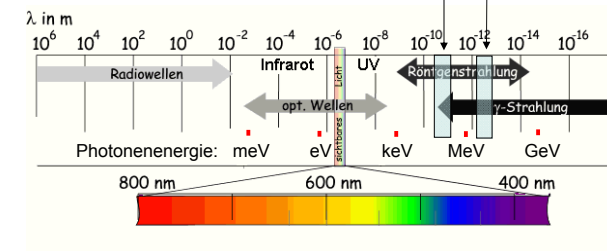




## Charakterisierung der Röntgenstrahlung

- elektromagnetische Strahlung
- Photonenergie:
  - Diagnostik: 30-200 keV
  - Therapie: 5-20 MeV
- Wellenlänge: ~ pm

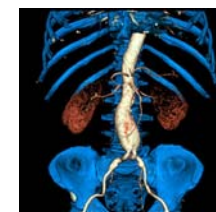


- Wirkungen:
  - Ionisation
  - Lumineszenz (Fluoroskopie, Bildverstärker)
  - chemische (z.B. Photo)
  - biologische (Strahlenschädigung)
- Entstehung: in der Elektronenhülle
- Typen
  - Bremsstrahlung
  - charakteristische Strahlung



## Historie

- 1895 Wilhelm Conrad Röntgen  
X-Strahlung (X-ray)
- 1896 erste  
medizinische  
Anwendung
- 1901 Nobel Preis  
(erste Nobel Preis in Physik)
- ... heute:  
3D Röntgen-CT



# Entstehung der Röntgenstrahlung

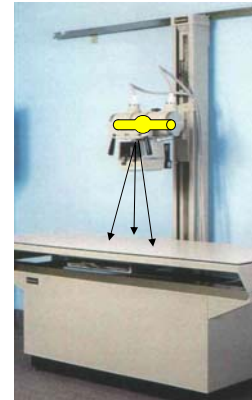
Röntgenstrahlung Entsteht wenn  
hochenergetische (beschleunigte)  
geladene Teilchen ihre Energie abgeben.

Elektronen  $E_{kin}$

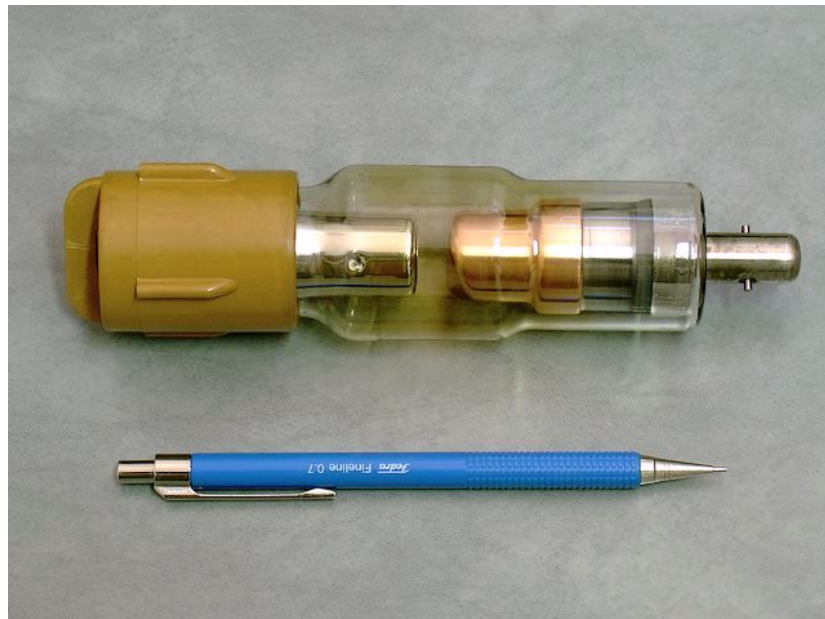
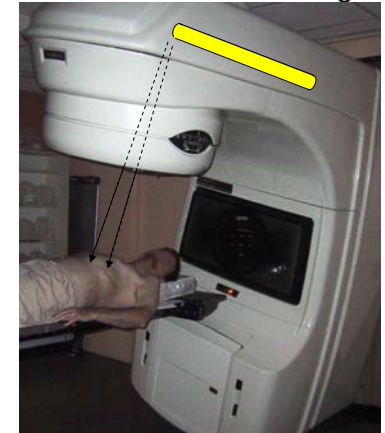
Röntgenröhre (Diagnostik)  
Teilchenbeschleuniger (Therapie)

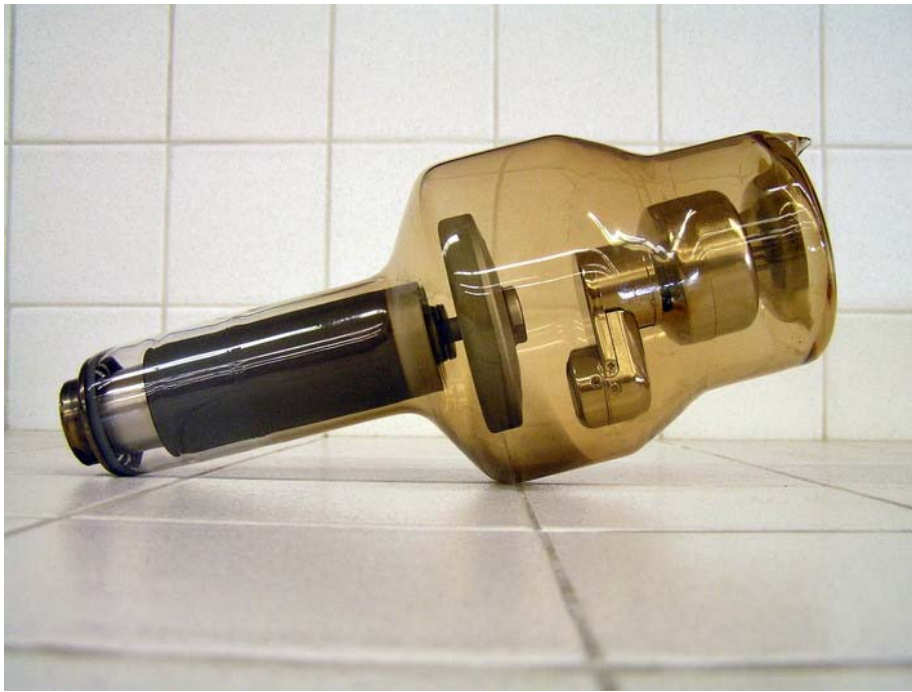
# Geräte zur Erzeugung der Röntgenstrahlung

