

Vorlesung 4

Karim Kouz

WS 2015/2016: Grundlagen der medizinischen Biophysik

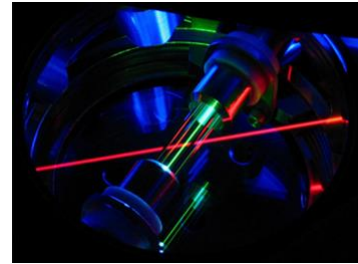
(VIII) Wärmlehre

Karim Kouz

WS 2015/2016: Grundlagen der medizinischen Biophysik

Wärmelehre

- Ein zentraler Begriff der Wärmelehre ist die Temperatur (SI-Basisgröße)
- Sie ist eine Eigenschaft des jeweiligen Körpers und ein Maß für die thermische Energie des Körpers
- Gemessen wird die Temperatur in der Physik auf der Kelvin-Skala (Einheit: Kelvin)
- Die Kelvin-Skala besitzt einen absoluten Nullpunkt (0 K), aber keine obere Grenze
- Beim absoluten Nullpunkt würden sich – sofern dieser erreicht werden könnte – die Teilchen des Körpers nicht mehr bewegen
- Viele Eigenschaften von Körpern verändern sich abhängig von ihrer jeweiligen Temperatur, wie z.B.:
 - Volumen
 - Farbe
 - Elektrischer Widerstand
 - Druck eines Gases



In die Ionenfalle, die Teil einer Atomuhr ist, werden Thoriumionen bis nahe an den absoluten Nullpunkt heruntergekühlt. Die Genauigkeit dieser Atomuhren ist damit so exakt, dass auf das Alter des Universums von knapp 14 Milliarden gerechnet, gerade einmal eine Abweichung von rund einer Zehntelsekunde festzustellen wäre.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.jpr.physik.uni-erlangen.de/~nolte/Bauprinzip_fuer_Atomuhren_Nukleare.html

3

Temperaturabhängige Eigenschaften

- Die Veränderung von Eigenschaften eines Körpers, abhängig von seiner Temperatur, wird in vielen Geräten ausgenutzt
- Z.B. wird die Ausdehnung von Flüssigkeiten in Thermometern ausgenutzt, um die Temperatur zu messen



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.fugaweb.de/maulwurf/quicksilver/08.html>

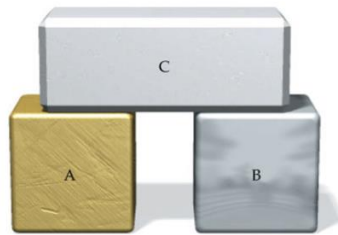
4

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik

• Versuch:

- Ein heißer Kupferstab wird in eine Schale mit kaltem Wasser gelegt
- Der Kupferstab kühlt dabei ab und wird kürzer, wohingegen die Wassertemperatur ansteigt
- Sobald der Stab nicht mehr kürzer wird (thermisches Gleichgewicht), wird ein kalter Eisenstab etwas entfernt von dem Kupferstab in die Schale gelegt
- Der Eisenstab wird wärmer, bis er mit dem Wasser im thermischen Gleichgewicht steht
- Werden nun beide Stäbe in engen Kontakt gebracht, ändern sich ihre Längen nicht mehr – diesen Grundsatz nennt man „Nullten Hauptsatz der Thermodynamik“

Befinden sich zwei Körper im thermischen Gleichgewicht mit einem dritten, so stehen sie auch untereinander im thermischen Gleichgewicht.



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Tipler, Paul A., Moses, Gene: Kompass, Christoph (2012): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure 7. Aufl. Hr. v. Jenny Wapner, Springer Spektrum

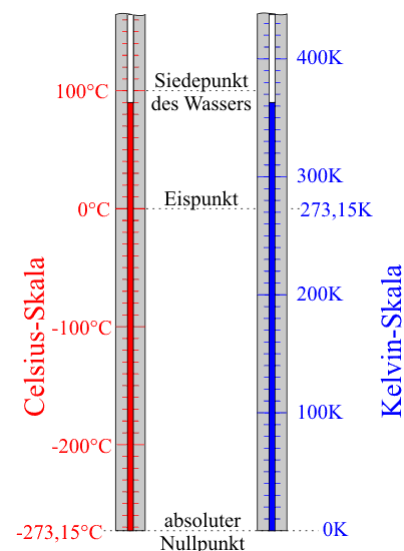
7

Temperaturskalen

- Die für uns gängigen Temperaturskalen sind die Celsius- und die Kelvinskala
- Für den nichtwissenschaftlichen Gebrauch ist bei uns die Celsiusskala von Bedeutung (Einheit: Grad Celsius), wobei gilt:

$$T_{\text{Celsius}} = T_{\text{Kelvin}} - 273^{\circ}$$

- Die Celsiusskala hat als willkürlich festgelegten Nullpunkt 0°C – die Temperatur von schmelzendem Eis
- Die zwei Temperaturskalen sind also im Vergleich zueinander verschoben – die Schritte der beiden Skalen sind jedoch gleich groß!



