

# Vorlesung 5

Karim Kouz

WS 2016/2017: Grundlagen der medizinischen Biophysik

# (IX, X, XI) E-Lehre 2

Karim Kouz

WS 2016/2017: Grundlagen der medizinischen Biophysik

## Elektrischer Widerstand ( $R$ )

- In der Realität bremsen viele Faktoren die Ladungsträgerbewegung ab:
  - Kollisionen mit anderen Teilchen
  - Wechselwirkungen mit anderen Ladungsträgern
  - Lokale elektrische Felder anderer Ionen
- Diese Abbremsung wird durch den elektrischen Widerstand  $R$  charakterisiert:

$$R = \frac{U}{I} \text{ [Ohm, } \Omega \text{]}$$

Ohm'sches Gesetz

- Je größer die angelegte Spannung, desto größer ist die daraus resultierende Stromstärke

## Spezifischer Widerstand

- Der elektrische Widerstand eines Leiters hängt u.a. von dessen Geometrie ab:
  - Je größer die Querschnittsfläche ( $A$ ), desto geringer ist der Widerstand
  - Je länger der Leiter ( $l$ ), desto größer ist der Widerstand

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

- $\rho$  ist der spezifische Widerstand und eine von der Temperatur abhängige Materialkonstante
- Bei den meisten Materialien nimmt der Widerstand mit steigender Temperatur zu

## Anwendung: Nervenleitgeschwindigkeiten

- Die Geschwindigkeit, mit der Nerven Informationen in Form eines Stromes weiterleiten, hängt u.a. von deren Geometrie ab
- Dicke Axone leiten Informationen viel schneller als dünne Axone, da sie u.a. eine größere Querschnittsfläche besitzen
- So leitet ein Motoneuron mit einer Leitungsgeschwindigkeit von durchschnittlich 100 m/s

Axone von der Haut	A $\alpha$	A $\beta$	A $\delta$	C
Axone von Muskel	Gruppe I	II	III	IV
Durchmesser ( $\mu\text{m}$ )	13–20	6–12	1–5	0,2–1,5
Geschwindigkeit (m/s)	80–120	35–75	5–30	0,5–2
Sinnesrezeptoren	Propriorezeptoren des Skelettmuskels	Mechanorezeptoren der Haut	Schmerz, Temperatur	Temperatur, Schmerz, Juckreiz

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: verändert nach Neuroanatomisches Lehrbuch, 3. Auflage, Springer-Verlag

5

## Leitwert und Leitfähigkeit

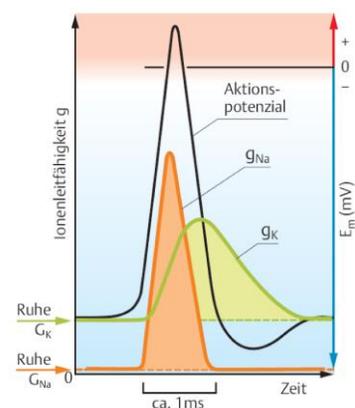
- Elektrischer Leitwert: Kehrwert des elektrischen Widerstandes

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U} \text{ [Siemens, S]}$$

- Je größer der elektrische Leitwert, desto:
  - Geringer ist der Widerstand des Leiters
  - Desto besser leitet der Leiter den Strom
- Elektrische Leitfähigkeit: Kehrwert des spezifischen Widerstandes

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

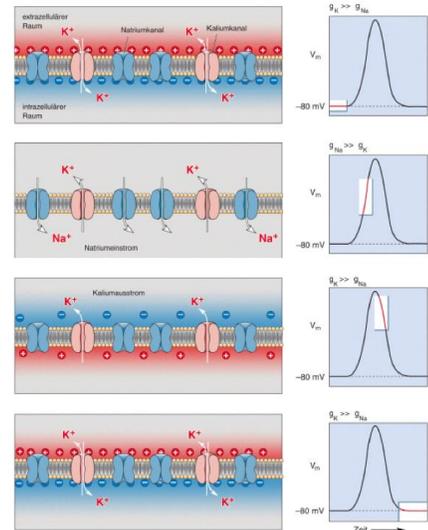


Quelle: Taschenrechner der Physiologie, 5. S. 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000

6

# Leitfähigkeiten der Zellmembran

- Während eines Aktionspotentials, aber auch während vieler anderer Prozesse (z.B. Exocytose von Neurotransmittern) verändert die Zellmembran ihre Leitfähigkeit für Ionen
- Die Veränderung der Leitfähigkeit führt dann zu multiplen Effekten:
  - Muskelkontraktion
  - Vesikelfreisetzung
  - Regulation des Herzens (Frequenz, Herzkraft,...)
  - Sehvorgang
  - Geschmacksvorgang
  - ...



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Neurophysiologie, Bear, Connors, 3. Auflage, Springer-Verlag

7

# Das Joule'sche Gesetz

- Bei der Abbremsung von Ladungsträgern durch Widerstände verlieren diese Energie, die in Form von Joule'scher Wärme frei wird
- Damit der Stromfluss aufrecht erhalten wird, muss eine Spannungsquelle die Leistung  $P$  aufbringen:
- Die von dem elektrischen Feld verrichtete Arbeit beträgt:

$$P = U \cdot I$$

Die Wärmeabgabe kommt dadurch zustande, dass Elektronen mit Atomrümpfen zusammenstoßen, dabei das Atomgitter in Schwingung versetzen und diese Schwingungsenergie schließlich in Form von Wärme abgegeben wird.

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

8

# Elektro-Kauter (Hitzekauter)

- In der Elektrochirurgie wird mit Hilfe eines Kauters Gewebe geschnitten bzw. die Blutstillung durchgeführt
- Dabei wird das Joule'sche Gesetz als Grundlage der Funktionsweise benutzt
- Eine lokal sehr hohe Stromdichte im Gewebe sorgt aufgrund eines relativ hohen Widerstands für eine lokale Erwärmung, die, sofern sie hoch genug ist, das Gerät zum Schneiden von Gewebe befähigt



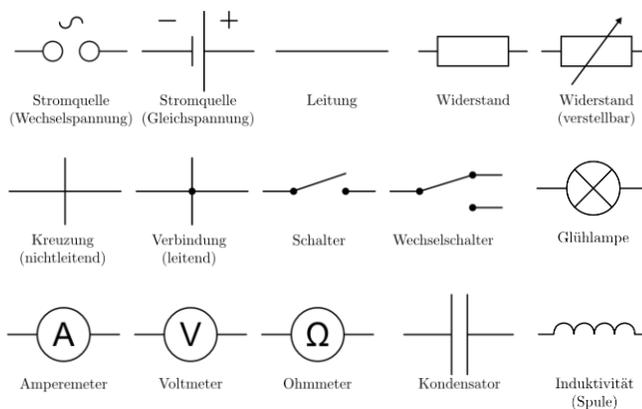
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://www.unterrieder.de/NE-Kauter-Hochfrequenz-Kauter>

9

# Elektronische Bauteile und ihre Symbole

- Jedes elektronische Bauteil besitzt ein eigenes Schaltsymbol, mit dem es in Schaltungen dargestellt wird



