Medizinische Biophysik 2015. 04. 08.

Transportprozesse

II. Volumentransport (Strömungen) *Fortsetzung*

4. Strömung von reellen Flüssigkeiten
- Newtonsches Reibungsgesetz
- Viskosität ⟹ Anwendung: Viskosität des Blutes
- Kritische Geschwindigkeit ⟹ Anwendung: **Blutströmung**
- **Transportgesetz** (Hagen-Poiseuille-Gesetz) ⟹ Anwendung: **Blutströmung**

5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten
- stokessches Reibungsgesetz
- Beweglichkeit eines Teilchens

III. Stofftransport (Diffusion)

1. Grundbegriffe Stoffstromstärke, -dichte

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz
- Diffusionskoeffizient, Einstein-Stokes-Gleichung
- chemisches Potenzial für Lösungen:

- Kritische Geschwindigkeit (v_{krit}):

v_{krit}

laminare Strömung — **turbulente** Strömung — v

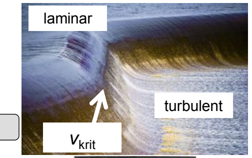
Reynolds-Zahl (für glatte Wand: Re = 1160)

Viskosität

$$v_{krit} = \mathrm{Re}\cdot\frac{\eta}{\rho\cdot r}$$

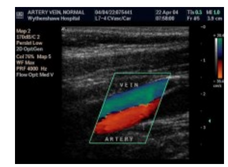
Dichte

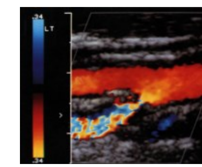
Radius des Rohres



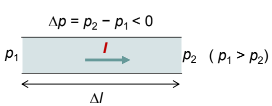
Osborne Reynolds
1842-1912
Physiker und Wasseringenieur

Ist die Blutströmung laminar oder turbulent?

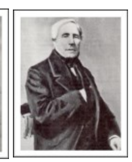




- **Transportgesetz** (Hagen-Poiseuille-Gesetz):



G. H. L. Hagen
1797-1884
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille
1799-1869
Physiologe

Stromstärke

Druckgradient

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta}R^4\frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Viskosität

Radius

Weitere Voraussetzungen:
- stationäre Strömung
- newtonsche Flüssigkeit

Alternativform:

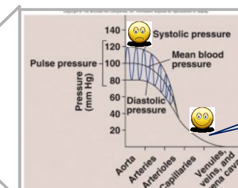
$$J = \frac{\Delta V}{A\cdot\Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Stromdichte

„Strömungs-leitfähigkeit"

Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?

Gültigkeitsbedingungen?
- inkompresible Fl.?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsche Fl.?

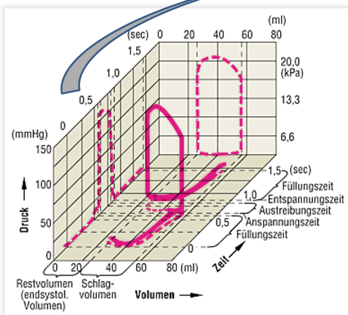


elastische Aderwände

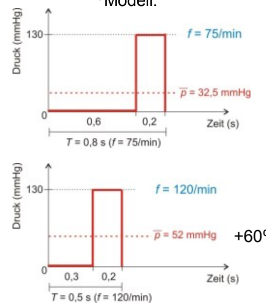
<u>Folgerung</u>: **H-P nur qualitativ anwendbar!**

Blutströmung

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:
  - ➢ Druck (Δp)

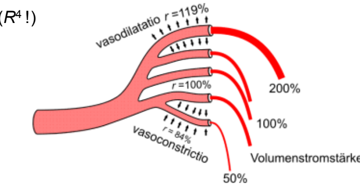


Modell:



+60%!

- ➢ Radius (R^4 !)



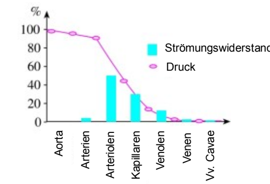
- Druck und Strömungswiderstand im Kreislauf:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8}\frac{1}{\eta}R^4\frac{\Delta p}{\Delta l} \Rightarrow -\Delta p = \frac{8\eta}{\pi}\frac{\Delta l}{R^4}\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

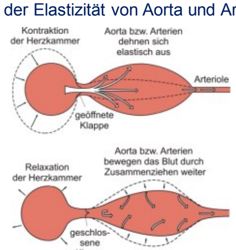
Analogie!