Quelle: <http://www.biophysik.de/biophysik/temperatur/temperatur-und-waermermodell>

8

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Unterkühlung (Thermodynamik)

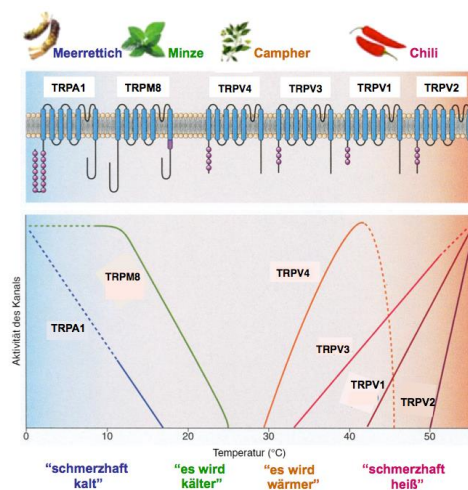
- Bezeichnet in der Thermodynamik die Absenkung der Temperatur einer Flüssigkeit unter den Gefrierpunkt, ohne dass die Flüssigkeit erstarrt
- Der Schmelzpunkt von Eis liegt bei 0°C – beim Gefrierpunkt von Wasser verhält es sich aus kinetischen Gründen anders
- Damit das Wasser gefriert, müssen Eiskristalle mit einer bestimmten Mindestgröße ausgebildet werden (spontan oder durch Kristallisationskeim/Erschütterung)

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

9

Temperaturempfinden

- Das subjektive Temperaturempfinden entspricht nicht immer der objektiv messbaren Temperatur
- Ein Grund dafür ist, dass Temperaturrezeptoren, neben Wärme und Kälte, auch auf bestimmte Stoffe reagieren
- Eine andere „Täuschung“ ist die paradoxe Kälteempfindung



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Neurowissenschaften: Bear, Connors 3. Auflage Springer-Verlag

10

Thermische Ausdehnung

- Die meisten Körper dehnen sich bei Erwärmung aus (Längen- und Volumenausdehnung) und ziehen sich bei Abkühlung wieder zusammen
- Dabei gilt für die Längenausdehnung:

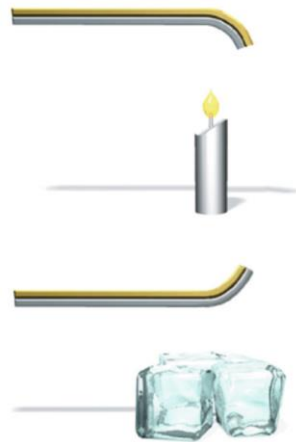
$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

α : linearer Längenausdehnungskoeffizient

- Für die Volumenausdehnung gilt:

$$\Delta V = V \cdot \beta \cdot \Delta T$$

β : Volumenausdehnungskoeffizient



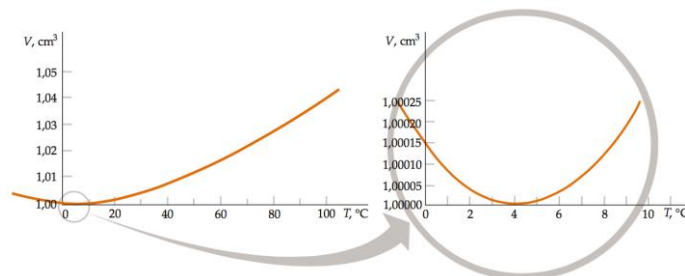
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

11

Quelle: Tipler, Paul A.; Mosca, Gene: Kommer, Christoph (2013): Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Aufl. Hg. v. Jenny Wagner. Springer Spektrum.

Anomalie des Wassers

- Fluide und Festkörper folgen eigentlich dem Volumenausdehnungs-Gesetz
- Wasser – das bekannteste Fluid – jedoch nicht:
 - Oberhalb von 4°C dehnt sich Wasser aus
 - Zwischen 0°C und 4°C zieht sich Wasser mit zunehmender Temperatur zusammen



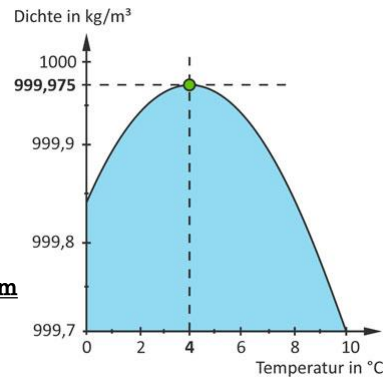
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

12

Quelle: Tipler, Paul A.; Mosca, Gene: Kommer, Christoph (2013): Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure. 7. Aufl. Hg. v. Jenny Wagner. Springer Spektrum.

Anomalie des Wassers

- Fluide und Festkörper folgen eigentlich dem Volumenausdehnungs-Gesetz
- Wasser – das bekannteste Fluid – jedoch nicht:
 - Oberhalb von 4°C dehnt sich Wasser aus
 - Zwischen 0°C und 4°C zieht sich Wasser mit zunehmender Temperatur zusammen
- **Die Dichte des Wasser hat also bei ungefähr 4°C ein Maximum**



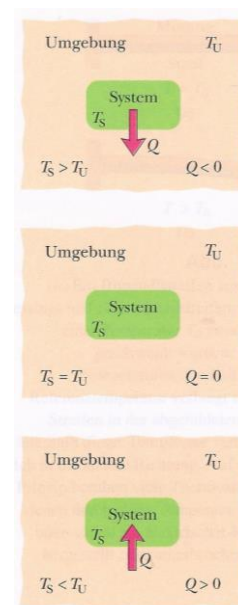
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.klassiker-wasser.de/content/Impulse/Impulse_zumVerstehen/physik/temperaturanomalie/temperaturanomalie_fovetky.jpg

