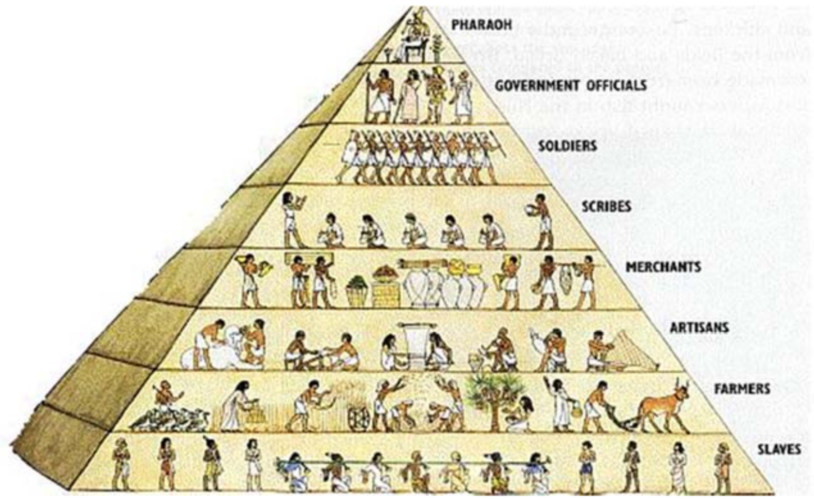
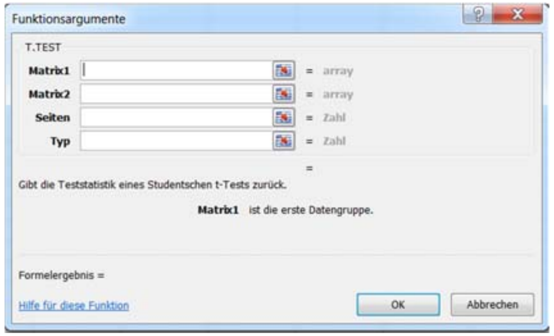
Nichtparametrische Methoden



KAD 2016.02.09



=T.TEST( )

Matrix1 ist die erste Datengruppe.

Matrix2 ist die zweite Datengruppe.

Seiten bestimmt die Anzahl der Endflächen.

Typ bestimmt die Form des durchzuführenden t-Tests.

Parameter

Ist Typ gleich	Wird folgender Test ausgeführt
1	Gepaart ← **Einstichproben t-Test**
2	Zwei Stichproben, gleiche Varianz (homoskedastisch)
3	Zwei Stichproben, ungleiche Varianz (heteroskedastisch)

Test auf Varianzgleichheit: *F*-test

Nullhypothese: Die Varianzen sind gleich

Parameter: $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$; $s_1 > s_2$

Bei der Gültigkeit der Nullhypothese F folgt eine F-Verteilung mit n_1-1 und n_2-1 Freiheitsgrade

Bemerkung: Tabelle zum einseitigen Test
wir brauchen einen zweiseitigen Test

$$\boxed{F = \frac{s_1^2}{s_2^2}}$$

der kritische Wert (aus der Tabelle)

$F < F_{n_1-1, n_2-1; 5\%}$ wir verwerfen die *Nullhypothese* nicht
d.h. die Varianzen sind gleich

$F > F_{n_1-1, n_2-1; 5\%}$ wir verwerfen die *Nullhypothese*
d.h. die Varianzen sind nicht gleich

Übersicht der Testmethode

Verteilung / *Stichproben*	*normalverteilte Daten*	*die Verteilung der Daten ist unbekannt*
eine Stichprobe	Einstichproben t-Test	Wilcoxon Test
zwei Stichproben	Zweistichproben t-Test	Mann-Whittney U-Test
mehrere Stichproben	ANOVA (Varianzanalyse)	Kruskal-Wallis Test

Nichtparametrische Methoden

Bedingungen der *t*-Tests

- kontinuierliches Merkmal (z.B. Körperhöhe, Körpertemperatur...)
- die Daten müssen normalverteilt sein

