

Transzportfolyamatok

(transzport = szállítás, fuvarozás)

Jelentősége:

élőlények → anyagcsere

pl. légzés, vérkeringés, sejtek közötti és
sejten belüli anyagáramlás

Korábban szerzett felhasználható ismeretek:

– mechanika (mozgások)

– elektromosság

(elektromos áramerősség, $I_Q = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$;[A])

– sugárzások

(energia áramerősség, $I_E = \frac{\Delta E}{\Delta t}$;[W];

energia áramsűrűség, $J_E = \frac{\Delta I_E}{\Delta A}$; $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right]$)

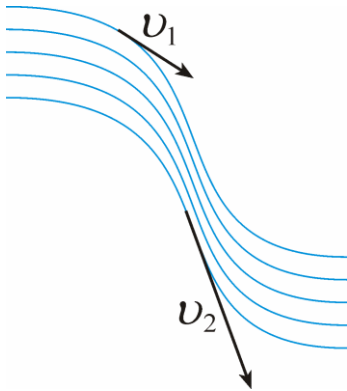
és matematika

Térfogati áramlás (csövekben)

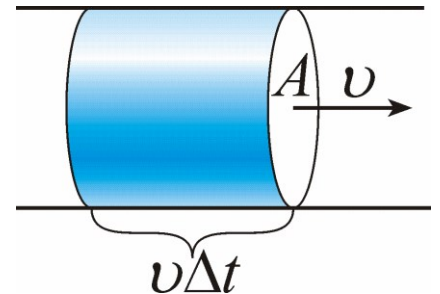
Áramló folyadékok (és gázok)



hidrodinamika



(áramvonalak;
időben állandó:
stacionárius áramlás)



térfogati áramerősség $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$; $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$

térfogati áramsűrűség $J_V = \frac{\Delta I}{\Delta A}$; $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

(áramlási sebesség)

Megjegyzések:

összenyomhatatlan áramló közeg esetén,

$$\text{tömeg áramerősség } I_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{\Delta m}{\Delta V} = I_V \rho_m$$

reális folyadék

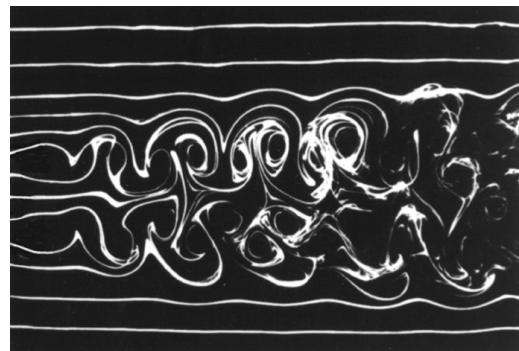
lamináris áramlás

(réteges)



turbulens áramlás

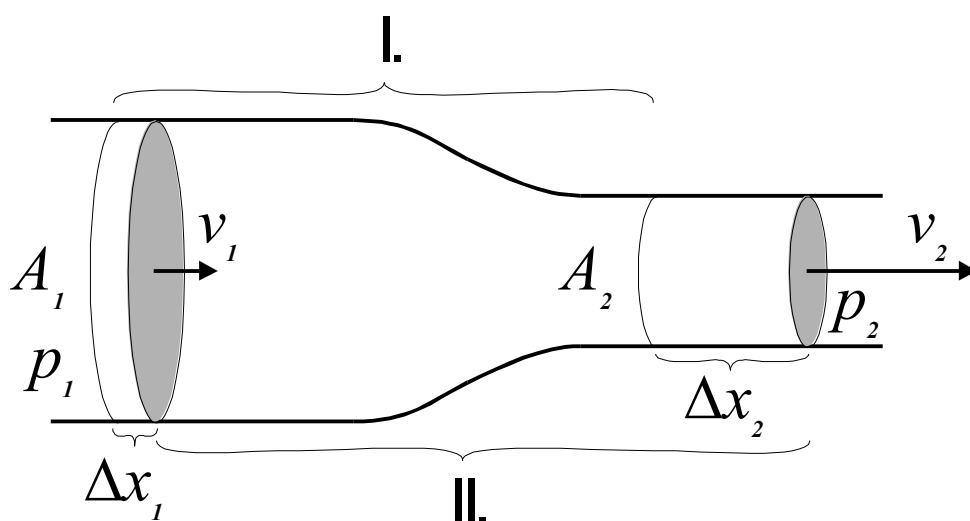
(gomolygó)



Kontinuitási törvény: $I_V = \text{állandó}$

$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \frac{\Delta x}{\Delta t} = Av = \text{állandó} \quad \rightarrow \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

(tömegmegmaradás, nincs forrás sem nyelő)



Pl. erek

érszakasz	átmérő (cm)	ágak száma	$A_{\text{ö}}$ (cm ²)	v (cm/s)
aorta	2,4	1	4,5	23
artériák	0,4	160	20	5
arteriolák	0,003	$5,7 \cdot 10^7$	400	0,25
kapillárisok	0,0007	$1,2 \cdot 10^{10}$	4500	0,022
venulák	0,002	$1,3 \cdot 10^9$	4000	0,025
vénák	0,5	200	40	2,5
venae cavae	3,4	2	18	6