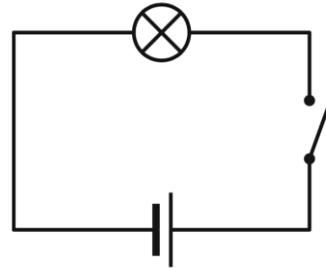
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://grundwissen.de/elektronikbauteile/elektronik.html>

10

## Schaltskizzen

- Schaltskizzen dienen der Darstellung von elektrischen Schaltungen
- Die Stromquelle, z.B. eine Batterie, liefert Energie, um die Glühlampe zu betreiben
- Ist der Schalter geöffnet, ist der Stromkreis nicht geschlossen und es kann kein Strom fließen: die Lampe leuchtet nicht
- Ist der Schalter geschlossen, ist auch der Stromkreis geschlossen und es kann ein Strom fließen: die Lampe leuchtet



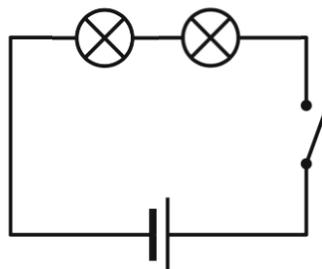
Quelle: verändert nach Herken, Physik für Mediziner, 14. Auflage, Springer-Verlag

11

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

## Reihenschaltung

- Reihenschaltung = Serienschaltung
- Zwei Bauteile sind in Reihe geschaltet, wenn ihre Verbindung keine Abzweigung aufweist



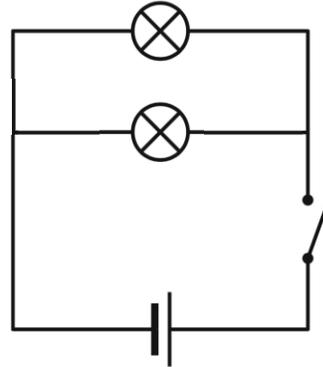
Quelle: verändert nach Herken, Physik für Mediziner, 14. Auflage, Springer-Verlag

12

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

## Parallelschaltung

- Parallelschaltung = Nebenschaltung
- Zwei ungepolte Bauteile sind parallel geschaltet, wenn ihre gleichnamigen Pole jeweils miteinander verbunden sind



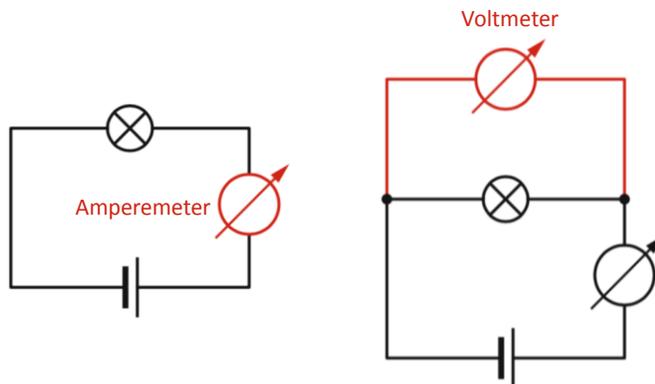
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: verändert nach Herken, Physik für Mediziner, 14. Auflage, Springer-Verlag

13

## Messung von Stromstärke und Spannung

- Amperemeter (Strommesser) werden in Reihe mit dem Verbraucher geschaltet
- Voltmeter (Spannungsmesser) werden parallel zum Verbraucher bzw. der Spannungsquelle geschaltet



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

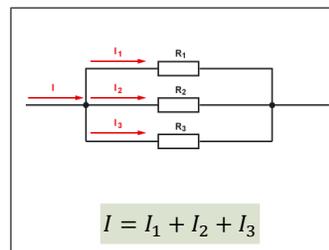
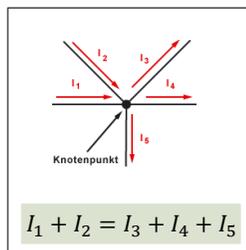
Quelle: verändert nach Herken, Physik für Mediziner, 14. Auflage, Springer-Verlag

14

## Knotenregel (1. Kirchhoff Gesetz)

- Strom wird nicht „verbraucht“, er fließt lediglich durch den Stromkreis
- Die Summe der Stromstärken der zufließenden Ströme vor einem Verzweigungspunkt ist gleich der Summe der Stromstärken der abfließenden Ströme nach dem Verzweigungspunkt

Vereinfacht: Das was rein geht, muss auch wieder raus kommen.



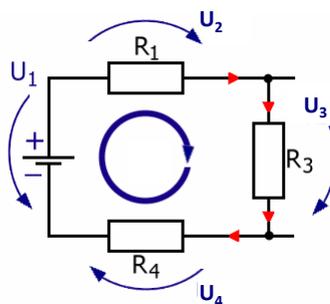
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://www.elektrotechnik-fachwissen.de/forum/inf606011.htm>

15

## Maschenregel (2. Kirchhoff Gesetz)

- Die Summe der Teilspannungen an den einzelnen Elementen in einem geschlossenen Stromkreis ist gleich Null
- Die Umlaufrichtung darf dabei willkürlich bestimmt werden, sie legt jedoch die Vorzeichen der Teilspannungen fest



$$U_1 = U_2 + U_3 + U_4 \quad \text{oder} \quad U_2 + U_3 + U_4 + (-U_1) = 0$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

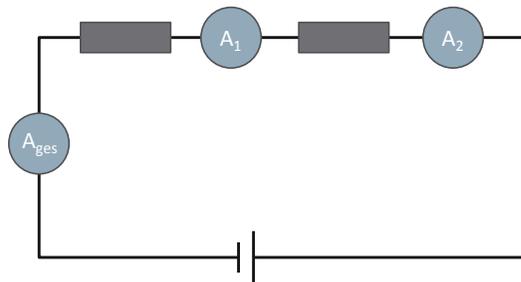
Quelle: verändert nach <http://www.elektrotechnik-fachwissen.de/forum/inf606011.htm>

16

## Gesetzmäßigkeiten der Reihenschaltung I

- Alle Elemente werden von demselben elektrischen Strom durchflossen:

$$I_{ges} = I_1 = I_2$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

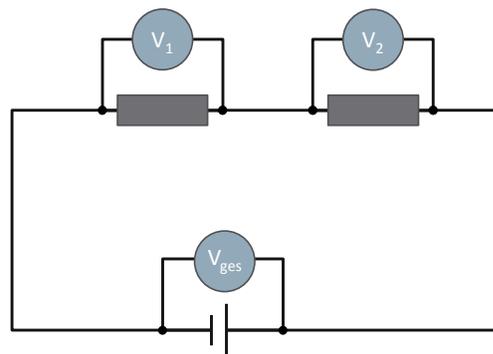
Quelle: Karim Kouz (09/2016)

17

## Gesetzmäßigkeiten der Reihenschaltung II

- Die Spannung verteilt sich nach dem 2. Kirchhoff-Gesetz auf die einzelnen Verbraucher:

$$U_{ges} = U_1 + U_2$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

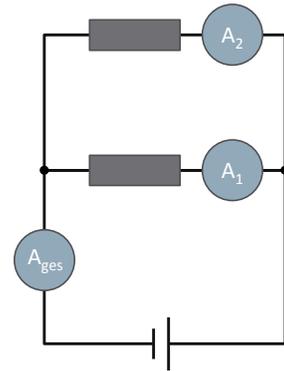
Quelle: Karim Kouz (09/2016)

