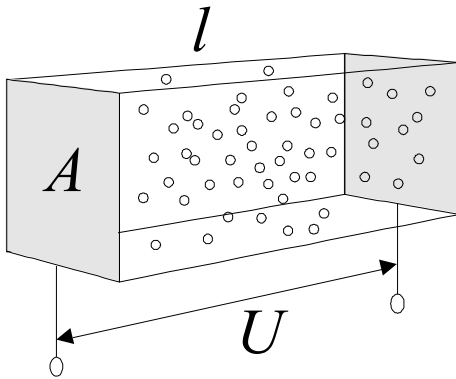


Miért lép fel „súrlódás”? (mikroszkopikus kép)

(aluljáró pl.)



$$\bar{\varepsilon}_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

t idő alatt a véletlen ütközések száma i

$\tau = \frac{t}{i}$ az ütközések között eltelt **átlagos idő**

$d = v\tau$ az **átlagos szabad úthossz**

a töltött kitüntetett részecskékre $F = Eq$ erő hat

$$v_{\text{drift}} = \frac{F}{m} \tau$$

Az **u** mozgékonyssággal kifejezve:

$$v_{\text{drift}} = uF \left(u \text{ mértékegysége } \left[\frac{\text{m}}{\text{Ns}} \right] \right)$$

$$u = \frac{v_{\text{drift}}}{F} = \frac{\tau}{m},$$

amely azt fejezi ki, hogy egységnyi erő hatására mekkora sebesség alakul ki.

A korábbiak szerint gömb alakú részecskékre:

$$F_s = 6\pi\eta r v$$

ezért

$$u = \frac{1}{6\pi\eta r}.$$

Diffúzió

Oka az atomok, molekulák hőmozgása, amely közvetlenül a részecskék kis mérete miatt ugyan nem figyelhető meg, de közvetve igen

Brown-mozgás (pollensuszpenzió vizsgálata mikroszkóppal)

A **diffúzió** a részecskék hőmozgás miatti szétterjedése, amely addig „tart”, jobban mondva makroszkopikusan addig figyelhető meg, amíg az adott részecskék eloszlása egyenletessé nem válik az egész megfigyelt térfogatban.

A molekulák mozgásának leírása folyadék fázisban lényegesen bonyolultabb, mint gáz fázisban, mivel a folyadékokban a molekulák közötti kölcsönhatások jelentősebbek. Ezért a továbbiakban a **diffúzió törvényeinek** szemléletes bemutatását **gázokra** adjuk meg, de eredményeink az adott keretek között **folyadékokra is érvényesek lesznek**.

részecskeáram-erősség

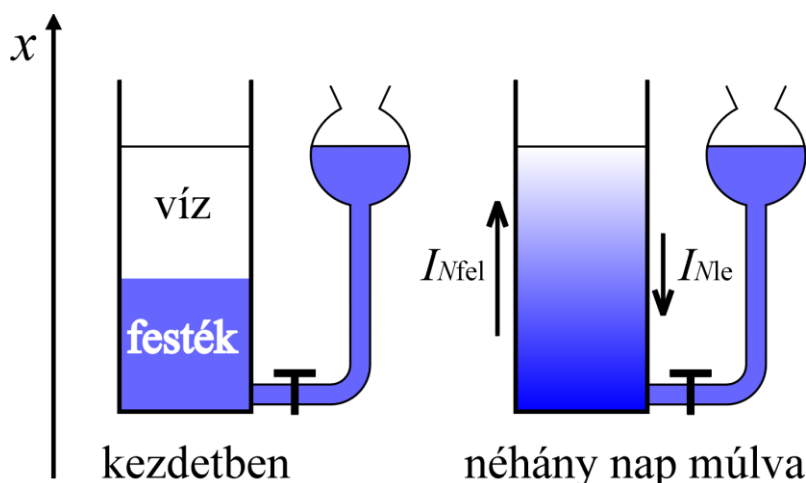
$$I_N = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

