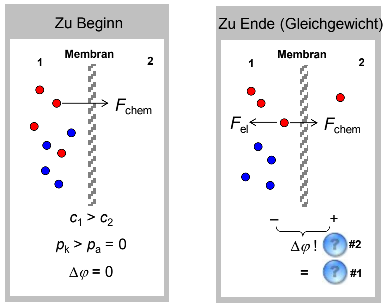
einwertige Ionen: ● Kation (k) ● Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $p_k > p_a$



12

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $\boxed{p_a = 0}$



- Kation (k)
- Anion (a)

#1

Elektrochemisches Potenzial (J/mol):

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

#2

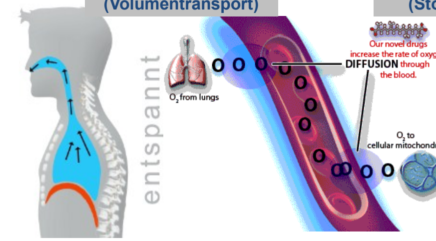
Nernst-Gleichung:

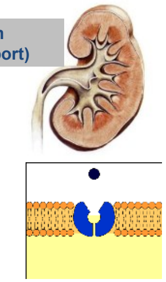
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F}\ln\frac{c_2}{c_1}$$

Transportprozesse

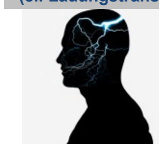
Strömung (Volumentransport)

Diffusion (Stofftransport)





Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



IV. **Wärmeleitung (Energietransport)**

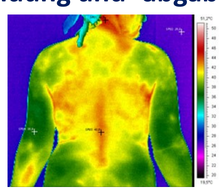
V. **Verallgemeinerung**

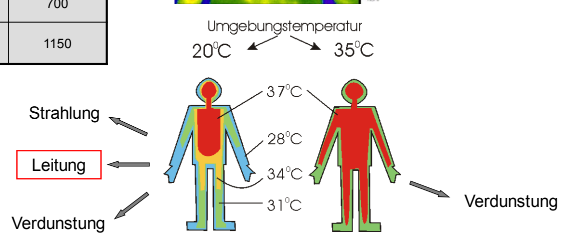
Energetische Aspekte

Wärmebildung und -abgabe

Zur Erinnerung

Aktivität	Wärme-bildung (W)
In Ruhe	115
Langsames Spazieren	260
Radfahren (15 km/h)	420
Treppen-steigen (2/s)	700
Laufen (15 km/h)	1150





IV. Energietransport (Wärmeleitung)

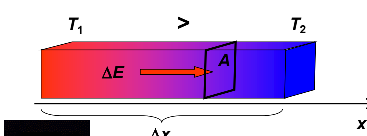
J. B. J. Fourier
1768-1830
Mathematiker
und Physiker

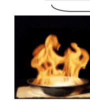
0. Mechanismus: Stöße zw. Atomen und Molekülen + freie Elektronen = **Konduktion**

1. Grundbegriffe

- Energiestromstärke (I): $I = \dfrac{\Delta E}{\Delta t}$ $\left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{W}\right)$
  (Wärmestromstärke)
- Energiestromdichte (J): $J = \dfrac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$ $\left(\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}} = \dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right)$
  (Wärmestromdichte)

2. Transportgesetz = Fourier-Gesetz





$$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Stromdichte

Wärmeleitfähigkeit
Wärmeleitzahl
(W/(m·K))

Temperatur-gradient

- Wärmeleitfähigkeit: ➢ stoffspezifisch

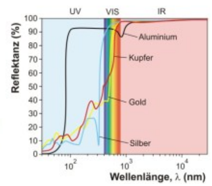
Stoff	λ (W/(m·K))
Silber	420
Glas	1
Wasser	0,6
Muskel	0,4
Fett	0,2
Luft	0,025

3. Anwendungen (Zusammenfassung der Wärmeabgabemechanismen)

- Temperaturstrahlung $\Delta P = \sigma \cdot \left(T^4_{\text{Körper}} - T^4_{\text{Umgebung}}\right) \cdot A$

$T_{\text{Körper}}$ = 28°C T_{Umgebung} = 20°C ⇨ ΔP = 83 W

T_{Umgebung} = 0°C ⇨ ΔP = 290 W !



- Wärmeleitung $P = -\lambda A \dfrac{\Delta T}{\Delta x}$

$T_{\text{Körper}}$ = 28°C
T_{Umgebung} = 20°C ⇨ $P \approx 40$ W

➢ Luft ↔ Wasser als Umgebung
➢ Strömungen! (z. B. Wind)

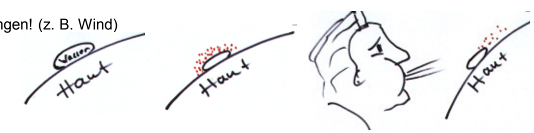
- Verdunstung

➢ hohe spez. Verdampfungswärme von Wasser: ≈ 2400 kJ/kg (bei 30°C) !!

➢ Wasserverlust: ständig ≈ 50 ml/h ⇨ ≈ 35 W

bei Extrembedingungen ≈ 1600 ml/h ⇨ ≈ 1000 W !!

➢ Strömungen! (z. B. Wind)



V. Zusammenfassung

	Was strömt?	Stärke?	Warum?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$\dfrac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\dfrac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$\dfrac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \dfrac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$\dfrac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\dfrac{\Delta p}{\Delta l}$	$\dfrac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\dfrac{r^2}{8\eta} \dfrac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$\dfrac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c^*	$-\dfrac{\Delta c}{\Delta x}$	$\dfrac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t} = -D \dfrac{\Delta c}{\Delta x}$
Energie-transport	E	$\dfrac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$	$\dfrac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \dfrac{\Delta T}{\Delta x}$
allgemein	x_{ext}	$J = \dfrac{\Delta x_{\text{ext}}}{A \cdot \Delta t}$	y_{int}	$X = -\dfrac{\Delta y_{\text{int}}}{\Delta x}$	$J = LX$
	extensive Gr.	**Strom-dichte**	**intensive Gr.**	**termo-dynamische Kraft**	**onsagersche Beziehung**

* Im allgemeinen Fall μ

Extensive Größe:
- additiv
- Im Gleichgewicht proportional zur Ausbreitung des Systems
- In Transportprozessen: die transportierte Größe

Intensive Größe:
- nicht-additiv
- Im Gleichgewicht überall gleich in dem System
- In Transportprozessen: die sich ausgleichende Größe

Gleichgewicht: es gibt keine Transportprozesse.

0. Hauptsatz der Thermodynamik: Gleichgewicht ⇔ homogene Verteilung der intensiven Größen

inhomogene Verteilung der intensiven Größen ⇒ **Transportprozesse**

Stärke und Richtung des Transportprozesses:

$\boxed{J = LX}$ Onsagersche Beziehung

⇨ Richtung: homogene Verteilung

2. Hauptsatz der Thermodynamik Irreversibilität

Hausaufgaben: Neue Aufgabensammlung 5. Teil 3.17-18