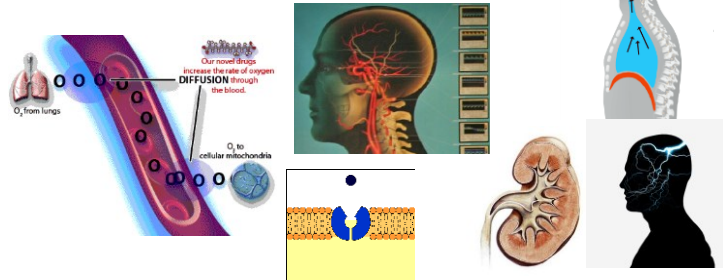


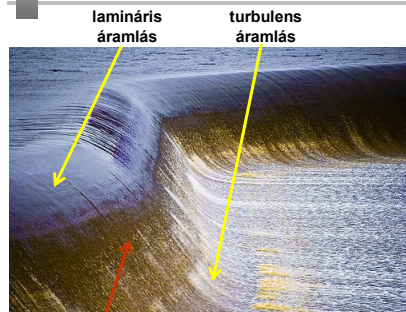
1

## Transzportfolyamatok

- **térfogattranszport** (áramlás) – Hagen–Poiseuille-törvény
- **(elektromos) töltéstranszport** (elektr. áram) – Ohm-törvény
- **anyagtranszport** (diffúzió) – Fick 1. törvénye
- **hőtranszport** (hővezetés) – Fourier-törvény
- összefoglalás, általánosítás – Onsager egyenlet



3



**kritikus sebesség**  
(lásd később)

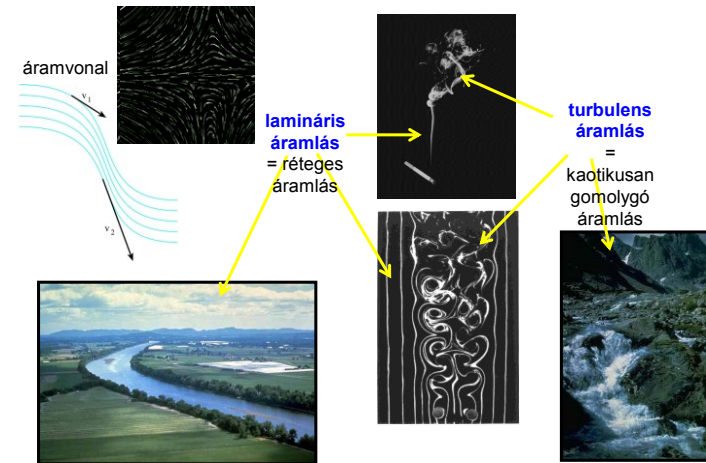
**Stacionárius áramlás:**  
Időben állandó áramlás

Feltételek a továbbiakra:

- lamináris áramlás,
- inkompresszibilis folyadék, gáz

2

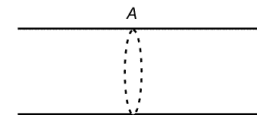
## Térfogattranszport (áramlás) - alapfogalmak



4

**térfogati áramerősség ( $I_V$ ):**  $I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$  (m<sup>3</sup>/s, l/perc,...)

**térfogati áramsűrűség ( $J_V$ ):**  $J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$  (m/s)

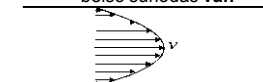


$$I = A \cdot \bar{v} \quad J = \bar{v}$$

**ideális folyadék**  
= belső súrlódás mentes



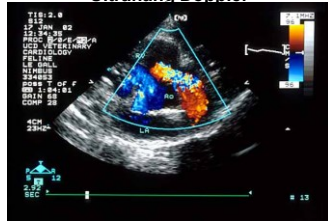
**reális folyadék**  
= belső súrlódás van



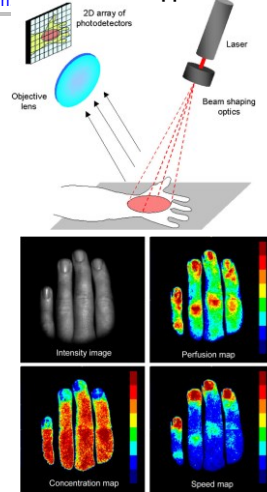
5

Térfogati áramerősség mérése az orvosi gyakorlatban

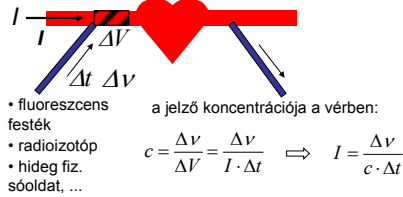
### Ultraszhang Doppler



### Lézer Doppler



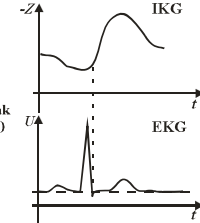
### Dilúciós módszerek



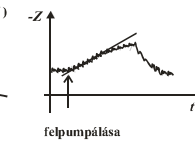
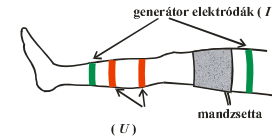
6