Röntgenröhre

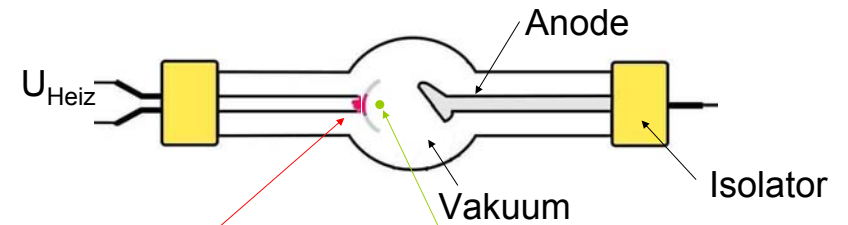


Teilchenbeschleuniger





## Die Röntgenröhre (1)

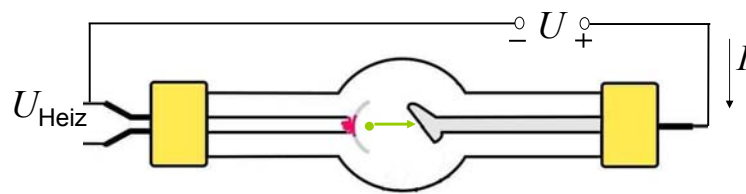


Heizkathode: Heizung (T Erhöhung)  $\Rightarrow$  Erhöhte thermische Energie  $\Rightarrow$  **Elektronen** treten aus der Kathode aus.

(Glühelektrischer Effekt)



## Die Röntgenröhre (2)



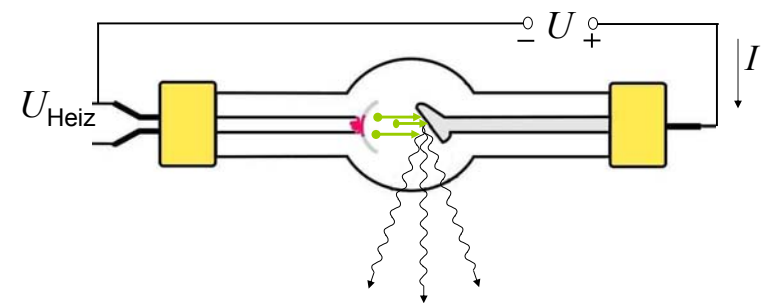
Anodenspannung(U) (typisch 30-200 kV):  
beschleunigt die Elektronen

$$U \cdot e = E_{\text{kin}}$$

Elementarladung  
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

kinetische Energie  
des beschleunigten Elektrons

## Die Röntgenröhre (3)

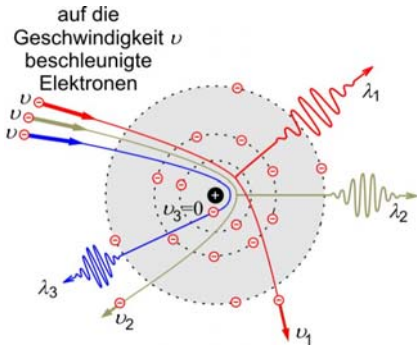


Röntgenstrahlung entsteht wenn die beschleunigten Elektronen auf die Anode prallen.

1. Abbremsung (Bremsstrahlung)
2. Elektronenausstoß+Elektronenübergang (Charakteristische Str.)

# Bremsstrahlung

Kinetische Energie  $\Rightarrow$  Photonenenergie (Rtg)  
 $\Rightarrow$  Thermische Energie



$$E_{\text{kin}} \geq hf$$

$$Ue = E_{\text{kin}} \geq hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$Ue \geq h \frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda \geq \frac{hc}{Ue} = \lambda_{\text{min}}$$

# Grenzwellenlänge, Duane-Hunt Gesetz

$$\lambda \geq \frac{hc}{Ue} = \lambda_{\text{min}}$$

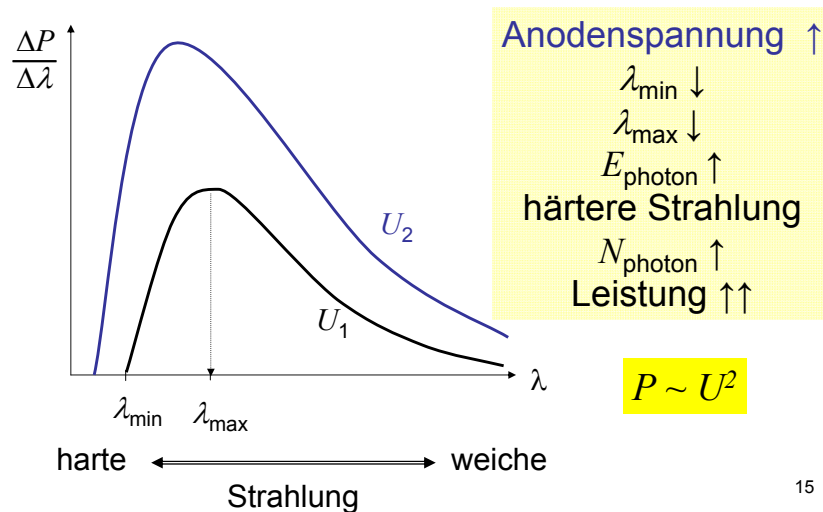
Konst.