18

## Gesetzmäßigkeiten der Parallelschaltung I

- Die Stromstärke in einer Parallelschaltung verteilt sich nach dem 1. Kirchhoff-Gesetz auf die einzelnen Zweige:

$$I_{ges} = I_1 + I_2$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

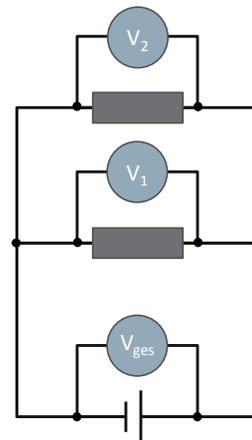
Quelle: Karim Kouz (09/2016)

19

## Gesetzmäßigkeiten der Parallelschaltung II

- An allen Elementen in einer Parallelschaltung liegt dieselbe elektrische Spannung an (auch bei unterschiedlicher Stromaufnahme):

$$U_{ges} = U_1 = U_2$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

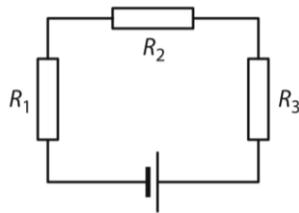
Quelle: Karim Kouz (09/2016)

20

# Schaltungen von Widerständen

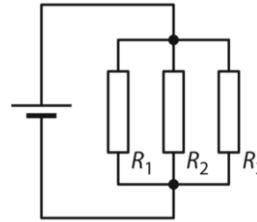
- Sind mehrere Widerstände in eine Schaltung eingebaut, so kann man den Gesamtwiderstand  $R_{ges}$  der einzelnen Widerstände berechnen:

Reihenschaltung



$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

Parallelschaltung



$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

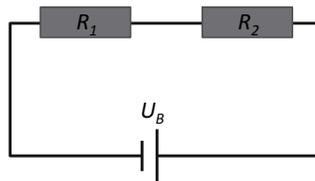
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Herms, Physik für Mediziner, 14. Auflage, Springer-Verlag

21

## Übung

- Bestimmen Sie die Spannungen und Stromstärken an den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , sowie die Gesamtstromstärke und den Gesamtwiderstand in dem folgenden Stromkreis, wenn  $U_B = 6\text{ V}$ ,  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$  ist.

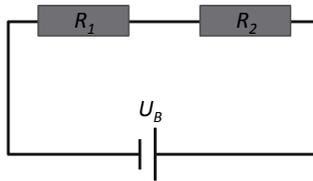


Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

22

## Übung

- Bestimmen Sie die Spannungen und Stromstärken an den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , sowie die Gesamtstromstärke und den Gesamtwiderstand in dem folgenden Stromkreis, wenn  $U_B = 6\text{ V}$ ,  $R_1 = 1\text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 2\text{ k}\Omega$  ist.



$$R_{ges} = R_1 + R_2 = 3000\ \Omega$$

$$I_{ges} = \frac{U_B}{R_{ges}} = 0,002\text{ A} = I_1 = I_2$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_{ges} = 2\text{ V}$$

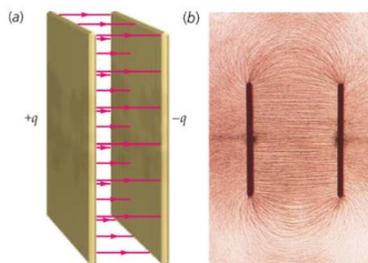
$$U_2 = R_2 \cdot I_{ges} = 4\text{ V}$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

23

## Kondensator

- Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das elektrische Ladung und Energie speichern kann (ähnlich einer Batterie)
- In seiner einfachsten Bauform besteht er aus elektrisch leitenden Platten, die gegeneinander isoliert sind (meist durch Luft) und heißt dann Plattenkondensator



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

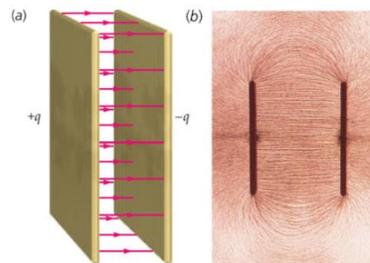
Quelle: Tipler, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Springer, Spektrum

24

# Kondensator

- Wird ein Kondensator geladen, so erhalten seine beiden Platten betragsgleiche und ungleichnamige Ladungen  $+q$  und  $-q$
- $+q = Q$  wird als Ladung des Kondensators bezeichnet, wobei die effektive Ladung des Kondensators Null ist
- Die Platten des Kondensators sind Äquipotentialflächen

Das elektrische Feld zwischen den beiden Platten ist ein **homogenes Feld**, außerhalb der beiden Platten ist es jedoch inhomogen.



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Tipler, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, Springer, Spektrum

25

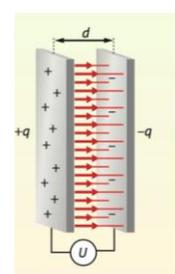
# Kapazität des Kondensators

- Die Ladung  $Q$  eines Kondensators ist proportional zu der zwischen den beiden Platten bestehenden Potentialdifferenz  $U$ :

$$Q \sim U$$

- Die Proportionalitätskonstante wird als Kapazität  $C$  des Kondensators bezeichnet und ist ein Maß der Ladungsspeicherungsfähigkeit des Kondensators:

$$C = \frac{Q}{U} [\text{Farad, F}]$$



Quelle: Fritzsche, Physik für Biologen und Mediziner, Springer, Spektrum Verlag

- Je größer die Kapazität, desto mehr Ladung kann bei einer bestimmten Spannung gespeichert werden

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

26

## Weitere wichtige Beziehungen

- In einem homogenen elektrischen Feld, wie dem des Plattenkondensators, gilt:

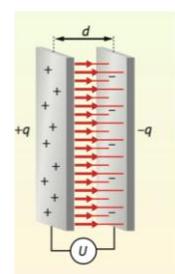
$$U = \frac{W}{q} = E \cdot d$$

- Für die Kapazität eines Kondensators gilt:

$$C = \epsilon_R \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

- Die Kapazität kann erhöht werden durch:
  - Vergrößerung der Kondensatorplatten ( $A$ )
  - Verkleinerung des Abstands ( $d$ ) zwischen den Kondensatorplatten
  - Erhöhung der relativen Permittivität ( $\epsilon_R$ ) durch ein Dielektrikum

$\epsilon_0$ : elektrische Feldkonstante



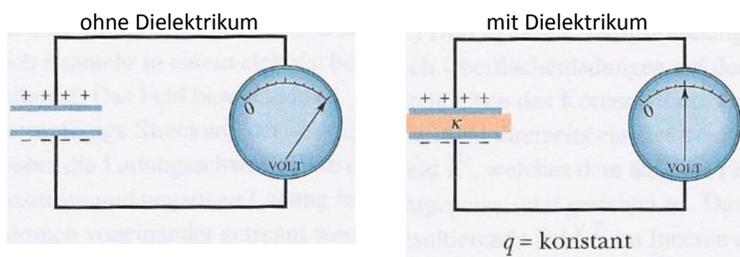
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Fritzsche, Physik für Biologen und Mediziner, Springer Spektrum Verlag

