Medizinische Biophysik 2016. 04. 12.

Transportprozesse

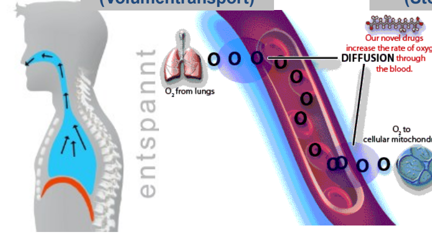
IV. Stofftransport (Diffusion)

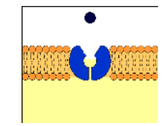
1. **Grundbegriffe** Stoffstromstärke, -dichte
2. **Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz**
   - Diffusionskoeffizient, Einstein-Stokes-Gleichung
   - chemisches Potenzial für Lösungen
3. **Das 2. ficksche Gesetz**
4. **Diffusion als Random Walk**
5. **Zusammenfassend über die „Schnelligkeit" der Diffusion**
6. **Anwendungen:**
   - O_2-Diffusion Lunge-Blut
   - Laterale Diffusion in Membranen
   - Diffusion durch Membranen (passiver Transport)
   - Diffusion von Ionen durch eine Membran, Diffusionspotenzial, Nernst-Gleichung

Transportprozesse

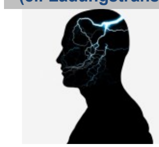
Strömung (Volumentransport)

IV. Diffusion (Stofftransport)





Elektrischer Strom (el. Ladungstransport)



Wärmeleitung (Energietransport)

Verallgemeinerung

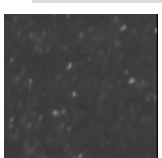
Energetische Aspekte

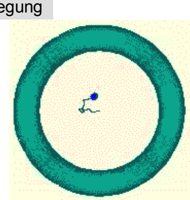
IV. Stofftransport (Diffusion)

Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

0. Grundvoraussetzung: thermische Molekularbewegung

brownsche Bewegung





1. Grundbegriffe

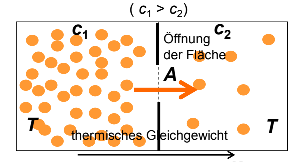
- Stoffstromstärke (I): (Diffusionsstromstärke) $I = \dfrac{\Delta\nu}{\Delta t}$ $\left(\dfrac{\text{mol}}{\text{s}}\right)$
- Stoffstromdichte (J): (Diffusionsstromdichte) $J = \dfrac{\Delta\nu}{A\cdot\Delta t}$ $\left(\dfrac{\text{mol}}{\text{m}^2\cdot\text{s}}\right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

2. Transportgesetz = 1. ficksches Gesetz

$\Delta c = c_2 - c_1 < 0$

$(c_1 > c_2)$



$$\frac{\Delta\nu}{\Delta t} = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}$$

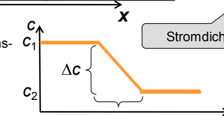
$$\boxed{J = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}}$$

Stromdichte

Diffusions-koeffizient (m^2/s)

Konzentrations-gradient

Zur Interpretation des Konzentrations-gradienten:



Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?		Zusammenhang?
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta\varphi}{\Delta l}$
Energie-transport	E	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t}$	T	$-\frac{\Delta T}{\Delta x}$	$\frac{\Delta E}{A \cdot \Delta t} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta}\frac{\Delta p}{\Delta l}$
Stoff-transport	ν	$J_\nu = \frac{\Delta \nu}{A \cdot \Delta t}$	c	$-\frac{\Delta c}{\Delta x}$	$J_\nu = -D\frac{\Delta c}{\Delta x}$

- Diffusionskoeffizient:
  - ❑ stoffspezifisch
    - – diffundierendes Molekül – Größe
      – Form
    - – Medium (η)
  - ❑ temperaturabhängig

➢ **Einstein-Stokes-Gleichung**
(Diffusionskoeffizient von kugelförmigen Teilchen):

$$\boxed{D = \frac{kT}{6\pi\eta r}}$$

Temperatur

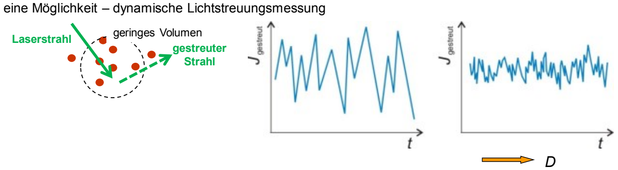
Viskosität des Mediums

Radius des Teilchens

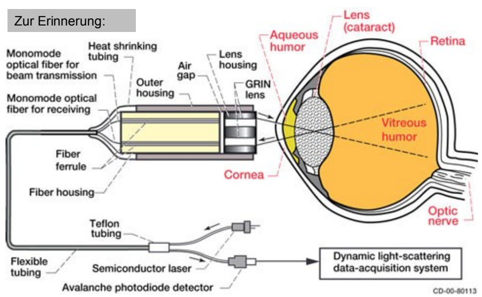
(Kontrollfrage: Wie hängt D von der Temperatur ab?)

Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m^2/s)
H_2 (2)	Luft	$6{,}4 \cdot 10^{-5}$
O_2 (32)	Luft	$2 \cdot 10^{-5}$
CO_2 (44)	Luft	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$
H_2O (18)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-9}$
O_2 (32)	Wasser	$1{,}9 \cdot 10^{-9}$
Glyzin (75)	Wasser	$0{,}9 \cdot 10^{-9}$
Serum Albumin (69 000)	Wasser	$6 \cdot 10^{-11}$
Tropomiozin (93 000)	Wasser	$2{,}2 \cdot 10^{-11}$
Tabakmosaik-virus (40 000 000)	Wasser	$4{,}6 \cdot 10^{-12}$

➢ Messung des Diffusionskoeffizienten:
eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung



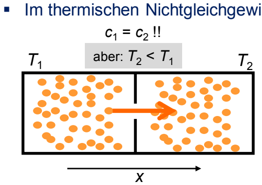
Zur Erinnerung:



$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

Teilchengröße

- Im thermischen Nichtgleichgewicht:



Temperaturinhomogenitäten können zur Diffusion führen. Man braucht also zur allgemeineren Beschreibung der Diffusion statt der Konzentration eine Größe, die einerseits die Konzentration, andererseits aber auch die Temperatur enthält.

Konzentration (c) $\Rightarrow$ chemisches Potenzial (μ)

chemisches Potenzial für Lösungen:

Referenzlösung

c_0 μ_0 — Normalpotenzial als Bezugswert

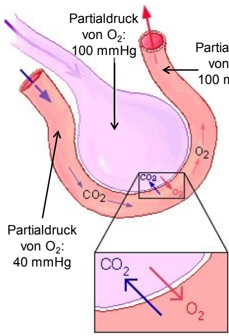
c μ ?

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0} \qquad [\mu] = \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

Falls c_0 =1 mol/l, dann $\mu = \mu_0 + RT \ln c$

Die Triebkraft der Diffusion im Allgemeinen: $-\frac{\Delta\mu}{\Delta x}$

Anwendung des 1. fickschen Gesetzes für O_2-Diffusion von Lunge ins Blut



$$\Delta v = -DA\frac{\Delta c}{\Delta x}\Delta t$$

Durchdiffundierte O_2-Stoffmenge

Konzentrations-differenz

Zeitspanne (= Länge/Strömungs-geschwindigkeit)

Diffusionskoeffizient von O_2-Molekülen in der Alveolarwand

Kontaktfläche zwischen dem Alveolarraum und der Kapillare

Dicke der Alveolarwand

Probleme bei der Anwendung:

- Gas - Flüssigkeit ⇨ Partialdruck *p* !

Der **Partialdruck** ist der *Druck*, der in einem (idealen) Gasgemisch einer einzelnen Komponente zugeordnet ist.
Z. B. In der Atmosphäre p = 101 kPa = 760 mmHg und daraus p_{O2} = 21 kPa = 160 mmHg

Henry-Gesetz: $p = k_H \cdot c$

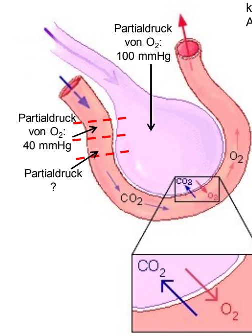
Partialdruck im Gas

Konzentration in der Lösung

Henry-Konstante z. B. für O_2 bei 25°C: k_H = 77 700 l·kPa/mol

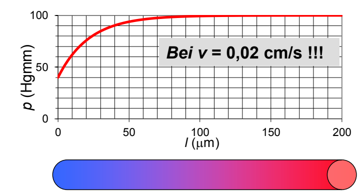
- Partialdruck im Blut wo?