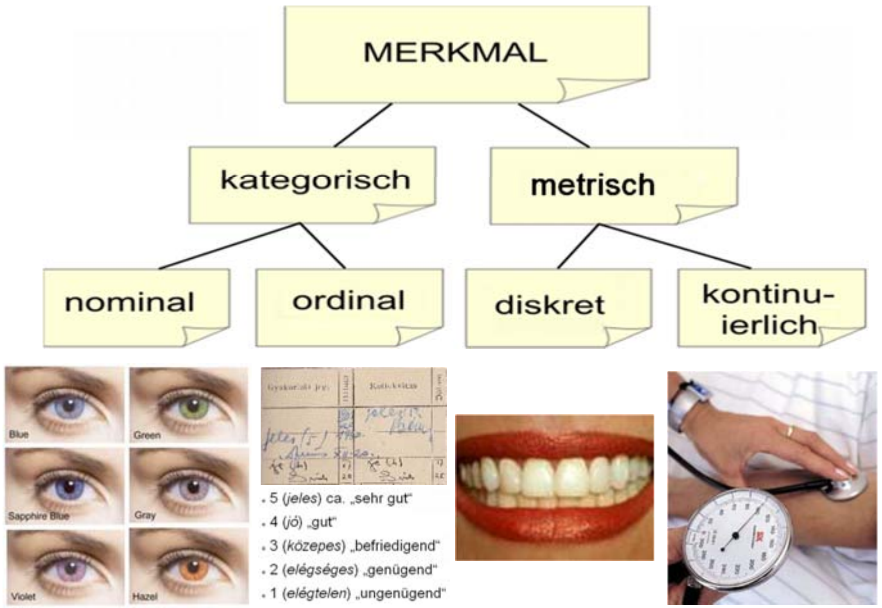
Nichtparametrische Methoden

- nur ordinale Daten (Ordinalskala)
- keine Normalverteilung (auch bei unbekannter Verteilung möglich)

z. B. Schmerzmittel – wie es schmerzt?
Kann nur auf einer ordinalen Skala gemessen werden:

1, 2, 3, 4, 5 oder

Klassifizierung der Merkmale



Vorteile:

- Verteilungsunabhängigkeit
- Ordinal-, Intervall-, Verhältnisskalen

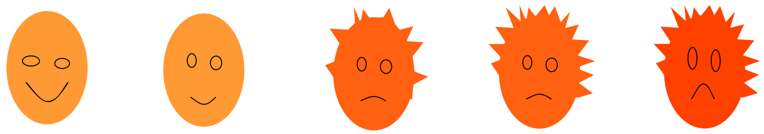
Nachteile:

- Datenreduktion, Informationsverlust
- größere Wahrscheinlichkeit der Fehler 2. Art:
  nur größere Unterschiede können statistisch bewiesen werden

Prinzip der Rang-Tests

Rang: Position eines Wertes innerhalb einer nach der Größe sortierten Wertereihe

z.B. Kopfschmerzen:



1 2 3 4 5

Mit Hilfe der Ränge führt man eine Gleichverteilung ein!

Rang Test Methode – Verbundene Ränge

Wenn zwei oder mehrere ursprüngliche Daten gleich sind:

originale Daten	3, 7, 1, 13, 13, 16
geordnete Daten	1, 3, 7, 13, 13, 16
Ränge	1, 2, 3, 4.5, 4.5, 6

Verbundene Ränge:

die bekommen den Durchschnittsrang

Durchschnitt der Ränge

In steigende Reihe geordnete Daten:	x_1, x_2 … $x_{(n-1)/2}$, $\boxed{x_{(n+1)/2}}$ … x_{n-1}, x_n
Ränge:	1, 2 … (n-1)/2 (n+1)/2 … n-1, n

(n ist ungerade)

Durchschnitt der Ränge: $\bar{R} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} i = \frac{1}{n}\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n+1}{2}$

Durchschnittlicher Rang = Rang des Medians

Wenn n ist gerade:

Median= $(x_{n/2} + x_{n/2+1})/2$

Durchschnittlicher Rang= (n+1)/2

Rangteste testen den Median!