13

Wärme

- Versuch:
 - Eine heiße Tasse Kaffee wird auf den Küchentisch gestellt
 - Das System „Kaffeetasse“ gibt solange Energie ab, bis es die Temperatur der Küche erreicht hat, die sich bei diesem Vorgang nur vergleichsweise wenig ändert
- Die übertragene Energie wird als Wärme bezeichnet und mit Q abgekürzt
- Wärme ist also die zwischen einem System und seiner Umgebung aufgrund eines Temperaturunterschiedes ausgetauschte Energie
- Die SI-Einheit der Wärme ist das Joule



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Physik: Halliday, Resnick, Walker, WILEY-VCH

14

Wärmekapazität

- Mit Hilfe der Wärmekapazität C kann ein Zusammenhang zwischen der Temperaturänderung eines Körpers und der dabei aufgenommenen oder abgegebenen Wärme hergestellt werden:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \left[\frac{J}{K} \right]$$

- Möchte man die Temperatur eines Körpers erhöhen, so muss ihm Wärme zugeführt werden: Q und ΔT sind beide positiv
- Möchte man die Temperatur eines Körpers erniedrigen, so muss Wärme von ihm abgeführt werden: Q und ΔT sind beide negativ

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

15

Spezifische Wärme(kapazität)

- Die Wärmekapazität eines Körpers hängt von dem Material des Körpers und seiner Masse ab
- Die spezifische Wärmekapazität ist eine stoffspezifische Größe und ergibt sich als:

$$c = \frac{C}{m} \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

- Ein Wert von $c = 5 \frac{J}{kg \cdot K}$ bedeutet, dass 5 J nötig sind, um die Temperatur von 1 kg des Stoffes um 1 K zu ändern
- Mit Hilfe der beiden Ausdrücke erhält man schließlich:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

16

Aggregatzustände

- Aggregatzustände sind Erscheinungsformen, in denen ein Stoff, abhängig von den äußeren Bedingungen (z.B. Temperatur und Druck), vorliegen kann
- Man unterscheidet dabei zwischen den 3 Zuständen: fest, flüssig und gasförmig
- Wasser kann also in drei Zuständen auftreten: Eis, flüssiges Wasser und Wasserdampf
- Die unterschiedlichen Zustände haben bestimmte Eigenschaften:
 - Fest: bestimmtes Volumen und bestimmte Gestalt
 - Flüssig: bestimmtes Volumen aber keine bestimmte Gestalt
 - Gasförmig: kein bestimmtes Volumen und keine bestimmte Gestalt



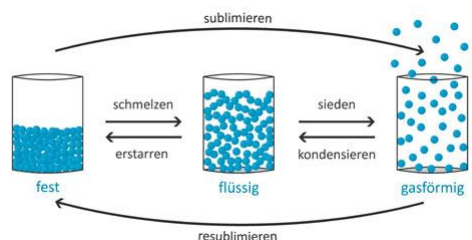
Quelle: <http://www.klassewasser.de/content/faq/faq.php>

17

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Phasenumwandlung/-übergang

- Die verschiedenen Aggregatzustände können auch als Phase bezeichnet werden
- Wechselt ein Stoff seinen Aggregatzustand (Phase), so spricht man auch von einer Phasenumwandlung bzw. einem Phasenübergang
- Die jeweiligen Übergänge werden mit bestimmten, zum Teil mehreren Begriffen, bezeichnet



Quelle: <http://www.klassewasser.de/content/faq/faq.php>

18

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Ideale Gase

- Ein Modell eines Gases mit folgenden Eigenschaften:
 - Gasteilchen sind punktförmig
 - Gasteilchen besitzen kein Volumen
 - Keine Wechselwirkung zwischen den einzelnen Teilchen (Ausnahme: elastische Stöße untereinander bzw. mit der Wand des Gefäßes)
- Die Temperatur des Gases ist einfach proportional zur durchschnittlichen kinetischen Energie
- Die Stoßkräfte, die die Teilchen auf die Wände des Behälters ausüben, sind zusammen als Gasdruck messbar

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

21

Allgemeine Zustandsgleichung

- Mit Hilfe der allgemeinen Zustandsgleichung kann der Zusammenhang zwischen Druck (p), Volumen (V), Stoffmenge (v) und Temperatur (T) eines idealen Gases beschrieben werden:

$$p \cdot V = v \cdot R \cdot T$$

$$R = 8,31 \frac{J}{mol \cdot K} \text{ (ideale Gaskonstante)}$$

- Mit der Definition der Stoffmenge erhält man:

$$p \cdot V = v \cdot R \cdot T = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \text{ (Boltzmann – Konstante)}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

22

Spezielle Zustandsänderungen

- Zustandsänderungen können unter bestimmten Bedingungen ablaufen (nicht nur bei idealen Gasen oder Gasen allgemein, sondern bei jedem System):
 - Isobar: bei konstantem Druck
 - Isotherm: bei konstanter Temperatur
 - Isochor: bei konstantem Volumen