anyagáram-erősség

$$I_v = \frac{\Delta N}{N_A \Delta t} = \frac{\Delta \nu}{\Delta t}$$

anyagáram-sűrűség

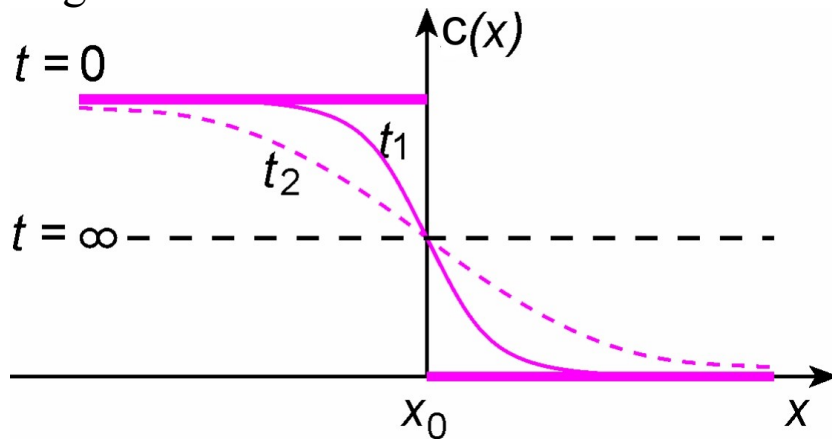
$$J_v = \frac{\Delta I_v}{\Delta A} = \frac{\Delta \nu}{\Delta t \Delta A}$$



Fick kísérlet

Fick a Brown-mozgás alapján magyarázta és írta le a jelenséget.

Kvalitatív megközelítés:



1. Fick I. törvénye:

Mitől függ a „nettó” anyagáram-sűrűség (J_v)?

$$\frac{1}{6}(c_{\text{lent}} - c_{\text{fent}})v\Delta tA = \Delta v$$

$$-\frac{1}{6}2d\frac{\Delta c}{\Delta x}v = -\frac{1}{3}dv\frac{\Delta c}{\Delta x} = -D\frac{\Delta c}{\Delta x} = J_v$$

$$J_v = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

Ez Fick első törvénye.

A $\Delta c/\Delta x$ a koncentrációesés vagy koncentrációgradiens, D a diffúziós együttható, amelynek mértékegysége m^2/s .

D kifejezhető a mobilitás segítségével is:

$$D = ukT$$

gömb alakú részecskékre

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Ez a **Stokes-Einstein** összefüggés

Néhány anyag diffúziós együtthatója 20°C-on.

diffundáló részecske (molekulatömeg)	közeg	D (m ² /s)
H ₂ (2)	levegő	$6,4 \cdot 10^{-5}$
O ₂ (32)	levegő	$2 \cdot 10^{-5}$
CO ₂ (44)	levegő	$1,8 \cdot 10^{-5}$
H ₂ O (18)	víz	$2,2 \cdot 10^{-9}$
O ₂ (32)	víz	$1,9 \cdot 10^{-9}$
glicin (75)	víz	$0,9 \cdot 10^{-9}$
szérum albumin (69 000)	víz	$6 \cdot 10^{-11}$
tropomiozin (93 000)	víz	$2,2 \cdot 10^{-11}$
dohánymozaik vírus (40 000 000)	víz	$4,6 \cdot 10^{-12}$

2. Általánosított kontinuitási törvény:

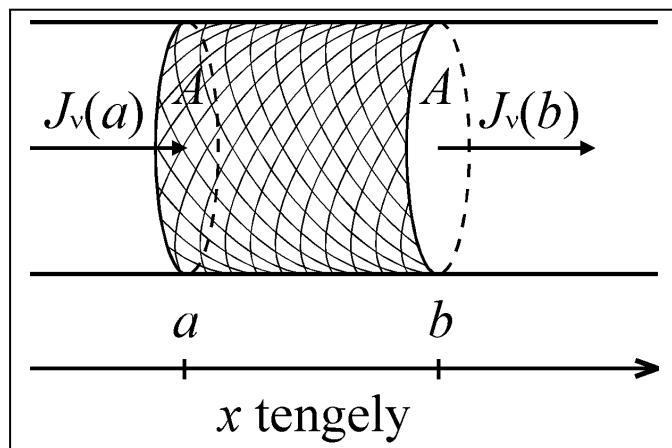
A $I_N =$ állandó mintájára:

$$J_v(a)A\Delta t - J_v(b)A\Delta t = 0$$

Ha $J_v(a) > J_v(b)$

akkor több részecske lép be az adott térfogatba, mint amennyi kilép.