27

## Dielektrika

- Der zwischen den beiden Platten des Plattenkondensators bestehende Raum muss nicht unbedingt mit Luft gefüllt sein
- Als zwischen den beiden Platten vorhandenes Medium können jedoch nur nichtleitende Stoffe verwendet werden
- Stoffe, die die Kapazität des Plattenkondensators vergrößern, werden als Dielektrika bezeichnet (polare vs. unpolare Dielektrika)



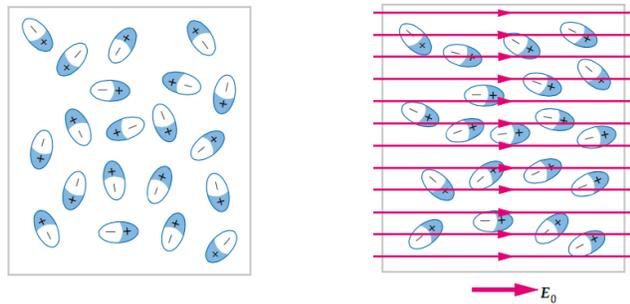
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physik, Halliday, Resnick, Walker, WILEY-VCH

28

## Funktionsweise der Dielektrika

- Werden polare Moleküle mit einem permanenten elektrischen Dipolmoment (z.B. Wasser) in das elektrische Feld eines Plattenkondensators gebracht, so richten sich die Dipole zum Teil in Feldrichtung aus
- Die vollständige Ausrichtung wird durch die thermische Bewegung der Teilchen verhindert



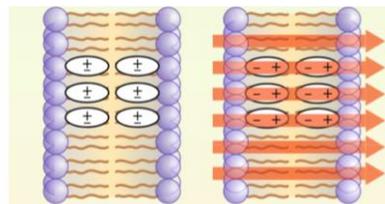
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Tipler, Physik, für Wissenschaftler und Ingenieure, Springer, Spektrum

29

## Funktionsweise der Dielektrika

- Werden unpolare Moleküle in das elektrische Feld gebracht, so werden Dipolmomente in diesen Molekülen induziert
- Die nun induzierten Dipole richten sich ebenfalls im elektrischen Feld aus



Die unpolaren Kohlenwasserstoffketten der Fettsäuren der Zellmembran wirken ebenfalls als Dielektrikum, sofern an der Zellmembran eine Membranspannung anliegt.

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

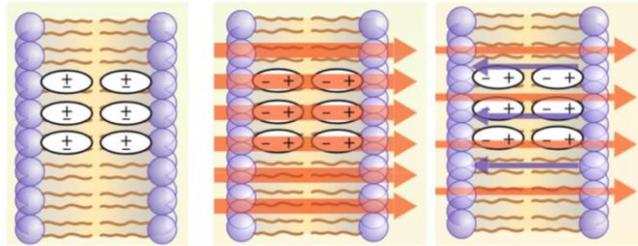
Quelle: Fritsch, Physik für Biologen und Mediziner, Springer, Spektrum Verlag

30

# Dielektrika

- Durch die Ausrichtung der Dipole wird ein weiteres elektrisches Feld, das dem des Kondensators entgegengesetzt ist, erzeugt
- Das resultierende elektrische Feld ist nun geringer als vor der Einbringung des Dielektrikums: die Kapazität steigt

$$C \uparrow = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{E \downarrow \cdot s}$$



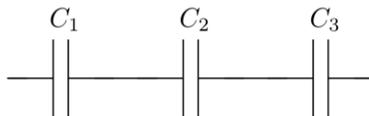
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Fritsch, Physik für Biologen und Mediziner, Springer Spektrum Verlag

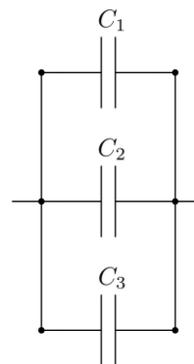
31

# Schaltungen von Kondensatoren

- Sind mehrere Kondensatoren in eine Schaltung eingebaut, so kann man die Gesamtkapazität  $C_{ges}$  der einzelnen Kondensatoren berechnen



$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



$$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://grundwissen.de/elektronik/schaltungen/serien-schaltung-und-parallel-schaltung.html>

32

# Energiespeicherung im Kondensator

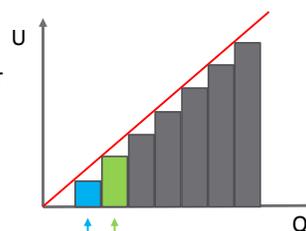
- Damit ein Kondensator geladen werden kann, muss eine äußere Spannungsquelle Arbeit verrichten
- **Gedankenexperiment:**
  - Die in der Spannungsquelle gespeicherte Energie wird dazu genutzt, um Elektronen von der einen Platte zu entfernen und auf die andere Platte zu bringen
  - Je stärker der Kondensator geladen wird, desto schwerer wird es ihn noch weiter zu laden, da das elektrische Feld des Kondensators so gerichtet ist, dass es einem weiteren Ladungstransfer entgegenwirkt
- Die zum Aufladen des Kondensators verrichtete Arbeit speichert der Kondensator in Form von elektrischer Energie
- Beim Entladen des Kondensators wird diese Energie wieder abgegeben

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

33

# Energiespeicherung im Kondensator

- Für jeden weiteren Ladungstransfer muss mehr Arbeit verrichtet werden, aufgrund des sich aufbauenden elektrischen Feldes, das dem Transfer entgegenwirkt
- Die Arbeit für eine komplette Aufladung des Kondensators entspricht der Summe der Einzelarbeiten ( $W_1 + W_2 + \dots$ )



$W_2$ : Verrichtete Arbeit für die 3. Teilladung  
 $W_1$ : Verrichtete Arbeit für die 2. Teilladung

- Mathematisch:

$$W = \sum_{i=1}^n W_i = \int_0^Q \frac{Q^2}{2 \cdot C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$$

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

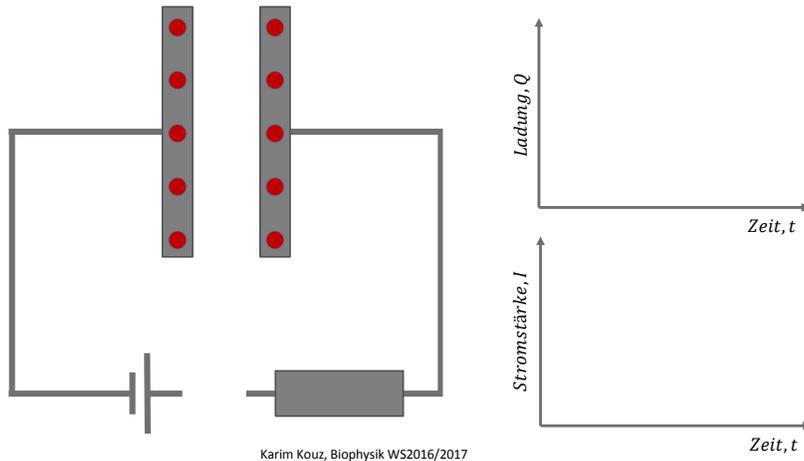
Quelle: Karim Kouz (09/2014)