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{1230 \text{ kV} \cdot \text{pm}}{U}$$

nicht SI  
aber praktische  
Einheit

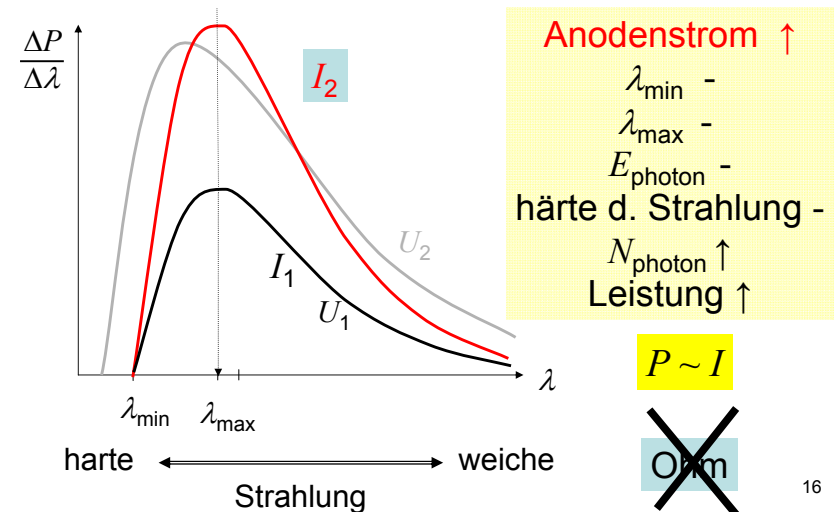
Rechenaufgaben 21 u. 22

# Emissionsspektrum der Bremsstrahlung



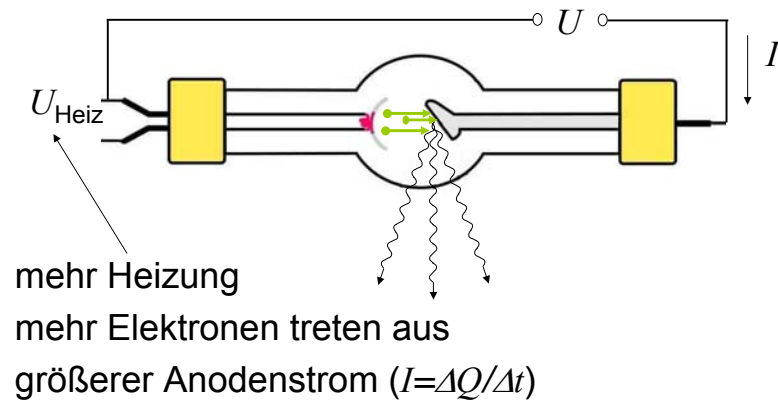
15

# Emissionsspektrum der Bremsstrahlung

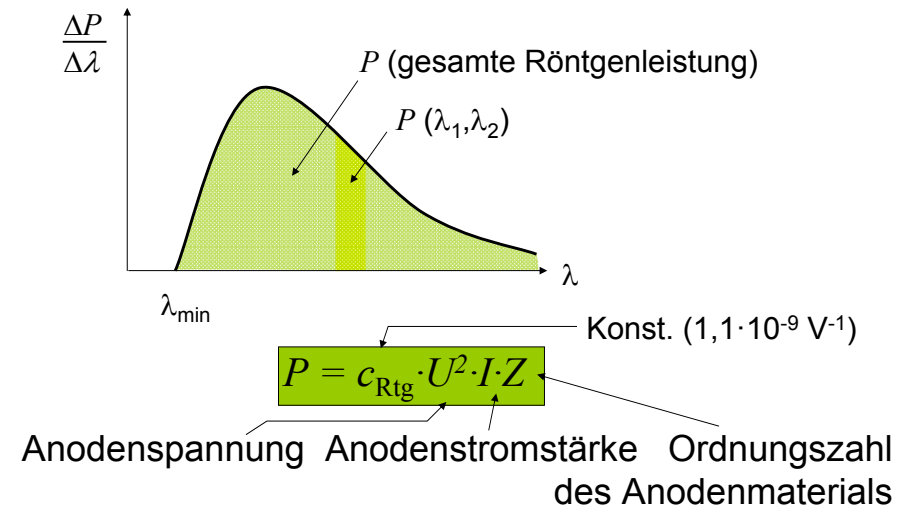


16

## Regulierung der Anodenstromstärke



## Leistung der Röntgenstrahlung



## Wirkungsgrad der Röntgenröhre

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{nützliche Leistung}}{\text{investierte Leistung}}$$

$$\eta = \frac{c_{\text{Rtg}} U^2 I Z}{U I} = c_{\text{Rtg}} U Z$$

Anodenmaterial mit hoher Ordnungszahl !

