

Vorlesung 2

Karim Kouz

WS 2016/2017: Grundlagen der medizinischen Biophysik

(IV) Mechanik 3: Energie und Arbeit

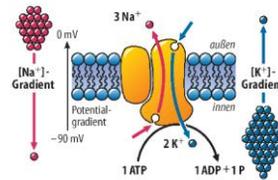
Karim Kouz

WS 2016/2017: Grundlagen der medizinischen Biophysik

Energie im menschlichen Körper

- Für tägliche Lebens- und Leistungsprozesse benötigt der Körper kontinuierlich Energie, z.B.:
 - Muskularbeit (Herz, glatte Muskulatur, Skelettmuskulatur)
 - Informationsfluss und Verarbeitung
 - Syntheseleistungen
 - Abbau von Stoffen (toxisch und nicht toxisch)
 - Anpassungsvorgänge
- 70% der Energie wird im Körper zum Betreiben von Ionenpumpen verwendet, v.a. für die Natrium-Kalium-Pumpe, um Ionengradienten aufrecht zu erhalten

Energie kann weder erzeugt, noch vernichtet werden. Sie kann nur von einem System auf ein anderes übertragen werden bzw. von einer Energieform in eine andere umgewandelt werden.



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physiologie des Menschen, Schmidt, Lang, 30. Auflage, Springer Verlag

3

Arbeit (W)

- Beim Dehnen einer Feder wird Energie von der Hand auf die Feder übertragen



- Diese übertragene Energie ist gleich der Arbeit, die die Hand an der Feder verrichtet
- Wird die Feder losgelassen, zieht sich diese zusammen – die übertragene Energie wird dabei sichtbar
- Arbeit ist die Übertragung von Energie durch eine Kraft – die Kraft hat Arbeit an dem Objekt verrichtet
- Abhängig von der Kraft, wird die verrichtete Arbeit unterschiedlich bezeichnet:
 - Mechanische Arbeit (Beschleunigungsarbeit, Hubarbeit, Spannarbeit)
 - Elektrische Arbeit

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Tipler, Paul A., Mosca, Gene, Kommer, Christoph (2013): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, 7. Aufl., Hb., v. Jeremy Wagner, Springer Spektrum

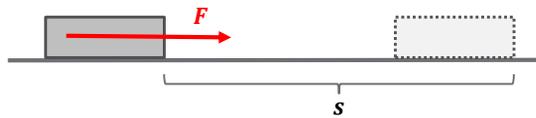
4

Arbeit (W)

- Arbeit ist das Produkt aus der Kraft (F) und dem Weg (s), sofern:
 - Die Kraft längs des gesamten Weges konstant bleibt
 - Die Kraftwirkung und die Bewegung die gleiche Richtung besitzen

$$W = F \cdot s \text{ [N} \cdot \text{m = J]}$$

Die Arbeit ist eine skalare Größe, obwohl die Kraft eine vektorielle Größe ist.



- Energie, die einem Objekt zugeführt wird, entspricht positiven Werten für die Arbeit
- Energie, die von einem Objekt abgeführt wird, entspricht negativen Werten für die Arbeit

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

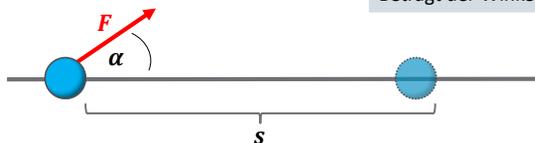
5

Arbeit (W)

- Stimmen Kraftwirkung und Bewegungsrichtung nicht überein, so muss der sich zwischen ihnen befindende Winkel berücksichtigt werden

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \text{ [J]}$$

Beträgt der Winkel 90° , so wird keine Arbeit verrichtet.



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

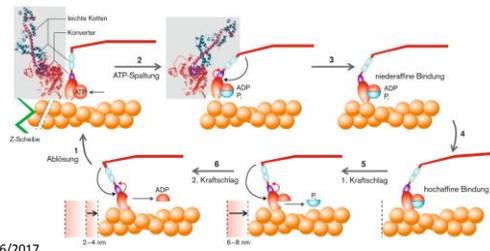
Quelle: Karim Kouz (September 2014)

6

Energie

- Energie ist die Fähigkeit eines Systems, Arbeit zu verrichten
- Dabei wird Energie durch Arbeit vom System abgegeben oder dem System zugeführt
- SI-Einheit: Joule (J)
- Andere häufig verwendete Einheiten: Elektronenvolt (eV), Kalorie (cal)
- Verschiedene Energieformen:
 - Mechanische Energie (kinetische, potenzielle und elastische Energie)
 - Elektrische Energie
 - Innere Energie

Im Muskel steckt Energie in Form von ATP. Diese Energie kann verwendet werden, um einen Gegenstand anzuheben (Hubarbeit) und ihm damit Lageenergie zuzuführen.