34



## Laden eines Kondensators

- Im offenen Stromkreis fließt kein Strom und der Kondensator ist nicht geladen – es besteht keine Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten



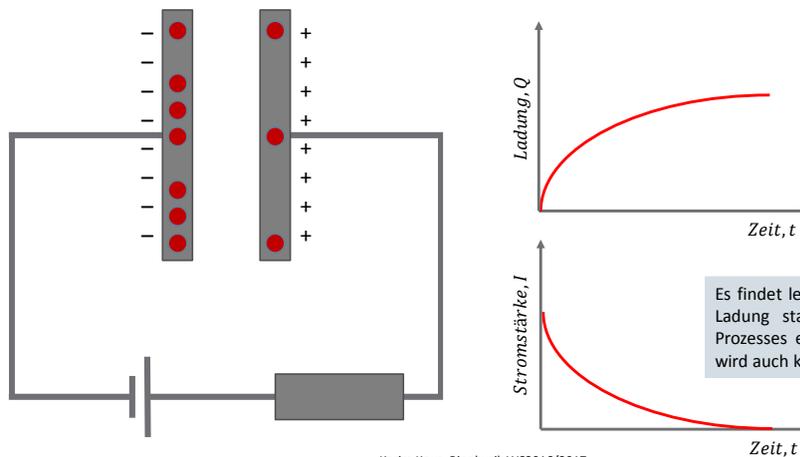
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2016)

37

## Laden eines Kondensators

- Beim Schließen des Stromkreises setzt das von der Batterie entlang der Drähte erzeugte elektrische Feld die freien Elektronen in Bewegung



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

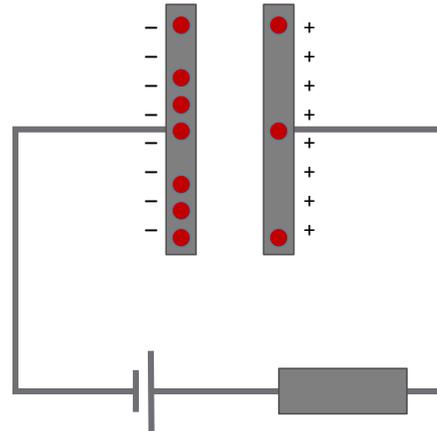
Es findet lediglich eine Umverteilung der Ladung statt. Während des gesamten Prozesses entsteht keine Ladung und es wird auch keine Ladung vernichtet.

Quelle: Karim Kouz (09/2016)

38

## Laden eines Kondensators

- Während des Ladevorgangs erhöht sich die Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten
- Am Ende des Ladevorgangs entspricht die Potentialdifferenz zwischen den Platten der Potentialdifferenz zwischen den beiden Polen der Batterie
- Es findet keine weitere Ladung mehr statt



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2016)

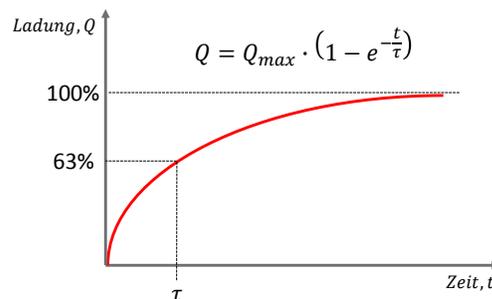
39

## Laden eines Kondensators

- Das Laden und Entladen des Kondensators ist ein exponentieller Prozess, der durch die Zeitkonstante  $\tau$  beschrieben werden kann:

$$\tau = R \cdot C$$

$\tau$  ist die Zeit, nach der der Kondensator auf 63% seiner Maximalladung aufgeladen ist. Je größer  $\tau$ , desto länger dauert das Laden und Entladen des Kondensators.



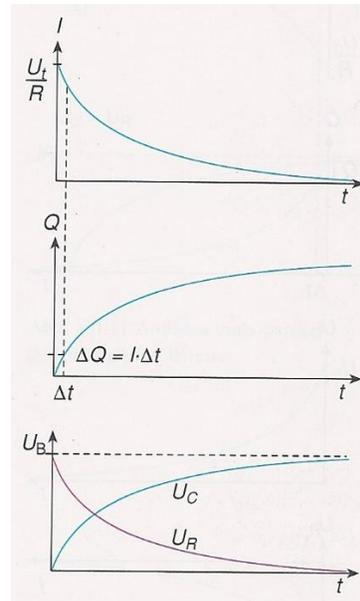
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Karim Kouz (09/2016)

40

## RC-Kreis: Ladevorgang

- Am Anfang sei der Kondensator ungeladen:  $U_C = 0 \text{ V}$
- Daher gilt nach der Maschenregel:  $U_{R0} = U_B$
- Damit eine Spannung am Widerstand zu messen ist, muss durch diesen ein Strom fließen:  $I_0 = \frac{U_{R0}}{R}$
- Der durch den Widerstand fließende Strom lädt den Kondensator auf – die Ladung auf den Kondensatorplatten und somit die Potentialdifferenz zwischen den Platten erhöht sich



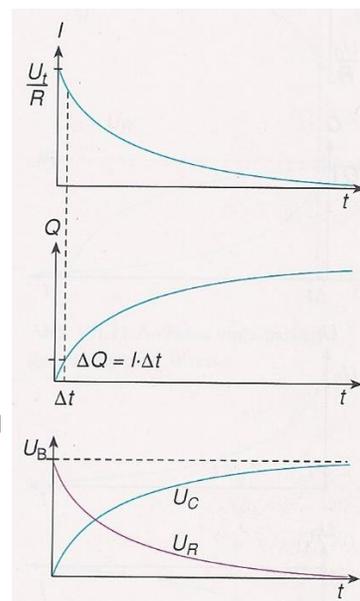
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Biophysik für Mediziner, S. Dampfmösch, Medizinische Verlag

41

## RC-Kreis: Ladevorgang

- Nach der Maschenregel gilt nun:  $U_B = U_C + U_R$
- Die Spannung am Widerstand sinkt in dem Maße, wie sie an den Kondensatorplatten erscheint
- Demzufolge sinkt auch die Stromstärke:  $I \downarrow = \frac{U_R \downarrow}{R}$
- Der Stromabfall bedeutet, dass sich der Kondensator immer langsamer auflädt
- Die Kondensatorspannung nähert sich der Batteriespannung asymptotisch, die Stromstärke und die Spannung am Widerstand nähern sich Null asymptotisch
- Für die Kondensatorspannung gilt:  $U_C = U_B \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$



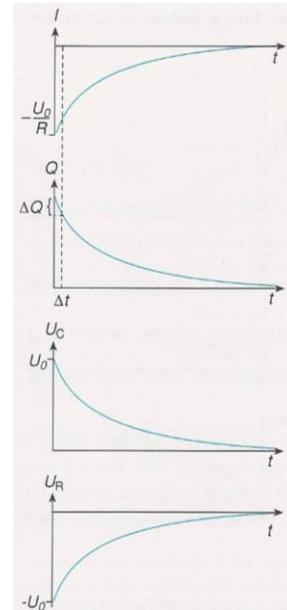
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Biophysik für Mediziner, S. Dampfmösch, Medizinische Verlag

