

Vorlesung 1

Karim Kouz

WS 2015/2016: Grundlagen der medizinischen Biophysik

(I) Physikalische Größen und Einheiten

Karim Kouz

WS 2015/2016: Grundlagen der medizinischen Biophysik

Physikalische Größe

- Physikalische Größe: Sie wird durch ihre Messvorschrift definiert und oft mit einem bestimmten (jedoch nicht immer gleichen) Formelzeichen abgekürzt, z.B.:

Physikalische Größe	Formelzeichen	Maßeinheit
Länge	l, L, h, \dots	m, cm, km, \dots

- *Physikalische Größe = Zahlenwert · Maßeinheit*
- Beispiel: $l = 100 \cdot m = 100 \text{ m}$

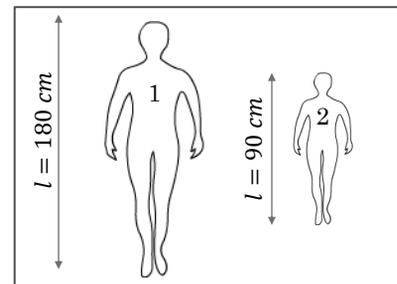
Das Multiplikationszeichen zwischen Zahlenwert und Einheit kann, muss aber nicht mit aufgeschrieben werden.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Physikalische Einheit (Maßeinheit)

- Die physikalische Einheit ist eine festgelegte Größe, die als Vergleichsmaß zwischen physikalischen Größen gleicher Art dient
- Die Maßeinheiten werden oft (der Übersicht halber) mit bestimmten Formelzeichen abgekürzt
- Damit zwei physikalische Größen vom Betrag her miteinander verglichen werden können, müssen sie die gleiche Maßeinheit besitzen:

Im Gegensatz zu physikalischen Größen haben physikalische Einheiten streng geregelte Bezeichnungen. Das Meter darf z.B. nur mit „m“ abgekürzt werden.



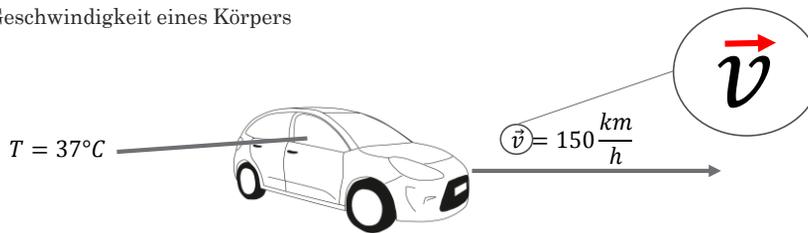
Person 1 ist doppelt so groß wie Person 2

Quelle: Verändert nach <http://bilder.tiba.unfreiburg.de/gesund/figuren/>

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Skalar vs. Vektor

- Skalar (nicht gerichtete Größe) vs. Vektor (gerichtete Größe)
- Skalar:
 - Die physikalische Größe ist **nur** durch ihren Betrag bestimmt
 - Beispiel: Temperatur eines Körpers
- Vektor:
 - Die physikalische Größe ist durch ihren Betrag **und** ihre Richtung bestimmt, sodass neben dem Betrag auch immer der Vollständigkeit halber ihre Richtung angegeben werden muss
 - Beispiel: Geschwindigkeit eines Körpers



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Verändert nach <http://www.wdr.com/de/Auswechseln/Blitzwechseln/verh%C3%A4ltnism%C3%A4%C3%9Figen/Stationen/Strassenverkehr.aspx>

5

Basisgrößen und Basiseinheiten

- Basisgrößen: Rein willkürlich ausgewählte Größen, mit denen man alle anderen Größen ausdrücken kann
- Basiseinheiten: Die Maßeinheiten der Basisgrößen
- Die Basisgrößen mit ihren Basiseinheiten sind durch das „Internationale Einheitensystem“ (SI) festgelegt

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

6

Internationales Einheitensystem

Name der Basisgröße	Häufig verwendetes Zeichen	Name der Basiseinheit	Obligatorisches Zeichen der Basiseinheit
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K
Stoffmenge	n	Mol	mol
Lichtstärke	I	Candela	cd

Beachte: Bereits hier ist zu sehen, dass sich die häufig verwendeten Zeichen für eine Basisgröße überlappen (Elektrische Stromstärke und Lichtstärke). Daher ist es unerlässlich, immer eine Maßeinheit mit anzugeben, um klar zu sehen, um was für eine physikalische Größe es sich handelt!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

7

Abgeleitete Größen und Einheiten

- Ausgehend von den Basisgrößen und deren Basiseinheiten kann man alle anderen physikalischen Größen ausdrücken
- Beispiel:
 - Die Geschwindigkeit v eines Körpers lässt sich durch die beiden Basisgrößen Länge (zurückgelegte Strecke) und Zeit (benötigte Zeit für die zurückgelegte Strecke) ausdrücken:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[\frac{m}{s} \right]$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

8

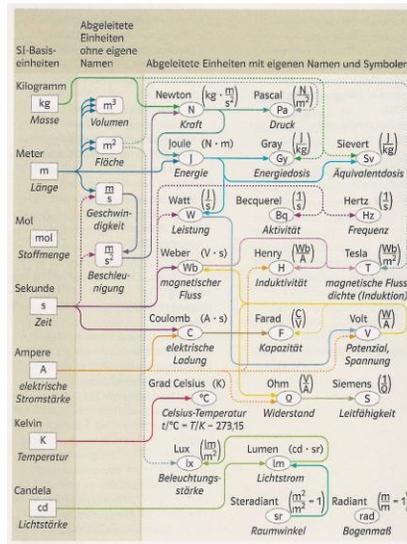
Andere Maßeinheiten

- Viele Maßeinheiten von physikalischen Größen fasst man zur besseren Übersicht zu einer neuen Maßeinheit zusammen
- Beispiele:

Maßeinheit	Herleitung aus Basiseinheit
Newton (N)	$\frac{kg \cdot m}{s^2}$
Joule (J)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
Watt (W)	$\frac{kg \cdot m^2}{s^3}$
Pascal (Pa)	$\frac{kg}{m \cdot s^2}$
Ohm (Ω)	$\frac{kg \cdot m^2}{A^2 \cdot s^3}$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Weitere Maßeinheiten



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Impulse Physik 1/12 Nierenstein G8, W. Breehmann, K. G. Brum...; Ernst Rietz Verlag, 1. Auflage

Einheiten umrechnen – Lösungsstrategien

- Einheiten lassen sich nach etwas Übung sehr leicht durch eine Kette von Faktoren ineinander umrechnen, indem Umrechnungsfaktoren verwendet werden
- Ein Umrechnungsfaktor ist ein Quotient – bestehend aus Maßeinheiten – der gleich 1 ist, wie z.B.:

$$\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1, \text{ da } 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

13

Einheiten umrechnen – Lösungsstrategien

- Beispiel: 5 Minuten in Sekunden umrechnen

$$5 \text{ min} = (5 \cancel{\text{ min}}) \cdot \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \cancel{\text{ min}}} \right) = 300 \text{ s}$$

Beachte: Der Umrechnungsfaktor ist so zu wählen, dass die Einheit, die man am Ende erhalten möchte, im Zähler steht!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

