

Biophysik für Pharmazeuten II.

18. 04. 2016.

Transportprozesse 2. Strömungen, Diffusion, Wärmeleitung



1

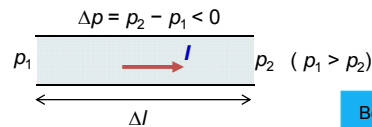
Transportprozesse



2

II. Strömungen (Fortsetzung)

Transportgesetz (Hagen-Poiseuille-Gesetz):



Volumenstromstärke

Radius des Rohres

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi}{8} \frac{1}{\eta} R^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

Viskosität

Druckgradient

Bedingungen:

- inkompressible Fl.
- laminare Str.
- stationäre Str.
- newtonsche Fl.



G. H. L. Hagen
1797-1884
Wasseringenieur



J. L. M. Poiseuille
1799-1869
Physiologe

Zur Erinnerung

Volumenstromdichte

Alternativform: $\frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t} = \frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

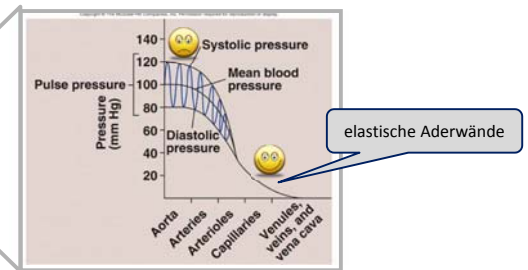
„Strömungsleitfähigkeit“

3

Ist das H-P-Gesetz anwendbar für die Blutströmung?

Gültigkeitsbedingungen?

- inkompressible Fl.?
- laminare Strömung?
- stationäre Strömung?
- newtonsche Fl.?



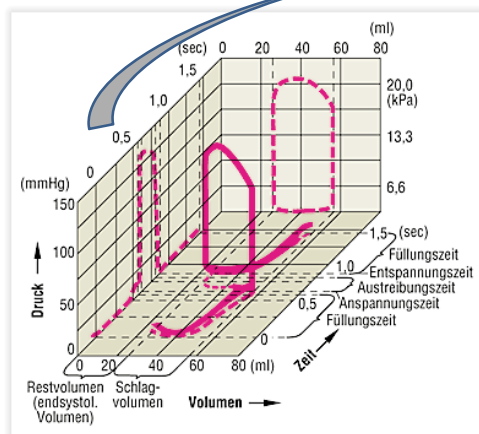
Folgerung: H-P nur qualitativ anwendbar!

4

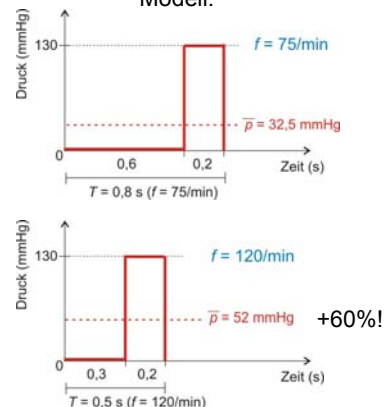
Blutströmung

- Regulation der Volumenstromstärke laut Hagen-Poiseuille-Gesetzes:

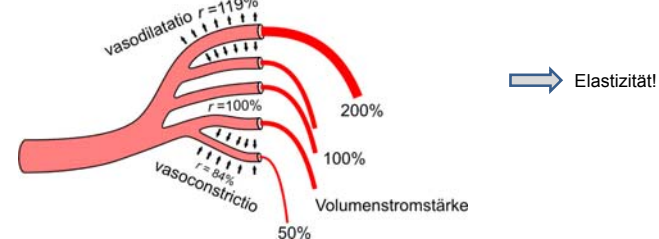
➤ Druck



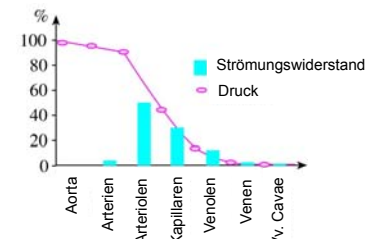
Modell:



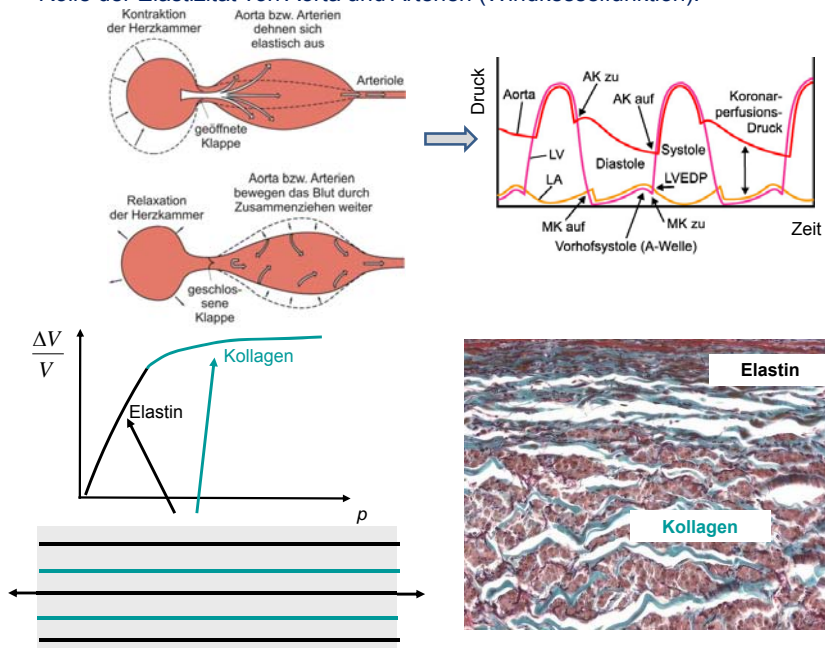
➤ Radius (r^4)



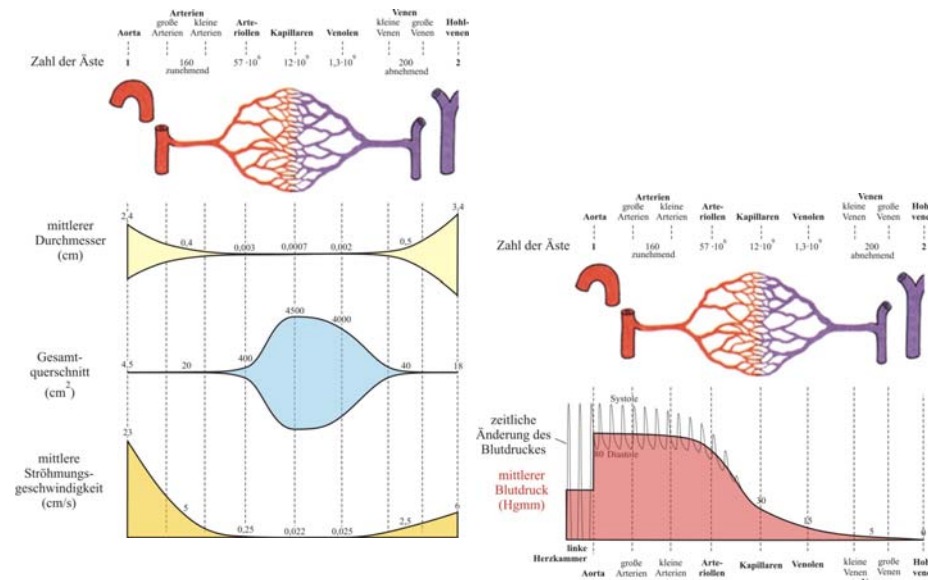
- Druck und Strömungswiderstand im Kreislauf:



- Rolle der Elastizität von Aorta und Arterien (Windkesselfunktion):



Zusammenfassend:



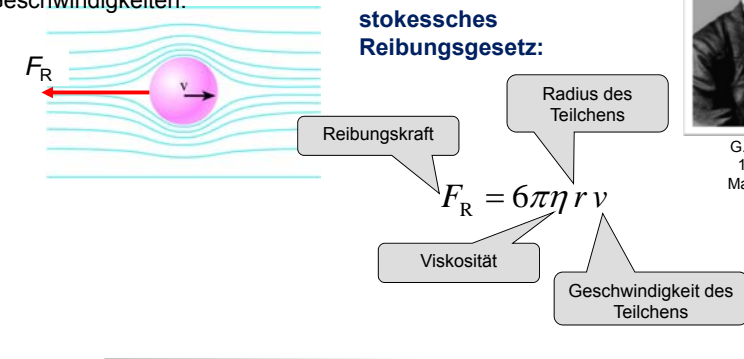
Analogie

	Was strömt?	Stärke?	Was treibt die Strömung?	Zusammenhang?	
Ladungs-transport	q	$J_q = \frac{\Delta q}{A \cdot \Delta t}$	φ	$-\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$	$J_q = -\sigma \frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$
Volumen-transport	V	$J_V = \frac{\Delta V}{A \cdot \Delta t}$	p	$-\frac{\Delta p}{\Delta l}$	$J_V = -\frac{R^2}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}$

9

4. Bewegung von Teilchen in reellen Flüssigkeiten

Bei kleineren Geschwindigkeiten:



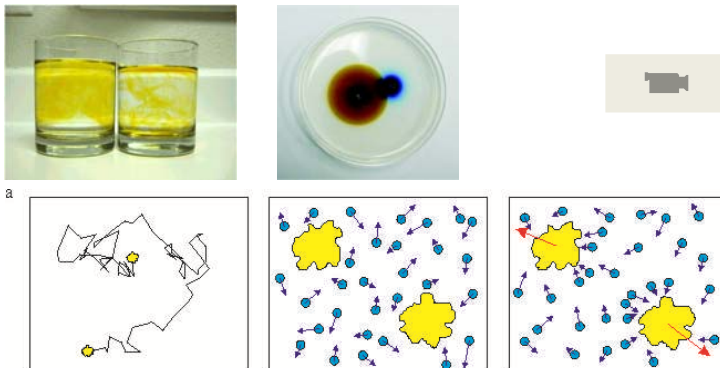
G. G. Stokes
1819-1903
Mathematiker
Physiker

Bei gleichmäßigen Bewegung: $F_{\text{Bewegung}} = F_R$

Beweglichkeit (u) eines Teilchens: $u = \frac{v}{F_{\text{Bewegung}}} \Rightarrow u = \frac{1}{6\pi\eta r} \Rightarrow$ s. Diffusion

10

III. Stofftransport (Diffusion)



1. Grundbegriffe

- Diffusion: Tendenz zur gleichmäßigen Verteilung von Molekülen durch die thermische Bewegung

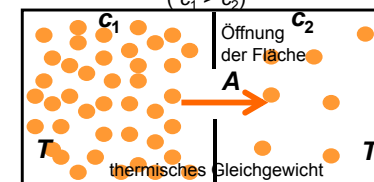
11

- Stoffstromstärke (I): $I = \frac{\Delta v}{\Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s}} \right)$
- Stoffstromdichte (J): $J = \frac{\Delta v}{A \cdot \Delta t} \left(\frac{\text{mol}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right)$
- stationäre Diffusion: zeitlich konstant

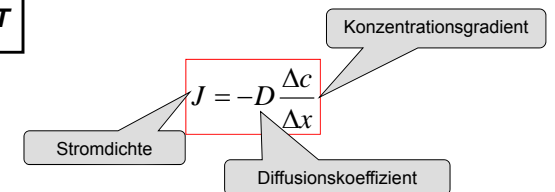
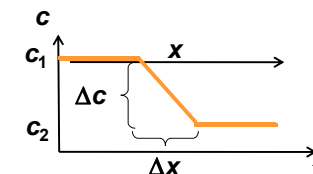
2. Transportgesetz – 1. Ficksches Gesetz

$$\Delta c = c_2 - c_1 < 0$$

$$(c_1 > c_2)$$



$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta c}{\Delta x}$$



Adolf Fick
1829-1901
Physiologe

12

Diffusionskoeffizient:

➤ stoffspezifisch

- diffundierende Moleküle — Größe (r)
- Form
- Medium (η)