Ez a többlet anyagmennyiség az adott térfogatban a c koncentrációt fogja növelni.



$$c = \frac{\Delta v}{\Delta V}$$

$$\text{and } c(t+\Delta t) > c(t)$$

Legyen $a = x$ és $b = x + \Delta x$ két közeli hely az x tengely mentén.

$$[J_v(x) - J_v(x + \Delta x)]A\Delta t = [c(t + \Delta t) - c(t)]A\Delta x$$

ahol $A\Delta x = \Delta V$

$$-\frac{\Delta J_v}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

3. Fick II. törvénye:

Helyettesítsük Fick I. törvényét az általánosított kontinuitási törvénybe:

$$D \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

$$\left(D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \right)$$

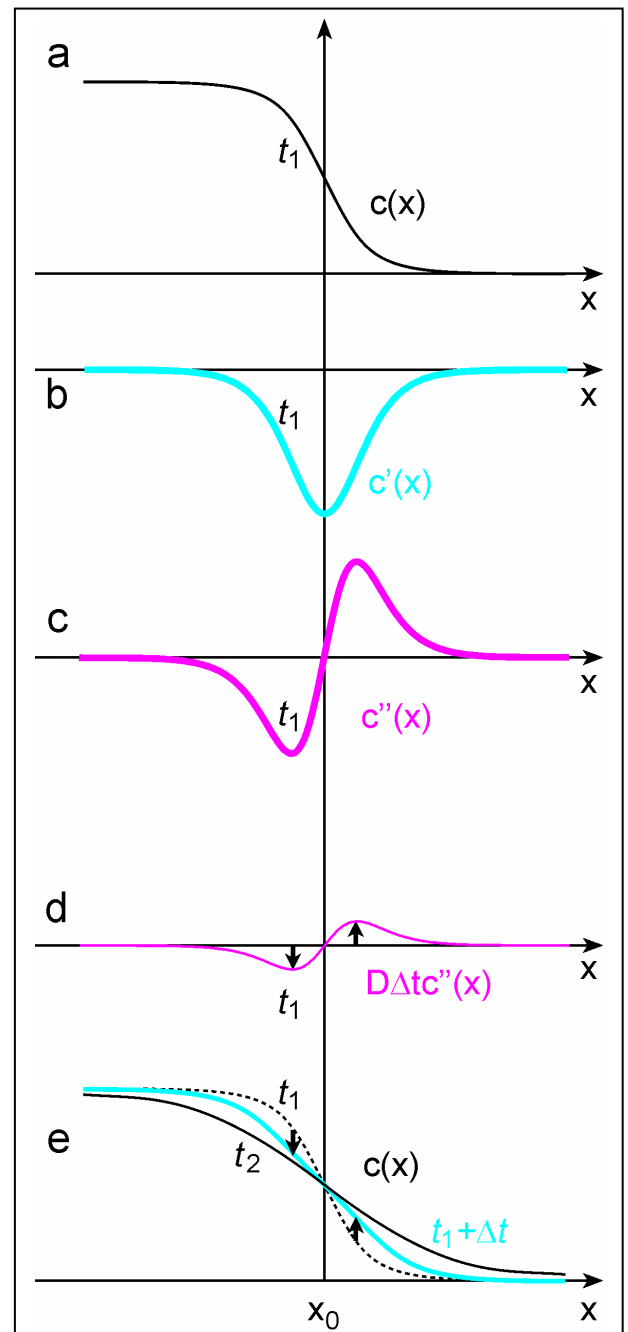
Ez Fick II. törvénye (gyakorlat)

Magyarázat:

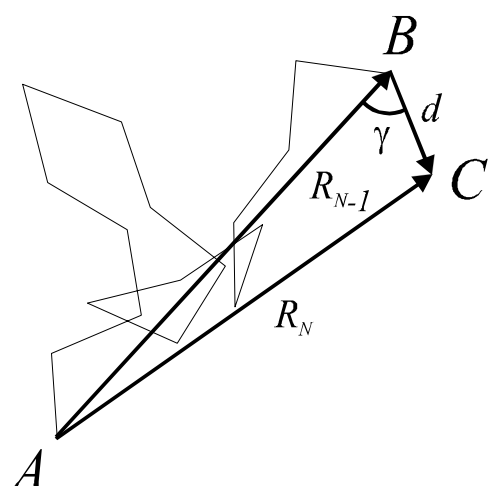
$$c(t) + D\Delta t \frac{\Delta \left(\frac{\Delta c}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = c(t + \Delta t)$$

$$c(t) + c'' D\Delta t = c(t + \Delta t)$$

Mit mond ez az összefüggés?



Bolyongás (kísérlet KMnO_4)



$$R_N^2 = R_{N-1}^2 + d^2 - 2 R_{N-1} d \cos \gamma$$

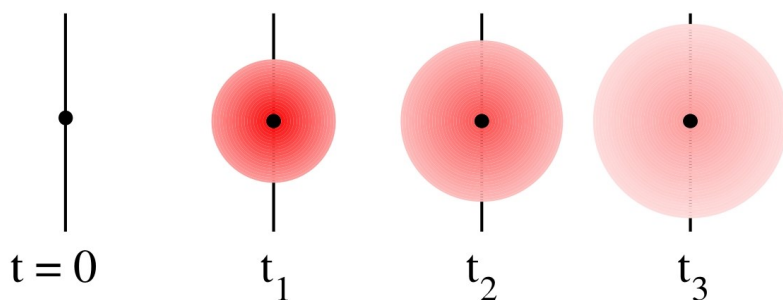
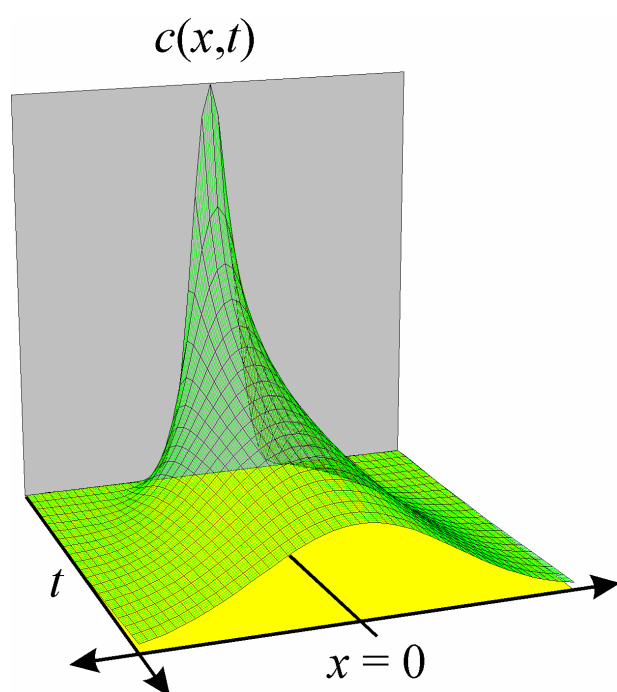
$$R_N^2 = N d^2 \quad \text{és} \quad N = \frac{t}{\tau}$$