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Paper: Hans Christian, Klose, Bamer, Bernhart, Stiering, Stefan (2016): Physiologie, 7., vollst. überarb. und erw. Aufl., S.1: Georg Thieme Verlag KG

7

Umrechnung der Energieeinheiten

	Joule	Elektronenvolt	Kalorie
1 J =	1	$6,25 \cdot 10^{18}$	0,2389
1 eV =	$1,6 \cdot 10^{-19}$	1	Nicht relevant
1 cal =	4,186	Nicht relevant	1

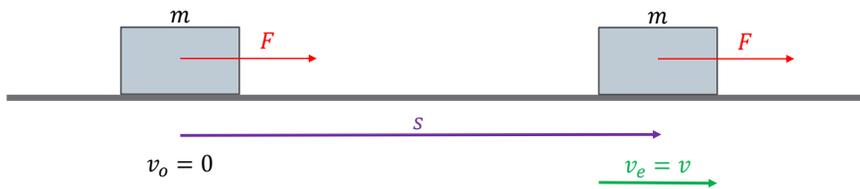
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

8

Kinetische Energie (E_{kin})

- Ein Körper der Masse m mit einer Geschwindigkeit v besitzt kinetische Energie E_{kin} :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$



- Beachte: Die kinetische Energie...
 - ...hängt vom Betrag der Geschwindigkeit des Teilchens ab und nicht von seiner Richtung
 - ...kann nie negativ sein

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

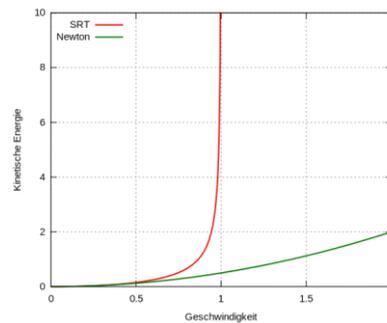
Quelle: Karim Kouz (09/2015)

9

Relativistische Effekte

- Nähert sich die Geschwindigkeit eines Körpers einigen Prozent Lichtgeschwindigkeit, so müssen relativistische Effekte beachtet werden
- Einer dieser Effekte ist, dass bewegte Massen schwerer werden:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Festscher_naturwissenschaftliche_Energie-Impuls-Beziehung

10

Übung

- Ein Elektron in einem Stück Kupfer habe eine kinetische Energie von $E_{kin} = 6,7 \cdot 10^{-19}$ J. Wie groß ist seine Geschwindigkeit?

Übung

- Ein Elektron in einem Stück Kupfer habe eine kinetische Energie von $E_{kin} = 6,7 \cdot 10^{-19}$ J. Wie groß ist seine Geschwindigkeit?

- Lösung:

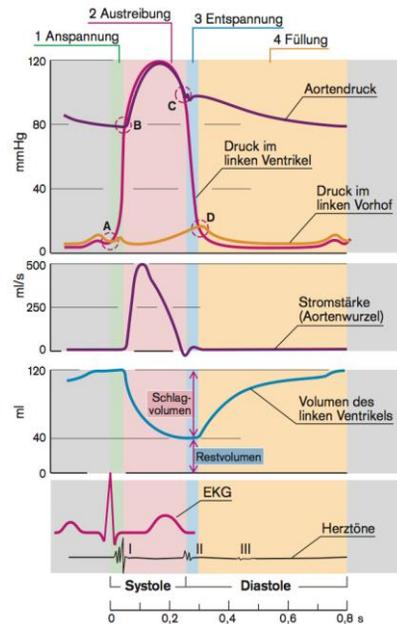
- Gegeben sind folgende Werte: $E_{kin} = 6,7 \cdot 10^{-19}$ J, $m_{Elektron} = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
- Gesucht sind folgende Werte: $v_{Elektron}$
- Lösungsformel: $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- Umstellen nach der gesuchten Größe: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}}$
- Einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,2 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Beschleunigungsarbeit

- Um einem Körper kinetische Energie übertragen zu können, muss Beschleunigungsarbeit verrichtet werden, d.h., eine Kraft muss auf den Körper wirken und diesen beschleunigen:

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

- Das Herz muss z.B. Beschleunigungsarbeit leisten, um das Blut in Strömung zu versetzen



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physiologie: Kinne, Silberriegel, 6. Auflage; Thieme Verlag

13

Potenzielle Energie/Lageenergie (E_{pot})

- Auf jeden Körper der Masse m auf der Erde wirkt die Gewichtskraft
- Die Energie, die benötigt wird, um einen solchen Körper auf eine bestimmte Höhe h , ausgehend von einem willkürlich festgelegten Nullniveau, zu heben, heißt potenzielle Energie E_{pot} :

$$E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

- Dabei ist die benötigte Energie unabhängig von dem zurückgelegten Weg



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (August 2014)