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

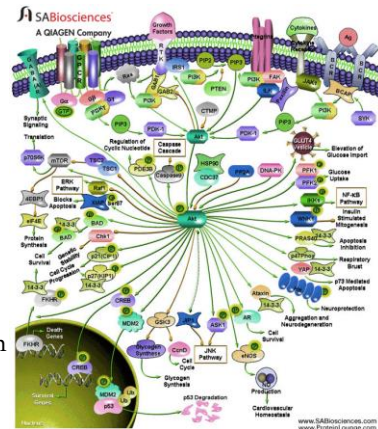
23

(IX, X, XI) E-Lehre 1

Karim Kouz

Exkurs: Signaltransduktion

- Signaltransduktionsvorgänge sind entscheidende Prozesse, die uns am Leben erhalten
- Sie können uns jedoch auch zu einem großen Verhängnis werden
- Viele Krankheiten beruhen auf Defekten innerhalb einer Signalkaskade
- Tumore entstehen durch Defekte innerhalb von Signalkaskaden (Protoonkogene/Tumorsuppressorgene)
- Signale können auch zum kontrollierten Tod von Zellen führen (Apoptose)
- Keine Signalkaskade ist perfekt: Auch die in uns ablaufenden Signalkaskaden können getäuscht werden und somit lebensgefährliche Situationen herbeiführen



Quelle: http://www.sabiosciences.com/images/Akt_Signaling_680.gif

25

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Elektrische Ladung (q)

- Die Ladung ist eine entscheidende Eigenschaft der Materie
- Es gibt positive und negative elektrische Ladungen
- Ein elektrisch neutraler Körper besitzt gleich viele positive und negative Ladungen
- Positiv geladene Körper weisen einen Elektronenmangel auf
- Negativ geladene Körper weisen einen Elektronenüberschuss auf
- Die kleinste Ladungsmenge ist die sogenannte **Elementarladung** und beträgt: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb (C)}$
- Jede andere Ladung ist ein Vielfaches der Elementarladung, die elektrische Ladung ist also eine **gequantelte Größe**



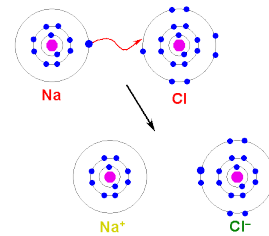
Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Elektrische_Ladung

26

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Ladungsträger

- Als Ladungsträger werden Teilchen bezeichnet, die eine elektrische Ladung tragen
- Wichtige Ladungsträger sind:
 - Das Elektron, das eine Ladung von $-e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$ trägt
 - Das Proton, das eine Ladung von $e = +1,6 \cdot 10^{-19} C$ trägt
- Normalerweise sind Atome, Moleküle und die aus ihnen bestehenden makroskopischen Körper neutral geladen
- Durch das Entfernen oder Hinzufügen von Elektronen entstehen positiv oder negativ geladene Körper
- Entfernen von Elektronen von einem Atom: Kationen
- Überschuss von Elektronen bei einem Atom: Anionen



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.chem.bris.ac.uk/yp/harvey/gse/ionic.html>

27

Faraday-Konstante

- Die Faraday-Konstante entspricht der Ladung von 1 Mol Elektronen und berechnet sich wie folgt:

$$F = N_A \cdot e = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C \approx 96500 \frac{C}{mol}$$

N_A : Avogadro-Konstante

- In vielen physikalischen und chemischen Berechnungen findet die Faraday-Konstante Verwendung und ist daher von entscheidender Bedeutung (z.B. Nernst-Gleichung)

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

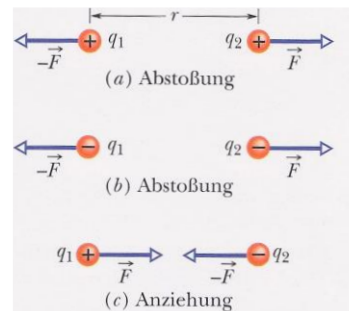
28

Wechselwirkungen zwischen Ladungen

- Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige Ladungen ziehen sich an
- Mit Hilfe des Coulomb-Gesetzes kann die zwischen zwei Ladungen wirkende Kraft berechnet werden:

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Beachte: Stehen mehr als zwei Ladungen in Wechselwirkung zueinander, so addieren sich die Kräfte vektoriell!



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Physik: Halliday, Resnick, Walker: WILEY-VCH

29

Elektrisches Feld

- Zentrale Frage: Woher weiß Ladung 1, dass Ladung 2 in der Umgebung ist und die beiden sich anziehen müssen?
 - Das elektrische Feld als „Vermittler“
- In der Umgebung eines elektrisch geladenen Körpers existiert ein elektrisches Feld
- Innerhalb dieses Feldes wirkt auf eine andere Ladung eine Kraft
- Zur Veranschaulichung des Feldes dienen Feldlinien, für die gilt:
 - Richtung der Feldlinien entspricht Richtung der Feldstärke
 - Dichte der Feldlinien entspricht Betrag der Feldstärke
- Zentrale Frage: Wie schnell erfährt Ladung 1, dass Ladung 2 sich nähert/entfernt?
 - Die Information pflanzt sich als elektromagnetische Welle mit Lichtgeschwindigkeit fort