Praktisch: Wolfram ( $Z=74$ )

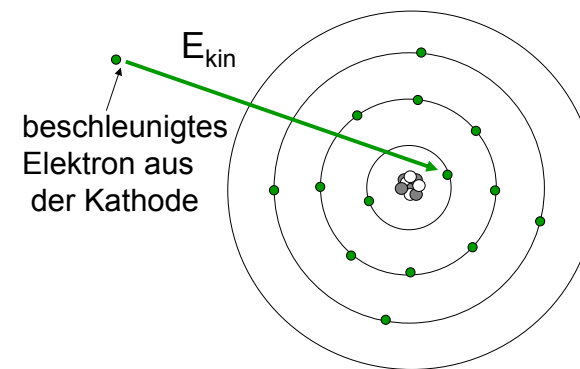
typisches  $\eta$  : 1% **99% Wärme!**



$Z_{\text{blei}} = 82 !$

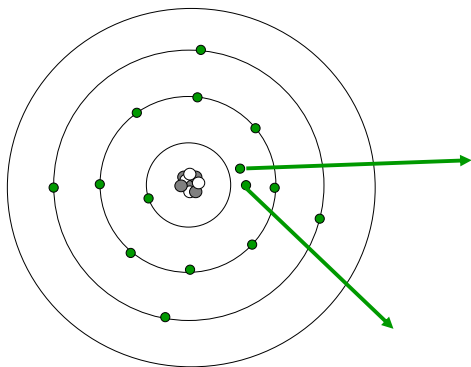
Aber:  $T_{\text{Schm,W}} \approx 3400^\circ\text{C}$   $T_{\text{Schm,Pb}} \approx 330^\circ\text{C}$