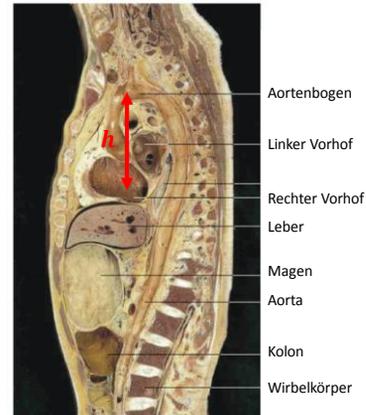
14

Hubarbeit

- Die beim Anheben eines Körpers um die Höhe h zu verrichtende Arbeit wird als Hubarbeit bezeichnet:

$$W = F \cdot s = m \cdot g \cdot h$$

- Die verrichtete Arbeit erscheint dann als potenzielle Energie
- Auch das Herz muss Hubarbeit verrichten, da das Herz unterhalb des Aortenbogens liegt



Sagittal section through the thorax, 2 cm lateral to the median plane.

Quelle: Verändert nach Color Atlas of Anatomy, Sobotta, Ullrich-Dreier, 7th Edition, Schattauer

15

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

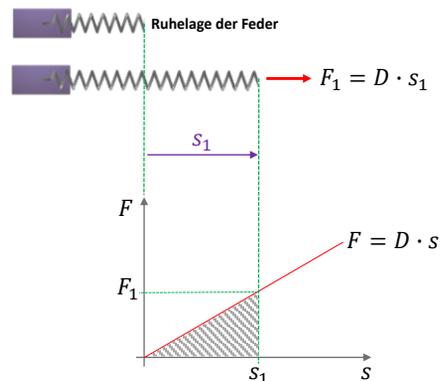
Spannenergie/elastische Energie (E_{el})

- Zum Spannen einer Feder wird Energie benötigt, die Spannenergie:

$$E_{el} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

- Die zu verrichtende Arbeit wird als Spannarbeit bezeichnet:

$$W = F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$



Fläche unter der Kurve = Fläche eines Dreiecks:
 $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Quelle: Karim Kouz (09/2015)

16

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Übung

- Eine Schraubenfeder wird durch einen Körper mit einer Masse von 4 kg, der an die Feder gehängt wird, um 1,5 cm verlängert. Berechnen Sie die Energie, die erforderlich ist, um dieselbe Feder um 2 cm zu dehnen.

Übung

- Eine Schraubenfeder wird durch einen Körper mit einer Masse von 4 kg, der an die Feder gehängt wird, um 1,5 cm verlängert. Berechnen Sie die Energie, die erforderlich ist, um dieselbe Feder um 2 cm zu dehnen.
- Lösung:
 - Gegeben sind folgende Werte: $m = 4 \text{ kg}$, $s_4 = 1,5 \text{ cm}$, $s = 2 \text{ cm}$
 - Gesucht sind folgende Werte: E_{el}
 - Lösungsformel: $E_{el} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$, $F = D \cdot s$, $F = m \cdot g$
 - Umstellen nach der gesuchten Größe: $D = \frac{F}{s_4} = \frac{m \cdot g}{s_4} \rightarrow E_{el} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot g}{s_4} \cdot s^2$
 - Einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten: $E_{el} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,02 \text{ m}} \cdot (0,015 \text{ m})^2 = 0,5232 \text{ J}$

Energieerhaltung in der Mechanik

- In einem abgeschlossenen System ist die Summe der mechanischen Energien konstant, sofern die Vorgänge im System reibungsfrei ablaufen:

$$\sum E_i = E_{kin} + E_{pot} + E_{el} = konstant$$

- Abgeschlossenes System: Anordnung von Körpern, auf die keine Kräfte von Körpern außerhalb dieser Anordnung wirken (die nicht von außerhalb des Systems beeinflusst werden können)

Energieerhaltungssätze gelten keinesfalls nur in der Mechanik. So kann beispielsweise auch elektrische Energie in kinetische Energie umgewandelt werden.

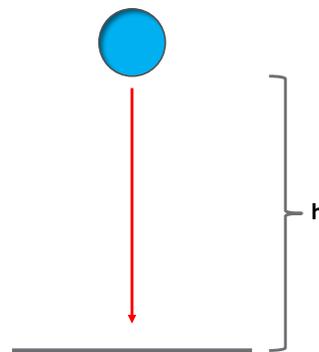
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

19

Energieerhaltung in der Mechanik

- Ein Ball wird aus einer bestimmten Höhe (Erdboden als Nullniveau) fallen gelassen
- Reibung und Luftwiderstand seien vernachlässigbar
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ s besitzt der Ball lediglich potenzielle Energie
- Sobald der Ball zu fallen beginnt, nimmt die potenzielle Energie stetig ab und erscheint in Form von kinetischer Energie, die in gleicher Weise zunimmt
- Zu jedem Zeitpunkt gilt:

$$E_{mech} = E_{pot} + E_{kin} = konstant$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (August 2011)