14

Einheiten umrechnen – Lösungsstrategien

- Beispiel: 12 Stunden in Millisekunden

$$12 h = (12 h) \cdot \left(\frac{60 \text{ min}}{1 h}\right) \cdot \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}\right) \cdot \left(\frac{1000 \text{ ms}}{1 \text{ s}}\right) = 43200000 \text{ ms}$$

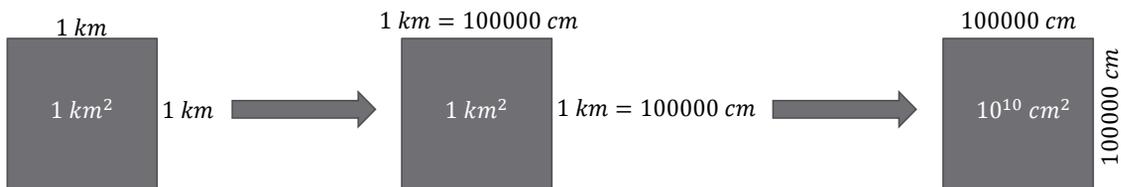
Beachte: Auch Zwischenrechen Schritte können in Form von Umrechnungsfaktoren geschrieben werden.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

15

Flächen- und Volumeneinheiten

- Mit Hilfe eines einfachen Tricks lassen sich Flächen- und Volumeneinheiten leicht umrechnen
- Beispiel: $1 \text{ km}^2 = ? \text{ cm}^2$



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

16

(II) Mechanik 1: Kinematik

17

Kinematik

- Beschäftigt sich mit der Beschreibung von Bewegungen
- Bewegungen sind immer relativ, d.h., ob ein Körper steht oder nicht, hängt von der Betrachtungsweise bzw. dem gewählten Bezugssystem ab
- Daher ist es immer wichtig, bei der Betrachtung von kinematischen Prozessen vorher das Bezugssystem festzulegen
- Bezugssystem: Gesamtheit von willkürlich ausgewählten Körpern
 - die sich im Vergleich zueinander nicht bewegen
 - zu denen die Bewegung des untersuchten Körpers beschrieben wird

18

Bezugssystem

- Beispiel:
 - Ob sich ein Auto auf einen am Straßenrand stehenden Menschen nähert oder nicht, hängt vom Bezugssystem ab
 - Wird der Mensch als Bezugssystem betrachtet, so bewegt sich das Auto relativ auf diesen zu
 - Wird das Auto mit dem Fahrer als Bezugssystem betrachtet, so bewegt sich der am Straßenrand stehende Mensch relativ auf Auto und Fahrer zu



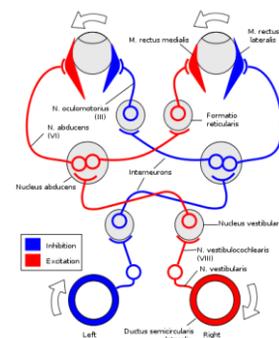
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.fotocommunity.de/photo/display/27401316>

19

Exkurs: Vestibulookulärer Reflex (VOR)

- Der vestibulookuläre Reflex dient der Blickstabilisierung bei Bewegungen des Kopfes
- Der Reflex wird nur ausgelöst, wenn sich der Kopf und somit die im Ohr lokalisierten Gleichgewichtsorgane bewegen
- Bewegt sich dahingegen das beobachtete Objekt und der Beobachter ruht, wird der VOR nicht ausgelöst



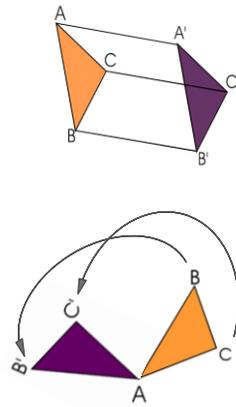
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://en.wikipedia.org/wiki/Vestibulo-ocular_reflex

20

Translation und Rotation

- Jede beliebige Bewegung eines Körpers (idealisierter, nicht verformbarer Körper) kann mit Hilfe von Translations- und Rotationsbewegungen beschrieben werden
- **Translationsbewegung:**
 - Entspricht einer Verschiebung
 - Alle Punkte des bewegten Körpers liegen auf zueinander parallelen Geraden
- **Rotationsbewegung:**
 - Entspricht einer Drehbewegung
 - Alle Punkte des bewegten Körpers liegen auf konzentrischen Kreisen um eine feststehende Achse oder einen feststehenden Punkt



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Verändert nach: <http://didi.mat.uni-bayreuth.de/studium/seminar/biophysmed/kinewetter/abb.htm>

21

Gleichförmig geradlinige Bewegung

- Eine Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit
- Die Geschwindigkeit (v) des sich bewegenden Körpers lässt sich als Quotient der zurückgelegten Wegstrecke (Δs) und der dafür benötigten Zeit (Δt) ausdrücken:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \left[\frac{m}{s} \right]$$

Beachte: Die Geschwindigkeit ist eigentlich eine vektorielle Größe. Im Weiteren wird sie aber der Einfachheit halber als Skalar behandelt!

- Die Weg-Zeit-Funktion lautet: $s(t) = v \cdot t$
- **Kennzeichen der gleichförmig geradlinigen Bewegung:**
 - In gleichen Zeitabständen werden gleiche Wegstrecken in gleicher Richtung zurückgelegt (die zurückgelegte Wegstrecke wächst linear mit der Zeit)

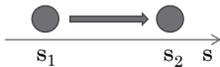
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

22

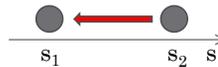
Bewegungen mit unterschiedlicher Richtung

- Bei Bewegungen spielt auch die Richtung der Bewegung eine Rolle (Geschwindigkeit als vektorielle Größe)
- Bei Bewegung in positiver Richtung ist die Geschwindigkeit positiv
- Bei Bewegung in umgekehrter Richtung ist die Geschwindigkeit negativ
- Das allgemeine Zeit-Weg-Gesetz einer gleichförmig geradlinigen Bewegung, die zur Zeit $t = 0$ an der Stelle $s(0)$ beginnt, heißt:

$$s(t) = s_0 + v \cdot t$$



$$\left. \begin{array}{l} \bullet \Delta s = s_2 - s_1 \longrightarrow \Delta s > 0 \\ \bullet t_2 > t_1 \longrightarrow \Delta t > 0 \end{array} \right\} v > 0$$



$$\left. \begin{array}{l} \bullet \Delta s = s_1 - s_2 \longrightarrow \Delta s < 0 \\ \bullet t_2 > t_1 \longrightarrow \Delta t > 0 \end{array} \right\} v < 0$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

23

Beschleunigung

- Die Beschleunigung a ist der Quotient aus Geschwindigkeitsänderung und der zugehörigen Zeitspanne:

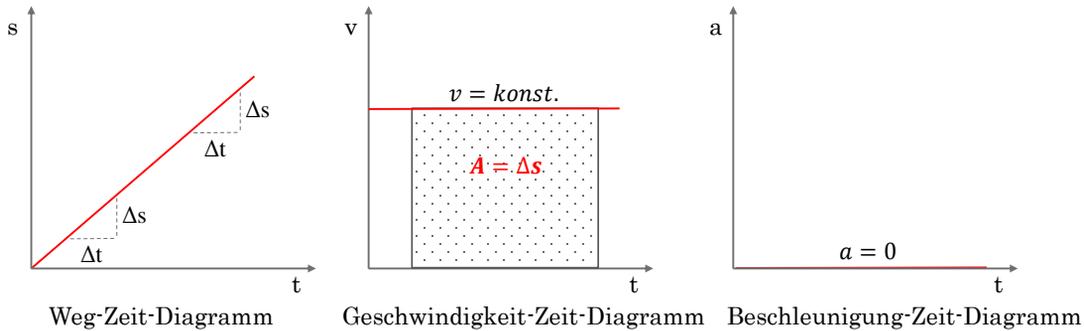
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