42

## RC-Kreis: Entladung

- Der RC-Kreis kann entladen werden, indem die Spannungsquelle aus dem Stromkreis entfernt wird und dieser somit nur noch aus Kondensator und Widerstand besteht
- Zu Beginn des Entladevorgangs sei der Kondensator maximal geladen
- Der Kondensator verhält sich kurzfristig wie eine Spannungsquelle
- Laut der Maschenregel gilt:  $U_C = -U_R$
- Die Spannung am Kondensator ist also gleich groß wie die Spannung an dem Widerstand, nur mit entgegengesetztem Vorzeichen



Quelle: Biophysik für Mediziner, S. Dampfmeyer, Medizinischer Verlag

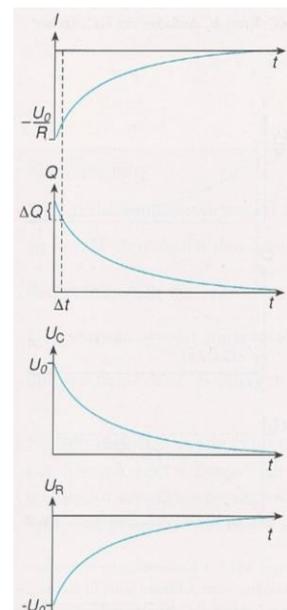
43

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

## RC-Kreis: Entladung

- Der durch den geladenen Kondensator hervorgerufene Stromfluss ist dem des Ladevorgangs entgegengesetzt
- Je niedriger die Kondensatorspannung durch den Entladevorgang wird, desto niedriger wird auch die Spannung am Widerstand und desto niedriger wird auch die Stromstärke im Stromkreis
- Je niedriger die Stromstärke, desto langsamer entlädt sich der Kondensator
- Für die Kondensatorspannung gilt:  $U_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\tau$  ist die Zeit, nach der die Kondensatorspannung auf 37% ihres Maximalwerts abgefallen ist.



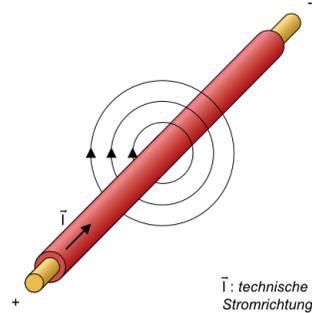
Quelle: Biophysik für Mediziner, S. Dampfmeyer, Medizinischer Verlag

44

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

## Grundlagen des Magnetismus

- Grundsätzlich gibt es zwei Ursachen des Magnetismus:
  - Permanente Magnete (z.B. natürlich magnetisierte Steine)
  - Durch bewegte Ladungsträger verursachte Magnetfelder



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://de.wikipedia.org/wiki/Magnetfeld>; <https://fs.uni-goettingen.de/doi/10.5170/1791>

45

## Grundlagen des Magnetismus

- Magnete üben Kräfte aufeinander aus, die nicht durch andere Wechselwirkungen erklärbar sind: magnetische Wechselwirkung
- Das magnetische Moment ( $m, \mu$ ) beschreibt die Stärke eines Magneten
- Elektronen, Protonen und Neutronen innerhalb eines Atoms/Atomkerns besitzen ein magnetisches Moment, sie können als winzige Magnete betrachtet werden

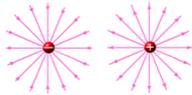
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

46

## Elektrische vs. magnetische Eigenschaften

### Elektrische Erscheinungen:

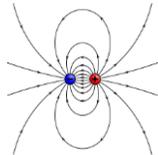
- Ladung: Positive und negative Ladung sind räumlich voneinander trennbar



### Kräfte:

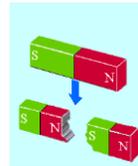
- Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab
- Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an

### Feldlinien:



### Magnetische Erscheinungen:

- Nord- und Südpol sind nicht voneinander trennbar (keine Monopole)

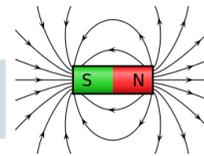


### Kräfte:

- Gleichnamige Pole stoßen sich ab
- Ungleichnamige Pole ziehen sich an

### Feldlinien:

„Ü<sup>3</sup>-Regel“: Feldlinien münden in den grünen Süden!



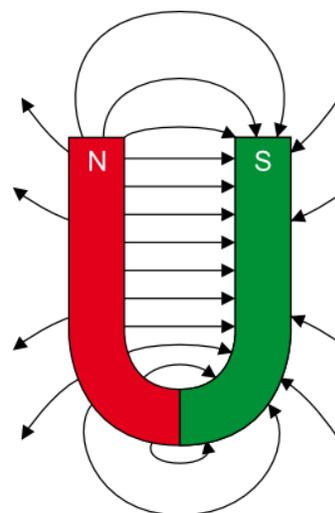
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://www.seifphysik.de/biennaberehe/biennaberehe.htm>; [http://de.wikipedia.org/wiki/Monopol\\_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Monopol_(Physik)); [http://de.wikipedia.org/wiki/Elektrisches\\_Feld](http://de.wikipedia.org/wiki/Elektrisches_Feld); <http://de.wikipedia.org/wiki/Ü3-Regel>

47

## Magnetische Flussdichte (Feldstärke)

- Die magnetische Flussdichte ( $B$ ) gibt die Stärke eines Magnetfeldes an
- SI-Einheit: Tesla
- Homogene Magnetfelder sind an jedem Ort gleich stark und gerichtet, inhomogene Magnetfelder nicht
- Wird ein Magnet in ein Magnetfeld gebracht, so tritt dieser in Wechselwirkungen mit dem Magnetfeld
- Diese Wechselwirkung hängt von zwei Größen ab: dem magnetischen Moment ( $m$ ) und der magnetischen Flussdichte ( $B$ )



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

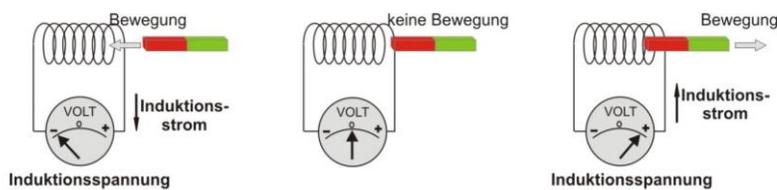
Quelle: <https://www.fis.uni-greifswald.de/fis/lehre/0731>

48



# Induktion

- Wird ein Dauermagnet in eine Spule hineingeschoben, entsteht während der Bewegung eine elektrische Spannung in der Spule, die Induktionsspannung
- Während der Bewegung des Magneten fließt ein elektrischer Strom, der Induktionsstrom
- Beim Herausziehen des Magneten entsteht eine Spannung mit umgekehrter Polarität und der Strom fließt in die umgekehrte Richtung
- Ruht der Magnet (bzw. die Spule), tritt keine Induktion auf



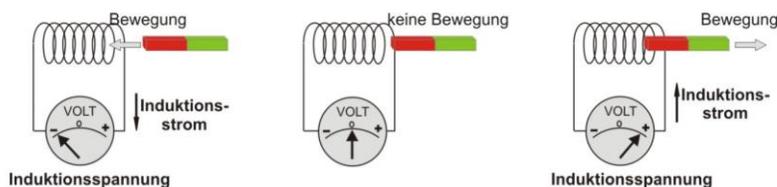
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