Eine Stichprobe: Wilcoxon-Vorzeichen Rangtest

eine Stichprobe (gepaarte Daten)

ordinale Daten

Ist der Median der Datenreihe gleich Null?

(oder ein bestimmter Wert)?

H_0: Der Median der Daten ist Null

(oder ein bestimmter Wert).

Die Ränge bekommen Vorzeihen.

Der Durchschnitt der Ränge wird geprüft.

Wenn die Nullhypothese gültig ist, es sind gleich viele und gleich große positive und negative Ränge, Durchschnitt der Ränge ist Null!

Wilcoxon-Vorzeichen Rangtest: Einführung mit einem Beispiel

Überlebenszeit der Ratten:
168, 150, 280, 221, 230, 165, 179, 250, 195, 276
Ist der Median der Überlebenszeiten unterschiedlich von 170 Tage?
H_0: Der Median der Überlebenszeiten beträgt 170 Tage.

Überlebenszeitenunterschiede der Ratten im Vergleich zur 170 Tage:
-2, -20, +110, +51, +60, -5, +9, +80, +25, +106

Geordnet nach Betrag der Änderung:
-2, -5, +9, -20, +25, +51, +60, +80, +106, +110,

Ränge (nach betrag der Änderung):
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Ränge mit Vorzeichen:
-1, -2, +3, -4, +5, +6, +7, +8, +9, +10

Durchschnitt: 4.10
Standardabw.: 4.91

Wilcoxon Vorzeichen Rangtest: Beispiel der Überlebenszeiten der Ratten

Der Durchschnitt folgt einer Normalverteilung, wenn genug viele Daten sind (Zentraler Grenzwertsatz)

Anwendung der t-Verteilung (Annäherung!):

$$t_{n-1} = \frac{\bar{R}}{s / \sqrt{n}}$$

$\bar{R}$: Durchschnitt der Ränge
s: Standardabweichung der Ränge
n: Anzahl der Daten
$n-1$: Freiheitsgrad

Entscheidung: wie beim Einstichproben ***t***-Test

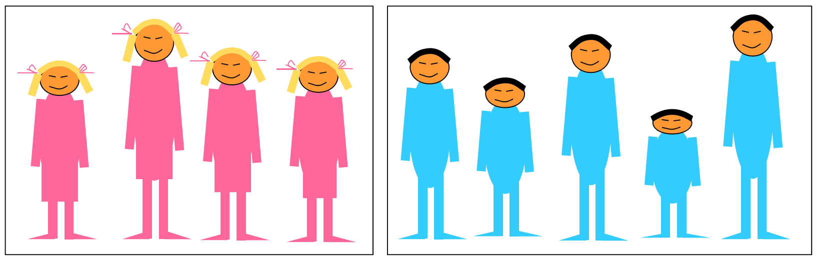
Ränge mit Vorzeichen:
-1, -2, +3, -4, +5, +6, +7, +8, +9, +10 → Durchschnitt: 4.10, Standardabw.: 4.91

$$t_9 = \frac{4{,}10}{4{,}91/\sqrt{10}} = 2{,}64 \Rightarrow t_9 > t_{9;5\%} \Rightarrow H_0 \text{ is abgelehnt}$$

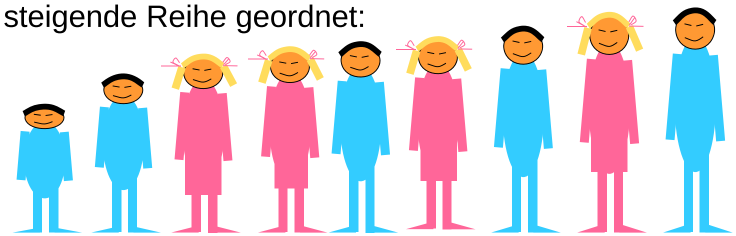
$t_{9;5\%} = 2{,}26$ (aus der Tabelle)