20

Übung

- Ein Stein mit einer Masse von $m = 5 \text{ kg}$ fällt von einem 20 m hohen Dach zu Boden. Berechnen Sie:
 - a. die Energie, die der Stein unmittelbar vor dem Fall besitzt (angenommen, der Boden ist als Nullniveau festgelegt)
 - b. die Geschwindigkeit, mit der der Stein auf den Boden aufschlägt

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

21

Übung

- Ein Stein mit einer Masse von $m = 5 \text{ kg}$ fällt von einem 20 m hohen Dach zu Boden. Berechnen Sie:
 - a. die Energie, die der Stein unmittelbar vor dem Fall besitzt (angenommen, der Boden ist als Nullniveau festgelegt)
 - b. die Geschwindigkeit, mit der der Stein auf den Boden aufschlägt

- Lösung:

- Gegeben sind folgende Werte: $m_{\text{Stein}} = 5 \text{ kg}$, $h = 20 \text{ m}$
- Gesucht sind folgende Werte: E_{pot} , v
- Lösungsformel: $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$, $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$
- Umstellen nach der gesuchten Größe: $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$, $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{pot}}}{m}}$, da beim Aufprall die gesamte potenzielle Energie in kinetische Energie umgewandelt worden ist
- Einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten: $E_{\text{pot}} = 5 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} = 981 \text{ J}$, $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 981 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 19,81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

22

Leistung (P)

- Die pro Zeiteinheit verrichtete Arbeit (bzw. zugeführte Energie):

$$P = \frac{W}{t} \text{ [Watt, W]}$$

- Wird ein Körper unter der Einwirkung einer Kraft F mit der Geschwindigkeit v bewegt, so beträgt die Leistung:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

- 2 Motoren, die das gleiche Gewicht über eine gleiche Strecke anheben müssen, benötigen dafür die gleiche Energie – der Motor, der dies jedoch schnell schafft, hat eine höhere Leistung

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

23

Energie-Masse-Äquivalenz

- Nach der Relativitätstheorie sind Masse und Energie gleichwertig und über folgende Gleichung miteinander verknüpft:

$$E = m \cdot c^2$$

- Ein Körper besitzt nicht nur aufgrund seiner Bewegung Energie, sondern bereits wenn er ruht, die Ruheenergie:

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

- Besitzt der Körper zusätzlich kinetische Energie, so muss diese zur Ruheenergie addiert werden und man erhält die Gesamtenergie:

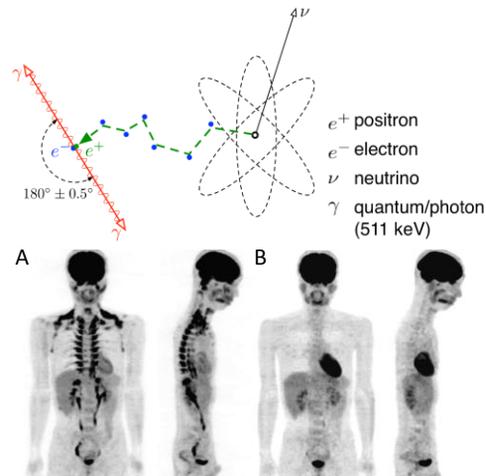
$$E = E_0 + E_{kin}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

24

Energie-Masse-Äquivalent in der PET

- Bei der Positronen-Emissions-Tomographie werden dem Körper Beta-Plus-Strahler appliziert
- Diese zerfallen, wobei u.a. ein Positron entsteht
- Dieses Positron vereinigt sich nach kurzer Zeit mit einem Elektron und die beiden werden vollständig in Energie umgewandelt (Annihilation = Paarvernichtung), wobei 2 Gamma-Photonen entstehen, die dann detektiert werden
- Jedes dieser Gamma-Photonen besitzt eine Energie von 510 keV



Whole-body FDG-PET images under cold or warm condition. A: A 25-year-old male subject fasted for 12 h and was kept in an air-conditioned room at 19°C with light clothing and put his legs on an ice block intermittently (for ~4 min at every 5 min). After 1 h under this cold condition, he was given an intravenous injection of ^{18}F -FDG and kept under the same cold condition. One hour after the ^{18}F -FDG injection, whole-body PET/CT scans were performed in a room at 24°C. B: Two weeks after the first examination in the cold condition (A), the same subject underwent FDG-PET/CT examination as previously, but he was kept at 27°C with standard clothing and without leg icing (warm condition) for 2 h before the examination.