51

# Induktion

- Induktion tritt immer dann auf, wenn sich Magnet und Spule relativ zueinander bewegen
- Hört die Relativbewegung auf, fließt auch kein Strom mehr
- Eine schnellere Bewegung produziert auch einen höheren Strom
- Nähert sich statt dem Nordpol der Südpol, so fließt ebenfalls ein Strom, jedoch mit umgekehrten Vorzeichen im Vergleich zur Annäherung mit dem Nordpol
- **Energieerhaltungssatz:** mechanische Energie wird in elektrische Energie umgewandelt



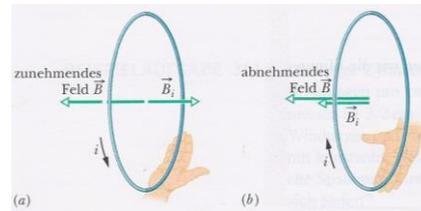
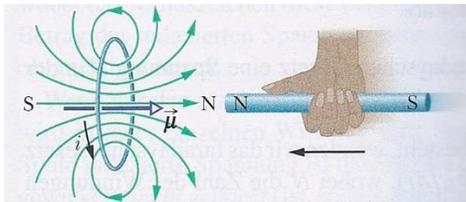
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

52

# Lenz'sche Regel

- Der Induktionsstrom ist stets so gerichtet, dass er seiner Ursache entgegenwirkt
- Erklärung:
  - Durch die Bewegung des Magneten mit dem um ihn vorhandenen magnetischen Feld wird ein Strom in der Leiterschleife induziert
  - Der Stromfluss in der Leiterschleife wiederum ist von konzentrischen Magnetfeldlinien umgeben
  - Diese Magnetfeldlinien sind so orientiert, dass sie der Ursache des induzierten Stromes (der Bewegung des Magneten) entgegenwirken



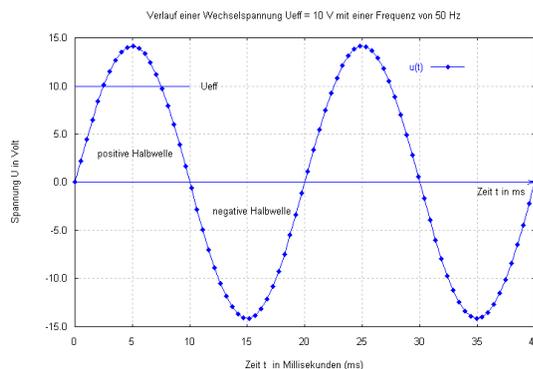
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physik, Halliday, Resnick, Walker, WILEY-VCH

53

# Wechselstromkreis

- Ein Wechselstromkreis ist ein Stromkreis, bei dem sich Stromstärke und Spannung periodisch ändern
- Die Änderung erfolgt meist sinusförmig, ist jedoch nicht zwingend an die Sinusform gebunden



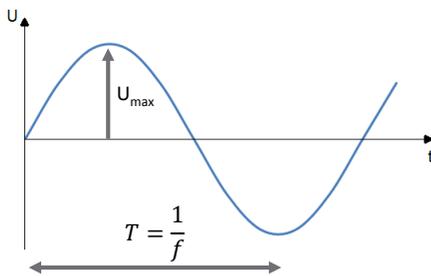
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: [https://www.fritzp-lernbank.de/Wechselspannung\\_01.htm](https://www.fritzp-lernbank.de/Wechselspannung_01.htm)

54

## Wechselstromkreis

- Falls die Änderung sinusförmig erfolgt, kann sowohl die Spannungs- als auch die Stromstärkeänderung mathematisch wie eine Schwingung beschrieben werden:
  - Stromstärke:  $I = I_{max} \cdot \sin \omega \cdot t$
  - Spannung:  $U = U_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$



- $I_{max}$  und  $U_{max}$  sind die Maximalwerte = Amplituden und werden auch Scheitelwerte genannt
- $\omega$  ist die Kreisfrequenz:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$
- $\varphi$  ist die Phasenverschiebung zwischen den zwei Schwingungen, da die Stromstärkeänderung nicht zwingend in Phase mit der Spannungsänderung sein muss

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Verändert nach <https://www.xplore-dna.net/mod/page/view.php?id=300>

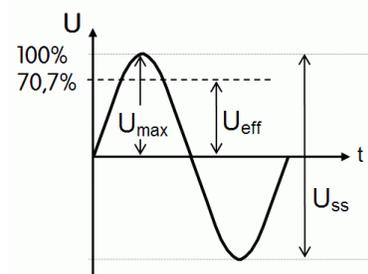
55

## Effektivwerte

- Unter dem Effektivwert versteht man in der Elektrotechnik den quadratischen Mittelwert einer zeitlich veränderlichen Größe
- Bei sinusförmigen Wechselstrom gilt:

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$$



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: <http://www.amin.kuifunktion.de/lehre/03/03.html>

56

## Kapazitiver Widerstand ( $X_C$ )

- Im Gleichstromkreis wirkt ein Kondensator, sobald er aufgeladen ist, wie ein unendlich großer Widerstand und lässt keinen Strom mehr fließen
- Im Wechselstromkreis ist dies anders: der Kondensator wird ständig auf- und entladen und über den ganzen Zeitraum ist ein Stromfluss zu messen
- Der Widerstand, den ein Kondensator im Wechselstromkreis darstellt, wird als kapazitiver Widerstand bezeichnet
- Der kapazitive Widerstand hängt von der Kapazität des Kondensators und der Kreisfrequenz des Stromes ab:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Den Gesamtwiderstand im Wechselstromkreis bezeichnet man als Impedanz.

Wenn die Kreisfrequenz gegen Null geht („Gleichstrom“) dann geht  $X_C$  gegen unendlich – der Kondensator leitet den Gleichstrom nicht. Mit zunehmender Frequenz verkleinert sich  $X_C$ .

Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

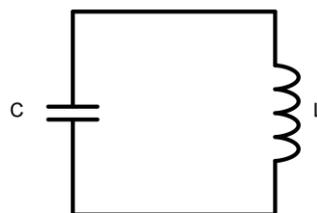
57

## LC-Kreis (Schwingkreis)

- Der LC-Kreis besteht aus einer Reihenschaltung mit einer Spule und einem Kondensator
- Er wird auch als Schwingkreis bezeichnet, da er elektromagnetische Schwingungen erzeugen kann
- Er dient u.a. im Ultraschallkopf zur Erzeugung von hochfrequenter Wechselspannung

In einem idealen Schwingkreis ohne jeglichen Wirkwiderstand kommt es zu keinen Energieverlusten, sodass die Schwingung nie zum Stillstand kommt (ungedämpfte Schwingung).

Dennoch gibt es immer Energieverluste, die z.B. aufgrund des Eigenwiderstandes der Leiter auftreten, sodass die Schwingung eine gedämpfte Schwingung darstellt.