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



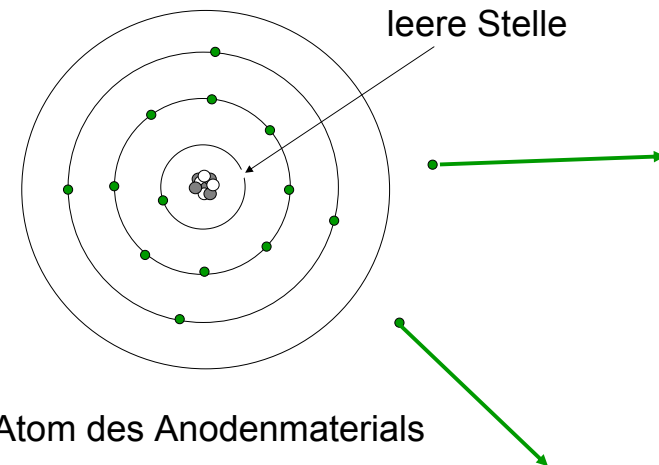
Atom des Anodenmaterials

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



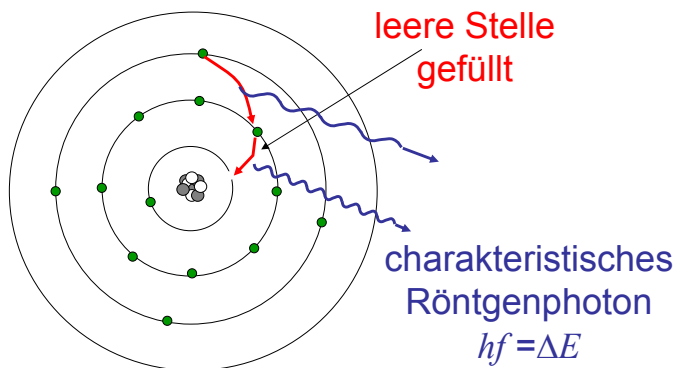
Atom des Anodenmaterials

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



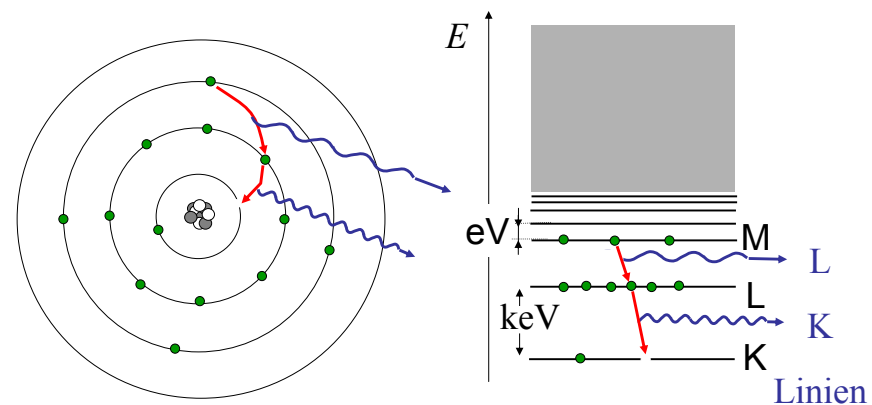
Atom des Anodenmaterials

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



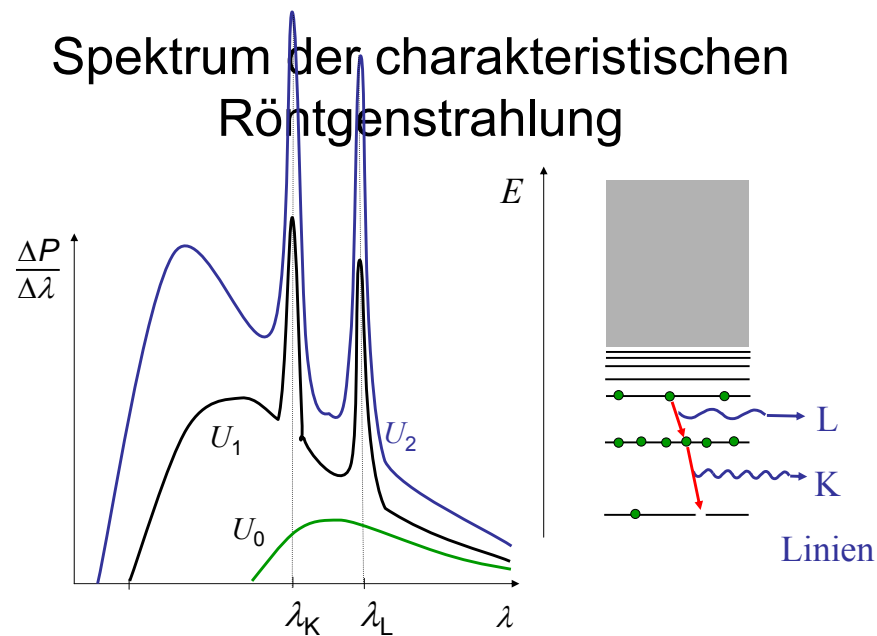
Atom des Anodenmaterials

## Entstehung der charakteristischen Röntgenstrahlung



Atom des Anodenmaterials

## Spektrum der charakteristischen Röntgenstrahlung



## Anwendung der charakteristischen Röntgenstrahlung

fast monochromatische Röntgenstrahlung

-Diagnostik (zB.: Mammographie)

-Strukturanalyse der Materie (Röntgenbeugung)

## Schwächung der Röntgenstrahlung

Grund der Röntgendiagnostik  
Ähnlich zur Schwächung  
der  $\gamma$ -Strahlung

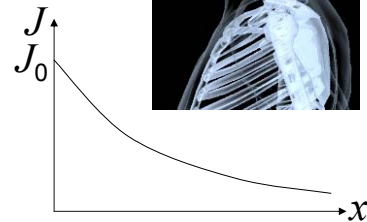
**Schwächungsgesetz:**

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x}$$

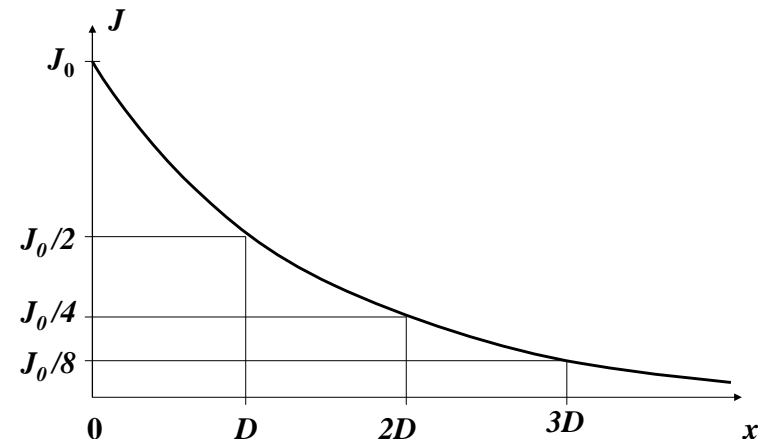
$$\mu(\text{Stoff}, \varrho, \lambda) = \mu_m(\text{Stoff}, \lambda) \cdot \varrho$$

$Z$

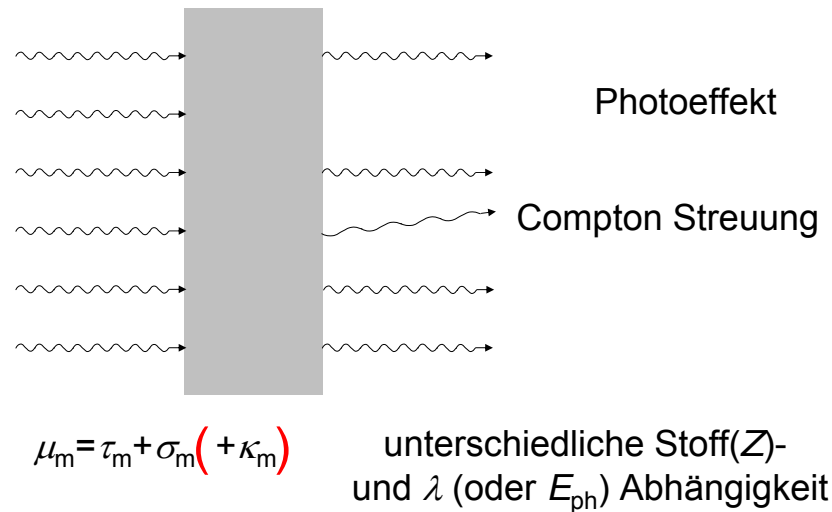
Massen-  
schwächungs-  
koeffizient



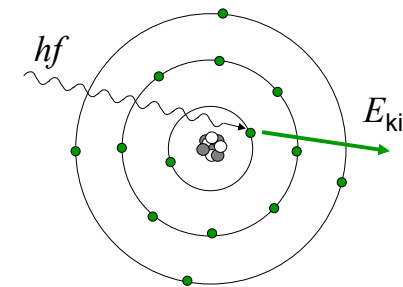
## Schwächung der Röntgenstrahlung



## Teilprozesse der Schwächung der Röntgenstrahlung



## Photoeffekt



$$\tau_m = \text{const} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$

starke Z Abhängigkeit!  
diagn. Bedeutung!