- Die Beschleunigung beschreibt also, wie schnell sich die Geschwindigkeit ändert!
- Eine Bewegung, bei der die Beschleunigung konstant ist, heißt gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung
- Die Beschleunigung hat ein Vorzeichen:
 - $a > 0$: Die Geschwindigkeit wächst
 - $a < 0$: Die Geschwindigkeit nimmt ab

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

24

Gleichförmig geradlinige Bewegung



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

25

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

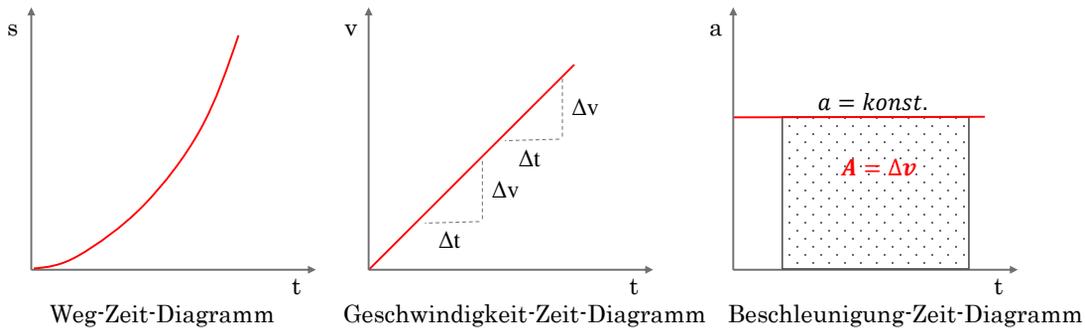
- Eine Bewegung, bei der die Beschleunigung konstant ist
- Die allgemeinen Bewegungsgesetze dieses Bewegungstyps lauten:
 - Zeit-Weg-Gesetz: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$
 - Zeit-Geschwindigkeit-Gesetz: $v(t) = a \cdot t + v_0$
- Kennzeichen der gleichförmig beschleunigten geradlinigen Bewegung:
 - Der Weg s ist proportional zum Quadrat der Zeit t^2 und die Geschwindigkeit v ist proportional zur Zeit t

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

26

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

- Unterschied zur gleichförmig geradlinigen Bewegung: Die Geschwindigkeit ist nicht konstant, sondern ändert sich mit der Zeit linear
- Beispiel: Autofahrer, der aus dem Stand losfährt und dabei so Gas gibt, dass die Geschwindigkeit linear zunimmt



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

27

Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung

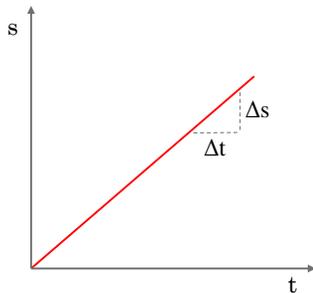
- Sowohl der zurückgelegte Weg als auch die Geschwindigkeit sind Funktionen des Parameters t (Zeit)
- Die Geschwindigkeit v , die ein Körper erreicht, wenn er den Weg s mit konstanter Beschleunigung a durchläuft, berechnet sich wie folgt:

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

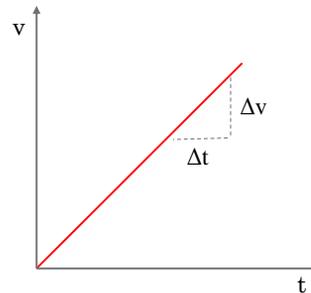
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

28

Geschwindigkeit und Beschleunigung



Die Geschwindigkeit ist die erste Ableitung der Weg-Zeit-Funktion $s(t)$.



Die Beschleunigung ist die erste Ableitung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion $v(t)$.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (September 2015)

29

Übung

- Ein Schlitten hat vom Start an die gleichbleibende Beschleunigung von $a = 2 \frac{m}{s^2}$. Berechnen Sie:
 - Seine Geschwindigkeit 5 Sekunden nach dem Start
 - Den bis zu diesem Zeitpunkt zurückgelegten Weg
 - Den zurückgelegten Weg, wenn seine Geschwindigkeit auf 20 m/s angewachsen ist
- Lösung:
 - Gegeben sind folgende Werte: $a = 2 \frac{m}{s^2}$, $t = 5 s$, $v = 20 \frac{m}{s}$
 - Gesucht sind folgende Werte: v, s_5, s_{20}
 - Lösungsformel: $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, $v = a \cdot t$, $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
 - Umstellen nach der gesuchten Größe und einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten:
 - $v = a \cdot t = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 5 s = 10 \frac{m}{s}$
 - $s_5 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (5 s)^2 = 25 m$
 - $s_{20} = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 2 \frac{m}{s^2}} = 100 m$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

30

Der freie Fall

- Die Fallbewegung eines Körpers im **luftleeren Raum** (kein Luftwiderstand) wird freier Fall genannt
- Dabei gilt:
 - Die Fallbewegung findet unter dem ausschließlichen Einfluss der Schwerkraft statt
 - Alle Körper fallen im luftleeren Raum gleich schnell, unabhängig von ihrer Form, Dichte oder Masse
 - Die Bewegung ist eine gleichförmig beschleunigte Bewegung
 - Für alle Körper **am gleichen Ort** ist die Beschleunigung gleich groß und wird auch Fall- oder Erdbeschleunigung g genannt, wobei **im Mittel** $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ ist

$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ bedeutet, dass im freien Fall die Geschwindigkeit jede Sekunde um $9,81 \frac{m}{s}$ zunimmt.



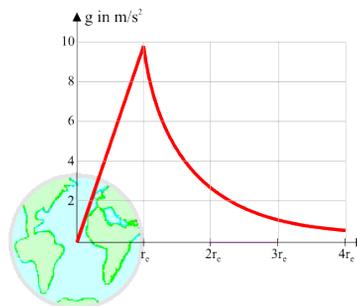
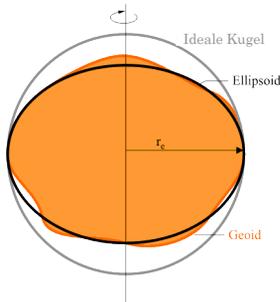
Quelle: Meteler Physik, J. Grubn, J. Krause: Schroedel-Verlag, 4. Auflage

31

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Die Erdbeschleunigung

- Der Betrag der Erdbeschleunigung ist ortsabhängig
- Die Ortsabhängigkeit beruht u.a. auf:
 - Dem Abstand zum Erdmittelpunkt
 - Der Drehung der Erde um die eigene Achse
 - Der inhomogenen Massenverteilung



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: verändert nach <http://www.litphysik.de/drehbewerthe/gravitationsgesetz-und-feld-erdbeschleunigung>