### Impedancia kardiográfia

#### Impedancia módszerek

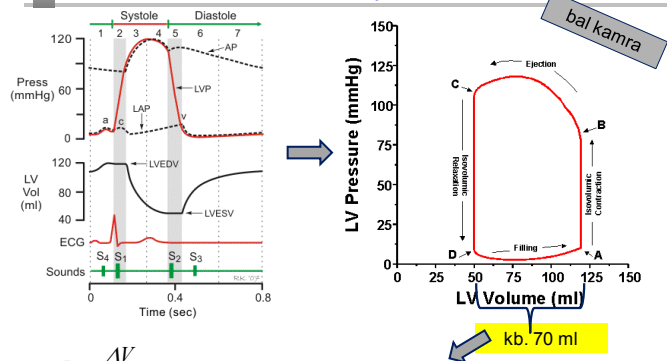


#### (Impedancia) pletizmográfia



7

### Orvosi példa

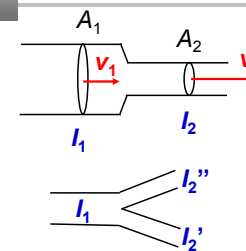


$$I_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} =$$

$$\bar{v} =$$

8

### Kontinuitási egyenlet

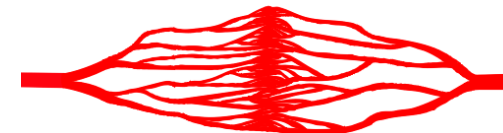


$$I_1 = I_2$$

$$A_1 \cdot \bar{v}_1 = A_2 \cdot \bar{v}_2$$

$$I_1 = I_2' + I_2''$$

- Feltételek:
- lamináris
  - inkompresszibilis folyadék
  - merev cső vagy stacionárius áramlás



ér	aorta	artériák	arteriolák	kapillárisok	venulák	vénák	Venae cavae
A (cm <sup>2</sup> )	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

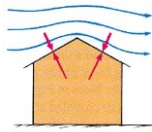
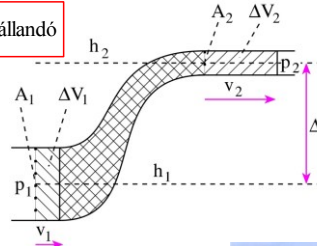
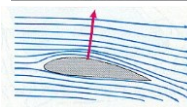
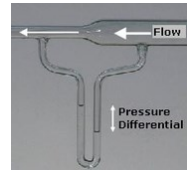
9

## Bernoulli törvénye

További feltétel:

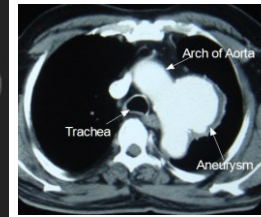
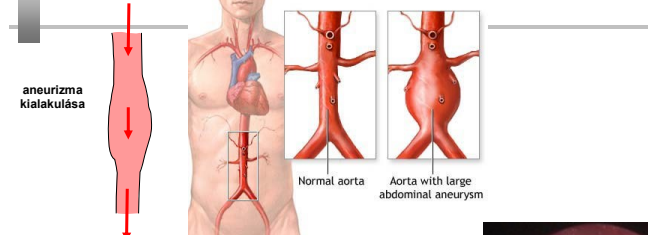
- ideális folyadék

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{állandó}$$



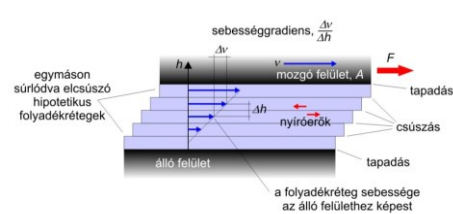
Daniel Bernoulli  
1700-1782  
matematikus  
fizikus  
anatómus

10



11

## Reális folyadékok – belső súrlódás, viszkozitás



Newton-féle  
súrlódási törvény:

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

sebességcsés  
(sebességgradiens)

viszkozitás (belső  
súrlódási együttható)  
[ $\eta$ ] = Pa·s

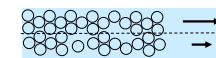
$$[\sigma_{nyíró} = \eta \cdot g_{sebesség}]$$

12

Rotációs viszkoziméter:

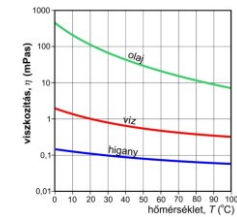


Hőmérséklet hatása  
folyadékok viszkozitására:  
(részecskék között kölcsönhatások)



$$\eta \sim T \cdot e^{\frac{\Delta E}{RT}}$$

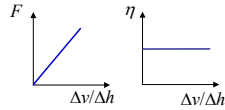
anyag	$\eta$ (mPa·s) 20 °C
levegő	(101 kPa) 0,019
víz	1
etanol	1,2
vér (37 °C)	2-8
glicerin	1490
méz	2000-14000



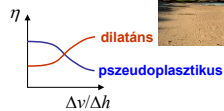
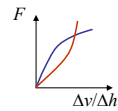
13

## Folyadékok típusai

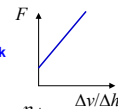
newtoni



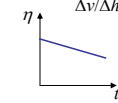
nem newtoni



Bingham-folyadék



tixotrópia

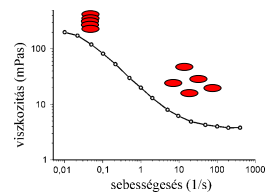
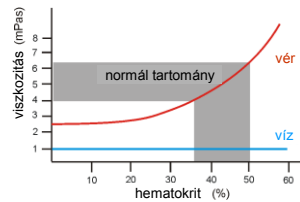


15

## A vér viszkozitása

A vér viszkozitása:

- fiziológias áramlási viszonyoknál és testhőmérsékleten durván 2-10 mPa·s
- erősen függ a vörösvértestek koncentrációjától
- pseudoplasztikus
- függ az ér átmérőjétől, kisebb erekben a viszkozitás kisebb



14

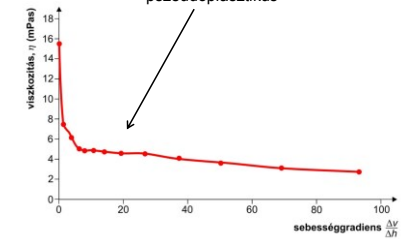
## A nyál viszkozitása

A nyál viszkozitása szerepet játszik:

- fogak öntisztulásában
- zománc kopásában
- remineralizációban
- nyelésben
- beszédben

A nyál viszkozitása:

- durván 2-16 mPa·s
- erősen függ a mucinkoncentrációtól
- pseudoplasztikus



16

## Kritikus sebesség

lamináris áramlás az uralkodó

turbulens áramlás az uralkodó

$$v_{krit} = Re \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot r}$$

Reynolds-szám  
(sima falú csőre:  $Re = 1160$ )



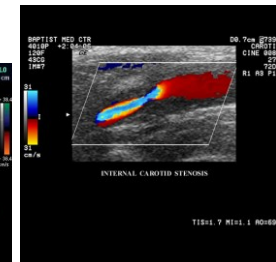
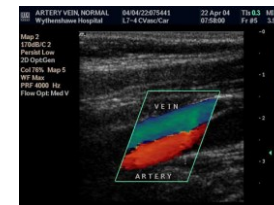
Osborne Reynolds  
1842-1912  
mérnök, fizikus

A véráramlás lamináris vagy turbulens?



aorta?

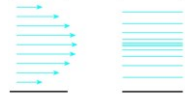
kisebb erek?



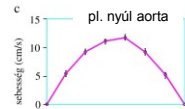
17

## A belső súrlódás néhány következménye

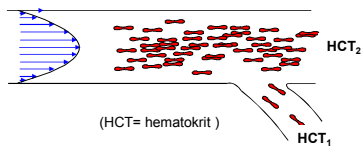
parabolikus sebességprofil



+ Bernoulli-törvény →



plazma „lefölözés”



(HCT= hematokrit )

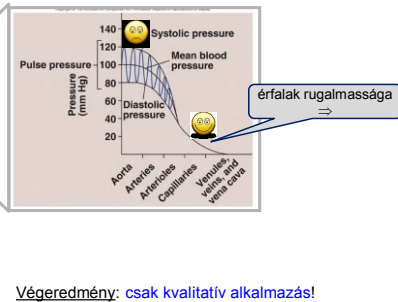
$$HCT_1 < HCT_2$$

19

## A törvény alkalmazhatósága a vérkeringésre?

Feltételek?