Beispiel:

**10% Z Erhöhung**

110%=1,1

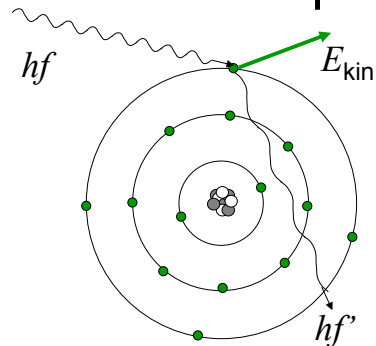
$1,1^3=1,331$

**33%  $\tau_m$  Erhöhung!**

bei weicher Strahlung

$$\tau_m = \text{const} \frac{Z^3}{E_{\text{Photon}}^3}$$

## Compton Streuung



$$\sigma_m = \text{const} \cdot Z / A$$

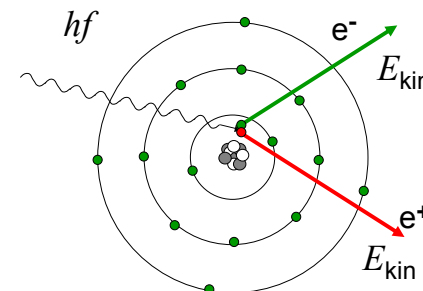
praktisch unabhängig von Z !

zB:

	C	P	Ca	Pb
Z	6	15	20	
A	12	≈31	40	
Z/A	0,5	0,48	0,5	

Schwache Wellenlängenabhängigkeit:  $\sigma_m \sim \sqrt{\lambda}$

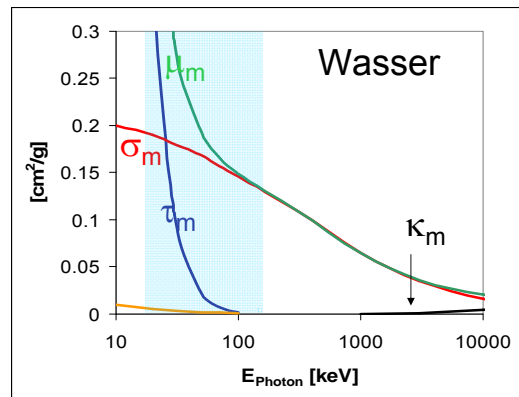
## Paarbildung



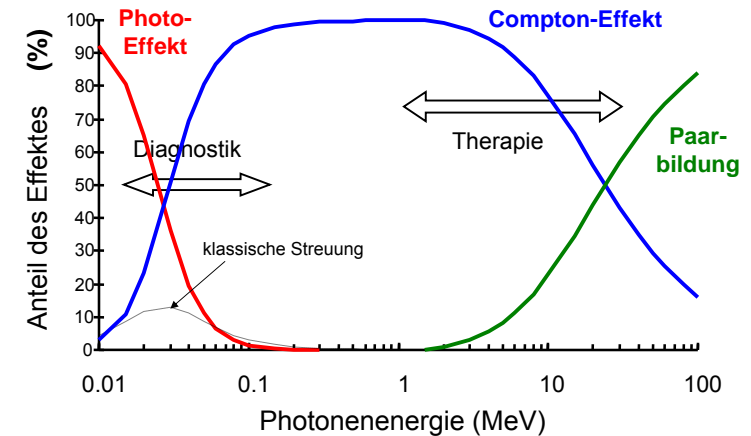
$$hf \geq 2 m_e c^2 \approx 1 \text{ MeV}$$