32

Bewegungsgesetze beim freien Fall

- Für den freien Fall gelten folgende Bewegungsgesetze:

$$s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$v = g \cdot t$$

$$a = g$$

- Der Zusammenhang zwischen Endgeschwindigkeit v und Fallweg s lässt sich wie folgt beschreiben:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

33

Kreisbewegung

- Ein Teilchen, das sich auf einem Kreis oder einem Kreisbogen bewegt, führt eine Kreisbewegung aus
- Beachte: Die Bewegung ist eine Translationsbewegung und **keine** Drehung



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.nrw.de/0907hammesewerfen/bilder/erzfuhr-welbbewusst-14011306131281080.html>

34

Exkurs: Bogenmaß

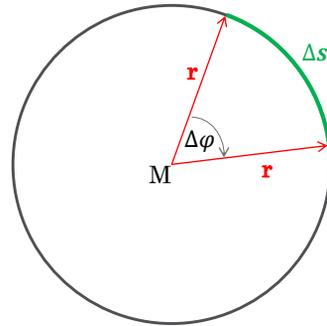
- Bogenmaß: Quotient aus dem Kreisbogen Δs , der zum Winkel $\Delta\varphi$ gehört und dem Radius r

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$$

- Beispiel: Für 90° ist der Winkel in Bogenmaß

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{4 \cdot r} = \frac{1}{2} \cdot \pi$$

Erklärung zur Rechnung:
 $2 \cdot \pi \cdot r$: Umfang des Kreises
 4: Es wird durch 4 geteilt, da 90° genau $\frac{1}{4}$ Kreis ist!



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

35

Periodenzeit und Frequenz

- Periodenzeit = Umlaufzeit:
 - Die Zeit, die ein Massepunkt bei einer gleichförmigen Kreisbewegung benötigt, einen vollen Umlauf auf der Kreisbahn zurückzulegen
 - Quotient aus der Zeit t von n Umläufen und der Anzahl der Umläufe n :

$$T = \frac{t}{n} \text{ [s]}$$

- Frequenz: Anzahl der Umläufe pro Zeiteinheit:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t} \left[\frac{1}{s} = \text{Hz} \right]$$

Beispiel: Eine Periodenzeit von 5 s bedeutet, dass ein Teilchen 5 s benötigt, die beschriebene Kreisbahn einmal komplett zu umlaufen. Eine Frequenz von 5 Hz bedeutet, dass das Teilchen die Kreisbahn 5 mal pro Sekunde komplett umläuft.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

36

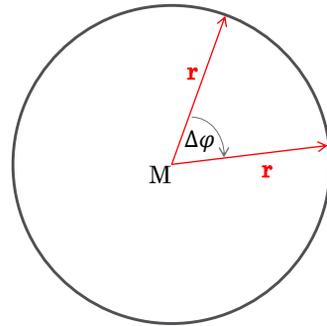
Winkelgeschwindigkeit (Kreisfrequenz)

- Quotient aus dem vom Radiusvektor r überstrichenen Winkel $\Delta\varphi$ und der dafür benötigten Zeit Δt :

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f \left[\frac{1}{s} \right]$$

- Beachte: Der Winkel $\Delta\varphi$ wird nicht in Grad, sondern in Bogenmaß gemessen!

Die Einheit der Winkelgeschwindigkeit ist $\frac{1}{s}$ und nicht $\frac{m}{s}$.



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

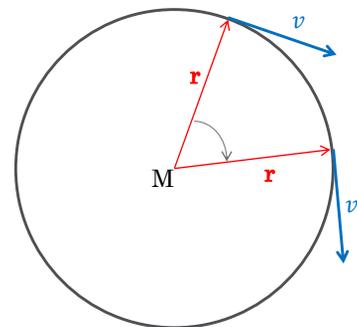
Quelle: Karim Kouz (August 2014)

37

Gleichförmige Kreisbewegung

- Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit (Umlaufzeit, Frequenz)
- Beachte:
 - Die Richtung der Geschwindigkeit ändert sich ständig
 - Der Betrag der Geschwindigkeit ist konstant
 - Der Geschwindigkeitsvektor ist durch eine Tangente, ausgehend von dem Massenpunkt an die Kreisbahn, darstellbar
- Der zurückgelegte Winkel lässt sich wie folgt berechnen und wächst mit der Zeit linear:

$$\varphi = \omega \cdot t$$



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

38

Bahngeschwindigkeit

- Die Bahngeschwindigkeit beschreibt, wie schnell sich das Teilchen auf der Kreisbahn bewegt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta \varphi}{\Delta t} = \omega \cdot r \left[\frac{m}{s} \right]$$

Zur Erinnerung: $\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$



Die Bahngeschwindigkeit hängt sowohl von dem Radius als auch von der Winkelgeschwindigkeit ab!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

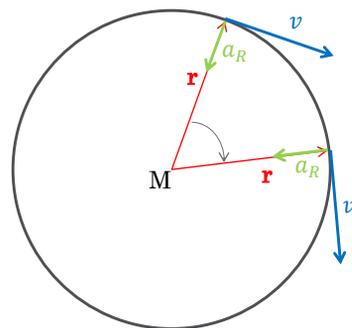
Quelle: <http://www.janwennrich.de/2008/08/17/peking-tug-17/>

39

Zentripetalbeschleunigung

- Zentripetalbeschleunigung = Radialbeschleunigung
- Die Beschleunigung, die sich bei einer gleichförmigen Kreisbewegung aus der Richtungsänderung des Geschwindigkeitsvektors ergibt
- Sie ist stets zum Kreismittelpunkt gerichtet und konstant:

$$a_R = \frac{v^2}{r} = r \cdot \omega^2$$



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

40

Übung

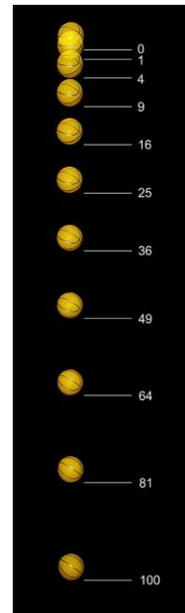
- Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit und die Zentripetalbeschleunigung eines Punktes auf dem Radkranz ($d = 875 \text{ mm}$) eines ICE, der mit 330 km/h fährt.
- Lösung:
 - Gegeben sind folgende Werte: $d = 875 \text{ mm}$, $v = 330 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
 - Gesucht sind folgende Werte: ω, a_r
 - Lösungsformel: $v = \omega \cdot r$, $a_R = \frac{v^2}{r}$,
 - Umstellen nach der gesuchten Größe und einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten:
 - $\omega = \frac{v}{r} = \frac{330 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}}{\frac{875 \text{ mm}}{2} \cdot \frac{1 \text{ m}}{1000 \text{ mm}}} = 209,52 \frac{1}{\text{s}}$
 - $a_R = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(91,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,4375 \text{ m}} = 1,921 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

41

Zusammenfassung Formeln I

- Geschwindigkeit: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$
- Beschleunigung: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
- Gleichförmig beschleunigte geradlinige Bewegung:
 - Zeit-Weg-Gesetz: $s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$
 - Zeit-Geschwindigkeit-Gesetz: $v(t) = a \cdot t + v_0$
 - Geschwindigkeit: $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$
- Bewegungsgesetze beim freien Fall:
 - $s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
 - $v = g \cdot t$
 - $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$

Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Freier_Fall

42

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Zusammenfassung Formeln II

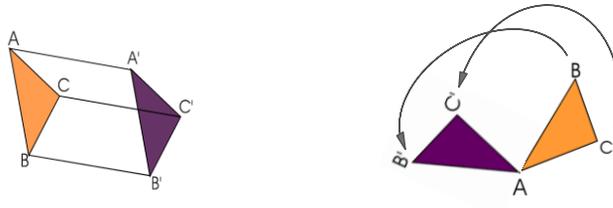
- Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$
- Bogenmaß: $\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{r}$
- Bahngeschwindigkeit: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = \omega \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot f$
- Periodenzeit: $T = \frac{t}{n}$
- Frequenz: $f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$
- Zentripetalbeschleunigung: $a_R = \frac{v^2}{r} = r \cdot \omega^2$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

43

Rotation vs. Kreisbewegung

- Kreisbewegung: Translationsbewegung
- Rotationsbewegung = Drehbewegung:
 - Punkte führen Kreisbewegung auf konzentrischen Kreisen/Kugeln durch
 - Alle Größen der Kreisbewegung können auch für die Rotationsbewegung genutzt werden, werden jedoch zum Teil anders bezeichnet (z.B. Frequenz = Drehfrequenz/Drehzahl)



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: verändert nach: <http://did.mat.uni-bayreuth.de/studium/seminar/hypermed/fk/lesew/steer/absh.htm>

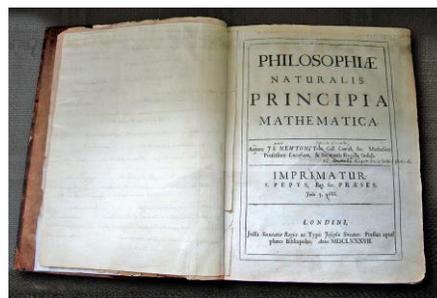
44

(III) Mechanik 2: Dynamik

45

Kinematik vs. Dynamik

- Kinematik: Beschäftigt sich mit Bewegungen von Körpern, ohne die Ursache der Bewegung zu untersuchen
- Dynamik: Beschäftigt sich mit den Ursachen für die unterschiedlichen Bewegungsformen



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://en.wikipedia.org/wiki/Philosophiæ_Naturalis_Principia_Mathematica

46

Beschleunigung und Dynamik

- Ein sich bewegendes Körper kann den Betrag und/oder die Richtung seiner Geschwindigkeit ändern (Veränderung = Beschleunigung)
- Hervorgerufen wird diese Beschleunigung durch eine Wechselwirkung des Körpers mit seiner Umgebung (z.B. Fußball, der nach Anstoßen immer langsamer weiterrollt)
- „Eine Wechselwirkung, die eine Beschleunigung eines Körpers hervorrufen kann, wird Kraft genannt“
- Beschreibung mit Hilfe der newtonschen Gesetze

Beachte: Die newtonsche Mechanik gilt nicht in jeder beliebigen Situation:
 1.) Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit – Spezielle Relativitätstheorie
 2.) Körper in der Größenordnung atomarer Strukturen – Quantenmechanik

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

47

Trägheitsprinzip/1. newtonsches Axiom

- „Wenn keine Kräfte auf einen Körper wirken, so kann sich seine Geschwindigkeit nicht ändern – der Körper kann also nicht beschleunigen“
- D.h.: Ein Körper verharrt solange im Zustand der Ruhe oder gleichförmigen geradlinigen Bewegung, bis ihn eine Kraft zwingt, seinen Bewegungszustand zu ändern!
- Beispiel 1: Ein Eishockeypuck liegt so lange ruhig auf dem Eis, bis er von einem Spieler gespielt wird und damit in eine gleichförmige Bewegung versetzt wird (Ruhe → gleichförmige Bewegung)
- Beispiel 2: Der sich bewegende Puck prallt gegen den Torpfosten und bleibt auf dem Eis liegen (gleichförmige Bewegung → Ruhe)



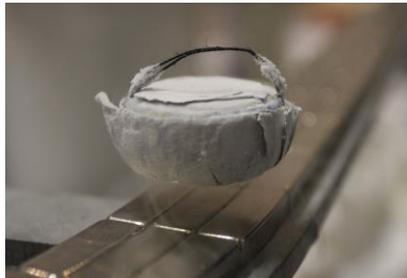
Quelle: <http://www.duden.de/rechtlichehinweise/puck>

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

48

Trägheitsprinzip/1. newtonsches Axiom

- Ein Körper, der sich in Ruhe befindet, wird auch weiterhin in Ruhe bleiben
- Bewegt sich der Körper, so wird er sich weiterhin mit derselben Geschwindigkeit in dieselbe Richtung bewegen
- Eine auf den Körper wirkende Kraft kann diesen beschleunigen und somit den Betrag und/oder die Richtung der Geschwindigkeit verändern



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Trägheitsprinzip>

49

Kraft (F)

- Eine Kraft kann eine Beschleunigung (oder eine Verformung) eines Körpers verursachen
- Sie entspricht dem Produkt aus der Masse eines Körpers und seiner unter der Krafteinwirkung eintretenden Beschleunigung:

$$F = m \cdot a \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right]$$

Beachte: Die Kraft ist eine gerichtete Größe und somit ein Vektor (siehe resultierende Kraft)!

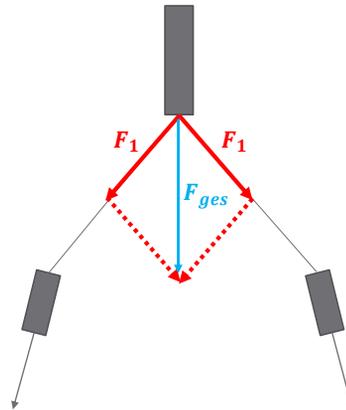
- Beispiel:
 - Ein Hockeypuck mit der Masse $m = 1 \text{ kg}$ wird auf einer horizontalen reibungsfreien Eisfläche in eine Richtung gezogen mit einer Beschleunigung von $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 - In diesem Augenblick wird auf den Puck eine Kraft von $F = 1 \text{ N}$ ausgeübt

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

50

Gesamtkraft/resultierende Kraft

- Die Richtung der Kraft stimmt mit der Richtung der Beschleunigung überein und nicht zwingend mit der Bewegungsrichtung



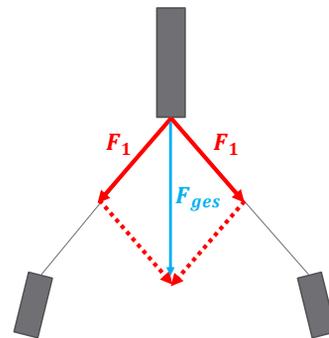
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.computerbild.de/foerse/Schiff-Simulator-2008.../Neue-Horizonte-228471.html>

51

Gesamtkraft/resultierende Kraft

- Die Gesamtkraft ergibt sich mathematisch als Vektoraddition der einzelnen Kräfte
- Mit Hilfe eines Kräfteparallelogramms kann die Richtung der resultierenden Kraft ermittelt werden
- Die Richtung der Kraft stimmt mit der Richtung der Beschleunigung überein und nicht zwingend mit der Bewegungsrichtung
- Eine einzelne Kraft, die den Betrag und die Richtung der Gesamtkraft besitzt, hat die gleichen Auswirkungen auf den Körper wie alle einzelnen Kräfte zusammen = Superpositionsprinzip der Kräfte