$p < 5\%$ (mit Excel)

Vergleich von zwei Stichproben: Mann-Whitney Test

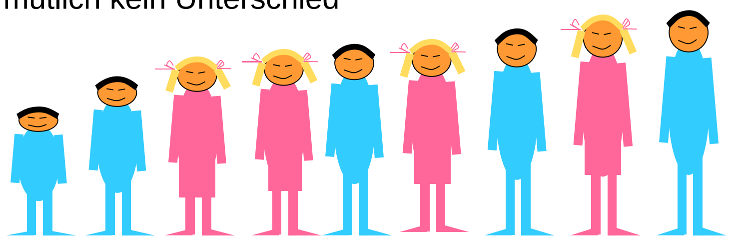


In steigende Reihe geordnet:

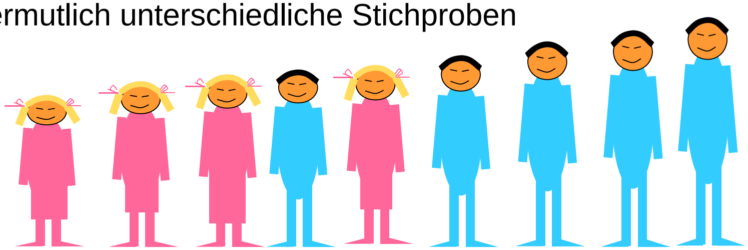


Ränge: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

vermutlich kein Unterschied



vermutlich unterschiedliche Stichproben



1 2 3 4 5 6 7 8 9

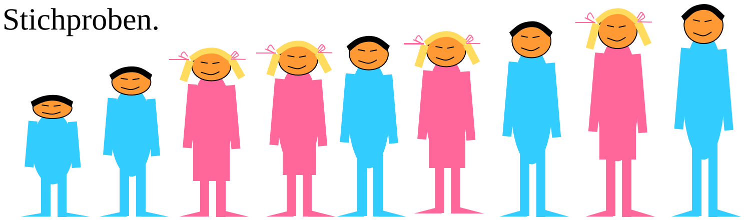
Mann – Whitney *U* Test (Annäherung)

(Auch als Wilcoxon Rank Summe Test genannt)

Vergleich von zwei Stichproben (n_1, n_2)

H_0: Die zwei Stichproben stammen aus der selben Grundgesamtheit

1. Zuordnung der Ränge der in den zwei zusammengeordneten Stichproben.



Ränge: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

2. Bestimmung die Summen der Ränge in eine Gruppe: T_1.

   T_1= 1+2+5+7+9=24

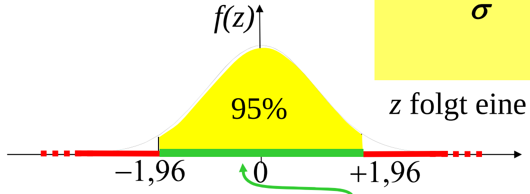
Mann – Whitney *U* Test: Annäherung

Bei Gültigkeit der Nullhypothese folgen die Daten der Gruppe 1 eine Gleichverteilung, mit möglichen werten von $1\ldots n_1+n_2$)

Erwartungswert und die theoretische Streuung von T_1 können berechnet werden:

$$\mu = \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} \qquad \sigma = \sqrt{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)/12}$$

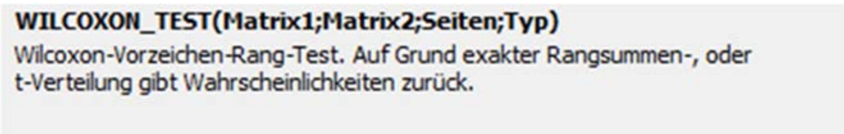
$$z = \frac{T_1-\mu}{\sigma} = \frac{T_1 - \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)}{12}}}$$



z folgt eine Standard-Normalverteilung (wenn H_0 gültig ist)