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

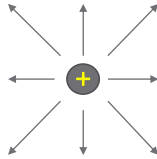
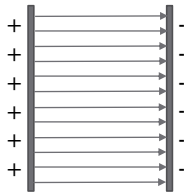
30

Elektrisches Feld

- Das elektrische Feld legt diejenige Coulomb-Kraft fest, die eine positive Punktladung von 1 C in diesem erfahren würde

- Elektrische Feldstärke E:
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \left[\frac{N}{C} = \frac{V}{m} \right]$$

- Ein homogenes elektrisches Feld hat an jedem Punkt den gleichen Wert, d.h., die Feldlinien laufen parallel zueinander in gleichen Abständen
- Ein inhomogenes elektrisches Feld hat nicht an jedem Punkt den gleichen Wert, d.h., die Feldlinien laufen nicht parallel zueinander und auch nicht in gleichen Abständen



Beachte: Feldlinien sind, ausgehend von der positiven Ladung, in die Richtung der negativen Ladung gerichtet. Sie besitzen keine physikalische Realität – sie dienen als Mittel, elektrische Felder grafisch darzustellen.

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

31

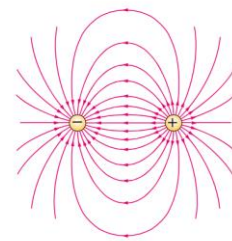
Elektrischer Dipol

- Zwei Ladungen mit gleichem Betrag, aber unterschiedlichem Vorzeichen, die einen Abstand d zueinander besitzen, bezeichnet man als Dipol mit einem dazugehörigen Dipolfeld
- Die Größe des elektrischen Dipols wird mit dem elektrischen Dipol-Moment (p) beschrieben:

$$p = q \cdot d$$

d : Abstand der beiden Ladungen

Beachte: Die Richtung des elektrischen Dipols ist definitionsgemäß vom negativen Ende des Dipols zum positiven Ende hin gerichtet.



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Tipler, Paul A.; Moser, Gene; Kommer, Christoph (2015): Physik. Für Wissenschaftler und Ingenieure, 7. Aufl. Hg. v. James W. Weger. Springer Spektrum.

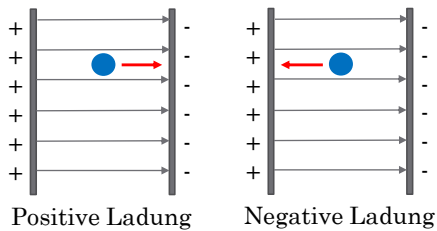
32

Arbeit im elektrischen Feld

- Auf eine sich in einem elektrischen Feld befindende Ladung wirkt eine Kraft – die elektrostatische Kraft mit der Größe:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

- Die elektrische Kraft auf dieses geladene Teilchen hat:
 - Die Richtung des Feldes, falls die Ladung des Teilchens positiv ist
 - Die entgegengesetzte Richtung des Feldes, falls die Ladung des Teilchens negativ ist



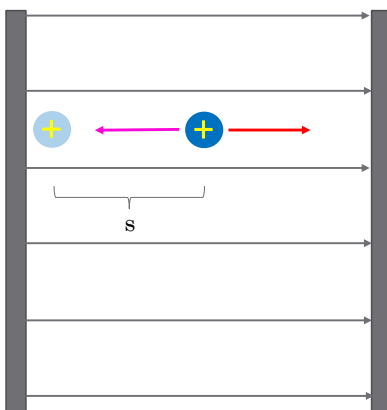
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

33

Arbeit im elektrischen Feld

- Um das Teilchen entgegen der **elektrischen Kraft** entlang des Weges s zu bewegen, muss die Arbeit W verrichtet werden:



$$W = |\vec{F}_a| \cdot s = |\vec{F}_{el}| \cdot s = E \cdot q \cdot s$$

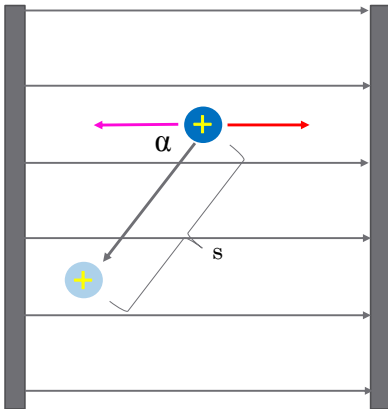
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

34

Arbeit im elektrischen Feld

- Wird das Teilchen schräg zu den Feldlinien bewegt, so gilt für die zu verrichtende Arbeit:



$$W = E \cdot q \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Beachte:

1. Wird das Teilchen senkrecht zu den Feldlinien bewegt, so muss keine Arbeit verrichtet werden:

$$W = E \cdot q \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$$

2. W ist unabhängig vom Weg!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

35

Elektrisches Potential (φ)

- Jedem Punkt eines elektrischen Feldes kann eine potenzielle Energie zugeordnet werden
- Diese potenzielle Energie entspricht der Arbeit, die man verrichten müsste, um eine Ladung q von einem feldfreien Raum (Bezugspunkt) zum entsprechenden Punkt des Feldes zu befördern

$$\varphi_i = \frac{W_{0 \rightarrow i}}{q} \left[\frac{J}{C} = V \right]$$

- Das elektrische Potential ist eine Eigenschaft des elektrischen Feldes, unabhängig davon, ob eine Probeladung in das Feld gebracht wurde oder nicht