Ideális folyadék:

- 1.) összenyomhatatlan (**inkompresszibilis**)
- 2.) a súrlódásától eltekintünk

Mechanikai energia megmaradás (munkatétel):

$$p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2$$

$$(p_1 - p_2) \Delta V = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 \quad \left(\frac{\Delta m}{\Delta V} = \rho_m \right)$$

Bernoulli törvény:

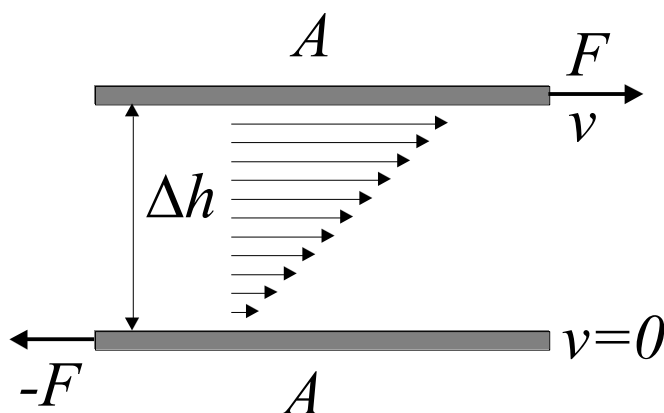
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_m v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_m v_2^2 = \text{állandó}$$

Példák

Viszkózus (reális) folyadék:

(Amikor a súrlódásától nem tekintünk el)

Newton-féle súrlódási törvény:



$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

$\Delta v / \Delta h$ a **sebességésés**

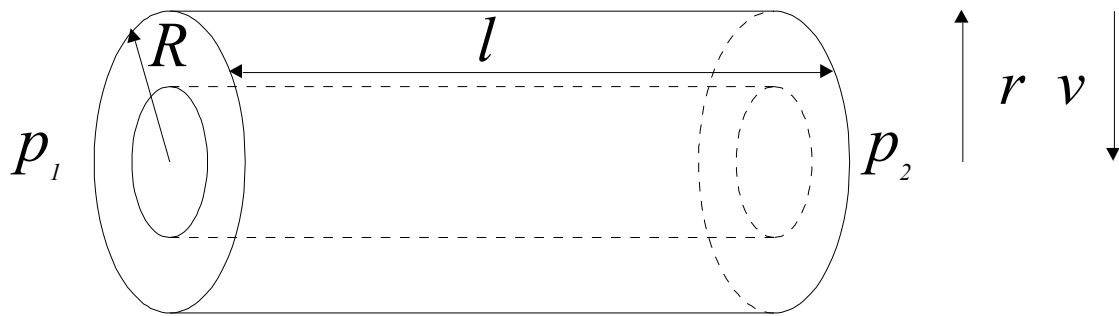
η [Pas] **belső súrlódási együttható** vagy **viszkozitás**

Néhány anyag viszkozitása normál állapotban mérve:

anyag	viszkozitás [Pas]
<u>levegő</u>	10^{-5}
<u>víz</u>	10^{-3}
<u>méz</u>	10^1
<u>bitumen</u>	10^8
<u>üveg</u>	10^{40}

Érvényesség: **newtoni folyadék** **nem newtoni folyadék**

Alkalmazás:



$$\Delta p r^2 \pi = -\eta 2r \pi l \frac{\Delta v}{\Delta r} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta v}{\Delta r} = -\frac{\Delta p r}{2\eta l} = -Kr$$

$$\frac{\Delta p}{2\eta l} = K$$

Ha $y = x^2$, akkor

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$$

Megoldás:

$$v(r) = -\frac{1}{2}Kr^2 + C; \quad v(R) = -\frac{1}{2}KR^2 + C = 0 \text{ (feltétel)}$$

$$v(r) = \frac{1}{2}K(R^2 - r^2); \quad v(r) = \frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{1}{2}(R^2 - r^2)$$

(parabolikus sebességprofil)

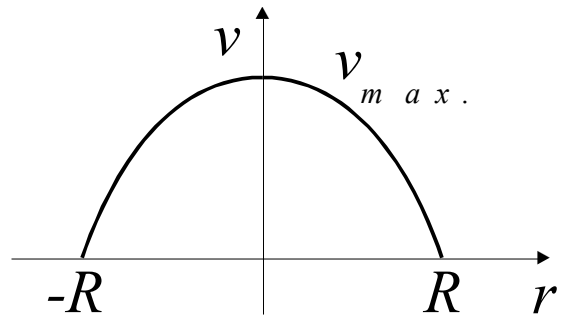
Mekkora a térfogati áramerősség?