➤ temperaturabhängig $D \sim e^{-\frac{AE}{RT}}$

Beweglichkeit des Teilchens

$$D = ukT$$

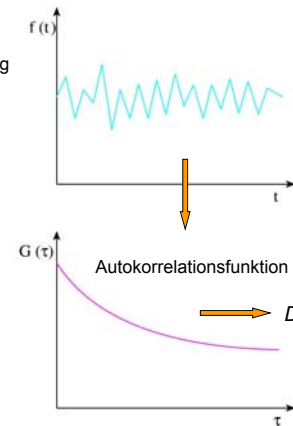
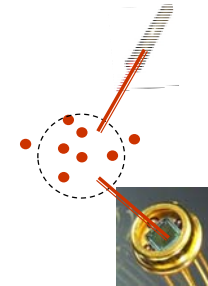
➤ Einstein-Stokes-Gleichung (für kugelförmige Teilchen)

$$D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$$

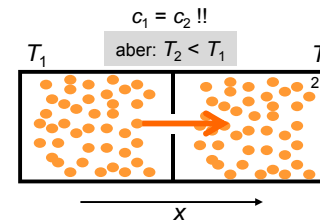
Diffundierendes Teilchen (Molmasse)	Medium	D (m ² /s)
H ₂ (2)	Luft	6,4·10 ⁻⁵
O ₂ (32)	Luft	2·10 ⁻⁵
CO ₂ (44)	Luft	1,8·10 ⁻⁵
H ₂ O (18)	Wasser	2,2·10 ⁻⁹
O ₂ (32)	Wasser	1,9·10 ⁻⁹
Glyzin (75)	Wasser	0,9·10 ⁻⁹
Serum Albumin (69 000)	Wasser	6·10 ⁻¹¹
Tropomiosin (93 000)	Wasser	2,2·10 ⁻¹¹
Tabakmosaikvirus (40 000 000)	Wasser	4,6·10 ⁻¹²

13

➤ Messung: eine Möglichkeit – dynamische Lichtstreuungsmessung



■ Im thermischen Nichtgleichgewicht:



Konzentration (c) \Rightarrow chemisches Potenzial (μ)

$$\mu = \mu_0 + RT \ln \frac{c}{c_0}$$

Die Triebkraft der Diffusion ist: $-\frac{\Delta\mu}{\Delta x}$

14

3. Das 2. Ficksche Gesetz:

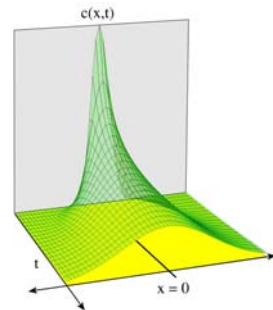
$$D \frac{\Delta(\frac{\Delta c}{\Delta x})}{\Delta x} = \frac{\Delta c}{\Delta t} \quad D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Lösungen:

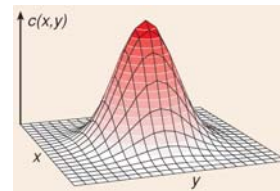
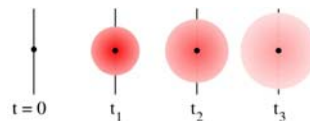
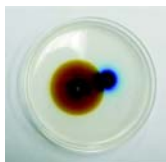
➤ Für eindimensionale Diffusion:

$$c(x) = \frac{c_0 \Delta x}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{2Dt}$$



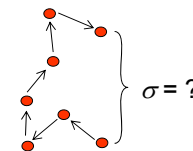
➤ Für zweidimensionale Diffusion:



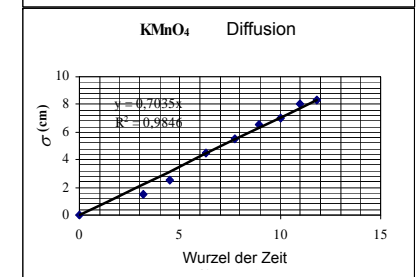
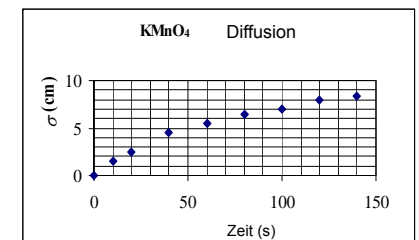
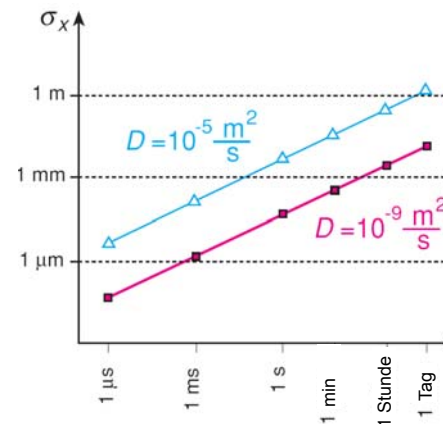
Siehe auch Praktikum!