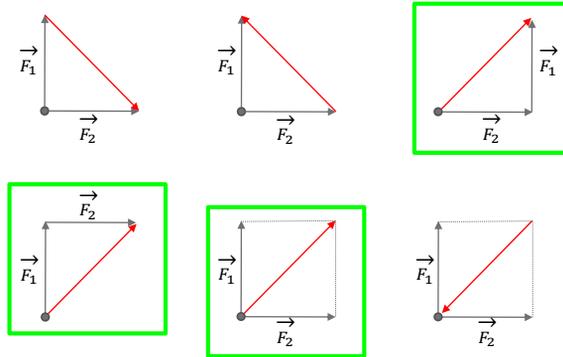
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

52

Gesamtkraft – Übung

- Welche der folgenden sechs Anordnungen zeigen die korrekte Vektoraddition der Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 zu dem dritten Vektor, der die daraus resultierende Gesamtkraft \vec{F}_{ges} darstellen soll?



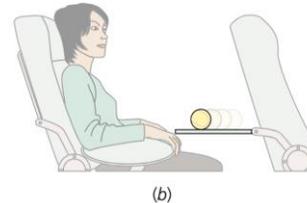
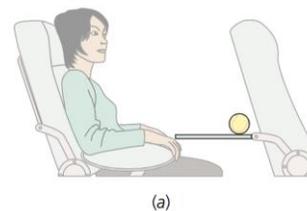
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Angewandte Physik: Halliday, Resnick, Walker; WILEY-VCH

53

Inertialsystem

- Bezugssysteme, in denen die newtonschen Axiome Gültigkeit haben
- Beispiel:
 - In einem geradeaus fliegendem Flugzeug wird ein Tennisball auf den Klappstisch gelegt (a), der relativ zum Flugzeug in Ruhe bleibt
 - Beschleunigt der Pilot das Flugzeug relativ zum Boden, rollt der Ball plötzlich Richtung sitzender Person (b), obwohl keine horizontale Kraft wirkt/zu beobachten ist
- In diesem beschleunigten Bezugssystem hat das 1. newtonsche Axiom keine Gültigkeit = Nichtinertialsystem
- Ein mit konstanter Geschwindigkeit fliegendes Flugzeug als auch der Erdboden sind in guter Näherung Inertialsysteme



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Tipler, Paul A.; Mosca, Gene; Kommer, Christoph (2013) Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure, 7. Aufl. Hg. v. Jenny Wagner; Springer Spektrum

54

Gleichgewicht

- Vom Gleichgewicht, in Zusammenhang mit Kraftgesetzen, wird dann gesprochen, wenn gilt:

$$F_{ges} = \sum F = 0$$

- Wenn die Gesamtkraft auf einen Körper „0“ ist, dann ist demzufolge auch seine Beschleunigung „0“ – der Körper befindet sich also in Ruhe oder führt eine gleichförmige Bewegung durch

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

55

Masse

- Eigenschaft eines Körpers (ähnlich der Ladung), die durch die Existenz des Körpers automatisch bedingt ist
- Skalare Größe (nicht gerichtet!)
- **Masse ≠ Dichte ≠ Gewicht**
- Erst physisch spürbar, wenn man probiert, einen Körper zu beschleunigen
- Beispiel:
 - Beim Werfen von Bowlingkugeln unterschiedlicher Masse fällt auf, dass, wenn der Wurf immer gleich stark ausgeführt wird, leichte Kugeln stärker beschleunigt werden als schwere Kugeln
 - Diese Beobachtung ist auf die unterschiedliche Masse der Kugeln zurückzuführen



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.superbow.de/bowling_ausstattung.html

56

Dynamisches Grundgesetz/2. newtonsches Axiom

- Die auf einen Körper wirkende Gesamtkraft ist gleich dem Produkt aus der Masse des Körpers und seiner Beschleunigung, d.h. es gilt:

$$F = m \cdot a$$

- Wirken mehrere Kräfte auf einen Körper, so ergibt sich die Gesamtkraft durch vektorielle Addition der Einzelkräfte:

$$F = \sum F_i$$

- Ist die Summe der Kräfte (Gesamtkraft) $F_{ges} = 0$, so muss auch die Beschleunigung $a = 0$ sein – d.h. der Körper ändert weder die Richtung, noch den Betrag seiner Geschwindigkeit \longrightarrow 1. newtonsches Axiom!

Beachte: Ist die Summe der Einzelkräfte „0“, heißt dies keinesfalls, dass keine Kräfte mehr existieren – der Begriff des Aufhebens der Kräfte ist daher nicht zu gebrauchen!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

57

Übung

- Der unten abgebildete Gegenstand befindet sich auf einem reibungsfreien Untergrund. Auf ihn wirken zwei horizontale Kräfte, wie in der Abbildung angegeben. Wie lauten Betrag und Richtung einer dritten Kraft, für den Fall, dass sich der Block:
 - in Ruhe befindet?
 - mit einer konstanten Geschwindigkeit von $v = 5 \frac{m}{s}$ nach links bewegt?



Lösung:

- Damit der Körper sich weiterhin in Ruhe befindet, muss die dritte Kraft horizontal nach links orientiert und 2 N groß sein. Auch im Teil (b) muss die Kraft nach links orientiert und 2 N groß sein, denn nur dann ist die Gesamtkraft „0“ und der Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit und in die gleiche Richtung weiter.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

58

Besondere Kräfte und ihre Kraftgesetze

- Kraftgesetz: Mathematischer Zusammenhang, der die zwischen zwei Körpern wirkende Kraft in Abhängigkeit von den Eigenschaften der zwei Körper (z.B. Abstand, relative Geschwindigkeit,...) angibt
- Beispiele besonderer Kräfte:
 - Gravitationskraft
 - Schwerkraft
 - Gewichtskraft
 - Gleitreibungskraft
 - Rückstellkraft
 - Radialkraft

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

59

Gravitationskraft

- Die Kraft, die auf einen Körper wirkt und durch einen zweiten Körper verursacht wird und den ersten Körper zu sich hinzieht
- Gravitationsgesetz: Gibt die Kraft an, die zwischen zwei Körpern wirkt:

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

*m₁: Masse von Körper 1
m₂: Masse von Körper 2
r: Abstand der beiden Körper
γ: Gravitationskonstante*

- Die Kraft nimmt also mit wachsendem Abstand quadratisch ab!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

60

Schwerkraft (F_S)

- Die Gravitationskraft, die die Erde auf einen Körper mit der Masse m ausübt, wird als Schwerkraft bezeichnet
- Sie ist also ein Sonderfall der Gravitationskraft, da einer der beiden Körper immer die Erde ist, d.h., es gilt wie für die Gravitationskraft:

$$F = \gamma \cdot \frac{m_{\text{Erde}} \cdot m_2}{r^2}$$

- Da die Masse der Erde und der Abstand zwischen Körper und Erdmittelpunkt theoretisch konstant sind, kann man die drei Variablen (m_{Erde} , r und γ) zur Erdbeschleunigung g zusammenfassen:

$$F_S = m \cdot g$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

61

Gewichtskraft/Gewicht (G)