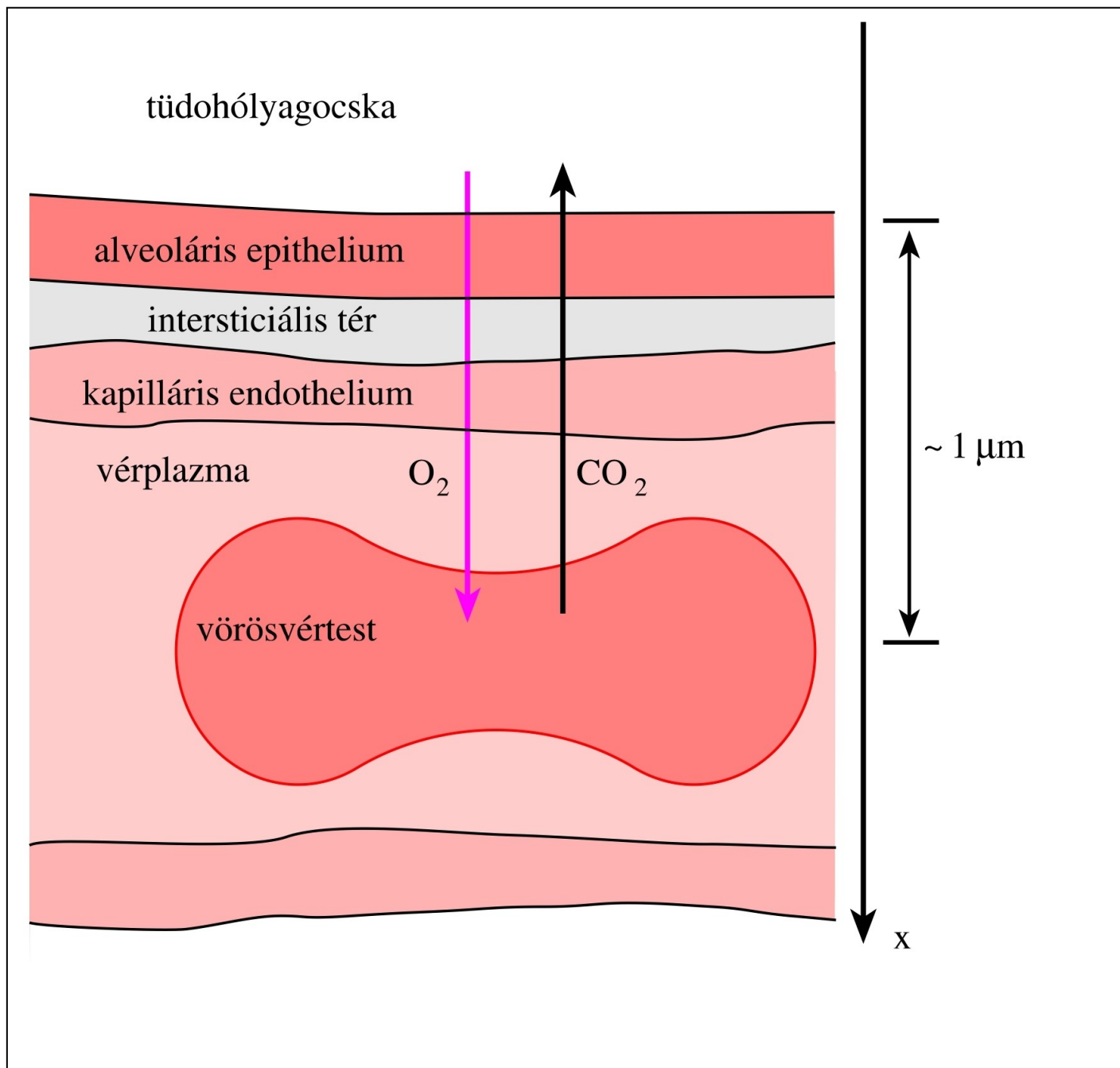
$$R(t) = \sqrt{\frac{t}{\tau}} d \sim \sqrt{Dt}$$

$c(x,t)$ grafikus szemléltetés:

$$c(x,t) = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi\sigma(t)}} e^{-\frac{x^2}{2[\sigma(t)]^2}}$$

$$\sigma(t) \sim \sqrt{2Dt}$$





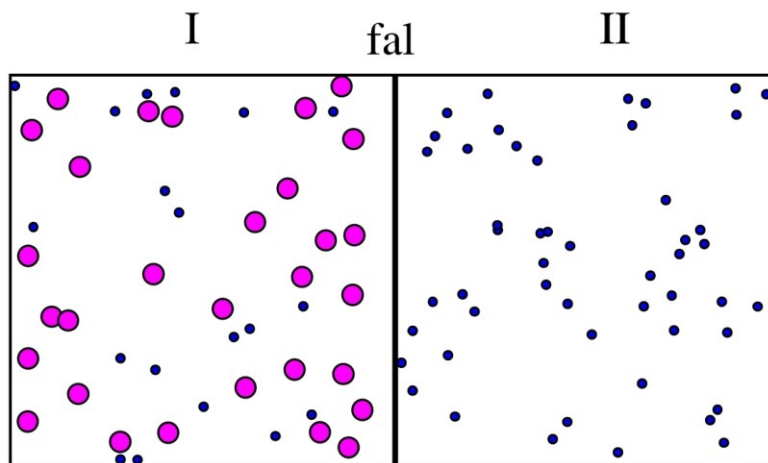
A diffúziós együtthatók ismeretében

($D[O_2] \approx 10^{-9} m^2/s$; $D[CO_2] \approx 6 \cdot 10^{-9} m^2/s$)