nur bei therap. Rtg.  
und  $\gamma$ -Strahlung

## Photonenenergieabhängigkeit des Schwächungskoeffizienten

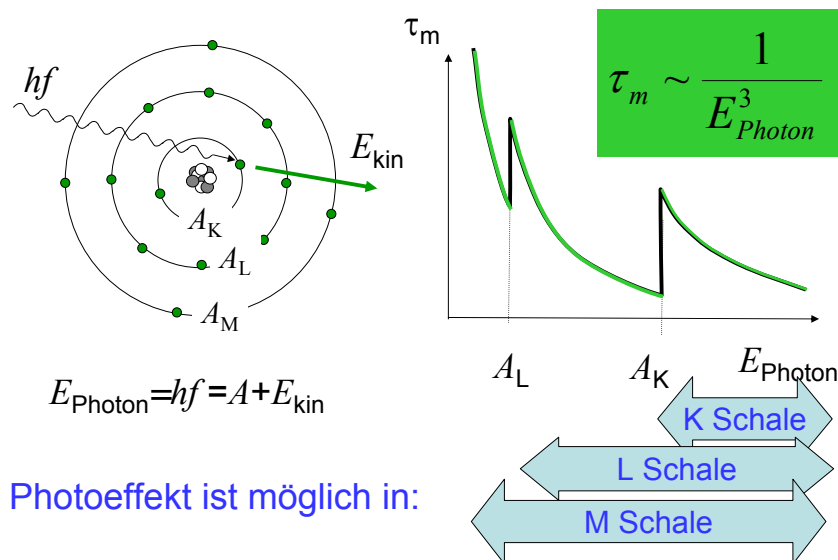


## Verteilung der Effekte der Strahlenschwächung für Wasser

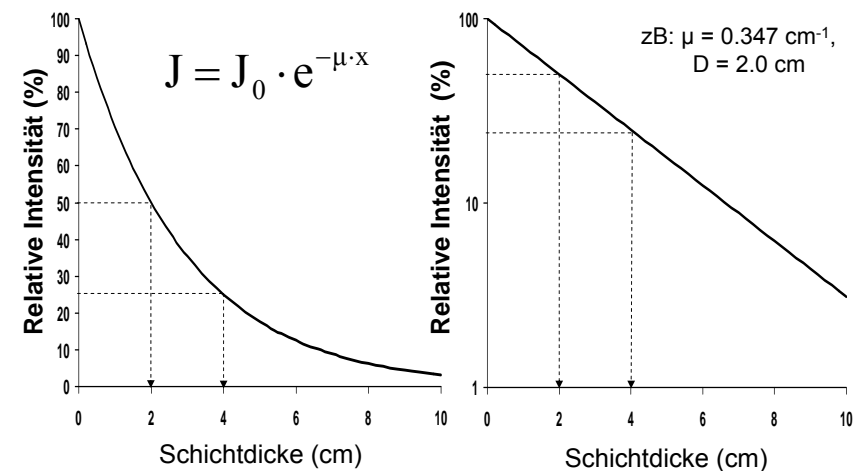


Johns, Cunningham: The physics of radiology, Charles C Thomas, 1983

## Absorptionskanten



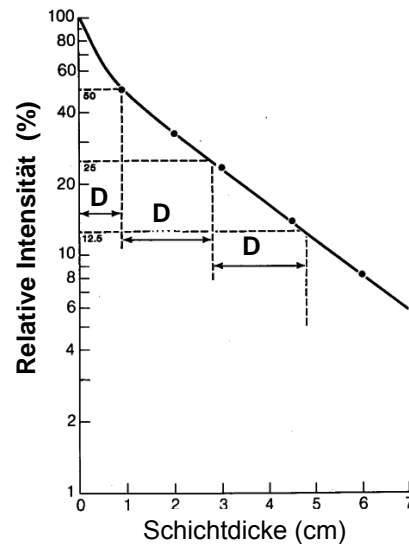
## Schwächung der monoenergetischen Röntgenstrahlung



## Schwächung einer reellen Röntgenstrahlung

1.  $D = 0.99 \text{ mm}$
2.  $D = 1.90 \text{ mm}$
3.  $D = 2.00 \text{ mm}$

Die durchschnittliche Photonenenergie erhöht sich mit der Eindringtiefe: die Strahlung wird härter!



Khan: The physics of radiation therapy, Williams&Wilkins, 1994

## Röntgendiagnostik

Summationsbild, Kontrastmitteln,



## Röntgendiagnostische Verfahren

Summationsbild

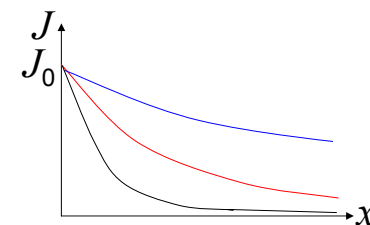
- Statische Aufnahme (Filmaufnahme)
- Gleichzeitiges Bild (Fluoroskopie)

Tomographisches Bild      CT

Spezialitäten: Anwendung von Kontrastmitteln, Digitalisierung, Subtraktion

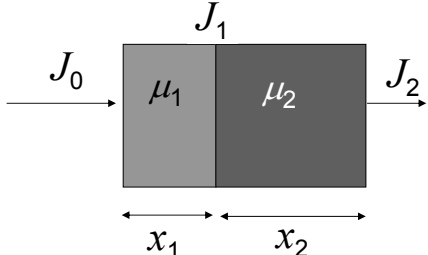
## Röntgenbildentstehung

Grundprinzip der Röntgenbildentstehung: Unterschiedliche Strahlungsabsorption der verschiedenen Gewebe.



Luft  
Weichteilgewebe  
Knochen

## Absorption von inhomogenen Körper



$J_0$   $J_1$   $J_2$

$\mu_1$   $\mu_2$

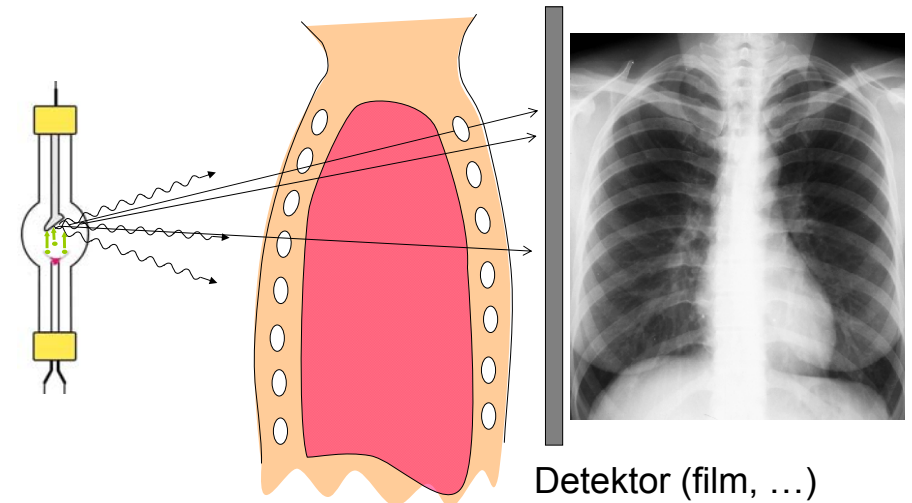
$x_1$   $x_2$

$\mu \cdot x$  Werte sind addiert (summiert) Summationsbild

$$J_1 = J_0 e^{-\mu_1 x_1}$$

$$J_2 = J_1 e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-\mu_1 x_1} e^{-\mu_2 x_2} = J_0 e^{-(\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2)}$$