Die Kapillare wird auf so kleine Abschnitte aufgeteilt, dass innerhalb eines Abschnittes der Partialdruck schon als konstant betrachtet werden kann. Das 1. ficksche Gesetz wird dann für diese Abschnitte nacheinander verwendet. ⟶ Excel



Bei welcher Blutgeschwindigkeit wird das Blut mit O_2 gesättigt?

O_2-Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Membran ≈ Wasser

Kontinuitätsgleichung im Blutkreislauf

Zur Erinnerung

Gefäß	Aorta	Arterien	Arteriolen	Kapillaren	Venolen	Venen	Hohlvenen
A (cm²)	4,5	20	400	4500	4000	40	18
v (cm/s)	23	5	0,25	0,022	0,025	2,5	6

3. Das 2. ficksche Gesetz:

$$D\frac{\Delta\left(\frac{\Delta c}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t}$$

bischen anschaulichere Form

$$D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

exakte mathematische Form

- Partielle Differenzialgleichung zweiter Ordnung
- Lösung: die Funktion $c(x, t)$

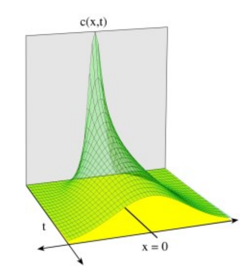
Beispiele für Lösungen:

- Für eindimensionale Diffusion:

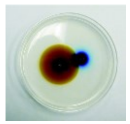
anim

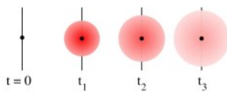
$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^{\,2}}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^{\,2}}}$$

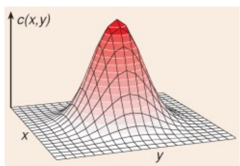
$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

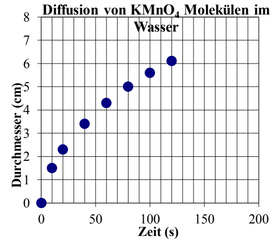


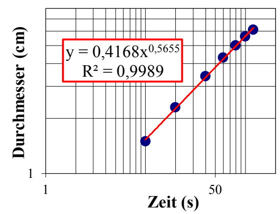
- Für zweidimensionale Diffusion:





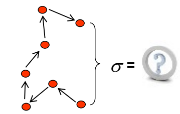






Siehe auch Praktikum!

4. Diffusion als Random Walk

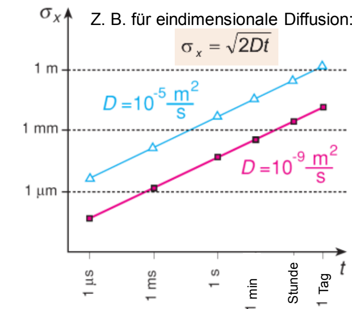


$$\sigma \approx \sqrt{D\cdot t}$$

5. Zusammenfassend über die „Schnelligkeit" der Diffusion

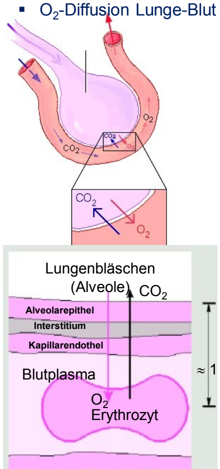
Z. B. für eindimensionale Diffusion:

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$



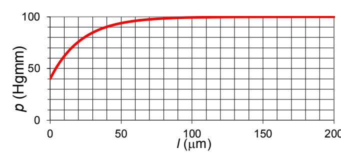
6. Anwendungen:

- O_2-Diffusion Lunge-Blut



- 1. ficksches Gesetz:

O_2 Aufnahme in den Alveolarkapillaren



- Random Walk: Wie viel Zeit brauchen die O_2-Moleküle dazu im Durchschnitt?

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$

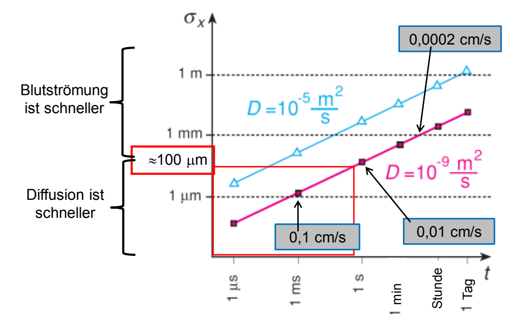
D für O_2 im Wasser:

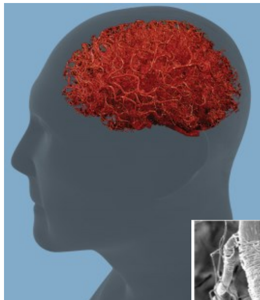
$1{,}9\cdot10^{-9}$ m/s² ≈ $1\cdot10^{-9}$ m/s²

- Zusammenfassend: Welcher Transportprozess ist „schneller" für O_2-Transport?