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

36

Elektrische Spannung (U)

- Die elektrische Spannung entspricht der Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten
- Dies entspricht der Arbeit, die geleistet werden muss, um eine Ladung der Größe 1 C von einem „Punkt 1“ zu einem anderen „Punkt 2“ in dem elektrischen Feld zu bringen:

$$U_{21} = \frac{W_{1 \rightarrow 2}}{q} = \varphi(2) - \varphi(1)$$

- Muss gegen das Feld Arbeit verrichtet werden, so ist die Arbeit und auch die Spannung positiv – der „Punkt 2“ hat also ein höheres elektrisches Potential als der „Punkt 1“
- Ist die Arbeit und damit auch die Spannung negativ, so hat der „Punkt 2“ ein niedrigeres elektrisches Potential als der „Punkt 1“



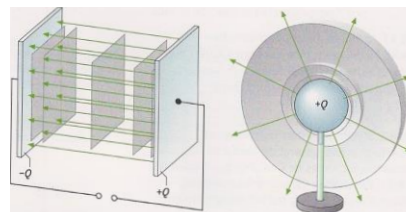
Quelle: http://www.animaufjes.de/wallpaper/berg/wallpaper_berg_animaufjes-97-97581.u

37

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Äquipotentialflächen (ÄP)

- Alle Punkte, die das gleiche Potential besitzen, liegen auf einer Fläche, der Äquipotentialfläche
- Die Feldlinien verlaufen senkrecht zu den Äquipotentialflächen
- Bewegt man eine Ladung innerhalb einer Äquipotentialfläche, so wird keine Arbeit verrichtet
- In homogenen Feldern sind die Äquipotentialflächen Ebenen, in inhomogenen Feldern beliebig gekrümmte Flächen



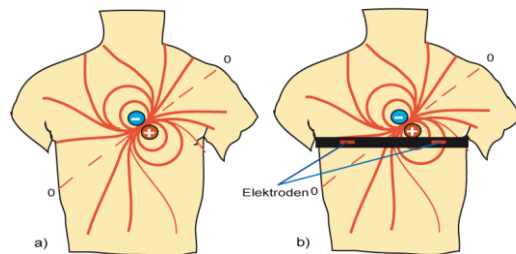
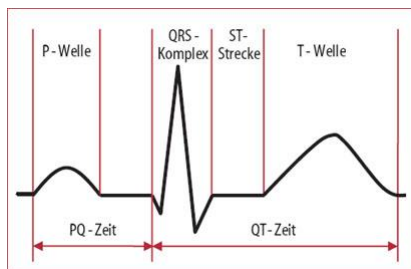
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Impulse Physik 11/12 W. Bredthauer, Klett-Verlag

38

Exkurs: EKG

- Beim EKG werden zwischen verschiedensten Punkten (Elektroden) Potentialdifferenzen gemessen (Ableitungen)
- Sitten zwei Elektroden auf einer ÄP, so ist die Potentialdifferenz: $U = 0 \text{ V}$
- Anhand der gemessenen Potentialdifferenzen und deren zeitlichem Verlauf kann auf die Herzaktivität und pathologische Prozesse zurückgeschlossen werden



a) Äquipotentiallinien auf der Körperoberfläche. b) Abgriff der elektrischen Potentiale.

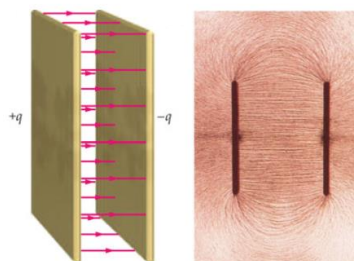
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.didaktikonline.physik.uni-muenchen.de/piko/material/medizintechnik/medizintechnik/herz/herz.html>
<http://www.davidaermodilescg.it/m>

39

Kondensator

- Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das elektrische Ladung und Energie speichern kann
- In seiner einfachsten Bauform besteht er aus elektrisch leitenden Platten, die gegeneinander isoliert sind und heißt dann Plattenkondensator



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

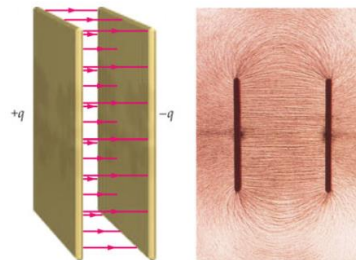
Quelle: Tipler, Paul A.: Moser, Gero: Kommer, Christoph (2015): Physik: Für Wissenschaftler und Ingenieure, 7. Aufl. Hr. v. James W. Wager. Springer Spektrum.