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://dx.doi.org/10.1007/s00133-008-0023-0>, Sato, M., Miyake, C., Yamashita, Y., Matsuda, M., Watanabe, S., Ueda, K., et al. (2008). High incidence of metabolically active brown adipose tissue in healthy adult humans: effect of cold exposure and adiposity. *Diabetes*, 58 (7), 1.1296-1.31. DOI: 10.2337/069.058.0000

25

Energie-Masse-Äquivalenz

- Energieäquivalente einiger Objekte:

Objekt	Masse (kg)	Energieäquivalent (J)
Elektron	$9,1 \cdot 10^{-31}$	$8,19 \cdot 10^{-31}$
Staubkorn	$1 \cdot 10^{-13}$	$1 \cdot 10^{14}$
1 Cent-Stück	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{14}$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

26

Übung

- Der Stromverbrauch eines US-Bewohners betrug im Jahr 2011 rund 13246 kWh. Wie viele Bewohner könnten mit der Energie, die in einem 1 Euro-Stück mit einer Masse von 7,5 g steckt, versorgt werden, wenn die Masse komplett in Energie umgewandelt wird ($1 \text{ J} \approx 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ GW} \cdot \text{h}$)?

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

27

Übung

- Der Stromverbrauch eines US-Bewohners betrug im Jahr 2011 rund 13246 kWh. Wie viele Bewohner könnten mit der Energie, die in einem 1 Euro-Stück mit einer Masse von 7,5 g steckt, versorgt werden, wenn die Masse komplett in Energie umgewandelt wird ($1 \text{ J} \approx 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ GW} \cdot \text{h}$)?

- Lösung:

- Gegeben sind folgende Werte: $m_{1 \text{ Euro}} = 7,5 \text{ g} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, $E_{\text{Kopf}} = 13246 \text{ kWh}$

- Gesucht sind folgende Werte: n_{Bewohner}

- Lösungsformel: $E_0 = m_0 \cdot c^2$, $\frac{E_0}{E_{\text{Kopf}}} = n_{\text{Bewohner}}$

- Umstellen nach der gesuchten Größe: $\frac{m_{1 \text{ Euro}} \cdot c^2}{E_{\text{Kopf}}} = n_{\text{Bewohner}}$

- Einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten: $\frac{7,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-13} \frac{\text{GWh}}{\text{J}}}{13246 \text{ kWh} \cdot 10^{-6} \frac{\text{GWh}}{\text{kWh}}} = 14268,5$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

28

(V) Mechanik 4: Druck

Druckbegriffe in der Medizin

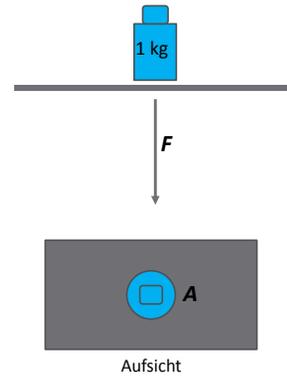
- Der Begriff „Druck“ taucht sehr häufig v.a. in der Physiologie auf
- Bei der Betrachtung des Herzens, dem Kreislauf, der Atmung und vielen weiteren Prozessen spielen sich ständig ändernde bzw. konstant zu haltende Druckverhältnisse eine entscheidende Rolle für das menschliche Leben
- Kleinste Änderungen dieser Verhältnisse können bereits enorme Auswirkungen auf unser Leben haben
- Bei der Blutdruckmessung begegnet uns der Begriff des Druckes tagtäglich – es ist eine der wichtigsten Messungen, um den Vitalstatus eines Patienten innerhalb von Sekunden zu erfassen

Druck (p)

- Wirkt eine Kraft F senkrecht auf eine Fläche der Größe A , so kann der Druck als Quotient aus dem Betrag von F und der Größe der Fläche dargestellt werden als:

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \right]$$

- Andere häufig gebrauchte Einheiten sind: Bar (bar), physikalische Atmosphäre (atm), Millimeter Quecksilbersäule (mmHg), Millimeter Wasser (mmH₂O), Torr (torr)



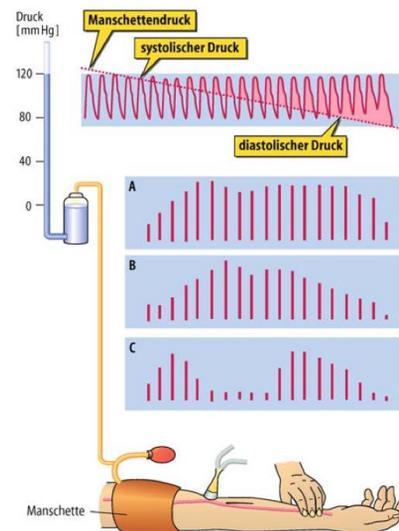
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (September 2014)

31

Blutdruckmessung

- Manschette wird solange aufgeblasen, bis Manschettendruck den Blutdruck in der A. brachialis um ca. 20 mmHg übersteigt
- Es fließt jetzt kein Blut mehr in den Arm hinein (und auch nicht hinaus)
- Das Stethoskop wird über der A. brachialis positioniert und der Druck in der Manschette wird langsam verringert
- Sobald der Druck so gering ist, dass das Blut wieder zu fließen beginnt, sind Geräusche zu hören = Korotkow-Geräusche
- Solange der Manschettendruck zwischen dem systolischen und dem diastolischen Druck liegt, sind Geräusche zu hören, da in diesem Bereich der Blutstrom turbulent ist