Blutströmung:

Gefäß	Kapillaren
v (cm/s)	0,022





Kapillarennetz mit einem charakteristischen Abstand von 100 μm!

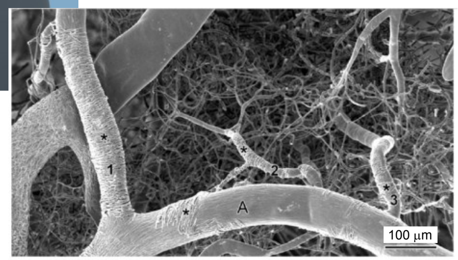
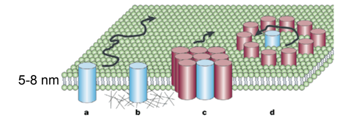


Figure 6. Scanning electron micrograph revealing vasculature within the area corresponding to the maximum acoustically evoked intrinsic signal. The arteries (A) and vein (V) can be clearly distinguished. 1, 2, 3: three types of arterial collateral vessels (see text). Note evidence of smooth muscle banding (asterisk symbols) on arteriole walls. Bar = 100 µm.

Anwendung: Diffusion in Membranen

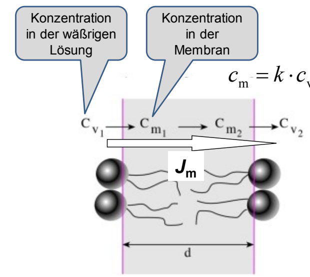


- Laterale Diffusion

  Lipide: $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-12}$ m²/s

  Proteine: $D_{\text{lateral}} \approx 10^{-13}$ - 10^{-17} m²/s

- Diffusion durch die Membran (passiver Transport)



Aufgrund des 1. fickschesn Gesetzes:

$$J_{\mathrm{m}} = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{\mathrm{m2}} - c_{\mathrm{m1}}}{d} =$$

$$= -D \cdot k \cdot \frac{c_{\mathrm{v2}} - c_{\mathrm{v1}}}{d} = -p\left(c_{\mathrm{v2}} - c_{\mathrm{v1}}\right)$$

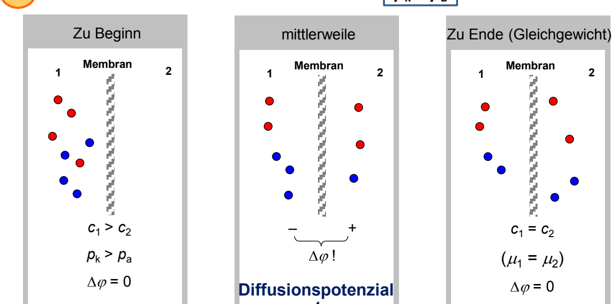
$$J_{\mathrm{m}} = -p\left(c_{\mathrm{v2}} - c_{\mathrm{v1}}\right)$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)

- Diffusion von Ionen durch eine Membran (zwei Spezialfälle)

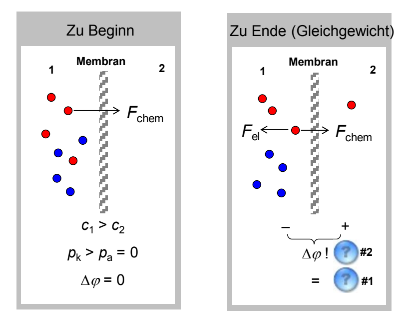
einwertige Ionen: Kation (k) Anion (a)

1. Die Permeabilitätswerte sind unterschiedlich, z. B. $\boxed{p_k > p_a}$



Nur vorübergehend!

2. Die Permeabilität für das eine Ion ist Null, z. B. $\boxed{p_a = 0}$



Kation (k)

Anion (a)

? #1

Elektrochemisches Potenzial (J/mol):

$$\mu_e = \mu + F \cdot \varphi$$

Im Gleichgewicht:

$$\mu_{e1} = \mu_{e2}$$

? #2

Nernst-Gleichung:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{c_2}{c_1}$$