40

Kondensator

- Wird ein Kondensator geladen, so erhalten seine beiden Platten betragsgleiche und ungleichnamige Ladungen $+q$ und $-q$
- $+q = Q$ wird als **Ladung des Kondensators bezeichnet**, wobei die effektive Ladung des Kondensators 0 ist!
- Die Platten des Kondensators sind Äquipotentialflächen, wobei zwischen den beiden Platten eine Potentialdifferenz besteht

Das elektrische Feld zwischen den beiden Platten ist ein **homogenes Feld**, außerhalb der beiden Platten ist es jedoch inhomogen



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Tipler, Paul A., Moses, Gene: Kommut. Christoph (2012): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure 7. Aufl. Hr. v. Jenny Wurmer, Springer Spektrum

41

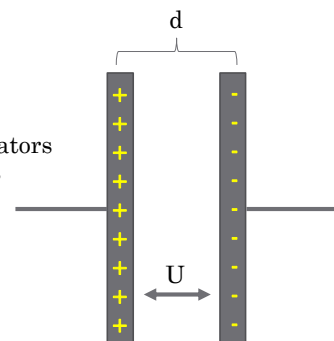
Kapazität des Kondensators

- Die Ladung Q eines Kondensators ist proportional zu der zwischen den beiden Platten bestehenden Potentialdifferenz U :

$$Q \sim U$$

- Die Proportionalitätskonstante wird als Kapazität C des Kondensators bezeichnet und ist ein Maß der Ladungsspeicherungsfähigkeit des Kondensators – ihre Einheit ist das Farad:

$$Q = C \cdot U \longrightarrow C = \frac{Q}{U} [F]$$



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

42

Weitere wichtige Beziehungen

- In einem homogenen elektrischen Feld, wie dem des Plattenkondensators, gilt:

$$U = \frac{W}{q} = \frac{q \cdot |\vec{E}| \cdot s}{q} = E \cdot s$$

- Zudem gilt für einen Plattenkondensator mit einer Plattenfläche A und einem Abstand d zwischen den beiden Platten:

$$C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$$

- Wie in obiger Gleichung zu erkennen ist, hängt die Kapazität des Kondensators von seiner Geometrie ab:
 - Je größer die Kondensatorplatten sind, desto größer ist die Kapazität
 - Je kleiner der Abstand zwischen den Kondensatorplatten ist, desto größer ist die Kapazität

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

43

Dielektrika

- Der zwischen den beiden Platten des Plattenkondensators bestehende Raum muss nicht unbedingt mit Luft gefüllt sein
- Als zwischen den beiden Platten vorhandenes Medium können jedoch nur nichtleitende Stoffe verwendet werden
- Stoffe, die die Kapazität des Plattenkondensators vergrößern, werden als Dielektrikum bezeichnet (polare vs. unpolare Dielektrika)
- Die Kapazität des Kondensators mit Dielektrikum, das den Plattenzwischenraum komplett ausfüllt, beträgt:

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

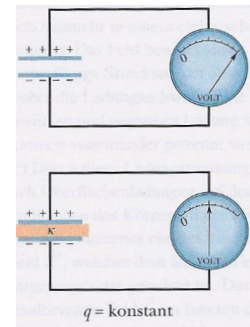
ϵ_r : relative Permittivität

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

44

Dielektrika

- Versuch:
 - Ein Plattenkondensator wird aufgeladen und die Spannung U mit einem Spannungsmesser gemessen
 - Nachdem der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt wird, aber nach wie vor geladen ist, wird eine Glasplatte zwischen die beiden Platten eingeführt
- Beobachtung:
 - Die Spannung zwischen den beiden Platten wird beim Einführen des Dielektrikums kleiner
- Deutung:
 - Da Q konstant bleibt, muss sich die Kapazität vergrößert haben – aber warum?

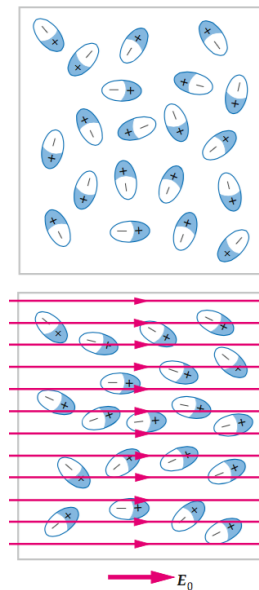


Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

45

Dielektrika

- Werden polare Moleküle, die ein permanentes elektrisches Dipolmoment besitzen, wie z.B. Wasser, in das elektrische Feld eines Plattenkondensators gebracht, so richten sich die Dipole zum Teil in Feldrichtung aus
- Die vollständige Ausrichtung wird durch die thermische Bewegung der Teilchen verhindert
- Werden unpolare Moleküle in das elektrische Feld gebracht, so werden Dipolmomente in diesen Molekülen induziert
- Die nun induzierten Dipole richten sich ebenfalls im elektrischen Feld aus



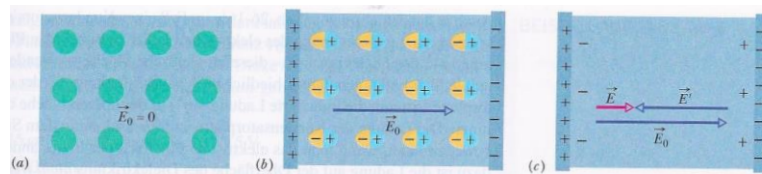
Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

46

Dielektrika

- Durch die Ausrichtung dieser Dipole wird ein weiteres elektrisches Feld, das dem des Kondensators entgegengesetzt ist, erzeugt
- Das resultierende elektrische Feld ist nun geringer als vor der Einbringung des Dielektrikums
- Wie anhand folgender Gleichung ersichtbar ist, erhöht sich durch die Verringerung des elektrischen Feldes die Kapazität des Kondensators:

$$C \uparrow = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{E \downarrow \cdot s}$$



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: Physik: Halliday, Resnick, Walker: WILEY-VCH