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physiologie des Menschen, Schmidt, Lang, 30. Auflage, Springer Verlag

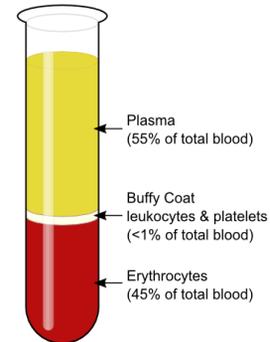
32

Dichte (ρ)

- Dichte ρ (Rho) ist der Quotient aus der Masse m eines Körpers und seinem Volumen V :

$$\rho = \frac{m}{V} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$

- Die Dichte eines Körpers ist abhängig von:
 - Material
 - Druck
 - Temperatur
- Zentrifugiert man Blut, so erhält man aufgrund der unterschiedlichen Dichten der Blutbestandteile drei sichtbare Fraktionen: Erythrozyten, Leukozyten und Thrombozyten, Plasma



Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Buffy_Coat

33

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Übung

- Ein Zimmer habe folgende Abmessungen: 3,5 m x 4,2 m x 2,4 m.
 - Wie groß ist das Gewicht der Luft in dem Raum (die Dichte der Luft bei Atmosphärendruck ist $1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)?
 - Wie groß ist die Kraft, die die Luft auf den Fußboden des Raumes ausübt?

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

34

Übung

- Ein Zimmer habe folgende Abmessungen: 3,5 m (Länge) x 4,2 m (Breite) x 2,4 m (Höhe).
 - Wie groß ist das Gewicht der Luft in dem Raum (die Dichte der Luft bei Atmosphärendruck ist $1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)?
 - Wie groß ist die Kraft, die die Luft auf den Fußboden des Raumes ausübt (Luftdruck 101 kPa)?
- Lösung:
 - Gegeben sind folgende Werte: $l = 3,5 \text{ m}$, $b = 4,2 \text{ m}$, $h = 2,4 \text{ m}$, $\rho_{\text{Luft}} = 1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 - Gesucht sind folgende Werte: G, F
 - Lösungsformel: $\rho = \frac{m}{V}$, $G = m \cdot g$, $p = \frac{F}{A}$
 - Umstellen nach der gesuchten Größe: $m = \rho \cdot V \rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g$, $F = p \cdot A$
 - Einsetzen der Werte mit den richtigen Einheiten:
 - $G = 1,21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3,5 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ m} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 418,78 \text{ N}$
 - $F = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3,5 \text{ m} \cdot 4,2 \text{ m} = 1,48 \cdot 10^6 \text{ N}$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

35

Hydrostatischer Druck (Schweredruck)

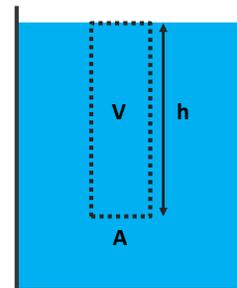
- Der Druck, der sich innerhalb einer Flüssigkeit durch den Einfluss der Gravitation einstellt
- Die auf das betrachtete Volumen V mit der Masse m wirkende Schwerkraft ergibt sich als:

$$G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

- Der hydrostatische Druck ergibt sich dann als:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{G}{A} = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g$$

Der Druck nimmt also mit zunehmender Tiefe linear zu. Dies gilt jedoch nur, wenn die Dichte der Flüssigkeit konstant bleibt (inkompressible Flüssigkeit).



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2014)

36

Hydrostatisches Paradoxon

- Der hydrostatische Druck lässt sich wie folgt berechnen:

$$p = \rho \cdot h \cdot g$$

- Folglich ist der hydrostatische Druck lediglich von der Dichte der Flüssigkeit und der jeweiligen Tiefe abhängig (sofern g als konstant angesehen wird)
- In allen Gefäßen herrscht in derselben Höhe derselbe Druck, trotz der unterschiedlichen Gefäßgeometrie und Füllmenge



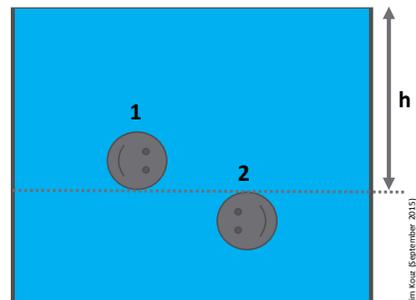
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Hydrostatisches_Paradoxon