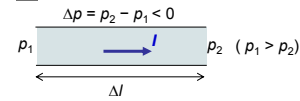
- inkompresszibilis folyadék?
- lamináris áramlás?
- stacionárius áramlás?
- newtoni folyadék



Végeredmény: csak kvalitatív alkalmazás!

18

## Hagen–Poiseuille-törvény



G. H. L. Hagen 1797-1884 mérnök  
J. L. M. Poiseuille 1799-1869 fiziológus

Feltételek:

- inkompresszibilis folyadék
- lamináris áramlás
- stacionárius áramlás
- newtoni folyadék

térfogati áram-erősség

a cső sugara

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

viszkozitás

nyomásesés  
(≈nyomásgradiens)

Alternatív alak:

$$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

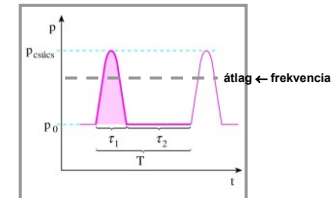
térfogati áram-sűrűség

20

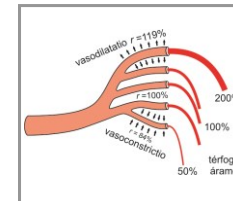
## A vérkeringés szabályozása

A Hagen–Poiseuille-törvény alapján:

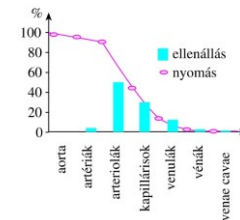
1.  $\Delta p$



2.  $R^4$



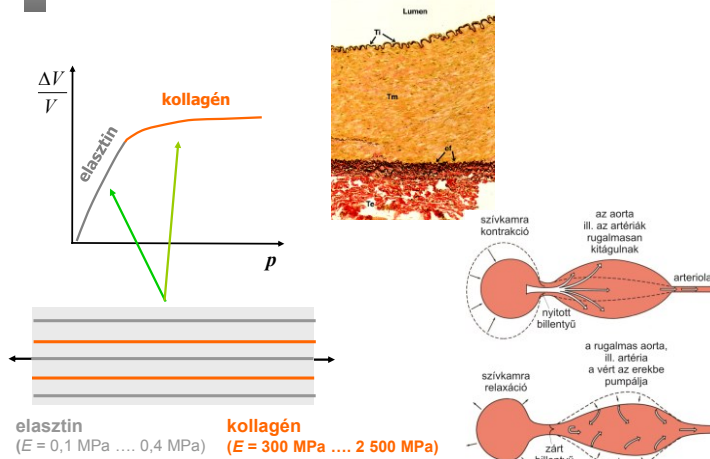
A nagyvérköri ellenállás és nyomásviszonyok:



21

## Az érfalak rugalmassága

(Csak nemstacionárius áramlásnál fontos!)



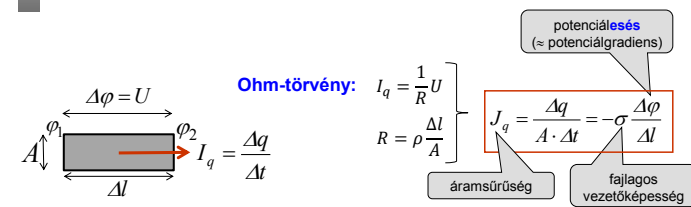
23

## Összefoglalás

	Mi áramlik?	Erőssége?	Mi hajtja az áramlást?	Összefüggés?
töltés-transzport	$q$	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	$\varphi$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
térfogat-transzport	$V$	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	$p$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

22

## Elektromos töltéstranszport



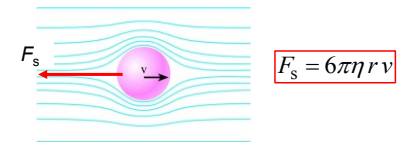
Analógia a térfogat- és a töltéstranszport között:

$$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l} \quad J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t} = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$$

24

## Stokes-törvény

Kis sebességeknél:



G. G. Stokes  
1819-1903  
matematikus  
fizikus

Állandó sebességű mozgáshoz:  $F_{\text{mozgató}} = F_s$

A részecske **mozgékonyasága** ( $u$ ):  $u = \frac{v}{F_{\text{mozgató}}}$

$$\Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \quad \Rightarrow \text{lásd diffúzió}$$