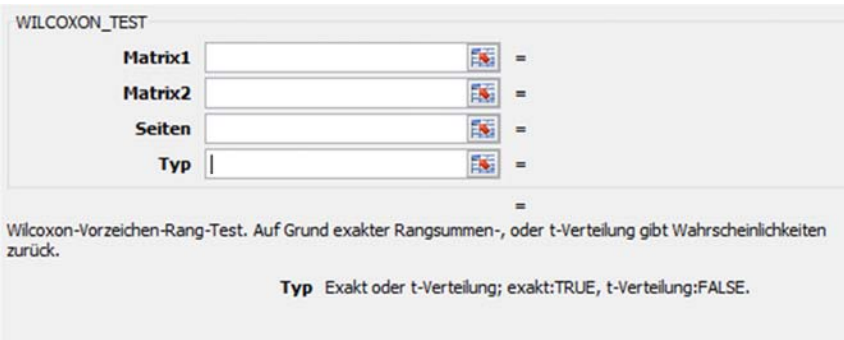
z.B. T_1=24, n_1=5, n_2=4 => $\boxed{z = -0{,}245}$ => H_0 wird angenommen

Mit der erweiterten Excel Funktionen



WILCOXON_TEST(Matrix1;Matrix2;Seiten;Typ)

Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test. Auf Grund exakter Rangsummen-, oder t-Verteilung gibt Wahrscheinlichkeiten zurück.



WILCOXON_TEST

Matrix1 =

Matrix2 =

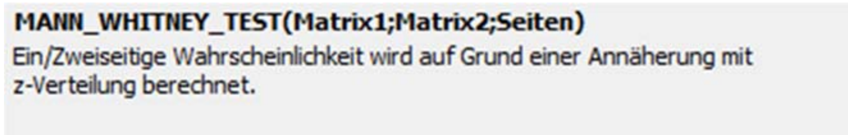
Seiten =

Typ =

=

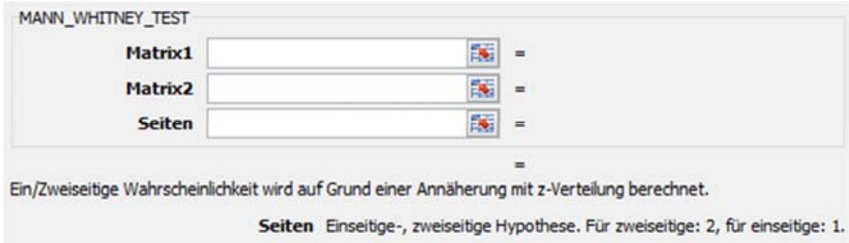
Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test. Auf Grund exakter Rangsummen-, oder t-Verteilung gibt Wahrscheinlichkeiten zurück.

Typ Exakt oder t-Verteilung; exakt:TRUE, t-Verteilung:FALSE.



MANN_WHITNEY_TEST(Matrix1;Matrix2;Seiten)

Ein/Zweiseitige Wahrscheinlichkeit wird auf Grund einer Annäherung mit z-Verteilung berechnet.



MANN_WHITNEY_TEST

Matrix1 =

Matrix2 =

Seiten =

=

Ein/Zweiseitige Wahrscheinlichkeit wird auf Grund einer Annäherung mit z-Verteilung berechnet.

Seiten Einseitige-, zweiseitige Hypothese. Für zweiseitige: 2, für einseitige: 1.

Die Funktion liefert eine Wahrscheinlickeit, den Fehler von 1.Art.

$p < 0.05$ (oder die max. annehmbare Irrtumswahrscheinlichkeit = Signifikanzniveau): Ablehnen der Nullhypothese

$p > 0.05$: Annehmen der Nullhypothese