37

Pascalsches Gesetz

- Eine Druckänderung in einer abgeschlossenen und inkompressiblen Flüssigkeit wird unvermindert auf jeden Teil der Flüssigkeit sowie auch auf die Wände des Behälters übertragen
- Beispiel:
 - Die Taucher 1 und 2 tauchen so, dass sich jeweils das linke Trommelfell beider Taucher in gleicher Höhe befindet
 - Auf beide Trommelfelle wirkt der gleiche Druck, obwohl ein Trommelfell nach oben und das andere nach unten ausgerichtet ist
 - Dies liegt daran, dass in dieser Höhe in der gesamten Flüssigkeit derselbe Druck herrscht und somit die Ausrichtung des betrachteten Punktes keine Rolle spielt



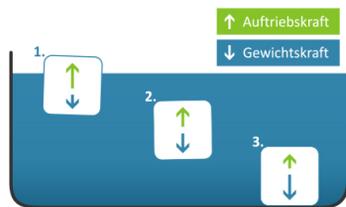
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz, September 2015

38

Archimedisches Prinzip

- Taucht ein Körper ganz oder auch teilweise in ein Fluid, so wirkt auf ihn eine Auftriebskraft, ausgehend von dem ihn umgebenden Fluid
- Diese Kraft ist nach oben gerichtet und vom Betrag her gleich dem Gewicht des von dem Körper verdrängten Fluids
- Das archimedische Prinzip gilt in allen Fluiden (Flüssigkeiten oder Gasen)



1. Ein Körper **schwimmt**, wenn die Auftriebskraft größer als die Gewichtskraft ist.
2. Ein Körper **schwebt**, wenn die Auftriebskraft genau gleich der Gewichtskraft ist.
3. Ein Körper **sinkt**, wenn die Auftriebskraft kleiner als die Gewichtskraft ist.

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

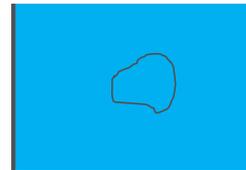
Quelle: <http://www.kanawater.nl/content/language2/html/01852.php>

39

Archimedisches Prinzip

- Ein Taucher beobachtet eine im Wasser schwebende dünnwandige Plastiktüte (statisches Gleichgewicht)
- Die Auftriebskraft muss folglich (da statisches Gleichgewicht) genauso groß sein, wie das Gewicht des sich in der Tüte befindenden Wassers:

$$F_A = m_{Tütenwasser} \cdot g$$



- Die Auftriebskraft beruht auf dem zunehmenden Druck in dem umgebenden Wasser mit zunehmender Tiefe – der Druck auf den unteren Teil der Tüte ist also größer als auf den oberen Teil
- Somit sind auch die auf den unteren Teil wirkenden Kräfte größer als auf den oberen Teil

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

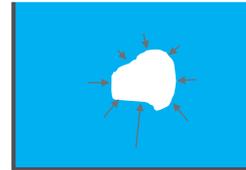
Quelle: Karim Kouz (07/2014)

40

Archimedisches Prinzip

- Die Summe der auf die Tüte wirkenden Kräfte ergibt die Auftriebskraft, wobei sich nur die vertikalen Komponenten addieren und die horizontalen einander aufheben
- Wird die Tüte durch einen Stein mit exakt gleicher Form ausgefüllt, so verdrängt dieser das Fluid an dieser Stelle vollständig – die Auftriebskraft ist somit genauso groß wie vorher
- Die nach unten gerichtete Schwerkraft ist jedoch vom Betrag her größer als die Auftriebskraft – der Stein sinkt:

$$F_A = m_{\text{verdrängtes Wasser}} \cdot g < m_{\text{Stein}} \cdot g$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2014)

41

Archimedisches Prinzip

- Die nach unten gerichtete Schwerkraft ist jedoch vom Betrag her größer als die Auftriebskraft – der Stein sinkt:

$$F_A = m_{\text{verdrängtes Wasser}} \cdot g < m_{\text{Stein}} \cdot g$$

- Wird der Ausdruck Masse mit der Definition der Dichte ersetzt, so ergibt sich:

$$\rho_{\text{Wasser}} \cdot V_{\text{verdrängtes Wasser}} \cdot g < \rho_{\text{Stein}} \cdot V_{\text{Stein}} \cdot g$$

- Da das Steinvolumen genau dem Volumen an Wasser gleicht, das verdrängt wurde, kann der Volumenausdruck aus der Ungleichung gekürzt werden:

$$\rho_{\text{Wasser}} < \rho_{\text{Stein}}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2014)

42

Archimedisches Prinzip

- Wie wir mathematisch gezeigt haben, gilt also unsere Alltagserfahrung:

- $\rho_{\text{Körper}} < \rho_{\text{Fluid}}$ → Körper steigt
- $\rho_{\text{Körper}} = \rho_{\text{Fluid}}$ → Körper schwebt
- $\rho_{\text{Körper}} > \rho_{\text{Fluid}}$ → Körper sinkt



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (2011), <http://www.docuonlineview.com/war-1/vermittlung/mahl/>;
http://www.stockminimedia.de/stock-photo-welt/_metfinden&id_bilder=34202