megbecsülhető az az idő, amely ahhoz szükséges, hogy a gázmolekulák diffúzió révén megtegyék a körülbelül $1 \mu m$ távolságot a hatékony gázcsere érdekében. Ez az átlagos időtartam körülbelül $500 \mu s$ az oxigén, illetve $80 \mu s$ a szén-dioxid esetében.

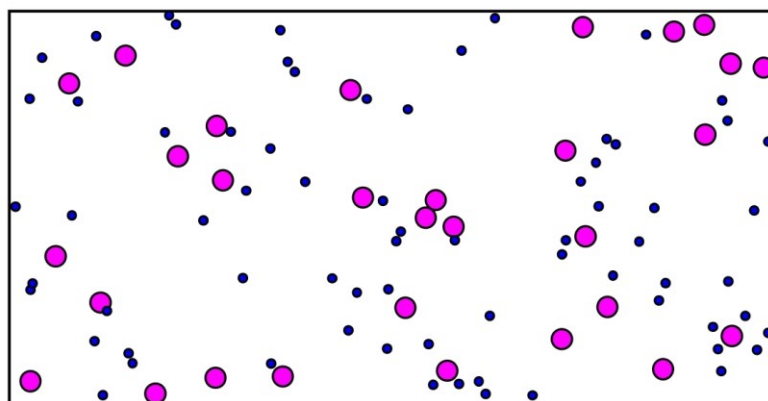
Ozmózis

4. Van't Hoff-törvény



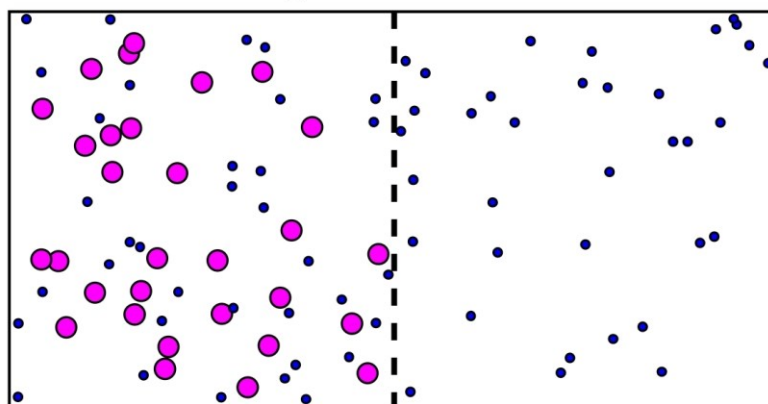
a

nincs fal



b

féligáteresztő fal



c

$$p_{\text{ozmózis}} = cRT.$$

Termodiffúzió és hővezetés

A Ludwig–Soret-effektus

$\Delta c = c_2 - c_1 = 0$, de T nem állandó, tehát $\Delta T = T_2 - T_1 \neq 0$ így **a részecskék sebességkülönbségének következményeként lesz nettó anyagáram**, ugyanis a gyorsabban mozgó részecskékből ugyanannyi idő alatt több jut át az adott felületen

$$J_v = -L_T \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

5. Fourier törvény

Ha $J_v = 0$, tehát nincs nettó anyagáram, **termikus energiaáram** „diffúzió” útján még mindig lehetséges (a részecskék magukkal viszik az energiájukat):

Δt idő alatt $\Delta N = N_2 - N_1 = 0$ részecske lép át az A felületen, de

$$\Delta E = N_2 \frac{3}{2} k T_2 - N_1 \frac{3}{2} k T_1 \neq 0$$

$$(J_E = \frac{\Delta E}{\Delta t \Delta A})$$

$$J_E = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$