15

4. Diffusion als Random Walk

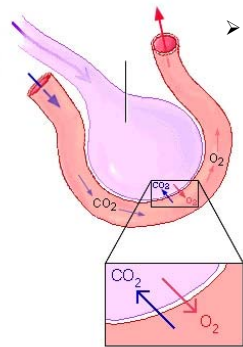


$$\sigma \approx \sqrt{2D \cdot t}$$

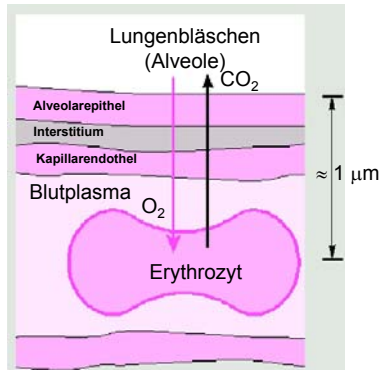
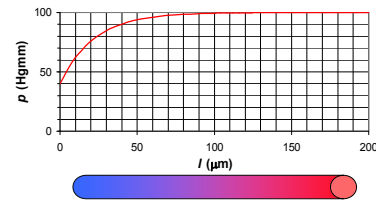


16

5. Anwendungen ■ O₂/CO₂-Diffusion Lunge-Blut



➤ 1. Ficksches Gesetz: Sauerstoffaufnahme

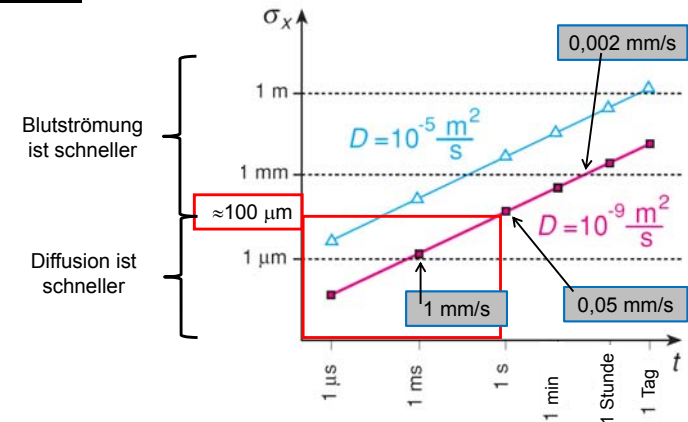


➤ Random Walk:
1 μm ⇒ 1 ms

17

■ Welche ist „schneller“ für O₂-Transport im Gewebe? Diffusion ↔ Blutströmung

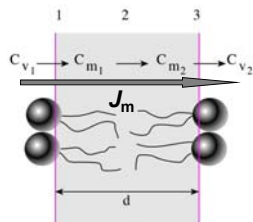
Gefäß	Kapillaren
A (cm ²)	4500
v (cm/s)	0,022 (= 0,22 mm/s)



18

■ Diffusion durch eine Membran (passiver Transport)

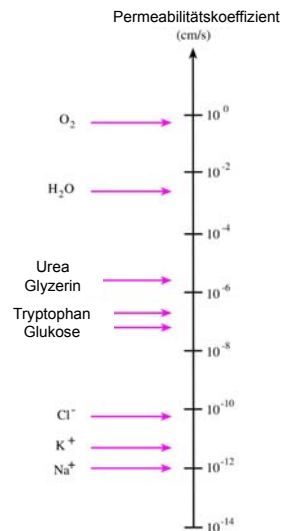
Für neutrale Teilchen:



$$J_m = -D \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x} = -D \cdot \frac{c_{m2} - c_{m1}}{d} = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

$$J_m = -p(c_{v2} - c_{v1})$$

Permeabilitätskoeffizient (m/s)



19