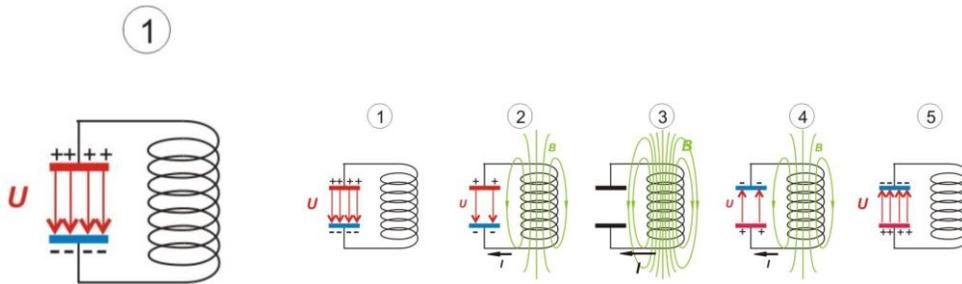
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: [https://www.abbrivik.de/physik/elektromagnetismus/elektromagnetischer\\_schwingungskreis.html](https://www.abbrivik.de/physik/elektromagnetismus/elektromagnetischer_schwingungskreis.html)

58

## LC-Kreis

- Der Kondensator ist vollständig geladen, die Ladung auf den Platten ist maximal. Es fließt kein Strom. Die Energie des Magnetfelds ist Null, die des elektrischen Feldes maximal.



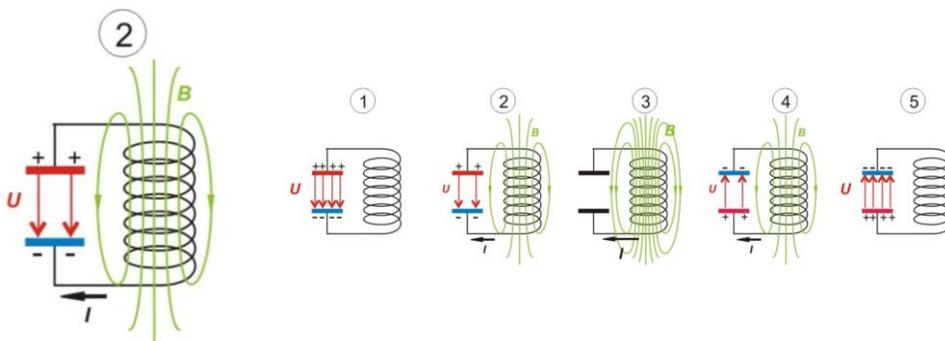
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgyel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

59

## LC-Kreis

- Der Kondensator beginnt sich über die Spule zu entladen. Durch die Spule fließt ein Strom. Mit abnehmender Kondensatorladung wird auch die Energie des elektrischen Feldes kleiner. Diese Energie wird auf das Magnetfeld übertragen, das sich aufgrund des durch die Spule fließenden Stroms aufbaut.



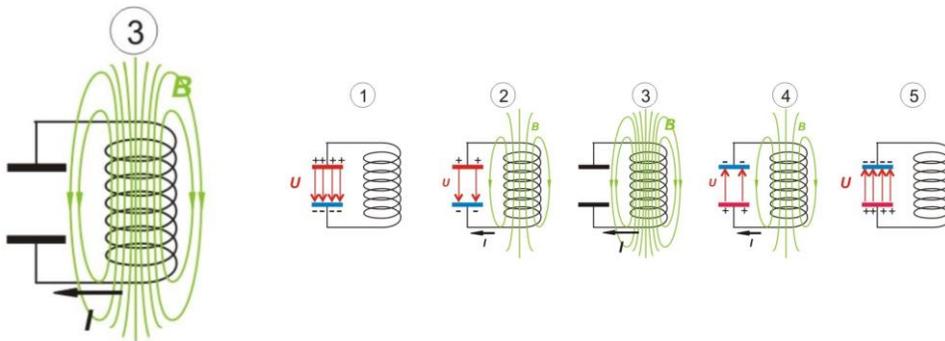
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgyel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

60

## LC-Kreis

- Der Kondensator hat nun seine gesamte Ladung verloren und damit ist die Energie des elektrischen Feldes Null. Diese Energie erscheint nun vollständig in dem Magnetfeld, das nun seine maximale Stärke besitzt. Auch der durch die Spule fließende Strom hat seinen maximalen Wert. Die Spule erhält den Stromfluss aufrecht (**Selbstinduktion**).



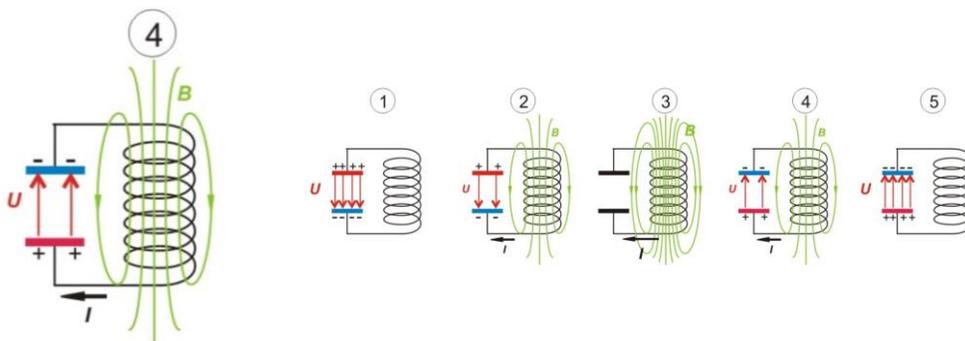
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgyel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

61

## LC-Kreis

- Da die Spule den Strom aufrecht erhält, fließt also weiterhin Ladung von der einen Kondensatorplatte zu der anderen. Die Energie des Magnetfeldes wird also dazu verwendet, den Kondensator zu laden. Das elektrische Feld baut sich langsam wieder auf – der Strom nimmt dabei langsam ab.



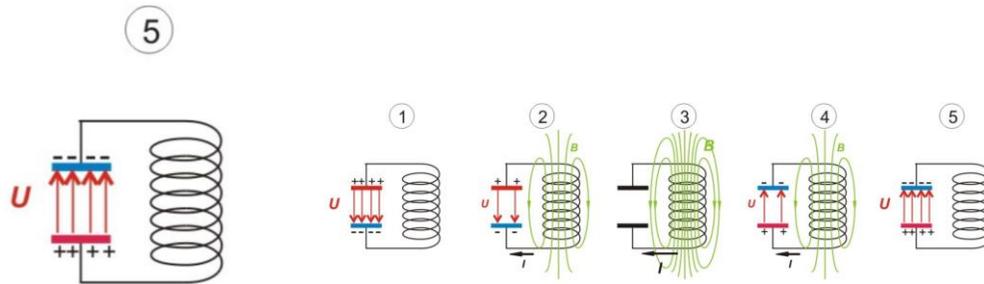
Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgyel, Semmelweis Universität Budapest, 2015

62

# LC-Kreis

- Der Kondensator ist wieder vollständig geladen und die Energie des Magnetfelds ist jetzt vollständig in die Energie des elektrischen Feldes umgewandelt worden. Dieser Zustand entspricht dem Ausgangszustand – nur der Kondensator ist jetzt entgegengesetzt gepolt.



Karim Kouz, Biophysik WS2016/2017

Quelle: Physikalische Grundvorlesung, Dr. Ferenc Tüsgel, Sommersemester, Universität Budapest, 2015