$$I_V = v_{\text{átl.}} A = v_{\text{átl.}} R^2 \pi$$

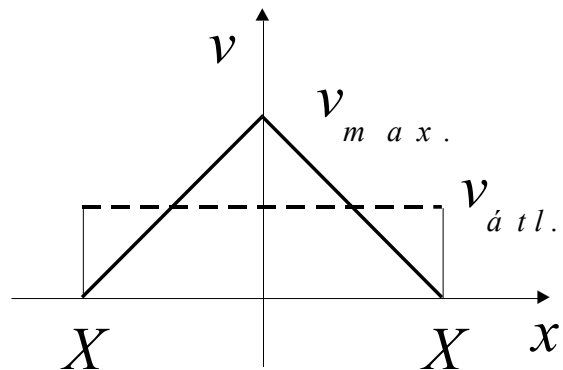
Mekkora $v_{\text{átl.}}$?

$$v(r) = \frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{1}{2} (R^2 - r^2)$$

$$v(0) = v_{\text{max.}} = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2)$$



Új jelölés: $R^2 \equiv |X|$,
 $r^2 \equiv |x|$



$$v(x) = \frac{\Delta p}{2\eta l} \frac{1}{2} (|X| - |x|) \quad v_{\text{átl.}} = \frac{v_{\text{max.}}}{2}$$

Hagen–Poiseuille-törvény:

$$I_V = \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2) R^2 \pi = \frac{\pi \Delta p}{8\eta l} R^4$$

Hogyan mozog a test viszkózus közegben?

Becslés gömb esetén: $\leftarrow (F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h})$

$$F \approx \eta 4\pi r^2 \pi \frac{v}{r} = 4\pi\eta r v$$

Stokes törvény:

$$F = 6\pi\eta r v$$

Lamináris áramlás ($F \sim v$)

Turbulens áramlás ($F \sim v^2$)

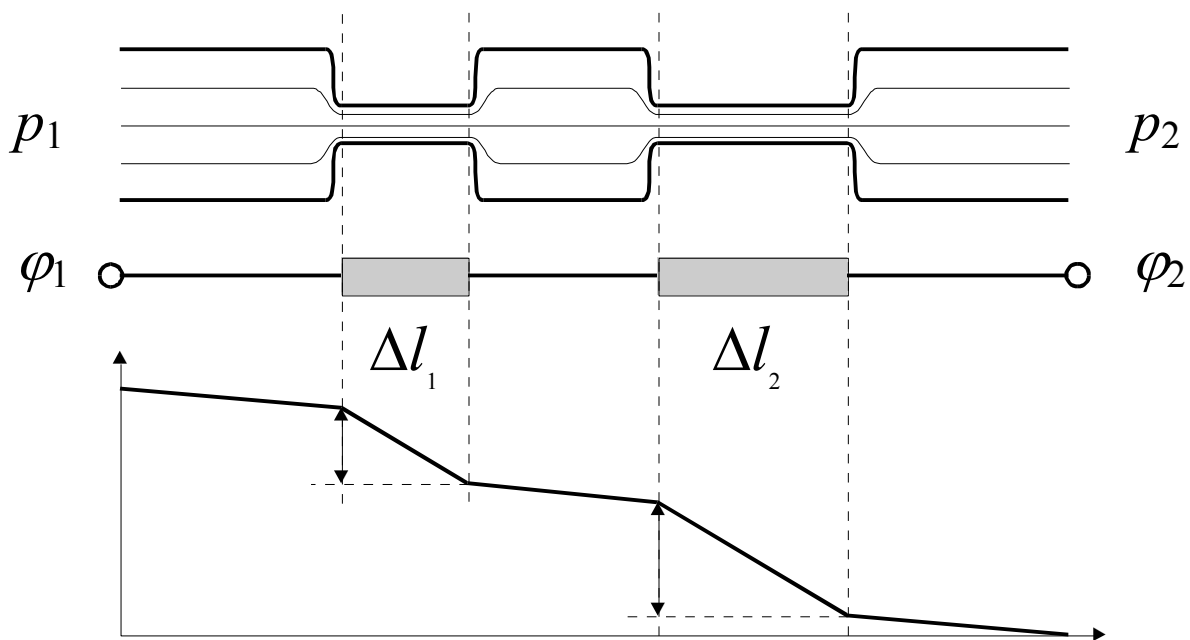
$$v_{kritikus} = Re \frac{\eta}{\rho_m r}$$

Reynolds szám ($Re \approx 1000$ sima falú cső esetén)

A H–P-törvény és az Ohm-törvény hasonlósága

$$I_V = \frac{\pi}{8\eta l} R^4 \Delta p \quad \rightarrow \quad I_Q = \frac{1}{R_\Omega} U = \frac{A}{\rho l} U = \frac{\pi}{\rho l} R^2 \Delta \varphi$$

→ a soros és párhuzamos kapcsolásra vonatkozó összefüggések (Kirchhoff törvények) érvényessége



gradiens vektor

$(-\text{grad } p), (-\text{grad } \varphi)$