## Grundprinzip der Summationsaufnahmen

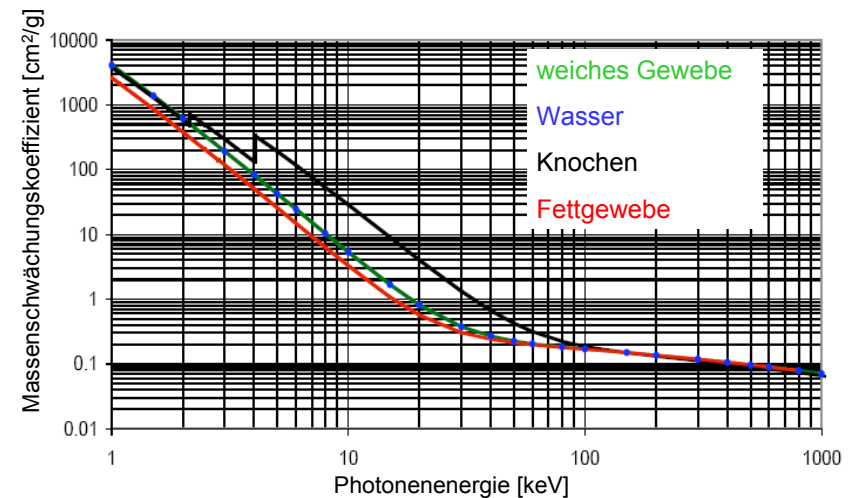


## Zusammenfassung der Schwächungsmechanismen

Mechanismus	Abhängigkeit von E	Abhängigkeit von Z	Wichtiger Bereich im Gewebe
Photoeffekt	$\sim 1 / E^3$	$\sim Z^3$	10 - 100 keV
Compton-Effekt	Nimmt ab mit E	unabhängig $\sim Z/A$	0.1 - 5 MeV
Paarbildung	Nimmt zu mit E	$\sim Z^2$	> 5 MeV

Kontrast des Röntgenbildes:  
Photoeffekt ( $\sim Z^3$ )

## Photonenenergieabhängigkeit des Schwächungskoeffizienten



# Effektive Ordnungszahl

Bei Verbindungen oder Mischungen:

$$Z_{eff} = \sqrt[3]{\sum_{i=1}^n w_i Z_i^3}$$

$Z_i$  Ordnungszahl von  $i$ -ten Atomtyp

$w_i$  Elektronenzahlverhältnis

zB: Wasser  $H_2O$  10 Elektronen: 2 von H, 8 von O

$Z_H=1, Z_O=8, w_H=0,2 w_O=0,8$

$$Z_{eff} = \sqrt[3]{0,2 \cdot 1^3 + 0,8 \cdot 8^3} = 7,4$$

# Effektive Ordnungszahl der Gewebe

Zusammensetzung der verschiedenen Gewebe:

Element	Z	% Masse		
		in Fett-gewebe	in weichem Gewebe	in Knochen
H	1	11,2	10,2	8,4
C	6	57,3	12,3	27,6
N	7	1,1	3,5	2,7
O	8	30,3	72,9	41
P	15		0.2	7
Ca	20		0.007	14,7

Effektive Ordnungszahl:  $\approx 6$

7,4

13,8

## Kontrast bei der Röntgenaufnahme

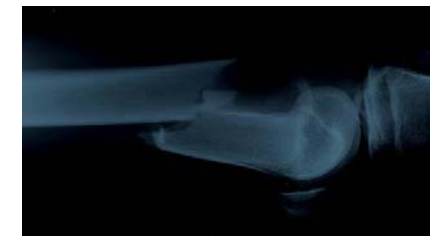
Schwächung durch Photoeffekt:

$$\frac{\tau_{m,Knochen}}{\tau_{m,weiches Gewebe}} = \frac{Z_{eff,Knochen}^3}{Z_{eff,weiches Gewebe}^3} = \frac{13,8^3}{7,4^3} = 6,5$$

Schwächung durch Compton Streuung:

$$\frac{\sigma_{m,weiches Gewebe}}{\sigma_{m,Knochen}} = 1 \quad \sigma_m \text{ ist } Z \text{ unabhängig!}$$

$$\mu_m = \tau_m + \sigma_m \quad \mu = \mu_m \rho \quad \rho_{wG} = 1.05 \quad \rho_{Knochen} = 1,7..1,8$$



## Kontrastmittel

Positives Kontrastmittel:

mehr Absorption

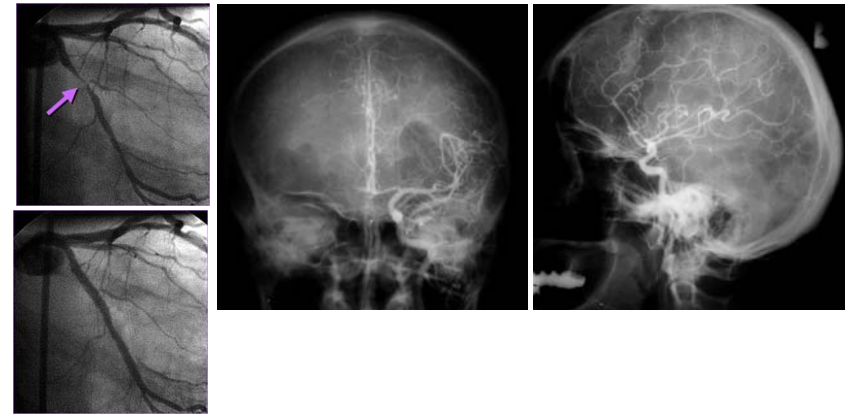
$\mu \uparrow$   $\mu_m \uparrow$   $Z_{\text{eff}} \uparrow$

Jod (Z= 53) Blutgefäß  
(Angiographie)

Barium (Z=56) Magen, Darm  
in Form von  $\text{BaSO}_4$

$$\tau_m = \text{const} \cdot \lambda^3 \cdot Z^3$$

## Angiographie



## Kontrastmittel

Negatives Kontrastmittel:

wenige Absorption  $\mu \downarrow$   $\rho \downarrow$   $\mu_m - Z_{\text{eff}} -$

Luft,  $\text{CO}_2$  (Gase) in Darm

Doppelkontrast: gleichzeitige Anwendung  
von einem positiven und einem negativen  
Kontrastmittel.

$\text{BaSO}_4$  + Luft in Darm.

# Doppelkontrastaufnahmen