43

Gase

- Gase bestehen aus räumlich weit voneinander getrennten Molekülen (z.B. O_2) oder Atomen (z.B. Helium), die sich frei in schneller Bewegung befinden
- Sie können mit beliebigen Gasen in jedem Verhältnis völlig homogen miteinander vermischt werden
- Gase füllen Gefäße vollständig aus und sind leicht komprimierbar

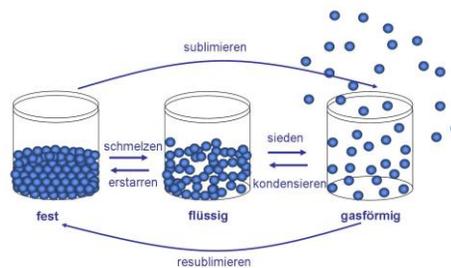


Abb.: Übergänge der Aggregatzustände: fest, flüssig, gasförmig

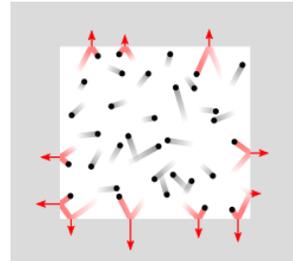
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://www.chempage.de/theorie/aggregat.htm>

44

Gasdruck

- Die Gasteilchen bewegen sich aufgrund ihrer thermischen Energie in alle beliebigen Richtungen (thermische Energie wird in kinetische Energie umgewandelt)
- Dabei prallen die Gasteilchen auch auf die Wände des Behälters, in dem sie sich befinden und es finden elastische Stoßereignisse statt
- Die bei diesen Stoßereignissen auf die Wand ausgeübten Druckkräfte ergeben den Gasdruck
- Der Gasdruck entsteht somit als Summe aller durch ein Gas oder Gasgemisch wirkenden Kräfte auf die Gefäßwand



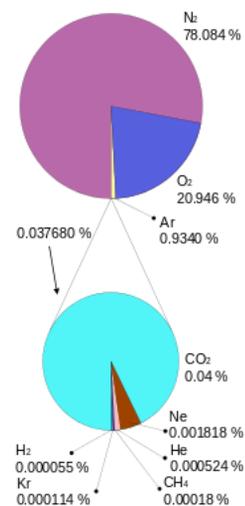
Quelle: [http://de.wikipedia.org/wiki/Druck_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Druck_(Physik))

45

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Partialdruck (Teildruck)

- Luft besteht aus einem Gasgemisch (Stickstoff, Sauerstoff, Kohlendioxid,...)
- Jedes einzelne Gas in dem Gasgemisch trägt zu einem gewissen Teil zum Gesamtdruck bei
- Der Partialdruck entspricht dem Druck, den eine einzelne Gaskomponente eines Gasgemisches bei alleinigem Vorhandensein im betreffenden Volumen ausüben würde



Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Luft>

46

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Luftdruck

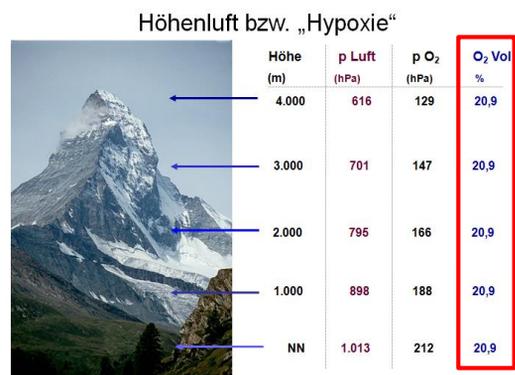
- In der Erdatmosphäre setzt sich der Luftdruck aus den einzelnen Partialdrücken der Luftbestandteile zusammen
- Er ist nicht überall auf der Welt gleich:
 - Mit steigender Höhe nimmt der Luftdruck ab
 - Er ist abhängig von Wetterverhältnissen und unterliegt zusätzlich kleinen Schwankungen
- Auf Meeressniveau beträgt der Luftdruck ca. 101 kPa (= 1 atm)
- Etliche Angaben in den Naturwissenschaften beziehen sich auf den sogenannten Normdruck – dieser ist willkürlich festgelegt auf den Wert 101 kPa

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

47

Atmung in großer Höhe

- Die prozentuale Zusammensetzung der Luft verändert sich nicht (kaum) mit zunehmender Höhe im Bereich von für den Menschen relevanten Höhen
- Trotzdem bekommen wir mit zunehmender Höhe Probleme mit der Atmung und unsere Leistungsfähigkeit nimmt ab (→ Höhentraining)
- Ursächlich dafür ist der abnehmende Luftdruck und somit auch Partialdruck von Sauerstoff, der maßgeblich die Sauerstoffaufnahme und -abgabe des Körpers beeinflusst



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

48