- Die Gewichtskraft entspricht dem von einem auf dem Erdboden befindenden Beobachter gemessenen Betrag der Gesamtkraft, die aufgewendet werden muss, um einen Körper am freien Fall zu hindern (= die Kraft, mit der ein Körper aufgrund der Erdanziehung seine Unterlage/Aufhängung belastet)
- Beispiel:
 - Um einen Ball am freien Fall zu hindern, muss eine vom Betrag gleich große Kraft aufgewendet werden, wie die Schwerkraft, die auf den Ball wirkt, jedoch in umgekehrter Richtung
 - Wirkt also auf den Ball eine Schwerkraft von 3 N, muss eine entgegengesetzte Kraft von 3 N aufgewendet werden, um den Ball am freien Fall zu hindern – das Gewicht G des Balls ist somit 3 N
- Das Gewicht G eines Körpers ist gleich dem Betrag der Gravitationskraft, die auf diesen Körper wirkt – für die Beträge gilt im Gleichgewicht:

$$G = F_S = m \cdot g$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

62

Gewicht – Besonderheiten

- Das Gewicht eines Körpers (gemessen in N) entspricht nicht der Masse des Körpers (gemessen in kg) – es ist durch den Betrag einer Kraft gegeben und mit der Masse über folgende Gleichung verknüpft:

$$G = m \cdot g [N]$$

- Da g nicht an allen Orten gleich groß ist, wird für einen und denselben Körper an verschiedenen Orten ein anderes Gewicht gemessen – die Masse als intrinsische Größe des Körpers ändert sich nicht
- Beispiel:
 - Ein Mensch mit einer Masse von 70 kg hat auf der Erde ein Gewicht von $G_{Erde} = 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 70 \text{ kg} = 686,7 \text{ N}$, auf dem Mond ist das Gewicht jedoch $G_{Mond} = 1,7 \frac{m}{s^2} \cdot 70 \text{ kg} = 119 \text{ N}$ – seine Masse ist auf der Erde und dem Mond $m = 70 \text{ kg}$.

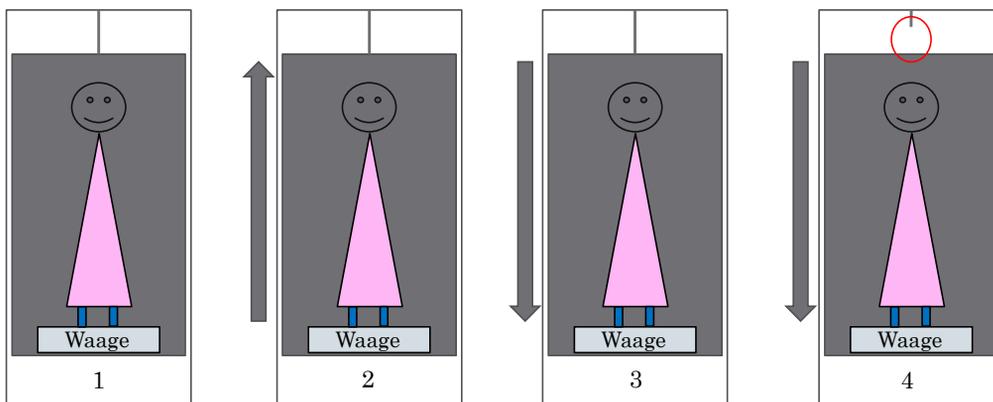
Das Gewicht ist keine innere Eigenschaft eines Körpers.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

63

Gewicht – Besonderheiten

- Das Gewicht eines Körpers darf nur dann gemessen werden, wenn der Körper nicht **senkrecht** zum Erdboden beschleunigt

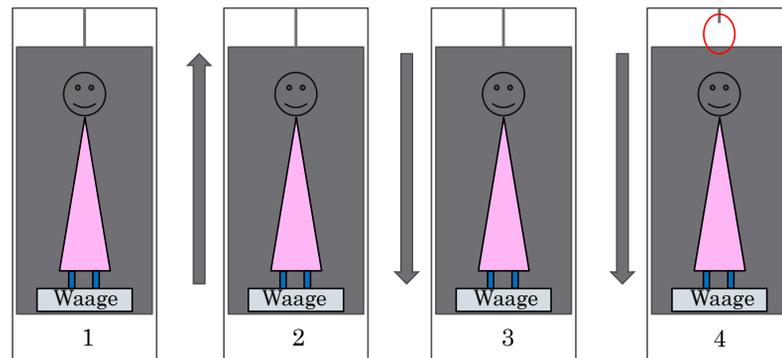


Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

64

Übung



- Was werden die Waagen bei 1-4 anzeigen im Vergleich zu einem Versuch, bei der sich die Person in ihrem Badezimmer mit der gleichen Waage wiegt?
- Warum zeigen die Waagen unterschiedliche Massen an?
- Lösung: Nichtinertialsystem!
 - 1) richtige Masse; 2) schwerer als die tatsächliche Masse; 3) leichter als die tatsächliche Masse; 4) 0
 - Die Waage zeigt die Masse aufgrund des gemessenen Gewichts an, das durch die Masse und die Beschleunigung gegeben ist. Die Waage ist auf Erdbeschleunigung „geeicht“ = das scheinbare Gewicht wird also von der Waage gemessen

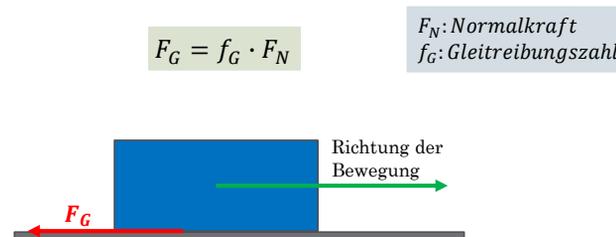
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

65

Gleitreibungskraft (F_G)

- Die Kraft, die das Gleiten eines Körpers auf einem anderen Körper verhindert, wird als Gleitreibungskraft bezeichnet
- Sie ist der relativen Bewegungsrichtung der zwei Körper entgegengerichtet und lässt sich wie folgt ausdrücken:



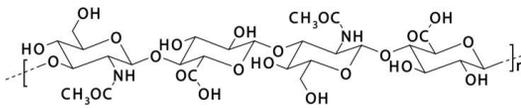
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

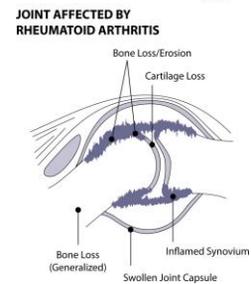
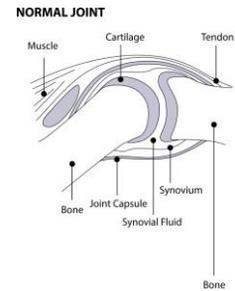
66

Gleitreibungskraft (F_G)

- Zwischen Knochen in Gelenken findet ebenfalls Reibung statt
- Diese Reibung wird maßgeblich durch das Vorhandensein von Synovialflüssigkeit in dem Gelenkraum reduziert
- Einer der Hauptbestandteile ist die Hyaluronsäure – ein Glykosaminoglykan