47

Energiespeicherung im Kondensator

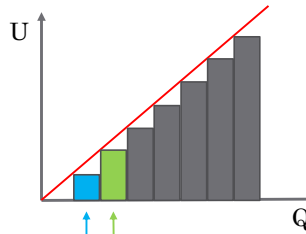
- Damit ein Kondensator geladen werden kann, muss eine äußere Spannungsquelle Arbeit verrichten
- **Gedankenexperiment:**
 - Die in der Spannungsquelle gespeicherte Energie wird dazu genutzt, um Elektronen von der einen Platte zu entfernen und auf die andere Platte zu bringen
 - Je stärker der Kondensator geladen wird, desto schwerer wird es ihn noch weiter zu laden, da das elektrische Feld des Kondensators so gerichtet ist, dass es einem weiteren Ladungstransfer entgegenwirkt
- Die zum Aufladen des Kondensators verrichtete Arbeit speichert der Kondensator in Form von elektrischer Energie
- Beim Entladen des Kondensators wird diese Energie wieder abgegeben

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

48

Energiespeicherung im Kondensator

- Für jeden weiteren Ladungstransfer muss mehr Arbeit verrichtet werden, aufgrund des sich aufbauenden elektrischen Feldes, das dem Transfer entgegenwirkt
- Die Arbeit für eine komplette Aufladung des Kondensators entspricht der Summe der Einzelarbeiten ($W_1 + W_2 + \dots$)



W_2 : Verrichtete Arbeit für die 3. Teilladung
 W_1 : Verrichtete Arbeit für die 2. Teilladung

- Mathematisch:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = \int dW = \int_0^Q U(q) dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2 \cdot C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

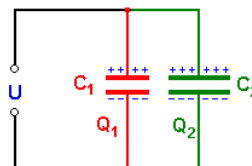
49

Parallelschaltung von Kondensatoren

- Parallelschaltung:
 - Bauteile sind parallelgeschaltet, wenn alle ihre gleichnamigen Pole jeweils miteinander verbunden sind
- Es gilt allgemein:
 - Die Spannung ist in allen Teilzweigen gleich groß: $U_{\text{gesamt}} = U_1 = U_2 = \dots$
 - Die Gesamtstromstärke verteilt sich auf die einzelnen Zweige – die Summe der Teilströme ist gleich dem Gesamtstrom: $I_{\text{gesamt}} = I_1 + I_2 + \dots$

$$\begin{aligned} U_1 = U_2 = U_{\text{gesamt}} &\longrightarrow Q_1 + Q_2 = Q_{\text{gesamt}} \\ U \cdot C_1 + U \cdot C_2 = U \cdot C_{\text{gesamt}} \\ C_1 + C_2 = C_{\text{gesamt}} \end{aligned}$$

Die Gesamtkapazität von parallel geschalteten Kondensatoren erhält man durch Addition der einzelnen Kapazitäten.



Beachte: Spannungen werden parallel zum Verbraucher gemessen!

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: http://www.schule-bw.de/unterricht/fachlehrphysik/online_material/e_lehre_2/elektronik/kond.htm

50

Reihenschaltung von Kondensatoren

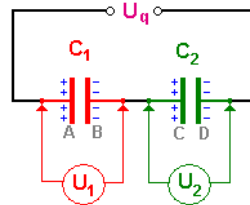
- Reihendarstellung:
 - Bauteile sind in Reihe geschaltet, wenn diese hintereinander geschaltet sind
- Es gilt allgemein:
 - Die Summe der Teilspannung ist gleich der Gesamtspannung: $U_{\text{gesamt}} = U_1 + U_2 + \dots$
 - Die Stromstärke ist an jedem Punkt der Reihenschaltung gleich groß: $I_{\text{gesamt}} = I_1 = I_2 = \dots$

$$U_1 + U_2 = U_{\text{gesamt}} \longrightarrow Q_1 = Q_2 = Q_{\text{gesamt}}$$

$$\frac{Q}{C_{\text{gesamt}}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Die Gesamtkapazität von in Reihe geschalteten Kondensatoren erhält man durch die Reziprokregel.



Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016

Quelle: <http://www.schule-bw.de/unterricht/fachphysik/online materiale/lehre/2/feldvergleich/kond.htm>

51

Defibrillator

- Eine Spannungsquelle (Batterie, Netzspannung...) lädt einen Kondensator auf eine hohe Spannung auf
- Die gespeicherte Energie im Kondensator lässt sich wie folgt bestimmen:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot (70 \cdot 10^{-6} \text{ F}) \cdot (5000 \text{ V})^2 = 875 \text{ J}$$

Die in dem Kondensator gespeicherte Energie wird dann bei der Abgabe des Schockes innerhalb kürzester Zeit abgegeben und fließt zwischen zwei auf der Brust aufgebrachten Elektroden

- Eine große Anzahl der Herzzellen (> 70%) wird dabei depolarisiert
- Die z.B. beim Kammerflimmern kreisende Erregung kann dadurch unterbrochen werden und das Erregungsleitungssystem kann wieder die Stimulation des Herzens übernehmen
- Die elektrische Leistung eines 200 Joule Entladepulses beträgt:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{200 \text{ J}}{2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 100 \text{ kW}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2015/2016



Quelle: <http://ksi.uconn.edu/prevention/strategies/automated-external-defibrillator/>

52