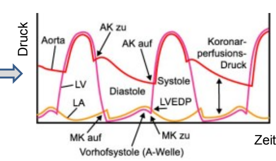
$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = -\sigma\cdot A\cdot\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \Rightarrow -\Delta\varphi = \frac{1}{\sigma}\frac{\Delta l}{A}\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

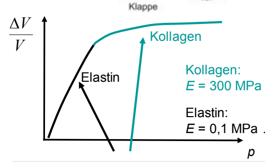
$$U = R\cdot I$$



- Rolle der Elastizität von Aorta und Arterien (Windkesselfunktion):

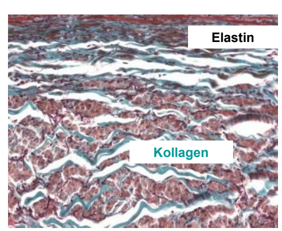






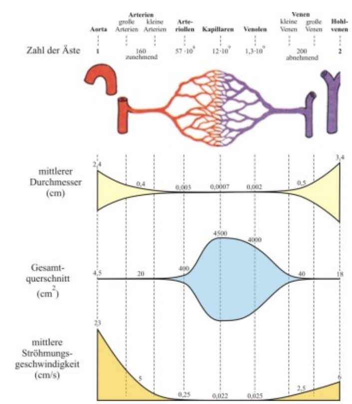
Kollagen:
E = 300 MPa …. 2 500 MPa

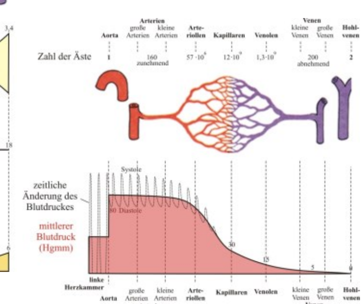
Elastin:
E = 0,1 MPa …. 0,4 MPa



Abweichung von dem HP-Gesetz!

Zusammenfassend:



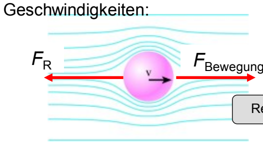


Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$

5. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



stokessches Reibungsgesetz:

$$F_R = 6\pi\eta\, r\, v$$

Reibungskraft

Radius des kugelförmigen Teilchens

Viskosität

Geschwindigkeit des Teilchens

G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{Bewegung} = F_R$

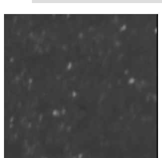
Beweglichkeit (*u*) eines Teilchens: $u = \frac{v}{F_{Bewegung}} \Rightarrow \quad u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Longrightarrow$ s. Diffusion

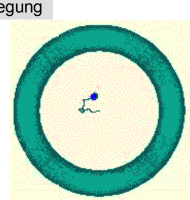
III. Stofftransport (Diffusion)

Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

brownsche Bewegung





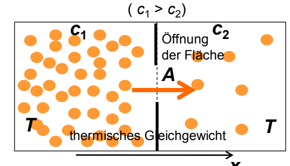
1. Grundbegriffe

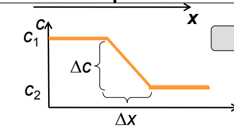
- Stoffstromstärke (*I*): $I = \frac{\Delta\nu}{\Delta t}$ $\left(\frac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
  (Diffusionsstromstärke)
- Stoffstromdichte (*J*): $J = \frac{\Delta\nu}{A \cdot \Delta t}$ $\left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}\right)$
  (Diffusionsstromdichte)
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz

$\Delta c = c_2 - c_1 < 0$
$(c_1 > c_2)$





$$\frac{\Delta\nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte

Diffusions-koeffizient (m^2/s)

Konzentrations-gradient

Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

- Diffusionskoeffizient:

$$D = ukT$$

Beweglichkeit des Teilchens — Temperatur

Beweglichkeit: $u = \frac{1}{6\pi\eta r}$

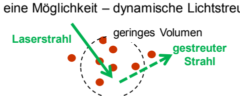
➤ **Einstein-Stokes-Gleichung**
(für kugelförmige Teilchen)

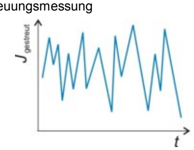
$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

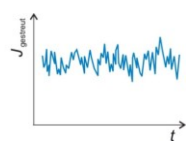
⇨ Der Diffusionskoeffizient ist
❑ stoffspezifisch
– diffundierendes Molekül – Größe (r)
– Form
– Medium (η)
❑ temperaturabhängig

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

➤ Messung des Diffusionskoeffizienten:
eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung

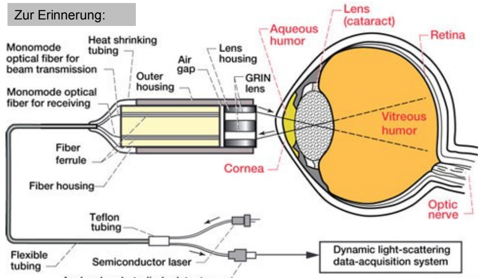






→ D

Zur Erinnerung:

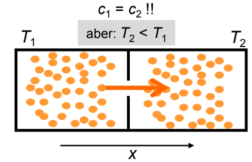


$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

↓

Teilchengröße

- Im thermischen Nichtgleichgewicht:



Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen. Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) ⇒ chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung

c_0

μ_0

Normalpotenzial als Bezugswert

c

μ ?

$$\mu = \mu_0 + RT\ln\frac{c}{c_0} \qquad [\mu] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol}}$$

Falls c_0 =1 mol/l, dann $\mu = \mu_0 + RT\ln c$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\frac{\Delta\mu}{\Delta x}$

4