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016



Quelle: Wandschlag Toxicol. Sep 2013; 8(3): 11-125.; Hyaluronan and synovial joint: function, distribution and healing; Tamer Mahmoud Tamer

67

Gleitreibungskraft (F_G)



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.orthobackhurg.com/arthrose/>; http://www.handklinik.uni-goettingen.de/phy/arthritishoema_gelenk_hand.htm

68

Hookesches Gesetz

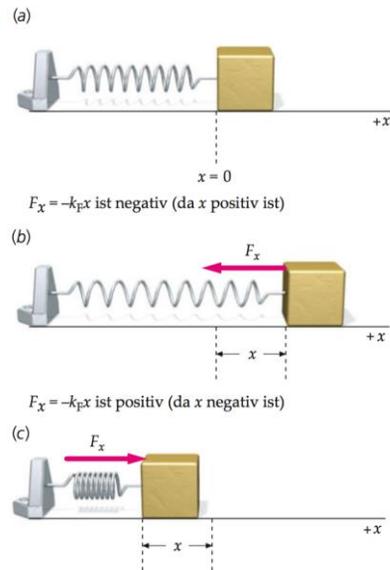
- Wird eine Schraubenfeder gedehnt (oder ein anderer elastischer Körper), so wirkt der Verlängerung eine Kraft entgegen – die Rückstellkraft
- Das Hookesche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen Rückstellkraft und der Verlängerung der Feder (des Körpers):

$$F = -D \cdot s$$

D: Konstante (bei der Feder Federkonstante genannt) mit der Einheit $\frac{N}{m}$
s: Verlängerung

- Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Richtung der Kraft und die Verlängerungsrichtung entgegengesetzt sind

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

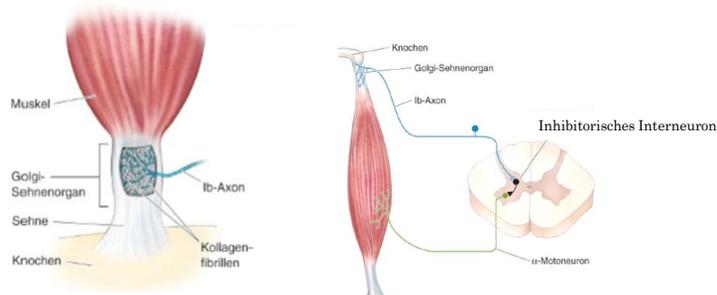


Quelle: Tipler, Paul A., Mosca, Gene: Kommer, Christoph (2010) Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Aufl. Hr. v. Jimmy Wuang. Springer Spektrum

69

Golgi-Sehnenorgane

- Das Hookesche Gesetz gilt auch annähernd für Sehnen und Bänder im menschlichen Körper, sofern diese nicht zu stark belastet werden
- Zum Schutz vor Überlastung kommen in den Sehnen der Muskeln sogenannte Golgi-Sehnenorgane vor, die einer Überlastung des Muskels bzw. seiner Sehne entgegenwirken



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Neurowissenschaften: Bear, Connors: 3. Auflage: Springer-Verlag

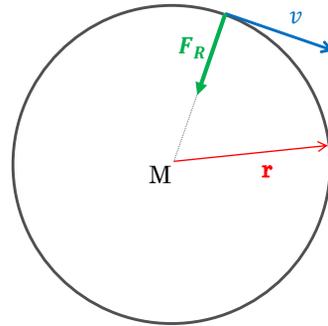
70

Radialkraft/Zentripetalkraft (F_R)

- Die Kraft, die bei einer gleichförmigen Kreisbewegung auf den sich bewegenden Körper wirkt, wird Radialkraft genannt – es gilt:

$$F_R = m \cdot a_R = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

- Die Radialkraft hält den sich drehenden Körper auf seiner Bahn, indem sie ständig die Richtung seiner Geschwindigkeit, nicht aber den Betrag, verändert
- Sie ist stets zum Kreismittelpunkt und nicht zum Zentrum der Drehung gerichtet



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

71

Radialkraft/Zentripetalkraft (F_R)

- Radialkraft = Zentripetalkraft
- Die Kraft ändert ständig die Beschleunigung und damit die Richtung und nicht den Betrag der Bahngeschwindigkeit
- Die Zentripetalkraft ist keine neue Kraftart – der Name der Kraft gibt lediglich die Richtung dieser an – bei der Kraft kann es sich z.B. um eine:
 - Reibungskraft
 - Gravitationskraft
 - Kraft durch eine Wand oder Schnur handeln

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.focus.de/autofokus/best-porsche-coupe-nur-mit-der-kuhle-aid_107810.html

72

Übung – Radialkraft (F_R) im „Alltag“

- Um was für eine Kraft handelt es sich bei der Zentripetalkraft, die auf (a) das Auto und (b) auf die Insassen wirkt?
- In welche Richtung bewegen sich die Insassen (a), wenn sie angeschnallt sind und (b), wenn sie nicht angeschnallt auf dem Sitz sitzen?
- Wie ist die Bewegungsrichtung der Insassen zu erklären?
- Warum kann gerade bei nasser/vereister Straße ein Auto aus der Kurve geschleudert werden?



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.t-online.de/auto/technik/id_61080058/auto/technik/wie-bekommt-man-autos-jede-kurve.html

73

Radialkraft (F_R) im „Alltag“

- Kurve mit einem Auto fahren (plötzliches Abbiegen nach links):
 - Die Insassen im Auto rutschen dabei auf ihrem Sitz nach rechts
 - Die Zentripetalkraft, die das Auto auf der Linkskurve hält, ist eine von der Straße auf die Reifen ausgeübte Reibungskraft
 - Auch auf die Insassen wirkt eine Zentripetalkraft – die Reibungskraft zwischen Sitz und Insassen war jedoch nicht groß genug, sodass der Sitz unter uns wegrutscht und wir nach rechts rutschen
 - Nun sorgt der Druck der Autokarosserie für die notwendige Zentripetalkraft, die uns auf der Kreisbahn hält
 - Der Sicherheitsgurt sorgt dafür, dass wir, trotz unzureichender Reibungskraft, mehr oder weniger an Ort und Stelle gehalten werden
 - Bei nasser/vereister Straße kann das Auto aus der Kurve fliegen, weil die Reibungskraft zwischen Reifen und Straße nicht mehr ausreicht, dieses auf der Bahn zu halten

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

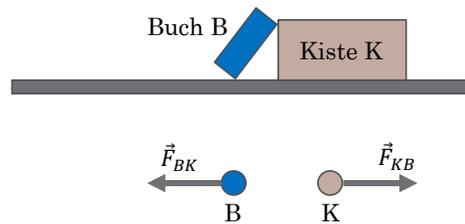
74

Wechselwirkungsgesetz/3. newtonsches Axiom

- Wenn zwei Körper miteinander wechselwirken, dann besitzen die Kräfte, die die Körper aufeinander ausüben, denselben Betrag, aber die entgegengesetzte Richtung
- Die Kräfte treten immer paarweise auf und können als Kraft-Gegenkraft-Paar (Aktions-Reaktions-Paar) bezeichnet werden
- Es gilt daher:

$$\vec{F}_{BK} = -\vec{F}_{KB}$$

Kraft-Gegenkraft-Paare sind immer betragsmäßig gleich und entgegengesetzt gerichtet!



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016